

Министерство образования и науки Российской Федерации
Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)

Физтех-школа физики и исследований им. Ландау

Отчет по проекту
Компьютерные технологии решения научных задач

Гравитационное линзирование
Оценка массы линзы в системе SDSS J0029-0055

Студенты группы Б02-111

Исламов Сардор
<https://github.com/meIonmusk>

Петухова Ксения

Долгопрудный
2023

Аннотация. В данной работе представлен алгоритм построения модели сильного гравитационного линзирования (далее ГЛ) с протяженным источником в приближении точечной линзы. На основе построенной модели и открытых астрофизических баз данных и существующих публикаций проанализирована ГЛ система SDSS J0029-0055, определена масса линзы в ней: $M = 1.29_{-0.05}^{+0.06} \cdot 10^{11} M_{\odot}$.

Теоретическое введение

Гравитационное линзирование. Гравитационное линзирование – это отклонение траектории света от прямолинейной в гравитационном поле массивных объектов. Выделяют три класса этого явления.

- Сильное гравитационное линзирование, вызывающее легко различимые искажения, такие как кольцо или крест Эйнштейна, дуги и множественные изображения.
- Слабое гравитационное линзирование, вызывающее слабое искажение источников, которые находятся позади линзы. Его можно зафиксировать только после статистического анализа объектов фона, что позволяет найти небольшое согласованное искажение их изображений. Проявляется в небольшом растяжении изображения перпендикулярно направлению к центру линзы.
- Микролинзирование, которое не вызывает видимых искажений формы, но может временно увеличивать или уменьшать количество света от источника.

Здесь и далее речь пойдет о сильном гравитационном линзировании. В ходе линзирования преломление происходит на очень коротком участке траектории света. В реалистичных моделях линз, в которых масса, вызывающая линзирование, распределена трёхмерным образом, используется приближение плоских линз по аналогии с геометрической оптикой. Это всегда оправдано: характерные размеры самого большого объекта, который может быть линзой, – скопления галактик – порядка 1 Мпк, в то время как продольные расстояния между объектами системы порядка 100-1000 Мпк. Типичная гравитационно-линзированная система изображена на Рис. 1.

Углами β и θ (двумерными векторами в соответствующих плоскостях) задаются положения источника света и его изображения соответственно. Уравнение линзы, описывающее отображение из плоскости источника на плоскость линзы:

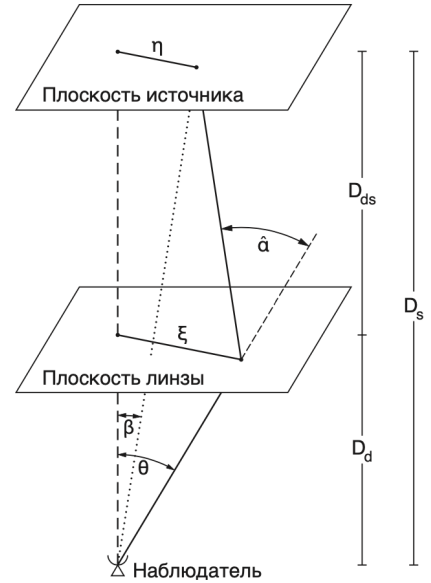


Рис. 1: Схема гравитационного линзирования [1]

$$\beta = \theta - \alpha(\theta) = \theta - \frac{D_{ds}}{D_s} \hat{\alpha}(\xi) \quad (1)$$

где $\alpha(\theta)$ – угол между положениями источника и его наблюдаемого изображения в плоскости линзы, $\hat{\alpha}(\xi)$ – угол отклонения светового луча, $\xi = D_d \theta$ – прицельный параметр, D_d , D_s и D_{ds} – расстояния от наблюдателя до плоскости линзы, до источника и между плоскостями линзы и источника соответственно (см. Рис. 1)

Пусть масса линзы распределена в пространстве по закону $\rho(\boldsymbol{\xi}, z)$, где z - координата вдоль оптической оси. Поверхностная плотность вещества в линзе задаётся следующим соотношением:

$$\Sigma(\boldsymbol{\xi}) = \int \rho(\boldsymbol{\xi}, z) dz. \quad (2)$$

Также вводится понятие критической плотности

$$\Sigma_{crit} = \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_s}{D_d D_{ds}}, \quad (3)$$

где c – скорость света, G – гравитационная постоянная. Радиус такой окружности в плоскости линзы, плотность внутри которой равна критической, называется радиусом Эйнштейна. Обычно он выражается в угловых единицах:

$$\theta_E = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{ds}}{D_d D_s}}, \quad (4)$$

где M – масса линзы. Эта величина характеризует масштабы гравитационного линзирования и является основной шкалой расстояний при описании этого явления.

Гравитационное линзирование сопровождается усилением интенсивности - важным явлением, без которого многие далекие объекты могли бы быть не обнаружены. При этом само усиление (*magnification*) численно равно отношению суммарной площади изображений к видимой площади источника. Для циркулярно симметричной линзы это значение равняется

$$\mu = \frac{\theta}{\beta} \frac{d\theta}{d\beta}. \quad (5)$$

Точечная линза. Для сильного линзирования существует несколько основных приближений линз, призванных упростить теоретические выкладки. Самыми простыми из них являются приближения точечной линзы и сингулярной изотермической сферы.

Далее будем рассматривать приближение точечной линзы с точечным источником. В таком случае выражение для $\hat{\alpha}(D_d \boldsymbol{\theta})$ выглядит следующим образом:

$$\hat{\alpha}(\boldsymbol{\xi}) = \frac{4GM}{c^2 \xi^2} \boldsymbol{\xi}. \quad (6)$$

Тогда выражение (1) принимает вид

$$\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\theta} - \frac{4GM}{c^2 D_d \theta^2} \frac{D_{ds}}{D_s} \boldsymbol{\theta}. \quad (7)$$

Переходя к скалярным величинам и решая уравнение получаем следующие выражения:

$$\theta_{\pm} = \frac{1}{2} \left(\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2} \right). \quad (8)$$

Как видно, при $\beta \neq 0$ создается два изображения источника соответственно на расстояниях β_- и β_+ от оси, проходящей через наблюдателя и линзу. При $\beta = 0$ изображение вырождается в кольцо Эйнштейна, радиус которого описывается выражением (4).

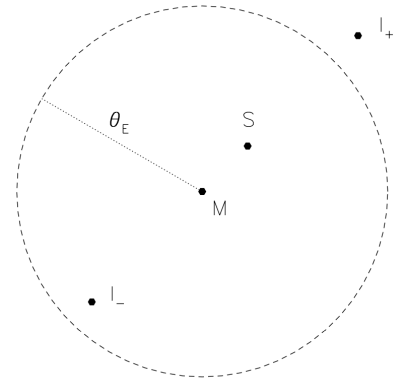


Рис. 2: Относительные положения изображений I_+ и I_- , источника S и линзы M при гравитационном линзировании [3]

Для точечной линзы значение усиления представляется в следующем виде:

$$\mu_{\pm} = \left[1 - \left(\frac{\theta_E}{\theta_{\pm}} \right)^4 \right]^{-1} = \frac{u^2 + 2}{2u\sqrt{u^2 + 4}} \pm \frac{1}{2}. \quad (9)$$

Расстояние по угловому диаметру. В космологии есть несколько способов определения расстояний. Для описания расстояний между объектами в системе источник - линза - наблюдатель используется понятие расстояния по угловому диаметру (angular diameter distance). Оно определяется следующим образом:

$$D_A(z_1, z_2) = \frac{1}{1 + z_2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{H_0 \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}}, \quad (10)$$

где z_1, z_2 – красные смещения соответственно линзы и источника, вызванные расширением вселенной. В работе рассматривается плоская Вселенная с космологическими параметрами $H_0 = 70 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}$, $\Omega_m = 0.3$, $\Omega_\Lambda = 0.7$.

Построение модели. Для расчета и анализа существующих систем напишем интерактивную модель для гравитационного линзирования. Рассмотрим протяженные источники как совокупность точечных источников, линзирующихся одним массивным телом независимо друг от друга. Таким образом можно обобщить модель с точечной линзой и точечным источником на случай точечной линзы с протяженным источником. Так как относительные расстояния между космическими телами велики, можем рассматривать все объекты находящиеся за линзой как далекий равноудаленный от нее фон.

Для качественного изображения и во избежание дефектов на нем также будем делать обратное преобразование вместо прямого – для каждой точки можем однозначно определить, изображение какой точки исходного источника в ней должно находиться. Рассчитывая для каждой вычисленной точки значения цвета пикселя и усиления, создаваемого линзой, получим сформированное линзированием изображение.

Поиск системы. Далеко не каждая система описывается рассматриваемым приближением точечной линзы: существует и множество других более сложных массивных объектов, как просто протяженных, так и вовсе не аксиально симметричных. Процесс линзирования такими телами проходит сильно сложнее, и результаты отличаются от приведенных ранее выкладок. По этой причине необходимо осуществить поиск системы, визуально подходящей под описанное приближение. Поиск систем и данных о них производился в открытых астрофизических базах данных, таких как SIMBAD [4], архив изображений телескопа Hubble [5], каталог ESASky [6].

В целях анализа была выбрана система SDSS J0029-0055 (SDSS - Sloan Digital Sky Survey). Для работы с ее изображением при помощи модуля *astropy* на языке Python из найденного FITS-файла (Flexible Image Transport System) была вырезана часть с системой размером $5'' \times 5''$.

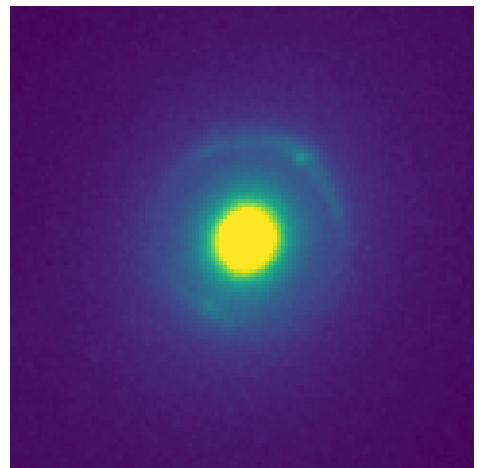


Рис. 3: Изображение системы SDSS J0029-0055 в цветовой схеме viridis

Анализ изображений. Для анализа системы использовалась построенная модель. В качестве параметров были указаны красные смещения рассматриваемой системы $z_1 = 0.227$ и $z_2 = 0.9313$ [7].

Для удобного сравнения реального изображения с полученными при моделировании создадим маску первого: значения пикселей с самими дугами, полученными в ходе линзирования, приравняем к единице, остальные занулим. Подобрать подходящие положения в системе источник - линза в модели будем генерировать аналогичные реальной системе изображения при разных массах. Для сравнения полученных изображений с маской, улучшим ее разрешение кубической интерполяцией. Теперь, имея изображения с одинаковым разрешением, определим количество несовпадающих пикселей. Построим график процента совпадения изображений в зависимости от массы линзы. Максимум будет соответствовать искомому значению.

Погрешность по результатам вычислений включает в себя массу, отличающуюся от искомой не более чем на 0.02%. Также дополнительно к этому возникает некоторая неточность при определении наилучшего положения источника, оцененная в $0.007''$, что при текущем значении радиуса Эйнштейна $\theta_E = 0.97''$ дает относительную погрешность $\varepsilon_\theta \approx 0.7\%$. Учитывая квадратичную зависимость массы линзы от радиуса Эйнштейна получаем дополнительно $\varepsilon_M \approx 1.4\%$. Результаты можно видеть на Рис. 4.

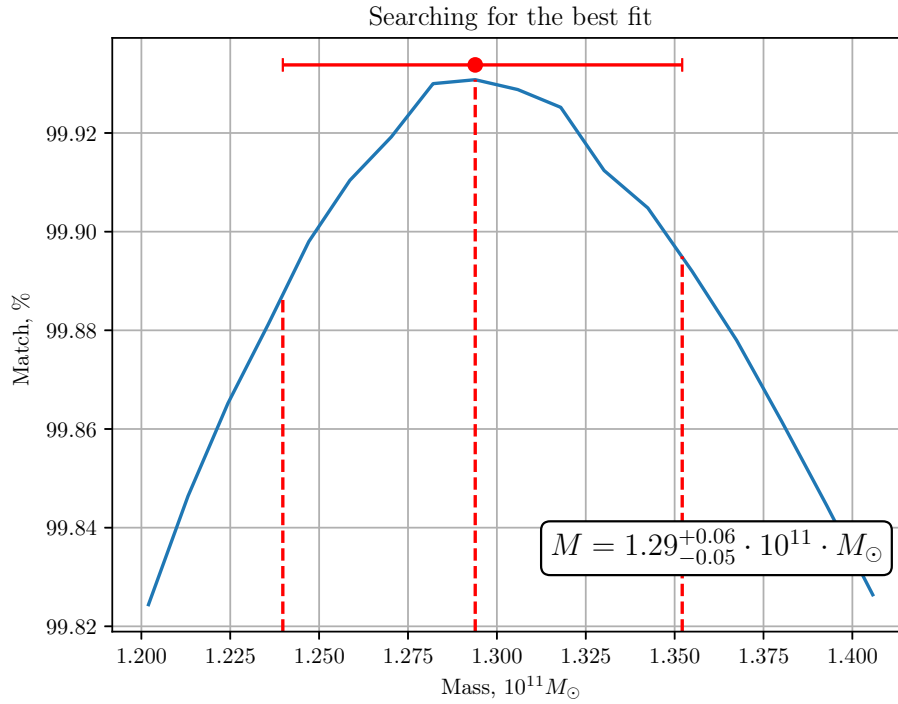


Рис. 4: Поиск наилучшего совпадения модели с реальным изображением

Заключение

В данной работе представлен алгоритм построения модели сильного гравитационного линзирования с протяженным источником в приближении точечной линзы. На основе построенной модели, открытых астрофизических баз данных и существующих публикаций проанализирована гравитационно-линзированная система SDSS J0029-0055, определена масса линзы в ней: $M = 1.29^{+0.06}_{-0.05} \cdot 10^{11} M_\odot$. Полученный результат хорошо согласуется с

величиной, представленной в публикации Denzel et al. (2021) $M = 1.3_{-0.22}^{+0.20} \cdot 10^{11} M_{\odot}$ [8]. Из этого можно заключить, что данная система хорошо описывается приближением точечной линзы. Также этим подтверждается корректность построенной модели и ее применимость для анализа реальных систем.

Список литературы

- [1] P. Schneider, C.S. Kochanek, J. Wambsganss. Gravitational Lensing: Strong, Weak and Micro, 2006
- [2] M. Meneghetti. Introduction to Gravitational Lensing (Lecture scripts), 2022
- [3] R. Narayan, M. Bartelmann. Lectures on Gravitational Lensing, 1996
- [4] SIMBAD Astronomical Database, accessed: 17 May 2023
- [5] Hubble Legacy Archive, accessed: 17 May 2023
- [6] ESASky catalog, accessed: 17 May 2023
- [7] A.S. Bolton, S. Burles, L.V.E. Koopmans, T. Treu, R. Gavazzi, L.A. Moustakas, R. Wayth, D.J. Schlegel. The Sloan Lens ACS Survey. V. The Full ACS Strong-Lens Sample, 2008
- [8] P. Denzel, S. Mukherjee, P. Saha. A new strategy for matching observed and simulated lensing galaxies, 2021