

# Отчет о выполнении лабораторной работы 3.1.3

## Измерение магнитного поля Земли

Исламов Сардор, группа Б02-111

12 ноября 2022 г.

**Аннотация.** В ходе работы определены характеристики шарообразных неодимовых магнитов и, на основе законов взаимодействия магнитных моментов с полем, измерены горизонтальная и вертикальная составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение.

### Теоретическое введение

**Точечный магнитный диполь.** Простейший магнитный диполь может быть образован витком с током или постоянным магнитом. По определению, магнитный момент  $\vec{P}_m$  тонкого витка площадью  $S$  с током  $I$  равен

$$\vec{P}_m = \frac{I}{c} \vec{S} = \frac{I}{c} S \vec{n},$$

где  $\vec{S} = S \vec{n}$  – вектор площади круга контура. Если размеры контура с током или магнитной стрелки малы по сравнению с расстоянием до диполя, то соответствующий магнитный диполь называют элементарным или точечным.

Магнитное поле точечного диполя определяется по формуле, аналогичной формуле для поля элементарного электрического диполя:

$$\vec{B} = \frac{3(\vec{P}_m, \vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{P}_m}{r^3}$$

В магнитном поле с индукцией  $B$  на точечный магнитный диполь действует механический момент сил:

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}.$$

Под действием вращающего момента  $\vec{M}$  виток с током или постоянный магнит поворачивается так, чтобы его магнитный момент выстроился вдоль вектора индукции магнитного поля. Это — положение устойчивого равновесия: при отклонении от этого положения возникает механический момент внешних сил, возвращающий диполь к положению равновесия. В положении, когда  $\vec{P}_m$  и  $\vec{B}$  параллельны, но направлены противоположно друг другу, также имеет место равновесие ( $M = 0$ ), но такое равновесие неустойчиво: малейшее отклонение от этого положения приведёт к появлению момента сил, стремящихся отклонить диполь ещё дальше от начального положения.

Магнитный диполь в магнитном поле обладает энергией:

$$W = -(\vec{P}_m, \vec{B})$$

В неоднородном поле на точечный магнитный диполь, кроме момента сил, действует ещё и сила:

$$\vec{F} = (\vec{P}_m, \vec{\nabla}) \vec{B}$$

Используя формулы для момента силы, силы и энергии, не сложно выяснить, как ведёт себя свободный магнитный диполь в неоднородном магнитном поле: он выстраивается вдоль силовых линий магнитного поля и, кроме того, под действием результирующей силы, возникающей из-за неоднородности поля, втягивается в область более сильного магнитного поля, т.е. в область, где он обладает меньшей энергией.

Зная магнитные моменты  $P_1 = P_2 = P_m$  двух небольших постоянных магнитов, можно рассчитать силу их взаимодействия:

$$F = P_m \frac{\partial B}{\partial r} = -6 \frac{P_m^2}{r^4}.$$

**Неодимовые магнитные шары.** В настоящей работе используются неодимовые магниты шарообразной формы. Для нас важно то, что:

- 1) шары намагничены однородно;
- 2) вещество, из которого изготовлены магниты, является магнитожёстким материалом.

Полный магнитный момент  $\vec{P}_m$  постоянного магнита определяется намагниченностью  $\vec{p}_m$  вещества, из которого он изготовлен. По определению, намагниченность – это магнитный момент единицы объёма. Для однородно намагниченного шара намагниченность равна:

$$\vec{p}_m = \frac{\vec{P}_m}{V}.$$

Намагниченность — важная характеристика вещества постоянных магнитов, определяющая, в частности, величину остаточной магнитной индукции  $B_r = 4\pi p_m$ . Индукция магнитного поля  $\vec{B}_p$  на полюсах однородно намагниченного шара связана с величиной намагниченности и остаточной магнитной индукцией формулами

$$\vec{B}_p = \frac{8\pi}{3} \vec{p}_m = \frac{2}{3} \vec{B}_r.$$

## Экспериментальная установка

### Определение величины магнитного момента магнитных шариков

**Метод А.** Величину магнитного момента одинаковых шариков можно рассчитать, зная их массу  $m$  и определив максимальное расстояние  $r_{max}$ , на котором они ещё удерживают друг друга в поле тяжести. При максимальном расстоянии сила тяжести шариков равна силе их магнитного притяжения:

$$\frac{6P_m^2}{r_{max}^4} = mg \Rightarrow P_m = \sqrt{\frac{mgr_{max}^4}{6}} \quad (1)$$

**Метод Б.** Если сила сцепления двух одинаковых шаров диаметром  $d$  с магнитными моментами  $P_m$  равна:  $F_0 = \frac{6P_m^2}{d^4}$ , то минимальный вес цепочки, при которой она оторвётся от верхнего шарика равен:  $F \approx 1.08F_0$ . Тогда

$$P_m = \sqrt{\frac{Fd^4}{6.48}} \quad (2)$$

## Определение величины магнитного поля Земли

**Горизонтальная составляющая.** Магнитная «стрелка» образована из  $n$  сцепленных друг с другом противоположными полюсами шариков и с помощью  $\Lambda$ -образного подвеса подвешена в горизонтальном положении. При отклонении «стрелки» на угол  $\theta$  от равновесного положения в горизонтальной плоскости возникают крутильные колебания вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стрелки. При малых амплитудах уравнение колебаний стрелки имеет вид:

$$I_n \frac{d^2\theta}{dt^2} + P_0 B_h \theta = 0,$$

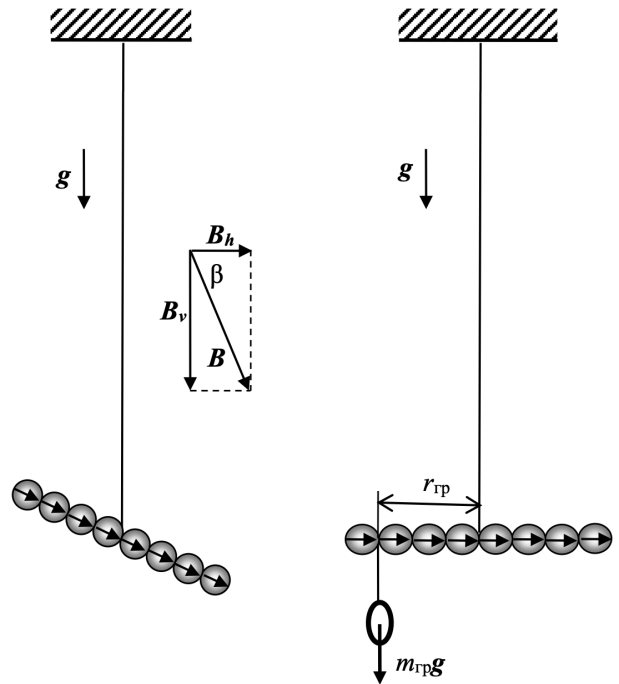
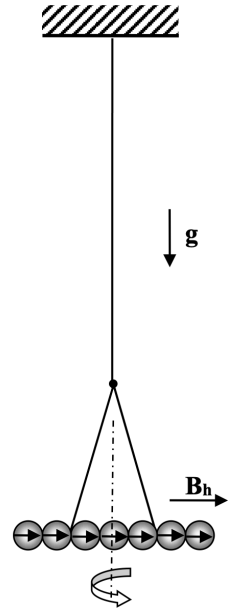
где  $P_0$  – магнитный момент стрелки,  $B_h$  – горизонтальная составляющая магнитного поля Земли,  $I_n \approx \frac{1}{12} n^3 m d^3$ , тогда период колебаний  $T = kn$ , где  $k = \pi \sqrt{\frac{m d^2}{3 P_m B_h}}$ . Измеряя зависимость  $T = T(n)$ , находится  $B_h$ :

$$B_h = \frac{\pi^2 m d^2}{3 k^2 P_m} \quad (3)$$

**Вертикальная составляющая.** Магнитная «стрелка», составленная из чётного числа шариков и подвешенная на тонкой нити за середину, расположится не горизонтально, а под некоторым, отличным от нуля, углом к горизонту. Это связано с тем, что вектор  $\vec{B}$  индукции магнитного поля Земли в общем случае не горизонтален, а образует с горизонтом угол  $\beta$ , зависящим от географической широты  $\varphi$  места, где проводится опыт. Величина угла  $\beta$  называется магнитным наклоном.

С помощью небольшого дополнительного грузика «стрелку» можно «выровнять». Момент  $M$  силы тяжести уравнивающего груза пропорционален числу  $n$  шариков, образующих магнитную «стрелку»  $M(n) = An$ ,  $A = P_m B_v$ , то есть

$$B_v = \frac{A}{P_m} \quad (4)$$



## Результаты измерений и обработка данных

**Метод А.** Измерим массу 12 шариков:  $m_{12} = 9.873 \pm 0.001$  г, тогда масса одного шарика  $m = (82275 \pm 8) \cdot 10^{-5}$  г. При этом диаметр, измеренный штангенциркулем равен  $d = 5.9 \pm 0.1$  мм.

Подложив между двумя шариками стопку бумаги (непроводящий материал) определим максимальную ширину стопки, при которой шарiki все еще удерживают друг друга  $h_{max} = 17 \pm 2$  мм. В таком случае, приравнявая силу взаимодействия двух диполей к силе тяжести шарика, из (1) получаем  $P_m = 60 \pm 14$  эрг/Гс. Относительная погрешность составляет около 24% из-за неточно определяемой ширины стопки.

**Метод Б.** Теперь определим максимальную массу цепочки, удерживаемой шариками:  $m_{max} = 312.192 \pm 0.001$  г. В таком случае из (2) получаем  $P_m = 76 \pm 2$  эрг/Гс. Как видно, этот способ более точен и предпочтителен для применения в работе.

**Горизонтальная составляющая магнитного поля Земли** Измерения и расчеты будем проводить по описанной схеме. Соберем крутильный маятник, подвесив «стрелку» из  $n$  шариков и измерим период колебаний. Все измерения в таблице 1. (Первые 3 замера проводились по 10 и по 20 оборотов для проверки стабильности колебаний, далее замеры только по 10 колебаний)

n (шарики)	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$10T$ , с	13,01	18,05	22,65	26,24	30,86	35,26	39,58	45,09	50,23	55,12
$20T$ , с	26,09	36,12	45	-	-	-	-	-	-	-
$T$ , с	1,3045	1,806	2,25	2,624	3,086	3,526	3,958	4,509	5,023	5,512

Таблица 1: Периоды колебаний

Изобразим зависимость в виде графика (рис. 1):

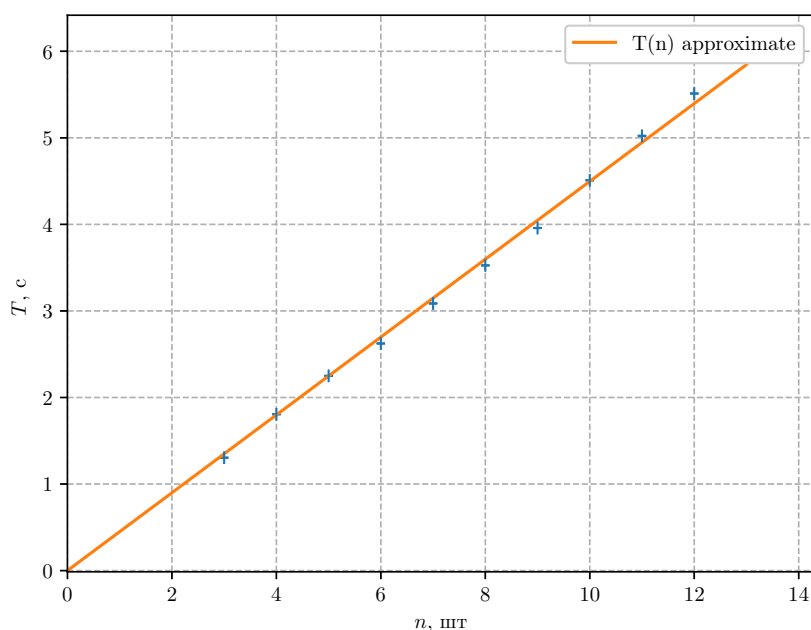


Рис. 1: Зависимость  $T(n)$

Угловой коэффициент прямой  $k = 0.450 \pm 0.003$ . Теперь по формуле (3) вычислим искомое значение поля:  $B_h = (6.1 \pm 0.2) \cdot 10^{-6}$  Тл.

**Вертикальная составляющая магнитного поля Земли** Соберем «стрелку» из четного числа шариков  $n$ , подвесим ее за центр и уравновесим грузиком. Данные о грузиках занесем в таблицу 2 (плечо  $l$  указано в количестве шариков от центра до точки подвеса груза).

$n$ , шт	12	10	8	6	4
$l$ , шт	5	4	3	2	1
$m$ , г	0,105	0,110	0,113	0,140	0,221
$M$ , дин·см	303,86	254,67	196,21	162,06	127,91

Таблица 2: Моменты силы грузов

Теперь изобразим зависимость на графике (рис. 2):

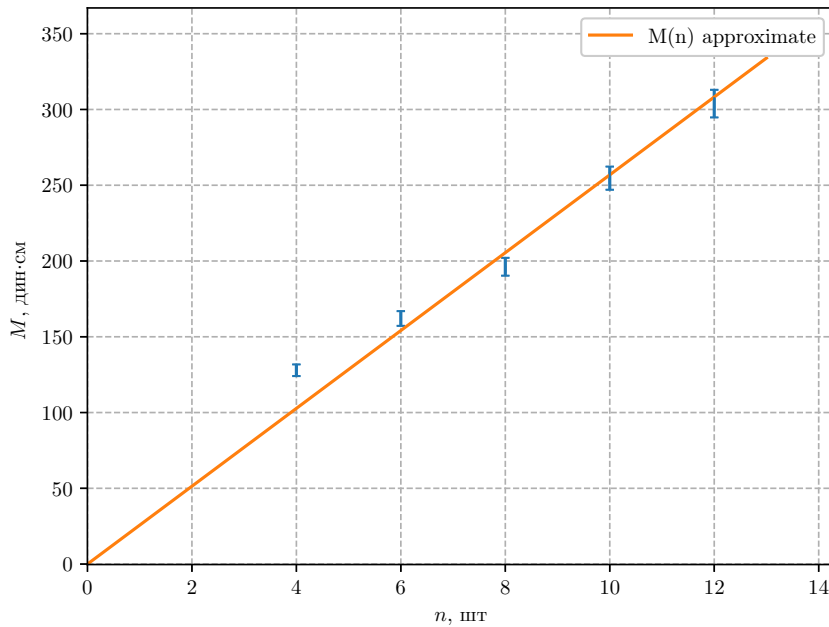


Рис. 2: Зависимость  $M(n)$

Коэффициент наклона прямой равен  $k = 25.7 \pm 0.7$ . Тогда величина вертикальной составляющей магнитного поля Земли по (4) равна  $B_v = (3.39 \pm 0.17) \cdot 10^{-5}$  Тл, а полная величина поля  $B = 0.340 \pm 0.017$  Гс. Также получаем значение магнитного наклонения  $\beta = \arctan \frac{B_v}{B_h} = 80^\circ \pm 5^\circ$ .

## Подведение итогов

В ходе работы были получены характеристики шарообразных неодимовых магнитов и, на их основе, вычислено значение магнитного поля  $B = 0.340 \pm 0.017$  Гс ( $\varepsilon = 5\%$ ) и магнитного наклонения  $\beta = 80^\circ \pm 5^\circ$  ( $\varepsilon = 6\%$ ). Значение поля разнится с табличным значением  $B = 0.5$  Гс, в то время как угол совпадает с  $\beta = 75^\circ$ , что может свидетельствовать о влиянии железобетонного каркаса здания и излучения окружающих приборов.