Alfred Böge
Walter Schlemmer

Lösungen zur Aufgabensammlung Technische Mechanik

Unter Mitarbeit von Gert Böge, Wolfgang Böge und Wolfgang Weißbach

13., durchgesehene Auflage

Mit 746 Abbildungen

Diese Auflage ist abgestimmt auf die 18. Auflage der Aufgabensammlung Technische Mechanik

Viewegs Fachbücher der Technik

vieweg

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek
Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie;
detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

1. Auflage 1975
   2 Nachdrucke
2., überarbeitete Auflage 1979
   1 Nachdruck
3., überarbeitete Auflage 1981
4., durchgesehene Auflage 1981
   1 Nachdruck
5., durchgesehene Auflage 1983
6., überarbeitete Auflage 1984
   5 Nachdrucke
7., überarbeitete Auflage 1990
   1 Nachdruck
8., überarbeitete Auflage 1992
   2 Nachdrucke
9., überarbeitete Auflage 1995
   2 Nachdrucke
10., überarbeitete Auflage 1999
   1 Nachdruck
11., überarbeitete Auflage Juni 2001
12., überarbeitete und erweiterte Auflage April 2003
13., durchgesehene Auflage August 2006

Diese Auflage ist abgestimmt auf die 18. Auflage der Aufgabensammlung Technische Mechanik.

Lektorat: Thomas Zipsner

Der Vieweg Verlag ist ein Unternehmen von Springer Science+Business Media.
www.vieweg.de

Umschlaggestaltung: Ulrike Weigel, www.CorporateDesignGroup.de
Technische Redaktion: Hartmut Kühn von Burgsdorff
Druck und buchbinderische Verarbeitung: MercedesDruck, Berlin
Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.
Printed in Germany

ISBN-10 3-8348-0151-8
ISBN-13 978-3-8348-0151-7

Vorwort zur 13. Auflage

Dieses Buch enthält die ausführlichen Lösungen zu den ca. 900 Aufgaben aus der 18. Auflage der Aufgabensammlung zur Technischen Mechanik.

Mit dem Lösen einer Aufgabe soll sich der Studierende selbst beweisen, dass er mit den im Unterricht erarbeiteten Gleichungen zielgerichtet umgehen kann. Danach kann er seinen Lösungsweg mit dem im Buch gewählten vergleichen, die Bestätigung für sein Vorgehen finden oder falsche Ansätze erkennen. Er kann nachschlagen, falls er keinen Lösungsweg gefunden hat. Ebenso wird ihm deutlich gemacht, wie notwendig und hilfreich es ist, bei der numerischen Lösung die physikalische Größe als Produkt aus Maßzahl und Einheit zu schreiben.

Die übersichtliche Darstellung vieler Lösungsgänge für einzelne Aufgabengruppen ist auch hilfreich beim Entwickeln von PC-Berechnungsprogrammen, z. B. für die Ermittlung von Gleichgewichtskräften im zentralen und allgemeinen Kräftesystem, für die Bestimmung der Stützkräfte an Fachwerkträgern oder für die Dimensionierung torsions- und biegebeanspruchter Getriebewellen.

Hinweise, Fragen und Anregungen können an die folgende E-Mail-Adresse gerichtet werden:
aboege@t-online.de

Braunschweig, August 2006

Alfred Böge
Walter Schlemmer

Lehr- und Lernsystem
Technische Mechanik

- **Technische Mechanik (Lehrbuch)**
  von A. Böge
- **Aufgabensammlung Technische Mechanik**
  von A. Böge und W. Schlemmer
- **Lösungen zur Aufgabensammlung Technische Mechanik**
  von A. Böge und W. Schlemmer
- **Formeln und Tabellen zur Technischen Mechanik**
  von A. Böge

1. Statik in der Ebene

Das Kraftmoment (Drehmoment)

1.

a) $M = Fl = 200\ \text{N} \cdot 0{,}36\ \text{m} = 72\ \text{Nm}$

b) Kurbeldrehmoment = Wellendrehmoment

$$Fl = F_1 \frac{d}{2}$$

$$F_1 = F \frac{2l}{d} = 200\ \text{N} \cdot \frac{2 \cdot 0{,}36\ \text{m}}{0{,}12\ \text{m}} = 1200\ \text{N}$$

2.

$$M = F \frac{d}{2} = 7 \cdot 10^3\ \text{N} \cdot \frac{0{,}2\ \text{m}}{2} = 700\ \text{Nm}$$

3.

$$M = Fl \qquad F = \frac{M}{l} = \frac{62\ \text{Nm}}{0{,}28\ \text{m}} = 221{,}4\ \text{N}$$

4.

$$M = Fl \qquad l = \frac{M}{F} = \frac{396\ \text{Nm}}{120\ \text{N}} = 3{,}3\ \text{m}$$

5.

$$M = F \frac{d}{2} \qquad F = \frac{2M}{d} = \frac{2 \cdot 860\ \text{Nm}}{0{,}5\ \text{m}} = 3440\ \text{N}$$

6.

a) $M_1 = F_u \dfrac{d_1}{2}$

$$F_u = \frac{2M_1}{d_1} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 10^3\ \text{Nmm}}{10\ \text{mm}} = 200\ \text{N}$$

b) $M_2 = F_u \dfrac{d_2}{2} = 200\ \text{N} \cdot \dfrac{180\ \text{mm}}{2}$

$$M_2 = 18\,000\ \text{Nmm} = 18\ \text{Nm}$$

7.

a) $d_1 = z_1 m_{1/2} = 15 \cdot 4\ \text{mm} = 60\ \text{mm}$

$d_2 = z_2 m_{1/2} = 30 \cdot 4\ \text{mm} = 120\ \text{mm}$

$d_{2'} = z_{2'} m_{2'/3} = 15 \cdot 6\ \text{mm} = 90\ \text{mm}$

$d_3 = z_3 m_{2'/3} = 25 \cdot 6\ \text{mm} = 150\ \text{mm}$

b) $M_1 = F_{u1/2} \dfrac{d_1}{2}$

$$F_{u1/2} = \frac{2M_1}{d_1} = \frac{2 \cdot 120 \cdot 10^3\ \text{Nmm}}{60\ \text{mm}} = 4000\ \text{N}$$

c) $M_2 = F_{u1/2} \dfrac{d_2}{2} = 4000\ \text{N} \cdot \dfrac{120\ \text{mm}}{2}$

$$M_2 = 2{,}4 \cdot 10^5\ \text{Nmm} = 240\ \text{Nm}$$

d) $F_{u2'/3} = \dfrac{2M_2}{d_{2'}} = \dfrac{2 \cdot 240 \cdot 10^3\ \text{Nmm}}{90\ \text{mm}} = 5333\ \text{N}$

e) $M_3 = F_{u2'/3} \dfrac{d_3}{2} = 5333\ \text{N} \cdot \dfrac{150\ \text{mm}}{2}$

$$M_3 = 4 \cdot 10^5\ \text{Nmm} = 400\ \text{Nm}$$

8.

a) $M_1 = F l_1 = 220\ \text{N} \cdot 0{,}21\ \text{m} = 46{,}2\ \text{Nm}$

b) Das Kettendrehmoment ist gleich dem Tretkurbeldrehmoment:

$$M_k = M_1$$

$$F_k \frac{d_1}{2} = M_1$$

$$F_k = \frac{2M_1}{d_1} = \frac{2 \cdot 46{,}2\ \text{Nm}}{0{,}182\ \text{m}} = 507{,}7\ \text{N}$$

c) $M_2 = F_k \dfrac{d_2}{2} = 507{,}7\ \text{N} \cdot \dfrac{0{,}065\ \text{m}}{2} = 16{,}5\ \text{Nm}$

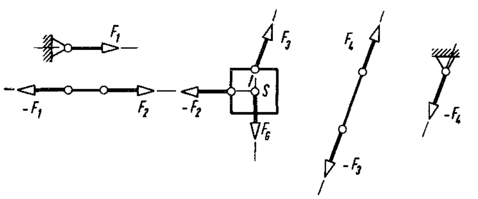
d) Das Kraftmoment aus Vortriebskraft F_v und Hinterradradius l_2 ist gleich dem Drehmoment M_2 am Hinterrad.

$$F_v l_2 = M_2$$

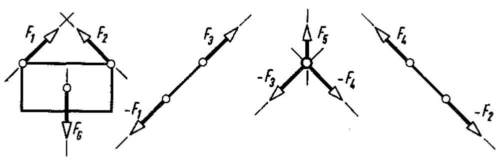
$$F_v = \frac{M_2}{l_2} = \frac{16{,}5\ \text{Nm}}{0{,}345\ \text{m}} = 47{,}83\ \text{N}$$

Das Freimachen der Bauteile

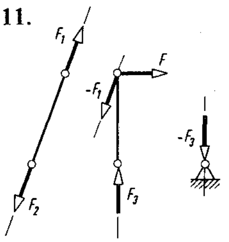
9.



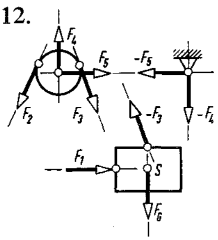
10.



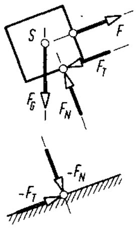
11.



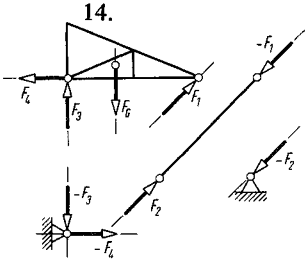
12.



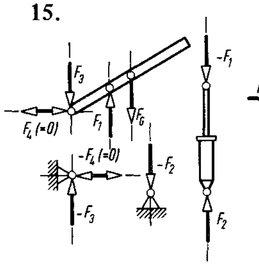
13.



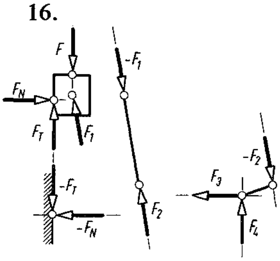
14.



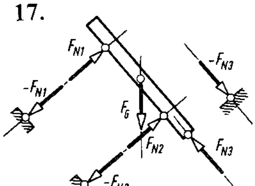
15.



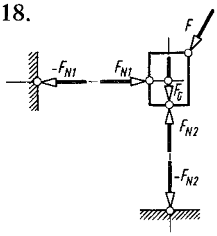
16.



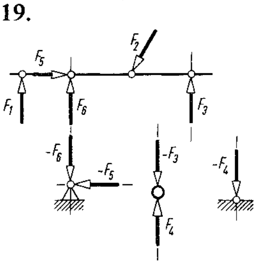
17.



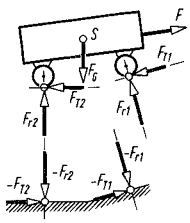
18.



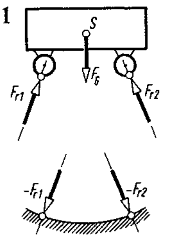
19.



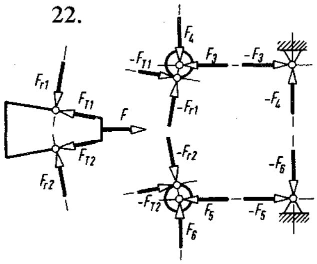
20.



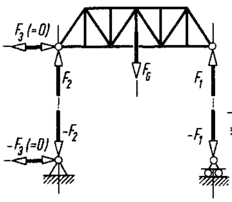
21



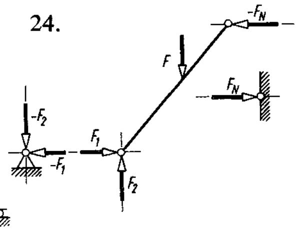
22.



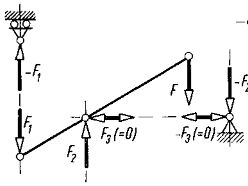
23.



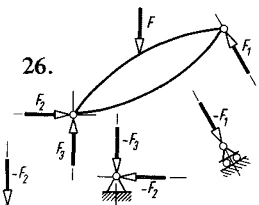
24.



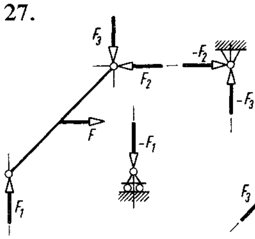
25.



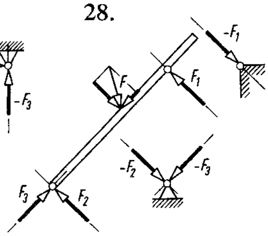
26.



27.



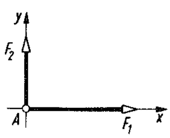
28.



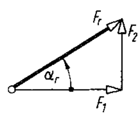
Rechnerische und zeichnerische Ermittlung der Resultierenden im zentralen Kräftesystem (1. und 2. Grundaufgabe)

29.

a) Lageskizze



Krafteckskizze



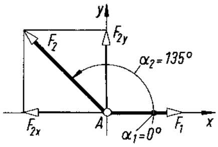
$$F_r = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{(120\,\text{N})^2 + (90\,\text{N})^2} = 150\,\text{N}$$

b) $\alpha_r = \arctan \dfrac{F_2}{F_1} = \arctan \dfrac{90\,\text{N}}{120\,\text{N}} = 36{,}87°$

30.

Rechnerische Lösung:

a) Lageskizze



n	F_n	α_n	$F_{nx} = F_n \cos\alpha_n$	$F_{ny} = F_n \sin\alpha_n$
1	70 N	0°	+ 70,00 N	0 N
2	105 N	135°	− 74,25 N	+ 74,25 N
			− 4,25 N	+ 74,25 N

$F_{rx} = \Sigma F_{nx} = -4{,}25\,\text{N}; \quad F_{ry} = \Sigma F_{ny} = 74{,}25\,\text{N}$

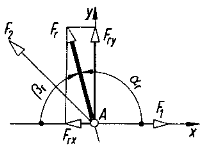
$F_r = \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2} = \sqrt{(-4{,}25\,\text{N})^2 + (74{,}25\,\text{N})^2}$

$F_r = 74{,}37\,\text{N}$

b) $\beta_r = \arctan \dfrac{|F_{ry}|}{|F_{rx}|} = \arctan \dfrac{74{,}25\,\text{N}}{4{,}25\,\text{N}} = 86{,}72°$

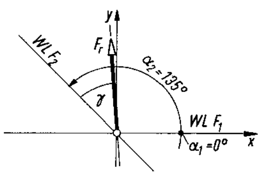
F_r wirkt im II. Quadranten:

$\alpha_r = 180° - \beta_r = 93{,}28°$

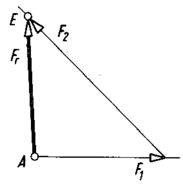


Zeichnerische Lösung:

Lageplan



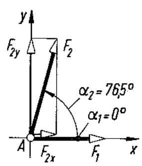
Kräfteplan ($M_K = 40\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$)



31.

Rechnerische Lösung:

a) Lageskizze



n	F_n	α_n	$F_{nx} = F_n \cos\alpha_n$	$F_{ny} = F_n \sin\alpha_n$
1	15 N	0°	+ 15 N	0 N
2	25 N	76,5°	+ 5,836 N	+ 24,31 N
			+ 20,836 N	+ 24,31 N

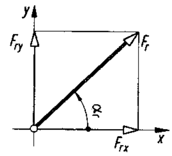
$F_{rx} = \Sigma F_{nx} = 20{,}84\,\text{N}; \quad F_{ry} = \Sigma F_{ny} = 24{,}31\,\text{N}$

$F_r = \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2} = \sqrt{(20{,}84\,\text{N})^2 + (24{,}31\,\text{N})^2} = 32{,}02\,\text{N}$

b) $\beta_r = \arctan \dfrac{|F_{ry}|}{|F_{rx}|} = \arctan \dfrac{24{,}31\,\text{N}}{20{,}84\,\text{N}} = 49{,}4°$

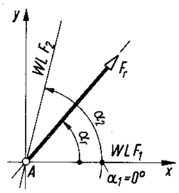
F_r wirkt im I. Quadranten:

$\alpha_r = \beta_r = 49{,}4°$

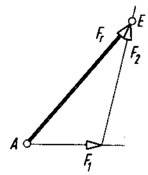


Zeichnerische Lösung:

Lageplan



Kräfteplan ($M_K = 15\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$)

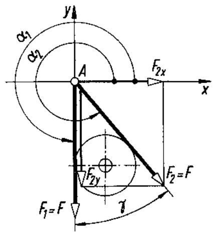


32.

Rechnerische Lösung:

Die Kräfte werden auf ihren Wirklinien bis in den Schnittpunkt verschoben (LB, S. 9) und dann reduziert.

a) Lageskizze



n	F_n	α_n	$F_{nx} = F_n \cos\alpha_n$	$F_{ny} = F_n \sin\alpha_n$
1	50 kN	270°	0 kN	− 50,00 kN
2	50 kN	310°	+ 32,14 kN	− 38,30 kN
			+ 32,14 kN	− 88,3 kN

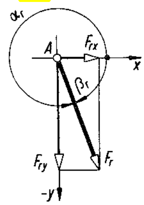
$F_{rx} = \Sigma F_{nx} = 32{,}14\,\text{kN}; \quad F_{ry} = \Sigma F_{ny} = -88{,}3\,\text{kN}$

$F_r = \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2} = \sqrt{(32{,}14\,\text{kN})^2 + (-88{,}3\,\text{kN})^2} = 93{,}97\,\text{kN}$

b) $\beta_r = \arctan \dfrac{|F_{ry}|}{|F_{rx}|} = \arctan \dfrac{88{,}3\,\text{kN}}{32{,}14\,\text{kN}} = 70°$

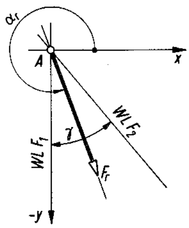
F_r wirkt im IV. Quadranten:

$\alpha_r = 360° - 70° = 290°$

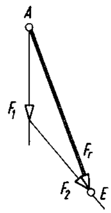


Zeichnerische Lösung:

Lageplan



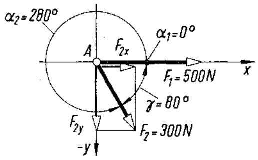
Kräfteplan ($M_K = 40\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$)



33.

Rechnerische Lösung:

a) Lageskizze

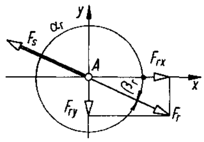


n		α_n	$F_{nx} = F_n \cos\alpha_n$	$F_{ny} = F_n \sin\alpha_n$
1	500 N	0°	+ 500 N	0 N
2	300 N	280°	+ 52,09 N	− 295,4 N
			+ 552,09 N	− 295,4 N

$F_{rx} = \Sigma F_{nx} = 552{,}1\,\text{N}; \quad F_{ry} = \Sigma F_{ny} = -295{,}4\,\text{N}$

$F_r = \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2} = \sqrt{(552{,}1\,\text{N})^2 + (-295{,}4\,\text{N})^2} = 626{,}2\,\text{N}$

$F_r = 626{,}2\,\text{N}$



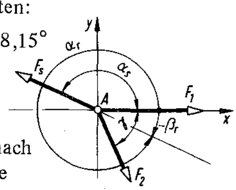
b) $\beta_r = \arctan \dfrac{|F_{ry}|}{|F_{rx}|} = \arctan \dfrac{295{,}4\,\text{N}}{552{,}1\,\text{N}} = 28{,}15°$

F_r wirkt im IV. Quadranten:

$\alpha_r = 360° - \beta_r = 360° - 28{,}15°$

$\alpha_r = 331{,}85°$

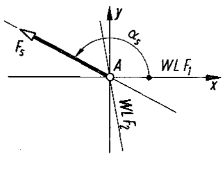
$\alpha_s = 180° - \beta_r = 151{,}85°$



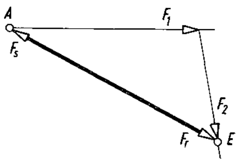
Die Resultierende F_r ist nach rechts unten gerichtet, die Spannkraft F_s nach links oben.

Zeichnerische Lösung:

Lageplan



Kräfteplan ($M_K = 200\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$)



34.

Rechnerische Lösung:

a)

n	F_n	α_n	$F_{nx} = F_n \cos\alpha_n$	$F_{ny} = F_n \sin\alpha_n$
1	400 N	40°	+ 306,4 N	+ 257,1 N
2	350 N	0°	+ 350,0 N	0 N
3	300 N	330°	+ 259,8 N	− 150,0 N
4	500 N	320°	+ 383,0 N	− 321,4 N
			+ 1299,2 N	− 214,3 N

$F_{rx} = \Sigma F_{nx} = +\,1299{,}2\,\text{N}; \quad F_{ry} = \Sigma F_{ny} = -214{,}3\,\text{N}$

$F_r = \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2} = \sqrt{(1299{,}2\,\text{N})^2 + (-214{,}3\,\text{N})^2} = 1317\,\text{N}$

b) $\beta_r = \arctan \dfrac{|F_{ry}|}{|F_{rx}|} = \arctan \dfrac{214{,}3\,\text{N}}{1299{,}2\,\text{N}} = 9{,}37°$

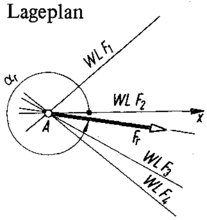
F_r wirkt im IV. Quadranten:

$\alpha_r = 360° - \beta_r = 360° - 9{,}37°$

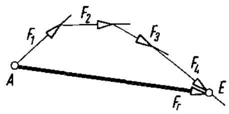
$\alpha_r = 350{,}63°$

Zeichnerische Lösung:

Lageplan



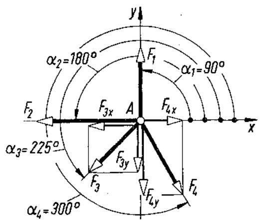
Kräfteplan ($M_K = 500\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$)



35.

Rechnerische Lösung:

a) Lageskizze

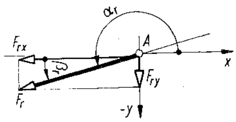


n	F_n	α_n	$F_{nx} = F_n \cos\alpha_n$	$F_{ny} = F_n \sin\alpha_n$
1	1,2 kN	90°	0 kN	+ 1,2000 kN
2	1,5 kN	180°	− 1,5000 kN	0 kN
3	1,0 kN	225°	− 0,7071 kN	− 0,7071 kN
4	0,8 kN	300°	+ 0,4000 kN	− 0,6928 kN
			− 1,8071 kN	− 0,1999 kN

$F_{rx} = \Sigma F_{nx} = -\,1{,}807\,\text{kN}; \quad F_{ry} = \Sigma F_{ny} = -\,0{,}1999\,\text{kN}$

$F_r = \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2} = \sqrt{(-1{,}807\,\text{kN})^2 + (-0{,}1999\,\text{kN})^2}$

$F_r = 1{,}818\,\text{kN}$



b) $\beta_r = \arctan \dfrac{|F_{ry}|}{|F_{rx}|} = \arctan \dfrac{0{,}1999\,\text{kN}}{1{,}8071\,\text{kN}} = 6{,}31°$

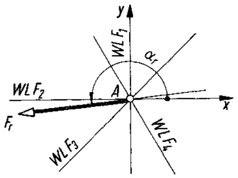
F_r wirkt im III. Quadranten:

$\alpha_r = 180° + \beta_r = 180° + 6{,}31°$

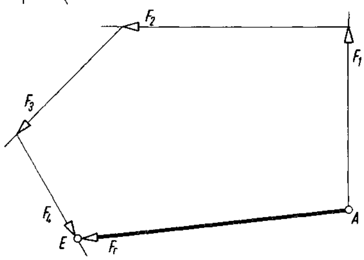
$\alpha_r = 186{,}31°$

Zeichnerische Lösung:

Lageplan



Kräfteplan ($M_K = 0{,}5 \frac{kN}{cm}$)



36.

Rechnerische Lösung:

a)

n	F_n	α_n	$F_{nx} = F_n \cos\alpha_n$	$F_{ny} = F_n \sin\alpha_n$
1	400 N	120°	− 200 N	+ 346,4 N
2	500 N	45°	+ 353,6 N	+ 353,6 N
3	350 N	0°	+ 350 N	0 N
4	450 N	270°	0 N	− 450 N
			+ 503,6 N	+ 250 N

$F_{rx} = \Sigma F_{nx} = 503{,}6\,\text{N}; \quad F_{ry} = \Sigma F_{ny} = 250\,\text{N}$

$F_r = \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2} = \sqrt{(503{,}6\,\text{N})^2 + (250\,\text{N})^2} = 562{,}2\,\text{N}$

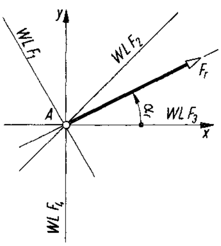
b) $\beta_r = \arctan \dfrac{|F_{ry}|}{|F_{rx}|} = \arctan \dfrac{250\,\text{N}}{503{,}6\,\text{N}} = 26{,}4°$

F_r wirkt im I. Quadranten:

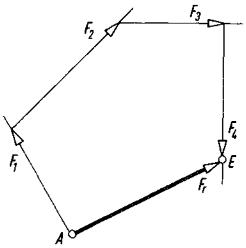
$\alpha_r = \beta_r = 26{,}4°$

Zeichnerische Lösung:

Lageplan



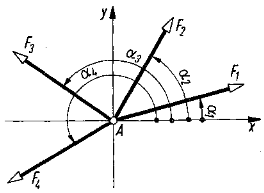
Kräfteplan ($M_K = 250 \frac{N}{cm}$)



37.

Rechnerische Lösung:

a) Lageskizze



n	F_n	α_n	$F_{nx} = F_n \cos\alpha_n$	$F_{ny} = F_n \sin\alpha_n$
1	22 N	15°	+ 21,25 N	+ 5,69 N
2	15 N	60°	+ 7,5 N	+ 12,99 N
3	30 N	145°	− 24,57 N	+ 17,21 N
4	25 N	210°	− 21,65 N	− 12,5 N
			− 17,47 N	+ 23,39 N

$F_{rx} = \Sigma F_{nx} = -17{,}47\,\text{N}; \quad F_{ry} = \Sigma F_{ny} = +23{,}39\,\text{N}$

$F_r = \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2} = \sqrt{(-17{,}47\,\text{N})^2 + (23{,}39\,\text{N})^2} = 29{,}2\,\text{N}$

b) $\beta_r = \arctan \dfrac{|F_{ry}|}{|F_{rx}|} = \arctan \dfrac{23{,}39\,\text{N}}{17{,}47\,\text{N}} = 53{,}24°$

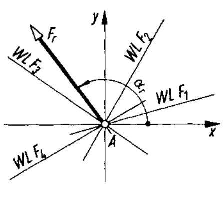
F_r wirkt im II. Quadranten:

$\alpha_r = 180° - \beta_r = 180° - 53{,}24°$

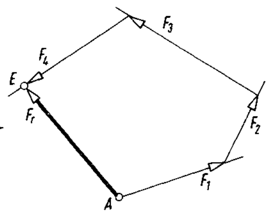
$\alpha_r = 126{,}76°$

Zeichnerische Lösung:

Lageplan



Kräfteplan ($M_K = 15 \frac{N}{cm}$)



38.

Rechnerische Lösung:

a) Lageskizze wie in Lösung 37a.

n	F_n	α_n	$F_{nx} = F_n \cos\alpha_n$	$F_{ny} = F_n \sin\alpha_n$
1	120 N	80°	+ 20,84 N	+ 118,18 N
2	200 N	123°	− 108,93 N	+ 167,73 N
3	220 N	165°	− 212,50 N	+ 56,94 N
4	90 N	290°	+ 30,78 N	− 84,57 N
5	150 N	317°	+ 109,70 N	− 102,30 N
			− 160,11 N	+ 155,98 N

$F_{rx} = \Sigma F_{nx} = -160{,}1\,\text{N}; \quad F_{ry} = \Sigma F_{ny} = +156\,\text{N}$

$F_r = \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2} = \sqrt{(-160{,}1\,\text{N})^2 + (156\,\text{N})^2}$

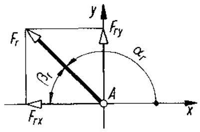
$F_r = 223{,}5\,\text{N}$

b) $\beta_r = \arctan \dfrac{|F_{ry}|}{|F_{rx}|} = \arctan \dfrac{156\,\text{N}}{160{,}1\,\text{N}} = 44{,}26°$

F_r wirkt im II. Quadranten:

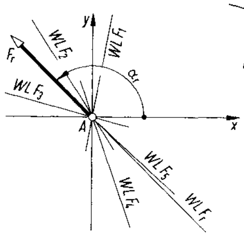
$\alpha_r = 180° - \beta_r = 180° - 44{,}26°$

$\alpha_r = 135{,}74°$

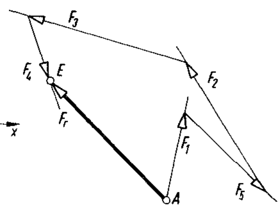


Zeichnerische Lösung:

Lageplan



Kräfteplan ($M_K = 100\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$)



39.

Rechnerische Lösung:

a) Lageskizze wie in Lösung 37a.

n	F_n	α_n	$F_{nx} = F_n \cos\alpha_n$	$F_{ny} = F_n \sin\alpha_n$
1	75 N	27°	+ 66,83 N	+ 34,05 N
2	125 N	72°	+ 38,63 N	+ 118,88 N
3	95 N	127°	− 57,17 N	+ 75,87 N
4	150 N	214°	− 124,36 N	− 83,88 N
5	170 N	270°	0 N	− 170,0 N
6	115 N	331°	+ 100,58 N	− 55,75 N
			+ 24,51 N	− 80,83 N

$F_{rx} = \Sigma F_{nx} = +24{,}51\,\text{N}; \quad F_{ry} = \Sigma F_{ny} = -80{,}83\,\text{N}$

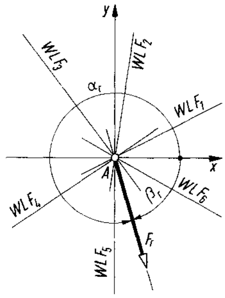
$F_r = \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2} = \sqrt{(24{,}51\,\text{N})^2 + (-80{,}83\,\text{N})^2} = 84{,}46\,\text{N}$

b) $\beta_r = \arctan \dfrac{|F_{ry}|}{|F_{rx}|} = \arctan \dfrac{80{,}83\,\text{N}}{24{,}51\,\text{N}} = 73{,}13°$

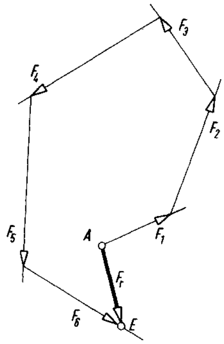
$\alpha_r = 360° - \beta_r = 360° - 73{,}13° = 286{,}87°$

Zeichnerische Lösung:

Lageplan



Kräfteplan ($M_K = 75\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$)

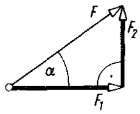


Rechnerische und zeichnerische Zerlegung von Kräften im zentralen Kräftesystem (1. und 2. Grundaufgabe)

40.

Eine Einzelkraft wird oft am einfachsten trigonometrisch in zwei Komponenten zerlegt.

Krafteckskizze



$F_1 = F \cos\alpha = 25\,\text{N} \cdot \cos 35° = 20{,}48\,\text{N}$

$F_2 = F \sin\alpha = 25\,\text{N} \cdot \sin 35° = 14{,}34\,\text{N}$

41.

$\tan\alpha_2 = \dfrac{F_1}{F}$

$F_1 = F \tan\alpha_2 = 3600\,\text{N} \cdot \tan 45°$

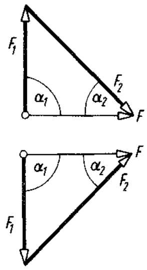
$F_1 = 3600\,\text{N}$

$\cos\alpha_2 = \dfrac{F}{F_2}$

$F_2 = \dfrac{F}{\cos\alpha_2} = \dfrac{3600\,\text{N}}{\cos 45°}$

$F_2 = 5091\,\text{N}$

Krafteckskizzen



42.

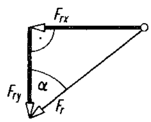
a) $F_{ry} = F_r \cos\alpha = 68\,\text{kN} \cdot \cos 52°$

$F_{ry} = 41{,}86\,\text{kN}$

b) $F_{rx} = F_r \sin\alpha = 68\,\text{kN} \cdot \sin 52°$

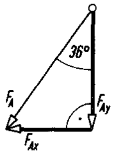
$F_{rx} = 53{,}58\,\text{kN}$

Krafteckskizze



43.

Krafteckskizze



$F_{Ax} = F_A \sin 36° = 26\,\text{kN} \cdot \sin 36°$

$F_{Ax} = 15{,}28\,\text{kN}$

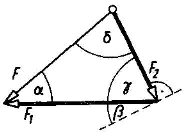
$F_{Ay} = F_A \cos 36° = 26\,\text{kN} \cdot \cos 36°$

$F_{Ay} = 21{,}03\,\text{kN}$

44.

Trigonometrische Lösung:

Krafteckskizze



$\alpha = 40°$ gegeben

$\gamma = 90° - \beta = 65°$

$\delta = 180° - (\alpha + \gamma) = 180° - 105°$

$\delta = 75°$

Lösung mit dem Sinussatz:

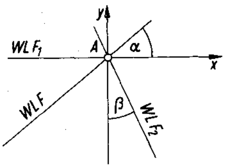
$$\frac{F}{\sin\gamma} = \frac{F_1}{\sin\delta} = \frac{F_2}{\sin\alpha}$$

$$F_1 = F\frac{\sin\delta}{\sin\gamma} = 5{,}5\,\text{kN} \cdot \frac{\sin 75°}{\sin 65°} = 5{,}862\,\text{kN}$$

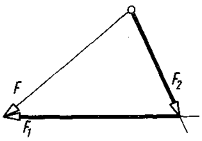
$$F_2 = F\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = 5{,}5\,\text{kN} \cdot \frac{\sin 40°}{\sin 65°} = 3{,}901\,\text{kN}$$

Zeichnerische Lösung:

Lageplan



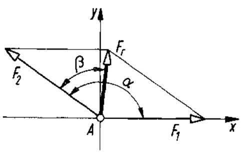
Kräfteplan ($M_K = 2{,}5\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)



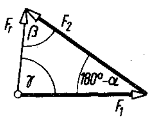
45.

Trigonometrische Lösung:

Lageskizze



Krafteckskizze



$180° - \alpha = 35°$

$\beta = 60°$

$\gamma = 180° - (35° + 60°)$

$\gamma = 85°$

Sinussatz:

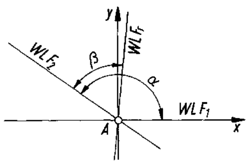
$$\frac{F_r}{\sin(180° - \alpha)} = \frac{F_1}{\sin\beta} = \frac{F_2}{\sin\gamma}$$

$$F_1 = F_r\frac{\sin\beta}{\sin(180° - \alpha)} = 75\,\text{N} \cdot \frac{\sin 60°}{\sin 35°} = 113{,}2\,\text{N}$$

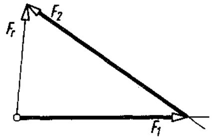
$$F_2 = F_r\frac{\sin\gamma}{\sin(180° - \alpha)} = 75\,\text{N} \cdot \frac{\sin 85°}{\sin 35°} = 130{,}3\,\text{N}$$

Zeichnerische Lösung:

Lageplan

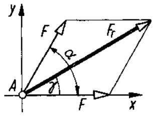


Kräfteplan ($M_K = 50\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$)

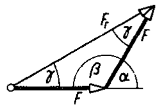


46.

Lageskizze



Krafteckskizze



$\beta = 180° - \alpha = 110°$

$\gamma = \frac{\alpha}{2} = 35°$

Sinussatz:

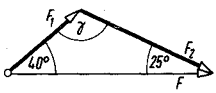
$$\frac{F_r}{\sin\beta} = \frac{F}{\sin\gamma}$$

$$F = F_r\frac{\sin\gamma}{\sin\beta} = 73\,\text{kN} \cdot \frac{\sin 35°}{\sin 110°} = 44{,}56\,\text{kN}$$

47.

Trigonometrische Lösung:

Krafteckskizze



$\gamma = 180° - (40° + 25°) = 115°$

Sinussatz:

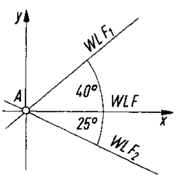
$$\frac{F}{\sin\gamma} = \frac{F_1}{\sin 25°} = \frac{F_2}{\sin 40°}$$

$$F_1 = F\frac{\sin 25°}{\sin\gamma} = 1{,}1\,\text{kN} \cdot \frac{\sin 25°}{\sin 115°} = 512{,}9\,\text{N}$$

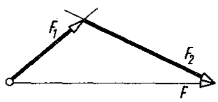
$$F_2 = F\frac{\sin 40°}{\sin\gamma} = 1{,}1\,\text{kN} \cdot \frac{\sin 40°}{\sin 115°} = 780{,}2\,\text{N}$$

Zeichnerische Lösung:

Lageplan



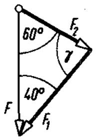
Kräfteplan ($M_K = 0{,}4\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)



48.

Trigonometrische Lösung:

Krafteckskizze



$\gamma = 180° - (60° + 40°) = 80°$

Sinussatz:

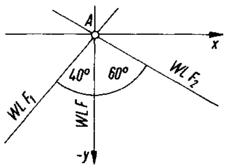
$$\frac{F}{\sin\gamma} = \frac{F_1}{\sin 60°} = \frac{F_2}{\sin 40°}$$

$$F_1 = F\frac{\sin 60°}{\sin 80°} = 30\,\text{kN}\cdot\frac{\sin 60°}{\sin 80°} = 26{,}38\,\text{kN}$$

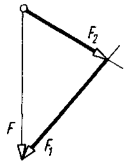
$$F_2 = F\frac{\sin 40°}{\sin 80°} = 30\,\text{kN}\cdot\frac{\sin 40°}{\sin 80°} = 19{,}58\,\text{kN}$$

Zeichnerische Lösung:

Lageplan



Kräfteplan ($M_K = 15\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)

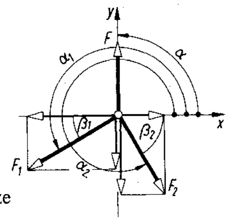


Rechnerische und zeichnerische Ermittlung unbekannter Kräfte im zentralen Kräftesystem (3. und 4. Grundaufgabe)

49.

Analytische Lösung:

$\alpha_1 = 210°$
$\alpha_2 = 300°$
$\alpha = 90°$



Lageskizze

$$\text{I.}\quad \Sigma F_x = 0 = F_1\cos\alpha_1 + F_2\cos\alpha_2 + F\cos\alpha$$

$$\text{II.}\quad \Sigma F_y = 0 = F_1\sin\alpha_1 + F_2\sin\alpha_2 + F\sin\alpha$$

$$\text{I.} = \text{II.}\quad F_2 = \frac{-F_1\cos\alpha_1 - F\cos\alpha}{\cos\alpha_2} = \frac{-F_1\sin\alpha_1 - F\sin\alpha}{\sin\alpha_2}$$

$$-F_1\cos\alpha_1\sin\alpha_2 - F\cos\alpha\sin\alpha_2 = -F_1\sin\alpha_1\cos\alpha_2 - F\sin\alpha\cos\alpha_2$$

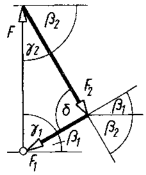
$$F_1\underbrace{(\sin\alpha_1\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1\sin\alpha_2)}_{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)} = \underbrace{F(\cos\alpha\sin\alpha_2 - \sin\alpha\cos\alpha_2)}_{\sin(\alpha_2 - \alpha)}$$

$$F_1 = F\frac{\sin(\alpha_2 - \alpha)}{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)} = 17\,\text{kN}\,\frac{\sin(300° - 90°)}{\sin(210° - 300°)} = 8{,}5\,\text{kN}$$

$$\text{I.}\quad F_2 = \frac{-F_1\cos\alpha_1 - F\cos\alpha}{\cos\alpha_2} = \frac{-8{,}5\,\text{kN}\cdot\cos 210° - 17\,\text{kN}\cdot\cos 90°}{\cos 300°} = 14{,}72\,\text{kN}$$

Trigonometrische Lösung:

Krafteckskizze

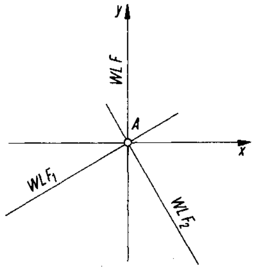


$\delta = \beta_1 + \beta_2 = 90°$
$\gamma_1 = 90° - \beta_1 = 60°$
$\gamma_2 = 90° - \beta_2 = 30°$
d.h. rechtwinkliges Dreieck.

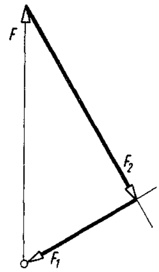
$F_1 = F\cos\gamma_1 = 17\,\text{kN}\cdot\cos 60° = 8{,}5\,\text{kN}$
$F_2 = F\cos\gamma_2 = 17\,\text{kN}\cdot\cos 30° = 14{,}72\,\text{kN}$

Zeichnerische Lösung

Lageplan



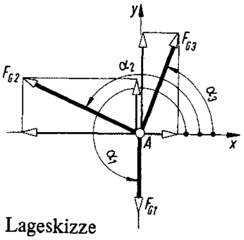
Kräfteplan ($M_K = 5\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$)



50.

Analytische Lösung:

a) $\alpha_1 = 270°$
$\alpha_2 = 155°$
$\alpha_3 = 80°$



Lageskizze

$$\text{I.}\quad \Sigma F_x = 0 = F_{G1}\cos\alpha_1 + F_{G2}\cos\alpha_2 + F_{G3}\cos\alpha_3$$
$$\text{II.}\quad \Sigma F_y = 0 = F_{G1}\sin\alpha_1 + F_{G2}\sin\alpha_2 + F_{G3}\sin\alpha_3$$
$$\text{I.} = \text{II.}\quad F_{G3} = \frac{-F_{G1}\cos\alpha_1 - F_{G2}\cos\alpha_2}{\cos\alpha_3} = \frac{-F_{G1}\sin\alpha_1 - F_{G2}\sin\alpha_2}{\sin\alpha_3}$$
$$-F_{G1}\cos\alpha_1\sin\alpha_3 - F_{G2}\cos\alpha_2\sin\alpha_3 = -F_{G1}\sin\alpha_1\cos\alpha_3 - F_{G2}\sin\alpha_2\cos\alpha_3$$
$$F_{G2}\underbrace{(\sin\alpha_2\cos\alpha_3 - \cos\alpha_2\sin\alpha_3)}_{\sin(\alpha_2-\alpha_3)} = F_{G1}\underbrace{(\cos\alpha_1\sin\alpha_3 - \sin\alpha_1\cos\alpha_3)}_{\sin(\alpha_3-\alpha_1)}$$
$$F_{G2} = F_{G1}\,\frac{\sin(\alpha_3-\alpha_1)}{\sin(\alpha_2-\alpha_3)}$$

In gleicher Weise ergibt sich für $F_{G3} = F_{G1}\,\dfrac{\sin(\alpha_2-\alpha_1)}{\sin(\alpha_3-\alpha_2)}$

b) $F_{G2} = 30\text{ N}\cdot\dfrac{\sin(80° - 270°)}{\sin(155° - 80°)} = 5{,}393\text{ N}$

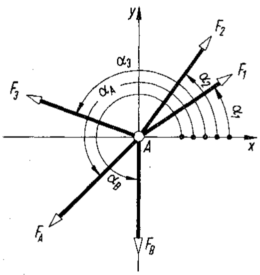
$F_{G3} = 30\text{ N}\cdot\dfrac{\sin(155° - 270°)}{\sin(80° - 155°)} = 28{,}15\text{ N}$

Kontrolle mit der trigonometrischen und der zeichnerischen Lösung.

51.

Rechnerische Lösung:

a) Lageskizze



$\alpha_1 = 35°$
$\alpha_2 = 55°$
$\alpha_3 = 160°$
$\alpha_A = 225°$
$\alpha_B = 270°$

$$\text{I.}\quad \Sigma F_x = 0 = F_1\cos\alpha_1 + F_2\cos\alpha_2 + F_3\cos\alpha_3 + F_A\cos\alpha_A + F_B\cos\alpha_B$$
$$\text{II.}\quad \Sigma F_y = 0 = F_1\sin\alpha_1 + F_2\sin\alpha_2 + F_3\sin\alpha_3 + F_A\sin\alpha_A + F_B\sin\alpha_B$$
$$\text{I.}\ F_B = \frac{-F_1\cos\alpha_1 - F_2\cos\alpha_2 - F_3\cos\alpha_3 - F_A\cos\alpha_A}{\cos\alpha_B}$$
$$\text{II.}\ F_B = \frac{-F_1\sin\alpha_1 - F_2\sin\alpha_2 - F_3\sin\alpha_3 - F_A\sin\alpha_A}{\sin\alpha_B}$$
$$\text{I.} = \text{II.}\ -F_1\cos\alpha_1\sin\alpha_B - F_2\cos\alpha_2\sin\alpha_B - F_3\cos\alpha_3\sin\alpha_B - F_A\cos\alpha_A\sin\alpha_B$$
$$= -F_1\sin\alpha_1\cos\alpha_B - F_2\sin\alpha_2\cos\alpha_B - F_3\sin\alpha_3\cos\alpha_B - F_A\sin\alpha_A\cos\alpha_B$$
$$F_A\underbrace{(\sin\alpha_A\cos\alpha_B - \cos\alpha_A\sin\alpha_B)}_{\sin(\alpha_A-\alpha_B)} = F_1\underbrace{(\cos\alpha_1\sin\alpha_B - \sin\alpha_1\cos\alpha_B)}_{\sin(\alpha_B-\alpha_1)}$$
$$+ F_2\underbrace{(\cos\alpha_2\sin\alpha_B - \sin\alpha_2\cos\alpha_B)}_{\sin(\alpha_B-\alpha_2)} + F_3\underbrace{(\cos\alpha_3\sin\alpha_B - \sin\alpha_3\cos\alpha_B)}_{\sin(\alpha_B-\alpha_3)}$$
$$F_A = \frac{F_1\sin(\alpha_B-\alpha_1) + F_2\sin(\alpha_B-\alpha_2) + F_3\sin(\alpha_B-\alpha_3)}{\sin(\alpha_A-\alpha_B)}$$

$F_A = 184{,}48\text{ N}$

$$\text{I.}\ F_B = \frac{-F_1\cos\alpha_1 - F_2\cos\alpha_2 - F_3\cos\alpha_3 - F_A\cos\alpha_A}{\cos\alpha_B}$$

Der ETR zeigt als Ergebnis „0“ und „Fehler“ an (Blinken).
Das liegt daran, daß $\cos\alpha_B = 0$ und die Division durch Null unzulässig ist.
Die Kraft F_B kann darum nur aus Gleichung II. berechnet werden:

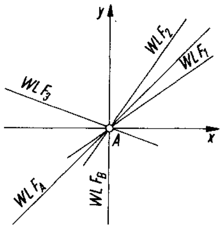
$$\text{II.}\ F_B = \frac{-F_1\sin\alpha_1 - F_2\sin\alpha_2 - F_3\sin\alpha_3 - F_A\sin\alpha_A}{\sin\alpha_B}$$

$F_B = 286{,}05\text{ N}$

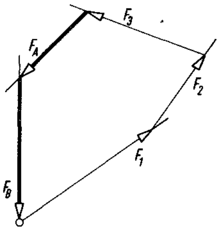
b) Der angenommene Richtungssinn war richtig, weil sich für F_A und F_B positive Beträge ergeben haben.
F_A wirkt nach links unten, F_B wirkt nach unten.

Zeichnerische Lösung:

Lageplan

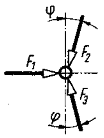


Kräfteplan ($M_K = 150\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$)

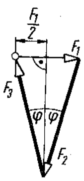


52.

Lageskizze 1
(freigemachter Gelenkbolzen)



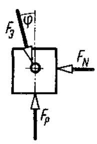
Krafteckskizze 1



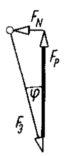
Wegen der Symmetrie sind die Kräfte F_2 und F_3 in beiden Schwingen gleich groß:

$$F_2 = F_3 = \frac{F_1}{2\sin\varphi}$$

Lageskizze 2
(freigemachter Pressenstößel)



Krafteckskizze 2



$$F_p = F_3 \cos\varphi = \frac{F_1}{2\sin\varphi}\cos\varphi = \frac{F_1}{2\tan\varphi}$$

$$F_{p5°} = \frac{F_1}{2\tan 5°} = 5{,}715\,F_1$$

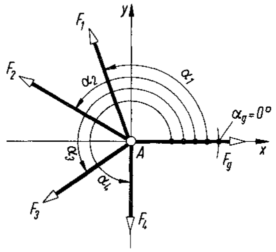
$$F_{p1°} = \frac{F_1}{2\tan 1°} = 28{,}64\,F_1$$

(Kontrolle mit der analytischen Lösung)

53.

Rechnerische Lösung:

Lageskizze



$\alpha_1 = 110°$
$\alpha_2 = 150°$
$\alpha_3 = 215°$
$\alpha_4 = 270°$
$\alpha_g = 0°$

a) I. $\Sigma F_x = 0 = F_1\cos\alpha_1 + F_2\cos\alpha_2 + F_3\cos\alpha_3 + F_4\cos\alpha_4 + F_g\cos\alpha_g$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_1\sin\alpha_1 + F_2\sin\alpha_2 + F_3\sin\alpha_3 + F_4\sin\alpha_4 + F_g\sin\alpha_g$

I. $$-F_g = \frac{F_1\cos\alpha_1 + F_2\cos\alpha_2 + F_3\cos\alpha_3 + F_4\cos\alpha_4}{\cos\alpha_g}$$

II. $$-F_g = \frac{F_1\sin\alpha_1 + F_2\sin\alpha_2 + F_3\sin\alpha_3 + F_4\sin\alpha_4}{\sin\alpha_g}$$

I. = II. $F_1\cos\alpha_1\sin\alpha_g + F_2\cos\alpha_2\sin\alpha_g + F_3\cos\alpha_3\sin\alpha_g + F_4\cos\alpha_4\sin\alpha_g$
$= F_1\sin\alpha_1\cos\alpha_g + F_2\sin\alpha_2\cos\alpha_g + F_3\sin\alpha_3\cos\alpha_g + F_4\sin\alpha_4\cos\alpha_g$

$F_4(\cos\alpha_4\sin\alpha_g - \sin\alpha_4\cos\alpha_g)$
$= F_1(\sin\alpha_1\cos\alpha_g - \cos\alpha_1\sin\alpha_g) + F_2(\sin\alpha_2\cos\alpha_g - \cos\alpha_2\sin\alpha_g)$
$+ F_3(\sin\alpha_3\cos\alpha_g - \cos\alpha_3\sin\alpha_g)$

Mit den entsprechenden Additionstheoremen wird vereinfacht:

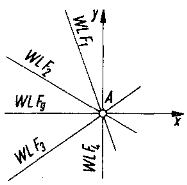
$F_4\sin(\alpha_g - \alpha_4) = F_1\sin(\alpha_1 - \cos\alpha_g) + F_2\sin(\alpha_2 - \alpha_g) + F_3\sin(\alpha_3 - \alpha_g)$

$$F_4 = \frac{F_1\sin(\alpha_1 - \alpha_g) + F_2\sin(\alpha_2 - \alpha_g) + F_3\sin(\alpha_3 - \alpha_g)}{\sin(\alpha_g - \alpha_4)} = 2{,}676\ \text{N}$$

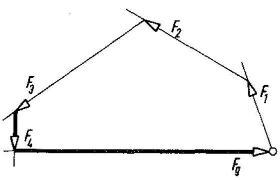
b) I. $$F_g = -\frac{F_1\cos\alpha_1 + F_2\cos\alpha_2 + F_3\cos\alpha_3 + F_4\cos\alpha_4}{\cos\alpha_g} = 17{,}24\ \text{N}$$

Zeichnerische Lösung:

Lageplan



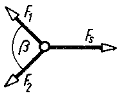
Kräfteplan ($M_K = 5\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$)



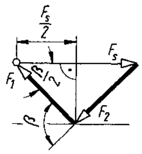
54.

Weil nur drei Kräfte wirken, ist die trigonometrische Lösung am einfachsten.

Lageskizze (freigemachter Gelenkbolzen)



Krafteckskizze



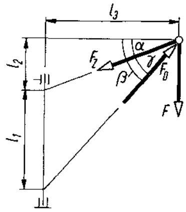
$$F_1 = \frac{\frac{F_s}{2}}{\sin\frac{\beta}{2}} = \frac{F_s}{2\sin\frac{\beta}{2}} = \frac{120\,\text{kN}}{2\sin 45^\circ} = 84{,}85\,\text{kN} = F_2$$

(Kontrolle mit der analytischen und der zeichnerischen Lösung)

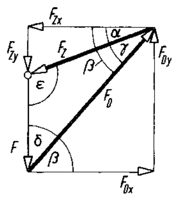
55.

Trigonometrische Lösung:

a) Lageskizze (freigemachte Auslegerspitze)



Krafteckskizze



Berechnung der Winkel:

$$\alpha = \arctan\frac{l_2}{l_3} = \arctan\frac{1{,}5\,\text{m}}{4\,\text{m}} = 20{,}56^\circ$$

$$\beta = \arctan\frac{l_1 + l_2}{l_3} = \arctan\frac{4{,}5\,\text{m}}{4\,\text{m}} = 48{,}37^\circ$$

$$\gamma = \beta - \alpha = 27{,}81^\circ$$
$$\delta = 90^\circ - \beta = 41{,}63^\circ$$
$$\epsilon = 90^\circ + \alpha = 110{,}56^\circ$$

Probe: $\gamma + \delta + \epsilon = 180{,}00^\circ$

Auswertung der Krafteckskizze nach dem Sinussatz:

$$\frac{F}{\sin\gamma} = \frac{F_Z}{\sin\delta} = \frac{F_D}{\sin\epsilon}$$

$$F_Z = F\frac{\sin\delta}{\sin\gamma} = 20\,\text{kN}\cdot\frac{\sin 41{,}63^\circ}{\sin 27{,}81^\circ} = 28{,}48\,\text{kN}$$

$$F_D = F\frac{\sin\epsilon}{\sin\gamma} = 20\,\text{kN}\cdot\frac{\sin 110{,}56^\circ}{\sin 27{,}81^\circ} = 40{,}14\,\text{kN}$$

(Kontrolle mit der analytischen Lösung)

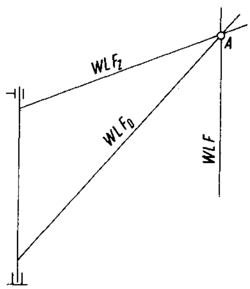
Berechnung der Komponenten (siehe Krafteckskizze):

b) $F_{Zx} = F_Z\cos\alpha = 28{,}48\,\text{kN}\cdot\cos 20{,}56^\circ = 26{,}67\,\text{kN}$
$F_{Zy} = F_Z\sin\alpha = 28{,}48\,\text{kN}\cdot\sin 20{,}56^\circ = 10{,}00\,\text{kN}$

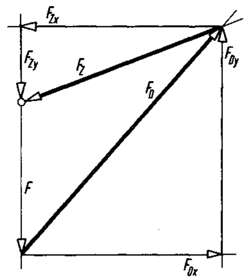
c) $F_{Dx} = F_D\cos\beta = 40{,}14\,\text{kN}\cdot\cos 48{,}37^\circ = 26{,}67\,\text{kN}$
$F_{Dy} = F_D\sin\beta = 40{,}14\,\text{kN}\cdot\sin 48{,}37^\circ = 30\,\text{kN}$

Zeichnerische Lösung:

Lageplan ($M_L = 1{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$)



Kräfteplan ($M_K = 10\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$)

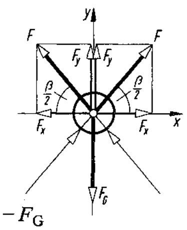


56.

Analytische Lösung:

Beide Stützkräfte sind wegen Symmetrie gleich groß. Sie werden auf ihren Wirklinien in den Stangenmittelpunkt (Zentralpunkt) verschoben.

Lageskizze



$$\Sigma F_y = 0 = 2F_y - F_G = 2F\sin\frac{\beta}{2} - F_G$$

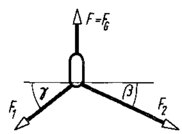
$$F = \frac{F_G}{2\sin\frac{\beta}{2}} = \frac{1{,}2\,\text{kN}}{2\cdot\sin 50^\circ} = 783{,}2\,\text{N}$$

(Kontrolle mit der trigonometrischen Lösung)

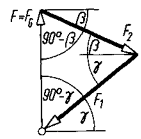
57.

Trigonometrische Lösung:

Lageskizze (freigemachte Einhängöse)



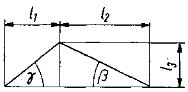
Krafteckskizze



Berechnung der Winkel:

$$\beta = \arctan \frac{l_3}{l_2} = 25{,}41^\circ$$

$$\gamma = \arctan \frac{l_3}{l_1} = 38{,}37^\circ$$



Auswertung der Krafteckskizze mit dem Sinussatz:

$$\frac{F_G}{\sin(\gamma+\beta)} = \frac{F_1}{\sin(90^\circ-\beta)} = \frac{F_2}{\sin(90^\circ-\gamma)}$$

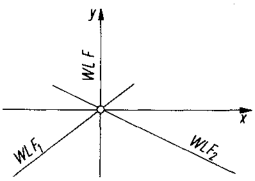
$$F_1 = F_G \frac{\sin(90^\circ-\beta)}{\sin(\gamma+\beta)} = 50\,\text{kN} \cdot \frac{\sin(90^\circ - 25{,}41^\circ)}{\sin(38{,}37^\circ + 25{,}41^\circ)} = 50{,}35\ \text{kN}$$

$$F_2 = F_G \frac{\sin(90^\circ-\gamma)}{\sin(\gamma+\beta)} = 50\,\text{kN} \cdot \frac{\sin(90^\circ - 38{,}37^\circ)}{\sin(38{,}37^\circ + 25{,}41^\circ)} = 43{,}70\ \text{kN}$$

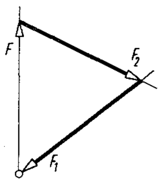
(Kontrolle mit der analytischen Lösung)

Zeichnerische Lösung:

Lageplan



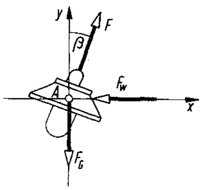
Kräfteplan ($M_K = 25\ \frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)



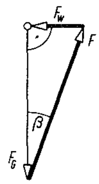
58.

Die trigonometrische Lösung ist am einfachsten:

Lageskizze (freigemachte Lampe)



Krafteckskizze



$$F_w = F_G \tan\beta = 220\ \text{N} \cdot \tan 20^\circ = 80{,}07\ \text{N}$$

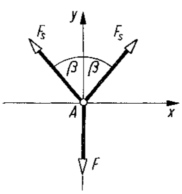
$$F = \frac{F_G}{\cos\beta} = \frac{220\ \text{N}}{\cos 20^\circ} = 234{,}1\ \text{N}$$

(Kontrolle mit der analytischen und der zeichnerischen Lösung)

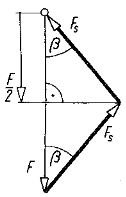
59.

Die trigonometrische Lösung ist am einfachsten:

Lageskizze



Krafteckskizze



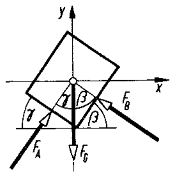
$$F_s = \frac{\frac{F}{2}}{\cos\beta} = \frac{F}{2\cos\beta} = \frac{12\,\text{kN}}{2\cdot\cos 40^\circ} = 7{,}832\ \text{kN}$$

(Kontrolle mit der analytischen und der zeichnerischen Lösung)

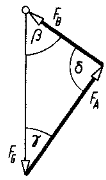
60.

Die trigonometrische Lösung ist am einfachsten:

Lageskizze (freigemachter prismatischer Körper)



Krafteckskizze



$\delta = 180^\circ - (\gamma+\beta) = 90^\circ$; d.h. das Krafteck ist ein *rechtwinkliges* Dreieck.

$$F_A = F_G \cos\gamma = 750\ \text{N} \cdot \cos 35^\circ = 614{,}4\ \text{N}$$

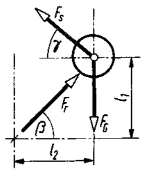
$$F_B = F_G \cos\beta = 750\ \text{N} \cdot \cos 55^\circ = 430{,}2\ \text{N}$$

(Kontrolle mit der analytischen und der zeichnerischen Lösung)

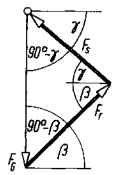
61.

Trigonometrische Lösung:

Lageskizze (freigemachte Walze)



Krafteckskizze



$$\beta = \arctan \frac{l_1}{l_2} = \arctan \frac{280\,\text{mm}}{320\,\text{mm}} = 41{,}19^\circ$$

Sinussatz nach Krafteckskizze:

$$\frac{F_G}{\sin(\gamma+\beta)} = \frac{F_s}{\sin(90^\circ-\beta)} = \frac{F_r}{\sin(90^\circ-\gamma)}$$

$$F_s = F_G \frac{\sin(90^\circ-\beta)}{\sin(\gamma+\beta)} = 3{,}8\ \text{kN} \cdot \frac{\sin(90^\circ - 41{,}19^\circ)}{\sin(40^\circ + 41{,}19^\circ)} = 2{,}894\ \text{kN}$$

$$F_r = F_G \frac{\sin(90^\circ-\gamma)}{\sin(\gamma+\beta)} = 3{,}8\ \text{kN} \cdot \frac{\sin(90^\circ - 40^\circ)}{\sin(40^\circ + 41{,}19^\circ)} = 2{,}946\ \text{kN}$$

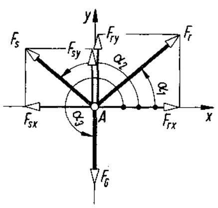
Analytische Lösung:

Lageskizze

$\alpha_1 = \beta = 41{,}19^\circ$

$\alpha_2 = 180^\circ - \gamma = 140^\circ$

$\alpha_3 = 270^\circ$



$$\text{I.}\quad \Sigma F_x = 0 = F_r \cos\alpha_1 + F_s \cos\alpha_2 + F_G \cos\alpha_3$$

$$\text{II.}\quad \Sigma F_y = 0 = F_r \sin\alpha_1 + F_s \sin\alpha_2 + F_G \sin\alpha_3$$

$$\text{I.}\quad -F_r = \frac{F_s \cos\alpha_2 + F_G \cos\alpha_3}{\cos\alpha_1}$$

$$\text{II.}\quad -F_r = \frac{F_s \sin\alpha_2 + F_G \sin\alpha_3}{\sin\alpha_1}$$

$$\text{I.} = \text{II.}\quad F_s \cos\alpha_2 \sin\alpha_1 + F_G \cos\alpha_3 \sin\alpha_1 = F_s \sin\alpha_2 \cos\alpha_1 + F_G \sin\alpha_3 \cos\alpha_1$$

$$F_s \underbrace{(\sin\alpha_2 \cos\alpha_1 - \cos\alpha_2 \sin\alpha_1)}_{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)} = F_G \underbrace{(\sin\alpha_1 \cos\alpha_3 - \cos\alpha_1 \sin\alpha_3)}_{\sin(\alpha_1 - \alpha_3)}$$

$$F_s = F_G \frac{\sin(\alpha_1 - \alpha_3)}{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)} = 3{,}8\ \text{kN} \frac{\sin(41{,}19^\circ - 270^\circ)}{\sin(140^\circ - 41{,}19^\circ)}$$

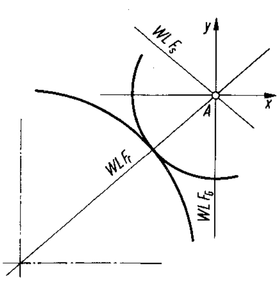
$F_s = 2{,}894$ kN

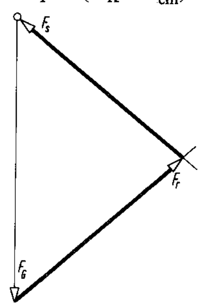
eingesetzt in I. oder II. ergibt

$F_r = 2{,}894$ kN

Zeichnerische Lösung:

Lageplan ($M_L = 12{,}5\ \frac{\text{cm}}{\text{cm}}$) Kräfteplan ($M_K = 1\ \frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)





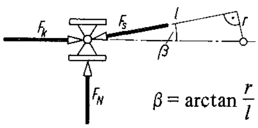
62.

a) Kolbenkraft = Druck X Kolbenfläche

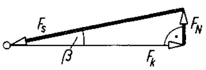
$$F_k = pA = p\frac{\pi}{4}d^2 \qquad p = 10\,\text{bar} = 10^6\,\text{Pa} = 10^6\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$F_k = 10^6\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \frac{\pi}{4}(0{,}2\,\text{m})^2 = 31416\,\text{N} = 31{,}42\,\text{kN}$$

b) Lageskizze (freigemachter Kreuzkopf)



$$\beta = \arctan\frac{r}{l} = 11{,}31^\circ$$



Krafteckskizze

$$F_s = \frac{F_k}{\cos\beta} = \frac{31{,}42\,\text{kN}}{\cos 11{,}31^\circ} = 32{,}04\,\text{kN}$$

$F_N = F_k \tan\beta = 31{,}42\,\text{kN} \cdot \tan 11{,}31^\circ = 6{,}283\,\text{kN}$

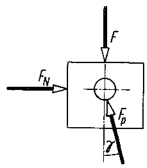
(Kontrolle mit der analytischen und der zeichnerischen Lösung)

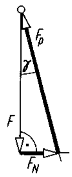
c) $M = F_s r = 32{,}04 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot 0{,}2\,\text{m} = 6408\,\text{Nm}$

63.

Trigonometrische Lösung:

Lageskizze (freigemachter Kolben) Krafteckskizze





a) $F_N = F \tan\gamma = 110\,\text{kN} \cdot \tan 12^\circ = 23{,}38\,\text{kN}$

b) $F_p = \dfrac{F}{\cos\gamma} = \dfrac{110\,\text{kN}}{\cos 12^\circ} = 112{,}5\,\text{kN}$

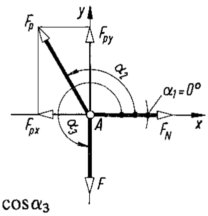
Analytische Lösung:

Lageskizze

$\alpha_1 = 0$

$\alpha_2 = 102^\circ$

$\alpha_3 = 270^\circ$



a) I. $\Sigma F_x = 0 = F_N \cos\alpha_1 + F_p \cos\alpha_2 + F\cos\alpha_3$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_N \sin\alpha_1 + F_p \sin\alpha_2 + F\sin\alpha_3$

$$\text{I.} = \text{II.}\quad -F_p = \frac{F_N \cos\alpha_1 + F\cos\alpha_3}{\cos\alpha_2} = \frac{F_N \sin\alpha_1 + F\sin\alpha_3}{\sin\alpha_2}$$

$$F_N \cos\alpha_1 \sin\alpha_2 + F\cos\alpha_3 \sin\alpha_2 = F_N \sin\alpha_1 \cos\alpha_2 + F\sin\alpha_3 \cos\alpha_2$$

$$F_N \underbrace{(\sin\alpha_1 \cos\alpha_2 - \cos\alpha_1 \sin\alpha_2)}_{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)} = F \underbrace{(\sin\alpha_2 \cos\alpha_3 - \cos\alpha_2 \sin\alpha_3)}_{\sin(\alpha_2 - \alpha_3)}$$

$$F_N = F\frac{\sin(\alpha_2 - \alpha_3)}{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)} = 110\,\text{kN} \cdot \frac{\sin(102^\circ - 270^\circ)}{\sin(0^\circ - 102^\circ)} = 23{,}38\,\text{kN}$$

$$\text{b) I.}\quad F_p = -\frac{F_N \cos\alpha_1 + F\cos\alpha_3}{\cos\alpha_2}$$

$$F_p = -\frac{23{,}38\,\text{kN} \cdot \cos 0^\circ + 110\,\text{kN} \cdot \cos 270^\circ}{\cos 102^\circ} = 112{,}5\,\text{kN}$$

64.

Analytische Lösung:

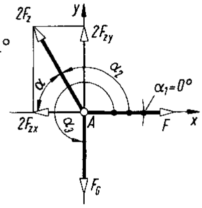
Lageskizze

$$\alpha = \arctan \frac{l_1}{l_2} = \arctan \frac{4\,\text{m}}{1\,\text{m}} = 75{,}96^\circ$$

$\alpha_1 = 0$

$\alpha_2 = 180^\circ - 75{,}96^\circ = 104{,}04^\circ$

$\alpha_3 = 270^\circ$



a) I. $\Sigma F_x = 0 = F \cos\alpha_1 + 2F_z \cos\alpha_2 + F_G \cos\alpha_3$

II. $\Sigma F_y = 0 = F \sin\alpha_1 + 2F_z \sin\alpha_2 + F_G \sin\alpha_3$

$$\text{I.} = \text{II.} \quad -F_z = \frac{F\cos\alpha_1 + F_G\cos\alpha_3}{2\cos\alpha_2} = \frac{F\sin\alpha_1 + F_G\sin\alpha_3}{2\sin\alpha_2}$$

$$2F\cos\alpha_1\sin\alpha_2 + 2F_G\cos\alpha_3\sin\alpha_2 = 2F\sin\alpha_1\cos\alpha_2 + 2F_G\sin\alpha_3\cos\alpha_2$$

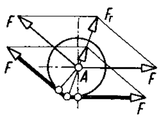
$$F\underbrace{(\sin\alpha_1\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1\sin\alpha_3)}_{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)} = F_G\underbrace{(\sin\alpha_2\cos\alpha_3 - \cos\alpha_2\sin\alpha_3}_{\sin(\alpha_2 - \alpha_3)}$$

$$F = F_G\frac{\sin(\alpha_2 - \alpha_3)}{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)} = 2\,\text{kN}\,\frac{\sin(104{,}04^\circ - 270^\circ)}{\sin(0^\circ - 104{,}04^\circ)} = 0{,}5\,\text{kN}$$

b) $F_z = 1{,}031$ kN (aus I. oder II.)

65.

Vorüberlegung:



Die Spannkräfte in beiden Riementrums sind gleich groß $F = 150$ N. Die Wirklinie ihrer Resultierenden läuft deshalb durch den Spannrollen-Mittelpunkt. Wird der Angriffspunkt der Resultierenden in den Mittelpunkt verschoben, kann die Resultierende dort wieder in die beiden Komponenten F zerlegt werden. Damit ist der Mittelpunkt zugleich der Zentralpunkt A eines zentralen Kräftesystems.

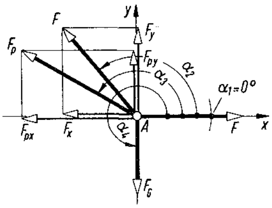
Lageskizze

$\alpha_1 = 0$

$\alpha_2 = 130^\circ$

$\alpha_3 = 150^\circ$

$\alpha_4 = 270^\circ$



a) I. $\Sigma F_x = 0 = F\cos\alpha_1 + F\cos\alpha_2 + F_p\cos\alpha_3 + F_G\cos\alpha_4$

II. $\Sigma F_y = 0 = F\sin\alpha_1 + F\sin\alpha_2 + F_p\sin\alpha_3 + F_G\sin\alpha_4$

$$\text{I.} = \text{II.} \quad -F_p = \frac{F(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2) + F_G\cos\alpha_4}{\cos\alpha_3} = \frac{F(\sin\alpha_1 + \sin\alpha_2) + F_G\sin\alpha_4}{\sin\alpha_3}$$

$$F(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2)\sin\alpha_3 + F_G\cos\alpha_4\sin\alpha_3 = F(\sin\alpha_1 + \sin\alpha_2)\cos\alpha_3 + F_G\sin\alpha_4\cos\alpha_3$$

$$F_G(\sin\alpha_4\cos\alpha_3 - \cos\alpha_4\sin\alpha_3) = F[(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2)\sin\alpha_3 - (\sin\alpha_1 + \sin\alpha_2)\cos\alpha_3]$$

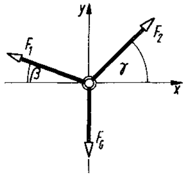
$$F_G = F\frac{(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2)\sin\alpha_3 - (\sin\alpha_1 + \sin\alpha_2)\cos\alpha_3}{\sin(\alpha_4 - \alpha_3)} = 145{,}8\,\text{N}$$

b) $F_p = 61{,}87$ N (aus I. oder II.)

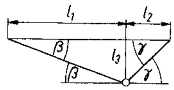
66.

Trigonometrische Lösung:

a) Lageskizze (freigemachter Seilring)



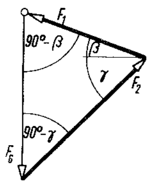
Berechnung der Winkel β und γ:



$$\beta = \arctan\frac{l_3}{l_1} = \arctan\frac{0{,}75\,\text{m}}{1{,}7\,\text{m}} = 23{,}81^\circ$$

$$\gamma = \arctan\frac{l_3}{l_2} = \arctan\frac{0{,}75\,\text{m}}{0{,}7\,\text{m}} = 46{,}97^\circ$$

Krafteckskizze



Sinussatz:

$$\frac{F_G}{\sin(\beta + \gamma)} = \frac{F_1}{\sin(90^\circ - \gamma)} = \frac{F_2}{\sin(90^\circ - \beta)}$$

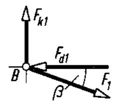
$$F_1 = F_G\frac{\sin(90^\circ - \gamma)}{\sin(\beta + \gamma)} = 25\,\text{kN}\cdot\frac{\sin(90^\circ - 46{,}97^\circ)}{\sin(23{,}81^\circ + 46{,}97^\circ)}$$

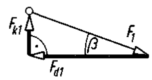
$F_1 = 18{,}06$ kN

$$F_2 = F_G\frac{\sin(90^\circ - \beta)}{\sin(\beta + \gamma)} = 25\,\text{kN}\cdot\frac{\sin(90^\circ - 23{,}81^\circ)}{\sin(28{,}81^\circ + 46{,}97^\circ)}$$

$F_2 = 24{,}22$ kN

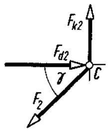
b) Lageskizze (Punkt B freigemacht) Krafteckskizze

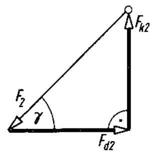




$$F_{k1} = F_1 \sin\beta = 18{,}06\,\mathrm{kN}\cdot \sin 23{,}81^\circ = 7{,}290\,\mathrm{kN}$$
$$F_{d1} = F_1 \cos\beta = 18{,}06\,\mathrm{kN}\cdot \cos 23{,}81^\circ = 16{,}53\,\mathrm{kN}$$

c) Lageskizze (Punkt C freigemacht) Krafteckskizze





$$F_{k2} = F_2 \sin\gamma = 24{,}22\mathrm{kN}\cdot \sin 46{,}97^\circ = 17{,}71\mathrm{kN}$$
$$F_{d2} = F_2 \cos\gamma = 24{,}22\mathrm{kN}\cdot \cos 46{,}97^\circ = 16{,}53\mathrm{kN}$$

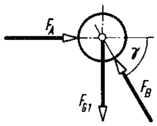
Hinweis: Hier ist eine doppelte Kontrolle für *alle* Ergebnisse möglich:

1. Die Balkendruckkräfte F_{d1} und F_{d2} sind innere Kräfte des Systems „Krangeschirr"; sie müssen also gleich groß und gegensinnig sein. Diese Bedingung ist erfüllt: 16,53 kN = 16,53 kN.
2. Die Summe der beiden Kettenzugkräfte F_{k1} und F_{k2} muß der Gewichtskraft F_G das Gleichgewicht halten. Diese Bedingung ist auch erfüllt:

   $F_{k1} + F_{k2} = 7{,}29\,\mathrm{kN} + 17{,}71\,\mathrm{kN} = 25\,\mathrm{kN}$

67.
Die rechnerische Lösung dieser Aufgabe erfordert einen höheren geometrischen Aufwand.

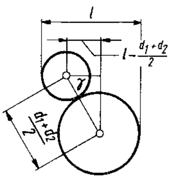
Lageskizze
(freigemachter Zylinder 1)



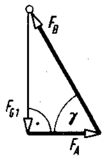
Berechnung des Winkels γ:

$$\gamma = \arccos\frac{l-\frac{d_1+d_2}{2}}{\frac{d_1+d_2}{2}} = \arctan\frac{2\,l}{d_1+d_2} - 1$$

$\gamma = 65{,}38^\circ$

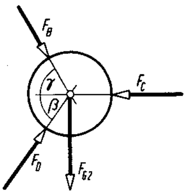


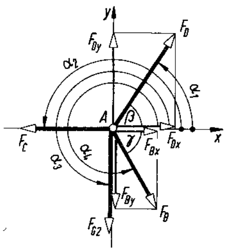
Krafteckskizze für die trigonometrische Lösung



$$F_A = \frac{F_{G1}}{\tan\gamma} = \frac{3\,\mathrm{N}}{\tan 65{,}38^\circ} = 1{,}375\,\mathrm{N}$$
$$F_B = \frac{F_{G1}}{\sin\gamma} = \frac{3\,\mathrm{N}}{\sin 65{,}38^\circ} = 3{,}300\,\mathrm{N}$$

freigemachter Zylinder 2 Lageskizze für die analytische Lösung

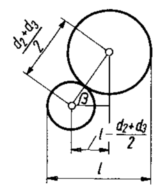




Berechnung des Winkels β:

$$\beta = \arccos\frac{l-\frac{d_2+d_3}{2}}{\frac{d_2+d_3}{2}} = \arccos\frac{2\,l}{d_2+d_3} - 1$$

$\beta = 56{,}94^\circ$



$\alpha_1 = \beta = 56{,}94^\circ$
$\alpha_2 = 180^\circ$
$\alpha_3 = 270^\circ$
$\alpha_4 = 360^\circ - \gamma = 360^\circ - 65{,}38^\circ = 294{,}62^\circ$

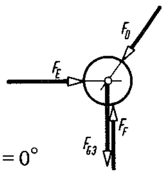
Gleichgewichtsbedingungen nach Lageskizze:

I. $\Sigma F_x = 0 = F_D \cos\alpha_1 + F_C \cos\alpha_2 + F_{G2}\cos\alpha_3 + F_B \cos\alpha_4$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_D \sin\alpha_1 + F_C \sin\alpha_2 + F_{G2}\sin\alpha_3 + F_B \sin\alpha_4$

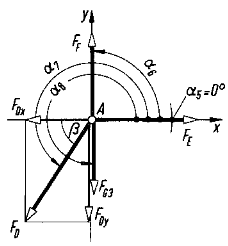
Das sind zwei Gleichungen mit den beiden Variablen (Unbekannten) F_C und F_D und mit den Lösungen

$F_C = 6{,}581\,\mathrm{N}$ und $F_D = 9{,}545\,\mathrm{N}$

freigemachter Zylinder 3 Lageskizze für die analytische Lösung



$\alpha_5 = 0^\circ$
$\alpha_6 = 90^\circ$
$\alpha_7 = 180^\circ + \beta = 236{,}94^\circ$
$\alpha_8 = 270^\circ$



I. $\Sigma F_x = 0 = F_E \cos\alpha_5 + F_F \cos\alpha_6 + F_D \cos\alpha_7 + F_{G3} \cos\alpha_8$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_E \sin\alpha_5 + F_F \sin\alpha_6 + F_D \sin\alpha_7 + F_{G3} \sin\alpha_8$

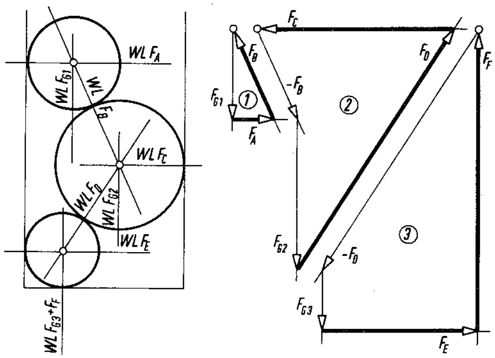
Das sind zwei Gleichungen mit den beiden Variablen F_E und F_F und mit den Lösungen

$F_E = 5{,}206\,\text{N}$ und $F_F = 10\,\text{N}$

Hinweis: Werden die drei Zylinder als ein gemeinsames System betrachtet, ist eine doppelte Kontrolle möglich:

1. Die senkrechte Stützkraft F_F muß mit der Summe der drei Gewichtskräfte im Gleichgewicht sein:
   $F_F = F_{G1} + F_{G2} + F_{G3} \implies 10\,\text{N} = 3\,\text{N} + 5\,\text{N} + 2\,\text{N}$
2. Die drei waagerechten Stützkräfte müssen ebenfalls im Gleichgewicht sein:
   $F_A + F_E = F_C \implies 1{,}375\,\text{N} + 5{,}206\,\text{N} = 6{,}581\,\text{N}$

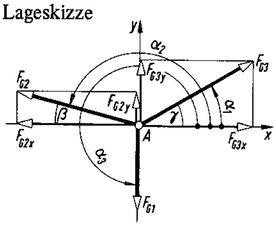
Zeichnerische Lösung: Lageplan ($M_L = 4\,\frac{\text{cm}}{\text{cm}}$) Kräftepläne für die Walzen 1, 2, 3 ($M_K = 2{,}5\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$)



68.

a) *Analytische Lösung für die Kraft F_{G3}:*

Lageskizze



$\alpha_1 = \gamma = 30°$
$\alpha_2 = 180° - \beta$
$\alpha_3 = 270°$

I. $\Sigma F_x = 0 = F_{G3} \cos\alpha_1 + F_{G2} \cos\alpha_2 + F_{G1} \cos\alpha_3$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_{G3} \sin\alpha_1 + F_{G2} \sin\alpha_2 + F_{G1} \sin\alpha_3$

$$\text{I.} = \text{II.}\quad \sin\alpha_2 = \frac{-F_{G3}\sin\alpha_1 - F_{G1}\sin\alpha_3}{F_{G2}} = -\frac{F_{G3}\sin\alpha_1 + F_{G1}\sin\alpha_3}{F_{G2}}$$

$$\cos\alpha_2 = \sqrt{1-\sin^2\alpha_2} = \sqrt{1-\left(-\frac{F_{G3}\sin\alpha_1 + F_{G1}\sin\alpha_3}{F_{G2}}\right)^2}$$

$$\cos\alpha_2 = \sqrt{\frac{F_{G2}^2 - (F_{G3}\sin\alpha_1 + F_{G1}\sin\alpha_3)^2}{F_{G2}^2}}$$

$$\cos\alpha_2 = \frac{1}{F_{G2}}\sqrt{F_{G2}^2 - (F_{G3}\sin\alpha_1 + F_{G1}\sin\alpha_3)^2} \implies = A \text{ gesetzt und in I. eingesetzt}$$

I. $F_{G3}\cos\alpha_1 + F_{G2}A + F_{G1}\cos\alpha_3 = 0$

$$F_{G3} = -\frac{F_{G2}A + F_{G1}\cos\alpha_3}{\cos\alpha_1} = -\frac{F_{G2}\cdot\frac{1}{F_{G2}}\sqrt{F_{G2}^2 - (F_{G3}\sin\alpha_1 + F_{G1}\sin\alpha_3)^2} + F_{G1}\cos\alpha_3}{\cos\alpha_1}$$

$$(F_{G3}\cos\alpha_1 + F_{G1}\cos\alpha_3)^2 = \left(-\sqrt{F_{G2}^2 - (F_{G3}\sin\alpha_1 + F_{G1}\sin\alpha_3)^2}\right)^2$$

$$F_{G3}^2\cos^2\alpha_1 + 2F_{G3}F_{G1}\cos\alpha_1\cos\alpha_3 + F_{G1}^2\cos^2\alpha_3 = F_{G2}^2 - F_{G3}^2\sin^2\alpha_1 - 2F_{G1}F_{G3}\sin\alpha_1\sin\alpha_3 - F_{G1}^2\sin^2\alpha_3$$

$$F_{G3}^2\underbrace{(\sin^2\alpha_1 + \cos^2\alpha_1)}_{1} + 2F_{G1}F_{G3}\underbrace{(\cos\alpha_1\cos\alpha_3 + \sin\alpha_1\sin\alpha_3)}_{\cos(\alpha_1-\alpha_3)} + F_{G1}^2\sin^2\alpha_3 - F_{G2}^2 = 0$$

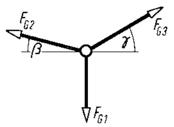
$$F_{G3} = -F_{G1}\cos(\alpha_1-\alpha_3) \pm \sqrt{F_{G1}^2\cos^2(\alpha_1-\alpha_3) - F_{G1}^2\sin^2\alpha_3 + F_{G2}^2}$$

$$F_{G3} = -F_{G1}\cos(\alpha_1-\alpha_3) + \sqrt{F_{G1}^2[\cos^2(\alpha_1-\alpha_3) - \sin^2\alpha_3] + F_{G2}^2}$$

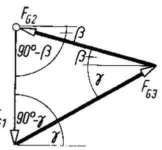
Der negative Wurzelausdruck ist physikalisch ohne Sinn, weil er zu einer negativen Gewichtskraft F_{G3} führt.

Trigonometrische Lösung für den Winkel β:

Lageskizze (freigemachter Seilring)



Krafteckskizze



Sinussatz:

$$\frac{F_{G1}}{\sin(\gamma+\beta)} = \frac{F_{G2}}{\sin(90^\circ-\gamma)} = \frac{F_{G2}}{\cos\gamma}$$

$$\sin(\gamma+\beta) = \frac{F_{G1}}{F_{G2}}\cos\gamma$$

Hinweis: Stabkräfte werden mit dem Formelzeichen S bezeichnet.

$$\text{I.}\quad \Sigma F_x = 0 = S_2\cos\alpha_1 + F_A\cos\alpha_2 + S_1\cos\alpha_3$$
$$\text{II.}\quad \Sigma F_y = 0 = S_2\sin\alpha_1 + F_A\sin\alpha_2 + S_1\sin\alpha_3$$

$$\text{I.} = \text{II.}\quad -S_2 = \frac{F_A\cos\alpha_2 + S_1\cos\alpha_3}{\cos\alpha_1} = \frac{F_A\sin\alpha_2 + S_1\sin\alpha_3}{\sin\alpha_1}$$

$$F_A\cos\alpha_2\sin\alpha_1 + S_1\cos\alpha_3\sin\alpha_1 = F_A\sin\alpha_2\cos\alpha_1 + S_1\sin\alpha_3\cos\alpha_1$$

$$S_1(\sin\alpha_1\cos\alpha_3 - \cos\alpha_1\sin\alpha_3) = F_A(\sin\alpha_2\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\sin\alpha_1)$$

$$S_1 = F_A\frac{\sin(\alpha_2-\alpha_1)}{\sin(\alpha_1-\alpha_3)} = 18\,\text{kN}\frac{\sin(90^\circ-0^\circ)}{\sin(0^\circ-194{,}04^\circ)} = 74{,}22\,\text{kN}$$

(Druckstab, weil S_1 auf den Knotenpunkt A zu wirkt)

$S_2 = 72\,\text{kN}$ (aus I. oder II.)

(Zugstab, weil S_2 vom Knotenpunkt A weg wirkt)

b) $\gamma + \beta = \arcsin\left(\frac{F_{G1}}{F_{G2}}\cos\gamma\right) = \arcsin\left(\frac{20\,\text{N}}{25\,\text{N}}\cdot\cos 30^\circ\right) = 43{,}85^\circ$

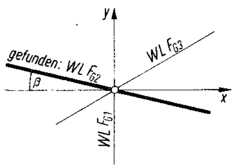
$\beta = 43{,}85^\circ - \gamma = 13{,}85^\circ$

$F_{G3} = -20\,\text{N}\cdot\cos(-240^\circ) + \sqrt{(20\,\text{N})^2\,[\cos^2(-240^\circ) - \sin^2 270^\circ] + (25\,\text{N})^2}$

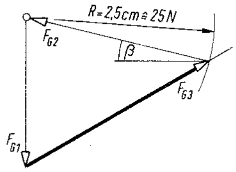
$F_{G3} = 28{,}03\,\text{N}$

Zeichnerische Lösung:

Lageplan



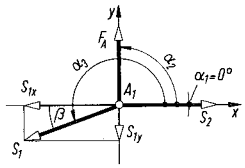
Kräfteplan ($M_K = 10\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$)



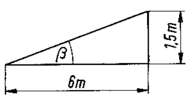
69.

Rechnerische Lösung:

Lageskizze für den Knotenpunkt A



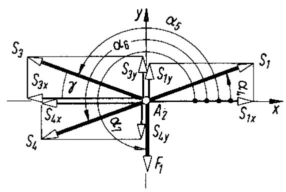
Berechnung des Winkels β:



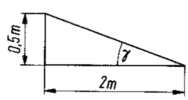
$$\beta = \arctan\frac{1{,}5\,\text{m}}{6\,\text{m}} = 14{,}04^\circ$$

$\alpha_1 = 0$
$\alpha_2 = 90^\circ$
$\alpha_3 = 194{,}04^\circ$

Lageskizze für den Angriffspunkt der Kraft F_1



Berechnung des Winkels γ:



$$\gamma = \arctan\frac{0{,}5\,\text{m}}{2\,\text{m}} = 14{,}04^\circ$$

$\alpha_4 = 14{,}04^\circ$
$\alpha_5 = 165{,}96^\circ$
$\alpha_6 = 194{,}04^\circ$
$\alpha_7 = 270^\circ$

Hinweis: Die Stabkraft S_1 ist jetzt eine *bekannte* Größe. Sie wirkt als Druckkraft auf den Knoten zu, d.h. nach rechts oben.

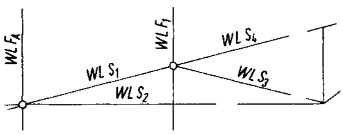
I. $\Sigma F_x = 0 = S_1 \cos\alpha_4 + S_3 \cos\alpha_5 + S_4 \cos\alpha_6 + F_1 \cos\alpha_7$
II. $\Sigma F_y = 0 = S_1 \sin\alpha_4 + S_3 \sin\alpha_5 + S_4 \sin\alpha_6 + F_1 \sin\alpha_7$

Die algebraische Behandlung wie oben führt zu den Ergebnissen:

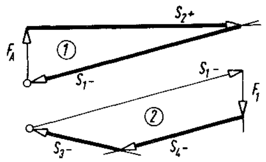
$S_3 = 30{,}92$ kN (Druckstab)
$S_4 = 43{,}29$ kN (Druckstab)

Zeichnerische Lösung:

Lageplan ($M_L = 1 \frac{\text{m}}{\text{cm}}$)



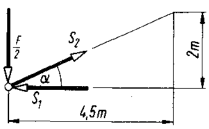
Kräftepläne ($M_K = 25 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$)



70.

Die trigonometrische Lösung führt hier schneller zum Ziel als die analytische.

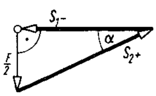
Lageskizze der linken Fachwerkecke



Berechnung des Winkels α:

$$\alpha = \arctan \frac{2\,\text{m}}{4{,}5\,\text{m}} = 23{,}96^\circ$$

Krafteckskizze



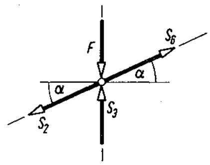
$$S_1 = \frac{F}{2\tan\alpha} = \frac{10\,\text{kN}}{2\cdot\tan 23{,}96^\circ} = 11{,}25\,\text{kN}$$

(Druckkraft, weil S_1 auf den Knoten zu gerichtet ist)

$$S_2 = \frac{F}{2\sin\alpha} = \frac{10\,\text{kN}}{2\cdot\sin 23{,}96^\circ} = 12{,}31\,\text{kN}$$

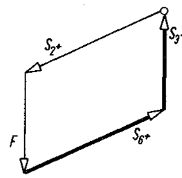
(Zugkraft, weil S_2 vom Knoten weg gerichtet ist)

Lageskizze des Knotens 2–3–6



Hinweis: S_2 ist jetzt bekannt und wirkt als Zugkraft vom Knoten weg (nach links unten).

Krafteckskizze



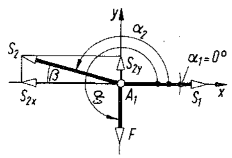
Das Krafteck ist ein Parallelogramm. Daraus kann ohne zu rechnen abgelesen werden:

$S_3 = F = 10$ kN (Druckkraft)
$S_6 = S_2 = 12{,}31$ kN (Zugkraft)

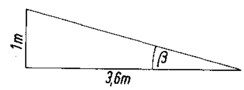
(Kontrolle mit der analytischen und der zeichnerischen Lösung)

71.

Lageskizze der rechten Fachwerkecke (Knoten 1–2)



Berechnung des Winkels β:



$$\beta = \arctan \frac{1\,\text{m}}{3{,}6\,\text{m}} = 15{,}52^\circ$$

$\alpha_1 = 0$
$\alpha_2 = 180^\circ - \beta = 164{,}48^\circ$
$\alpha_3 = 270^\circ$

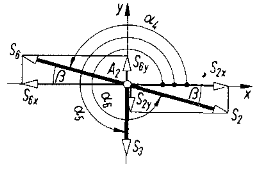
Gleichgewichtsbedingungen nach Lageskizze:

I. $\Sigma F_x = 0 = S_1 \cos\alpha_1 + S_2 \cos\alpha_2 + F \cos\alpha_3$
II. $\Sigma F_y = 0 = S_1 \sin\alpha_1 + S_2 \sin\alpha_2 + F \sin\alpha_3$

Die algebraische Bearbeitung dieses Gleichungssystems mit zwei Variablen führt zu

$S_1 = 36$ kN (Druckstab)
$S_2 = 37{,}36$ kN (Zugstab)

Lageskizze des Knotens 2–3–6

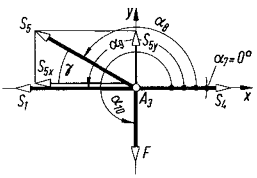


$\alpha_4 = 164{,}48^\circ$
$\alpha_5 = 270^\circ$
$\alpha_6 = 344{,}48^\circ$

I. $\Sigma F_x = 0 = S_6 \cos\alpha_4 + S_3 \cos\alpha_5 + S_2 \cos\alpha_6$
II. $\Sigma F_y = 0 = S_6 \sin\alpha_4 + S_3 \sin\alpha_5 + S_2 \sin\alpha_6$

Ergebnisse:
$S_6 = 37{,}36$ kN (Zugstab)
$S_3 = 0$ (Nullstab)

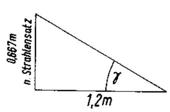
Lageskizze des Knotens 1–3–4–5



Stabkraft S_3 wird nicht eingezeichnet, weil sie gleich Null ist.

Berechnung des Winkels γ:

$$\gamma = \arctan \frac{\frac{2}{3}\,\text{m}}{1{,}2\,\text{m}} = 29{,}05°$$



$\alpha_7 = 0°$
$\alpha_8 = 180° - \gamma = 150{,}95°$
$\alpha_9 = 180°$
$\alpha_{10} = 270°$

Gleichgewichtsbedingungen:

I. $\Sigma F_x = 0 = S_4 - S_1 - S_{5x} = S_4 - S_1 - S_5 \cos\alpha_8$
II. $\Sigma F_y = 0 = S_{5y} - F = S_5 \sin\alpha_8 - F$

$$\text{II. } S_5 = \frac{F}{\sin\alpha_8} = \frac{10\,\text{kN}}{\sin 150{,}95°} = 20{,}59\,\text{kN} \quad \text{(Zugstab)}$$

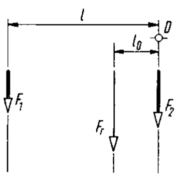
I. $S_4 = S_1 + S_5 \cos\alpha_8 = 36\,\text{kN} + 20{,}59\,\text{kN} \cdot \cos 150{,}95° = 54\,\text{kN}$ (Druckstab)

Rechnerische und zeichnerische Ermittlung der Resultierenden im allgemeinen Kräftesystem, Momentensatz und Seileckverfahren (5. und 6. Grundaufgabe)

72.

Rechnerische Lösung (Momentensatz)

Lageskizze



a) $F_r = -F_1 - F_2 = -16{,}5$ N
(Minus bedeutet hier: senkrecht nach unten gerichtet)

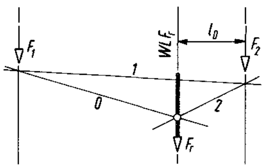
b) $+F_r\, l_0 = +F_1\, l$

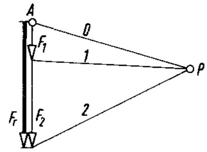
$$l_0 = \frac{F_1}{F_r}\, l = \frac{5\,\text{N}}{16{,}5\,\text{N}} \cdot 18\,\text{cm} = 5{,}455\,\text{cm}$$

(positives Ergebnis bedeutet: Annahme der WL F_r links von WL F_2 war richtig)
(Kontrolle: Rechnung wiederholen mit Bezugspunkt D auf WL F_1.)

Zeichnerische Lösung (Seileckverfahren)

Lageplan ($M_L = 6\,\frac{\text{cm}}{\text{cm}}$) Kräfteplan ($M_K = 10\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$)

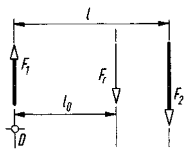




73.

Rechnerische Lösung:

Lageskizze



a) $F_r = +F_1 - F_2 = 180\,\text{N} - 240\,\text{N} = -60\,\text{N}$
(Minus bedeutet hier: nach unten gerichtet)

b) $-F_r\, l_0 = -F_2\, l$

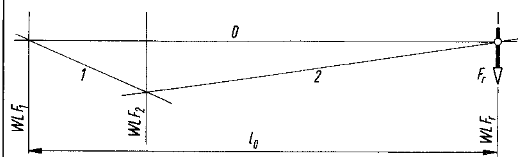
$$l_0 = \frac{-F_2\, l}{-F_r} = \frac{240\,\text{N}}{60\,\text{N}} \cdot 0{,}78\,\text{m} = 3{,}12\,\text{m}$$

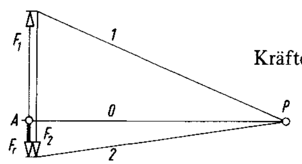
(d.h., F_r wirkt noch weit rechts von F_2)
(Kontrolle: Bezugspunkt D auf WL F_2 festlegen, neu rechnen.)

c) Die Resultierende ist nach unten gerichtet (siehe Lösung a).

Zeichnerische Lösung:

Lageplan ($M_L = 0{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$)



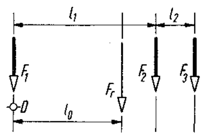


Kräfteplan ($M_K = 125\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$)

74.

Rechnerische Lösung:

Lageskizze



a) $F_r = -F_1 - F_2 - F_3 = -50\,\text{kN} - 52\,\text{kN} - 52\,\text{kN} = -154\,\text{kN}$
(Minus bedeutet hier: nach unten gerichtet)

b) $-F_r l_0 = -F_2 l_1 - F_3(l_1 + l_2)$

$$l_0 = \frac{F_2 l_1 + F_3(l_1 + l_2)}{F_r} = \frac{52\,\text{kN}\cdot 4{,}7\,\text{m} + 52\,\text{kN}\cdot 6\,\text{m}}{154\,\text{kN}}$$

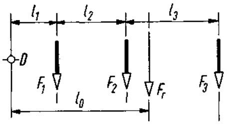
$l_0 = 3{,}613\,\text{m}$

(Kontrolle mit der zeichnerischen Lösung)

75.

Rechnerische Lösung:

Lageskizze



a) $F_r = -F_1 - F_2 - F_3 = -3{,}1\,\text{kN}$

(Minus bedeutet hier: nach unten gerichtet)

b) $-F_r l_0 = -F_1 l_1 - F_2(l_1 + l_2) - F_3(l_1 + l_2 + l_3)$

$$l_0 = \frac{F_1 l_1 + F_2(l_1 + l_2) + F_3(l_1 + l_2 + l_3)}{F_r}$$

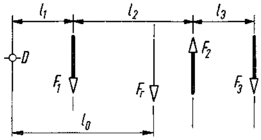
$$l_0 = \frac{0{,}8\,\text{kN}\cdot 1\,\text{m} + 1{,}1\,\text{kN}\cdot 2{,}5\,\text{m} + 1{,}2\,\text{kN}\cdot 4{,}5\,\text{m}}{3{,}1\,\text{kN}} = 2{,}887\,\text{m}$$

(Kontrolle mit der zeichnerischen Lösung)

76.

Rechnerische Lösung:

Lageskizze



a) $F_r = -F_1 + F_2 - F_3 = -500\,\text{N} + 800\,\text{N} - 2100\,\text{N}$

$F_r = -1800\,\text{N}$

(Minus bedeutet hier: nach unten gerichtet)

b) Die Resultierende wirkt senkrecht nach unten.

c) $-F_r l_0 = -F_1 l_1 + F_2(l_1 + l_2) - F_3(l_1 + l_2 + l_3)$

$$l_0 = \frac{-F_1 l_1 + F_2(l_1 + l_2) - F_3(l_1 + l_2 + l_3)}{-F_r}$$

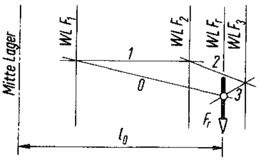
$$l_0 = \frac{-500\,\text{N}\cdot 0{,}15\,\text{m} + 800\,\text{N}\cdot 0{,}45\,\text{m} - 2100\,\text{N}\cdot 0{,}6\,\text{m}}{-1800\,\text{N}}$$

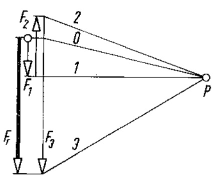
$l_0 = 0{,}5417\,\text{m}$

d.h., die Wirklinie der Resultierenden liegt zwischen F_2 und F_3.

Zeichnerische Lösung:

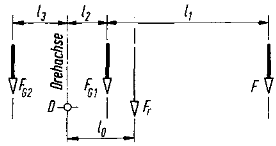
Lageplan ($M_L = 200\,\frac{\text{mm}}{\text{cm}}$) Kräfteplan ($M_K = 100\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$)





77.

Lageskizze des belasteten Kranes



a) $F_r = -F - F_{G1} - F_{G2} = -10\,\text{kN} - 9\,\text{kN} - 16\,\text{kN} = -35\,\text{kN}$

(Minus bedeutet hier: nach unten gerichtet)

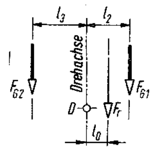
b) $-F_r l_0 = -F(l_1 + l_2) - F_{G1} l_2 + F_{G2} l_3$

$$l_0 = \frac{-F(l_1 + l_2) - F_{G1} l_2 + F_{G2} l_3}{-F_r}$$

$$l_0 = \frac{-10\,\text{kN}\cdot 4{,}5\,\text{m} - 9\,\text{kN}\cdot 0{,}9\,\text{m} + 16\,\text{kN}\cdot 1{,}2\,\text{m}}{-35\,\text{kN}}$$

$l_0 = 0{,}9686\,\text{m} = 968{,}6\,\text{mm}$

Lageskizze des unbelasteten Kranes



c) $F_r = -F_{G1} - F_{G2} = -9\,\text{kN} - 16\,\text{kN}$

$F_r = -25\,\text{kN}$ (Minus: nach unten gerichtet)

d) $-F_r l_0 = +F_{G2} l_3 - F_{G1} l_2$

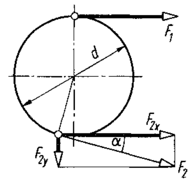
$$l_0 = \frac{+F_{G2} l_3 - F_{G1} l_2}{-F_r} = \frac{16\,\text{kN}\cdot 1{,}2\,\text{m} - 9\,\text{kN}\cdot 0{,}9\,\text{m}}{-25\,\text{kN}} = -0{,}444\,\text{m}$$

(Minus bedeutet hier: Die Wirklinie der Resultierenden liegt auf der anderen Seite des Bezugspunktes D, also nicht rechts von der Drehachse des Kranes, sondern links)

(Kontrolle mit dem Seileckverfahren)

78.

Lageskizze



a) $F_{rx} = \Sigma F_{nx} = F_1 + F_{2x} = F_1 + F_2 \cos\alpha$

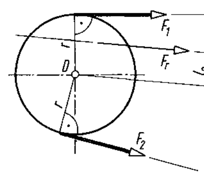
$= 1200\,\text{N} + 350\,\text{N}\cdot\cos 10° = 1544{,}7\,\text{N}$ (nach rechts)

$F_{ry} = -F_{2y} = -F_2 \sin\alpha = -350\,\text{N}\cdot\sin 10° = -60{,}78\,\text{N}$ (nach unten)

$F_r = \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2} = \sqrt{(1544{,}7\,\text{N})^2 + (-60{,}78\,\text{N})^2} = 1546\,\text{N}$

b) $\alpha_r = \arctan\dfrac{F_{ry}}{F_{rx}} = \arctan\dfrac{-60{,}78\,\text{N}}{1544{,}7\,\text{N}} = -2{,}25°$

c) Lageskizze für den Momentensatz



Als Momentenbezugspunkt D wird der Scheibenmittelpunkt festgelegt.

$$-F_r l_0 = -F_1 r + F_2 r$$

$$l_0 = \frac{(F_2 - F_1) r}{-F_r} = \frac{(-850\,\text{N}) \cdot 0{,}24\,\text{m}}{-1546\,\text{N}} = 0{,}1320\,\text{m}$$

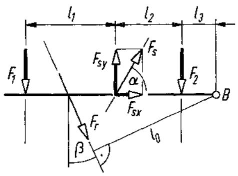
d) $M = -F_r l_0 = -1546\,\text{N} \cdot 0{,}132\,\text{m} = -204\,\text{Nm}$
(Minus bedeutet hier: Rechtsdrehsinn)

e) $\Sigma M_{(D)} = -F_1 r + F_2 r = (F_2 - F_1) r = -850\,\text{N} \cdot 0{,}24\,\text{m}$
$\Sigma M_{(D)} = -204\,\text{Nm}$
Das Drehmoment der Resultierenden ist gleich der Drehmomentensumme der beiden Riemenkräfte. (Das ist zugleich die Kontrolle für die Teillösungen a, c und d.)

79.

Rechnerische Lösung (Momentensatz):

Lageskizze

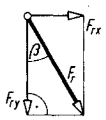


a) $F_{rx} = \Sigma F_{nx} = F_{sx} = F_s \cos\alpha = 25\,\text{kN} \cdot \cos 60° = +12{,}5\,\text{kN}$
(Plus bedeutet: nach rechts)
$F_{ry} = \Sigma F_{ny} = -F_1 + F_{sy} - F_2 = -F_1 + F_s \sin\alpha - F_2$
$F_{ry} = -30\,\text{kN} + 25\,\text{kN} \cdot \sin 60° - 20\,\text{kN} = -28{,}35\,\text{kN}$
(Minus bedeutet: nach unten)

$$F_r = \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2} = \sqrt{(12{,}5\,\text{kN})^2 + (-28{,}35\,\text{kN})^2} = 30{,}98\,\text{kN}$$

b) $\beta = \arctan \dfrac{F_{rx}}{F_{ry}} = \arctan \dfrac{12{,}5\,\text{kN}}{-28{,}35\,\text{kN}}$

$\beta = -23{,}79°$



c) (Momentenbezugspunkt = Punkt B)

$$F_r l_0 = F_1 (l_1 + l_2 + l_3) - F_{sy} (l_2 + l_3) + F_2 l_3$$

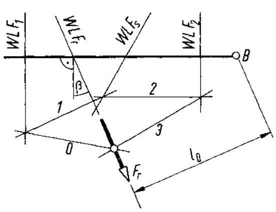
$$l_0 = \frac{F_1 (l_1 + l_2 + l_3) - F_s \sin\alpha (l_2 + l_3) + F_2 l_3}{F_r}$$

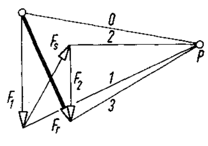
$$l_0 = \frac{30\,\text{kN} \cdot 4{,}2\,\text{m} - 25\,\text{kN} \cdot \sin 60° \cdot 2{,}2\,\text{m} + 20\,\text{kN} \cdot 0{,}7\,\text{m}}{30{,}98\,\text{kN}}$$

$l_0 = 2{,}981\,\text{m}$

Zeichnerische Lösung (Seileckverfahren):

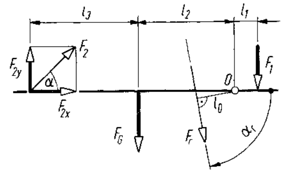
Lageplan ($M_L = 1{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$) Kräfteplan ($M_K = 10\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)





80.

Lageskizze



a) $F_{rx} = \Sigma F_{nx} = F_{2x} = F_2 \cos\alpha = 0{,}5\,\text{kN} \cdot \cos 45°$
$F_{rx} = 0{,}3536\,\text{kN}$ (positiv: nach rechts)
$F_{ry} = \Sigma F_{ny} = F_{2y} - F_G - F_1 = F_2 \sin\alpha - F_G - F_1$
$F_{ry} = 0{,}5\,\text{kN} \cdot \sin 45° - 2\,\text{kN} - 1{,}5\,\text{kN} = -3{,}146\,\text{kN}$
(negativ: nach unten)

$$F_r = \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2} = \sqrt{(0{,}3536\,\text{kN})^2 + (-3{,}146\,\text{kN})^2}$$

$F_r = 3{,}166\,\text{kN}$

b) $\alpha_r = \arctan \dfrac{F_{ry}}{F_{rx}} = \arctan \dfrac{-3{,}146\,\text{kN}}{0{,}3536\,\text{kN}} = -83{,}59°$

c) (Momentenbezugspunkt = Punkt O)

$$+F_r l_0 = -F_{2y} (l_2 + l_3) + F_G l_2 - F_1 l_1$$

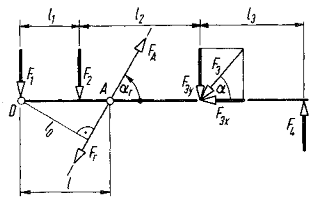
$$l_0 = \frac{-F_2 \sin\alpha (l_2 + l_3) + F_G l_2 - F_1 l_1}{F_r}$$

$$l_0 = \frac{-0{,}5\,\text{kN} \cdot \sin 45° \cdot 1{,}7\,\text{m} + 2\,\text{kN} \cdot 0{,}8\,\text{m} - 1{,}5\,\text{kN} \cdot 0{,}2\,\text{m}}{3{,}166\,\text{kN}}$$

$l_0 = 0{,}2208\,\text{m}$

81.

Lageskizze



a) $F_{rx} = \Sigma F_{nx} = -F_{3x} = -F_3 \cos\alpha = -500\,\text{N} \cdot \cos 50°$
$F_{rx} = -321{,}4\,\text{N}$ (Minus bedeutet: nach links)
$F_{ry} = \Sigma F_{ny} = -F_1 - F_2 - F_{3y} + F_4$
$F_{ry} = -300\,\text{N} - 200\,\text{N} - 500\,\text{N} \cdot \sin 50° + 100\,\text{N} = -783\,\text{N}$
(Minus bedeutet: nach unten)

$$F_r = \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2} = \sqrt{(-3{,}214 \cdot 10^2\,\text{N})^2 + (-7{,}83 \cdot 10^2\,\text{N})^2}$$

$F_r = 846{,}4\,\text{N}$ nach links unten.
Die Stützkraft wirkt mit demselben Betrag im Lager A nach rechts oben.

b) $\alpha_r = \arctan \dfrac{F_{ry}}{F_{rx}} = \arctan \dfrac{-783\,\text{N}}{-321{,}4\,\text{N}} = 67{,}68°$

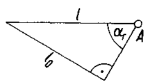
c) $-F_r l_0 = -F_2 l_1 - F_{3y} (l_1 + l_2) + F_4 (l_1 + l_2 + l_3)$

$$l_0 = \frac{-F_2 l_1 - F_3 \sin\alpha (l_1 + l_2) + F_4 (l_1 + l_2 + l_3)}{-F_r}$$

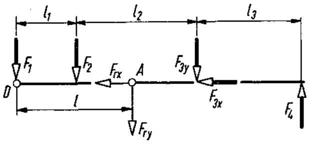
$$l_0 = \frac{-200\,\text{N} \cdot 2\,\text{m} - 500\,\text{N} \cdot \sin 50° \cdot 6\,\text{m} + 100\,\text{N} \cdot 9{,}5\,\text{m}}{-846{,}4\,\text{N}}$$

$l_0 = 2{,}065\,\text{m}$

$$l = \frac{l_0}{\sin\alpha_r} = \frac{2{,}065\,\text{m}}{\sin 67{,}68°} = 2{,}233\,\text{m}$$



Der Abstand l kann auf folgende Weise auch unmittelbar berechnet werden (Kontrolle!):



$$-F_{ry}\,l = -F_2 l_1 - F_{3y}(l_1 + l_2) + F_4(l_1 + l_2 + l_3)$$

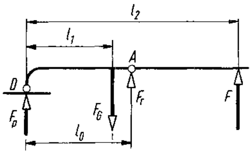
$$l = \frac{-F_2 l_1 - F_3 \sin\alpha\,(l_1 + l_2) + F_4(l_1 + l_2 + l_3)}{-F_{ry}}$$

$$l = \frac{-200\,\text{N}\cdot 2\,\text{m} - 500\,\text{N}\cdot\sin 50^\circ\cdot 6\,\text{m} + 100\,\text{N}\cdot 9{,}5\,\text{m}}{-783\,\text{N}}$$

$l = 2{,}233$ m

82.

Lageskizze



Die Druckkraft auf die Klappenfläche beträgt beim Öffnen

$$F_p = pA = p\,\frac{\pi}{4}d^2 = 6\,\text{bar}\cdot\frac{\pi}{4}\cdot(20\cdot 10^{-3}\,\text{m})^2$$

$$F_p = 6\cdot 10^5\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}\cdot\frac{\pi}{4}\cdot 400\cdot 10^{-6}\,\text{m}^2 = 188{,}5\,\text{N}$$

Resultierende F_r = Kraft im Hebeldrehpunkt A:

$F_r = F_p - F_G + F = 188{,}5\,\text{N} - 11\,\text{N} + 50\,\text{N} = +227{,}5\,\text{N}$

(Plus bedeutet: nach oben)

Momentensatz um D:

$F_r l_0 = -F_G l_1 + F l_2$

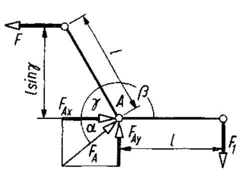
$$l_0 = \frac{-F_G l_1 + F l_2}{F_r} = \frac{-11\,\text{N}\cdot 90\,\text{mm} + 50\,\text{N}\cdot 225\,\text{mm}}{227{,}5\,\text{N}}$$

$l_0 = 45{,}10$ mm; d.h., der Hebeldrehpunkt muß *links* von der WL F_G liegen.

Rechnerische und zeichnerische Ermittlung unbekannter Kräfte im allgemeinen Kräftesystem

83.

Lageskizze



$\gamma = 180^\circ - \beta = 60^\circ$

I. $\Sigma F_x = 0 = F_{Ax} - F$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_{Ay} - F_1$

III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F\,l\sin\gamma - F_1 l$

a) III. $F = F_1\,\dfrac{l}{l\sin\gamma} = \dfrac{F_1}{\sin\gamma} = \dfrac{500\,\text{N}}{\sin 60^\circ} = 577{,}4\,\text{N}$

b) I. $F_{Ax} = F = 577{,}4$ N

II. $F_{Ay} = F_1 = 500$ N

$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(5{,}774\cdot 10^2\,\text{N})^2 + (5\cdot 10^2\,\text{N})^2}$

$F_A = 763{,}8$ N

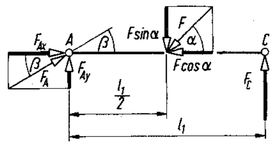
c) $\alpha = \arctan\dfrac{F_{Ay}}{F_{Ax}} = \arctan\dfrac{500\,\text{N}}{577{,}4\,\text{N}} = 40{,}89^\circ$

$\left(\text{Kontrolle: } \alpha = \arcsin\dfrac{F_{Ay}}{F_A} \text{ oder } \alpha = \arccos\dfrac{F_{Ax}}{F_A}\right)$

84.

Analytische Lösung:

Lageskizze (Stange AC freigemacht)



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{Ax} - F\cos\alpha$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_{Ay} - F\sin\alpha + F_C$

III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_C l_1 - F\sin\alpha\,\dfrac{l_1}{2}$

a) III. $F_C = \dfrac{F\sin\alpha\,\frac{l_1}{2}}{l_1} = \dfrac{F\sin\alpha}{2} = \dfrac{1000\,\text{N}\cdot\sin 45^\circ}{2} = 353{,}6\,\text{N}$

b) I. $F_{Ax} = F\cos\alpha = 1000\,\text{N}\cdot\cos 45^\circ = 707{,}1$ N

II. $F_{Ay} = F\sin\alpha - F_C = F\sin\alpha - \dfrac{F\sin\alpha}{2} = \dfrac{F\sin\alpha}{2}$

$F_{Ay} = 353{,}6$ N

$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(707{,}1\,\text{N})^2 + (353{,}6\,\text{N})^2}$

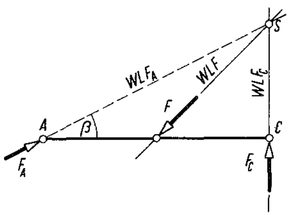
$F_A = 790{,}6$ N

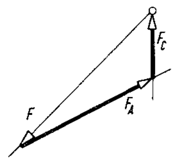
(Kontrolle: Neuer Ansatz mit $\Sigma M_{(C)} = 0$)

c) $\beta = \arctan\dfrac{F_{Ay}}{F_{Ax}} = \arctan\dfrac{353{,}6\,\text{N}}{707{,}1\,\text{N}} = 26{,}57^\circ$

Zeichnerische Lösung:

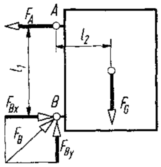
Lageplan ($M_L = 1\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$) Kräfteplan ($M_K = 400\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$)





85.

Lageskizze (freigemachte Tür)



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{Bx} - F_A$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_{By} - F_G$
III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F_A l_1 - F_G l_2$

a) Die Wirklinie der Stützkraft F_A liegt waagerecht.

b) III. $F_A = \dfrac{F_G l_2}{l_1} = \dfrac{800\ \text{N} \cdot 0{,}6\ \text{m}}{1\ \text{m}} = 480\ \text{N}$

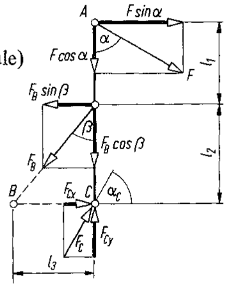
c) I. $F_{Bx} = F_A = 480\ \text{N}$
II. $F_{By} = F_G = 800\ \text{N}$

$$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{(480\ \text{N})^2 + (800\ \text{N})^2} = 933\ \text{N}$$

d) $F_{Bx} = 480\,\text{N};\ F_{By} = 800\,\text{N}$ (siehe Teillösung c)

86.

Lageskizze (freigemachte Säule)



$\beta = \arctan \dfrac{l_3}{l_2} = \arctan \dfrac{0{,}9\ \text{m}}{1{,}1\ \text{m}}$

$\beta = 39{,}29°$

I. $\Sigma F_x = 0 = F \sin\alpha - F_B \sin\beta + F_{Cx}$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_{Cy} - F_B \cos\beta - F \cos\alpha$
III. $\Sigma M_{(C)} = 0 = F_B \sin\beta\, l_2 - F \sin\alpha (l_1 + l_2)$

a) III. $F_B = \dfrac{F \sin\alpha (l_1 + l_2)}{l_2 \sin\beta} = \dfrac{2{,}2\,\text{kN} \cdot \sin 60° \cdot 2\,\text{m}}{1{,}1\,\text{m} \cdot \sin 39{,}29°}$

$F_B = 5{,}470\,\text{kN}$

b) I. $F_{Cx} = F_B \sin\beta - F \sin\alpha$
$F_{Cx} = 5{,}47\,\text{kN} \cdot \sin 39{,}29° - 2{,}2\,\text{kN} \cdot \sin 60° = 1{,}559\,\text{kN}$

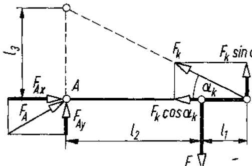
II. $F_{Cy} = F_B \cos\beta + F \cos\alpha$
$F_{Cy} = 5{,}47\,\text{kN} \cdot \cos 39{,}29° + 2{,}2\,\text{kN} \cdot \cos 60° = 5{,}334\,\text{kN}$

$$F_C = \sqrt{F_{Cx}^2 + F_{Cy}^2} = \sqrt{(1{,}559\,\text{kN})^2 + (5{,}334\,\text{kN})^2}$$
$F_C = 5{,}557\,\text{kN}$

c) $\alpha_C = \arctan \dfrac{F_{Cy}}{F_{Cx}} = \arctan \dfrac{5{,}334\,\text{kN}}{1{,}559\,\text{kN}} = 73{,}71°$

87.

Lageskizze (freigemachter Ausleger)



$\alpha_k = \arctan \dfrac{l_3}{l_1 + l_2} = \arctan \dfrac{2\,\text{m}}{4\,\text{m}}$

$\alpha_k = 26{,}57°$

I. $\Sigma F_x = 0 = F_{Ax} - F_k \cos\alpha_k$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_{Ay} - F + F_k \sin\alpha_k$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_k \sin\alpha_k (l_1 + l_2) - F l_2$

a) III. $F_k = \dfrac{F l_2}{\sin\alpha_k (l_1 + l_2)} = \dfrac{8\,\text{kN} \cdot 3\,\text{m}}{\sin 26{,}57° \cdot 4\,\text{m}} = 13{,}42\,\text{kN}$

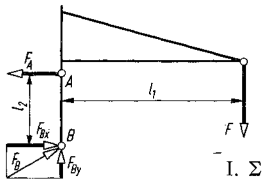
b) I. $F_{Ax} = F_k \cos\alpha_k = 13{,}42\,\text{kN} \cdot \cos 26{,}57° = 12\,\text{kN}$
II. $F_{Ay} = F - F_k \sin\alpha_k = 8\,\text{kN} - 13{,}42\,\text{kN} \cdot \sin 26{,}57° = 2\,\text{kN}$
(Kontrolle mit $\Sigma M_{(B)} = 0$)

$$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(12\,\text{kN})^2 + (2\,\text{kN})^2} = 12{,}17\,\text{kN}$$

c) $F_{Ax} = 12\,\text{kN};\ F_{Ay} = 2\,\text{kN}$ (siehe Teillösung b)

88.

Lageskizze (freigemachter Drehkran)



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{Bx} - F_A$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_{By} - F$
III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F_A l_2 - F l_1$

a) III. $F_A = F \dfrac{l_1}{l_2} = 7{,}5\,\text{kN} \cdot \dfrac{1{,}6\,\text{m}}{0{,}65\,\text{m}} = 18{,}46\,\text{kN}$

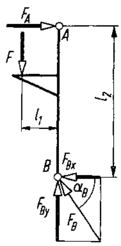
b) I. $F_{Bx} = F_A = 18{,}46\,\text{kN}$
II. $F_{By} = F = 7{,}5\,\text{kN}$

$$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{(18{,}46\,\text{kN})^2 + (7{,}5\,\text{kN})^2}$$
$F_B = 19{,}93\,\text{kN}$

c) $F_{Bx} = 18{,}46\,\text{kN};\ F_{By} = 7{,}5\,\text{kN}$ (siehe Teillösung b)

89.

Lageskizze (freigemachte Säule)



I. $\Sigma F_x = 0 = F_A - F_{Bx}$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_{By} - F$
III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F l_1 - F_A l_2$

a) III. $F_A = F \dfrac{l_1}{l_2} = 6{,}3\,\text{kN} \cdot \dfrac{0{,}58\,\text{m}}{2{,}75\,\text{m}}$

$F_A = 1{,}329\,\text{kN}$

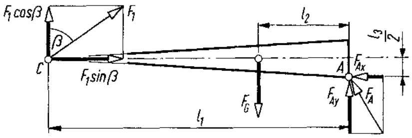
b) I. $F_{Bx} = F_A = 1{,}329\,\text{kN}$
II. $F_{By} = F = 6{,}3\,\text{kN}$

$$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{(1{,}329\,\text{kN})^2 + (6{,}3\,\text{kN})^2} = 6{,}439\,\text{kN}$$

c) $\alpha_B = \arctan \dfrac{F_{By}}{F_{Bx}} = \arctan \dfrac{6{,}3\,\text{kN}}{1{,}329\,\text{kN}} = 78{,}09°$

90.

Lageskizze (freigemachter Gittermast)



I. $\Sigma F_x \;= 0 = F_1 \sin\beta - F_{Ax}$
II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_1 \cos\beta - F_G + F_{Ay}$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_G\, l_2 - F_1 \cos\beta\, l_1 - F_1 \sin\beta \dfrac{l_3}{2}$

a) III. $F_1 = F_G \dfrac{l_2}{l_1 \cos\beta + \dfrac{l_3}{2} \sin\beta}$

$$F_1 = 29\,\text{kN} \cdot \frac{6{,}1\,\text{m}}{20\,\text{m} \cdot \cos 55^\circ + 0{,}65\,\text{m} \cdot \sin 55^\circ}$$

$F_1 = 14{,}74\,\text{kN}$

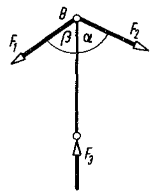
b) I. $F_{Ax} = F_1 \sin\beta = 14{,}74\,\text{kN} \cdot \sin 55^\circ = 12{,}07\,\text{kN}$
II. $F_{Ay} = F_G - F_1 \cos\beta = 29\,\text{kN} - 14{,}74\,\text{kN} \cdot \cos 55^\circ$
$F_{Ay} = 20{,}55\,\text{kN}$
(Kontrolle: $\Sigma M_{(C)} = 0$)

$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(12{,}07\,\text{kN})^2 + (20{,}55\,\text{kN})^2}$
$F_A = 23{,}83\,\text{kN}$

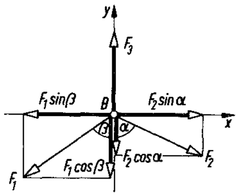
c) siehe Teillösung b!

d) Lageskizze (freigemachte Pendelstütze)

Die Pendelstütze ist ein Zweigelenkstab, denn sie wird nur in zwei Punkten belastet und ist in diesen Punkten „gelenkig gelagert".
Folglich bilden die Kräfte F_1, F_2, F_3 ein zentrales Kräftesystem mit dem Zentralpunkt B an der Spitze der Pendelstütze.



Lageskizze für das zentrale Kräftesystem



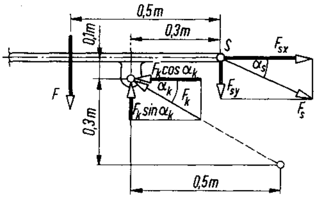
I. $\Sigma F_x = 0 = F_2 \sin\alpha - F_1 \sin\beta$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_3 - F_1 \cos\beta - F_2 \cos\alpha$

I. $\alpha = \arcsin\left(\dfrac{F_1}{F_2} \sin\beta\right) = \arcsin\left(\dfrac{14{,}74\,\text{kN}}{13\,\text{kN}} \cdot \sin 55^\circ\right)$
$\alpha = 68{,}22^\circ$

e) II. $F_3 = F_1 \cos\beta + F_2 \cos\alpha$
$F_3 = 14{,}74\,\text{kN} \cdot \cos 55^\circ + 13\,\text{kN} \cdot \cos 68{,}22^\circ = 13{,}28\,\text{kN}$

91.

Lageskizze (freigemachter Tisch)



$\alpha_k = \arctan \dfrac{0{,}3\,\text{m}}{0{,}5\,\text{m}}$
$\alpha_k = 30{,}96^\circ$

I. $\Sigma F_x \;= 0 = F_{sx} - F_k \cos\alpha_k$
II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_k \sin\alpha_k - F - F_{sy}$
III. $\Sigma M_{(S)} = 0 = F \cdot 0{,}5\,\text{m} - F_k \sin\alpha_k \cdot 0{,}3\,\text{m} - F_k \cos\alpha_k \cdot 0{,}1\,\text{m}$

a) III. $F_k = F \cdot \dfrac{0{,}5\,\text{m}}{0{,}3\,\text{m} \cdot \sin\alpha_k + 0{,}1\,\text{m} \cdot \cos\alpha_k}$

$$F_k = 12\,\text{kN} \cdot \frac{0{,}5\,\text{m}}{0{,}3\,\text{m} \cdot \sin 30{,}96^\circ + 0{,}1\,\text{m} \cdot \cos 30{,}96^\circ}$$

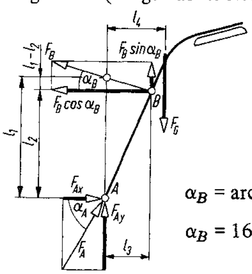
$F_k = 24{,}99\,\text{kN}$

b) I. $F_{sx} = F_k \cos\alpha_k = 24{,}99\,\text{kN} \cdot \cos 30{,}96^\circ = 21{,}43\,\text{kN}$
II. $F_{sy} = F_k \sin\alpha_k - F = 24{,}99\,\text{kN} \cdot \sin 30{,}96^\circ - 12\,\text{kN}$
$F_{sy} = 0{,}8571\,\text{kN}$
$F_s = \sqrt{F_{sx}^2 + F_{sy}^2} = \sqrt{(21{,}43\,\text{kN})^2 + (0{,}8571\,\text{kN})^2}$
$F_s = 21{,}45\,\text{kN}$

c) $\alpha_s = \arctan \dfrac{F_{sy}}{F_{sx}} = \arctan \dfrac{0{,}8571\,\text{kN}}{21{,}43\,\text{kN}} = 2{,}29^\circ$

92.

Lageskizze (freigemachte Leuchte)



$\alpha_B = \arctan \dfrac{l_1 - l_2}{l_3} = \arctan \dfrac{0{,}3\,\text{m}}{1\,\text{m}}$
$\alpha_B = 16{,}7^\circ$

I. $\Sigma F_x \;= 0 = F_{Ax} - F_B \cos\alpha_B$
II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_{Ay} + F_B \sin\alpha_B - F_G$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_B \sin\alpha_B\, l_3 + F_B \cos\alpha_B\, l_2 - F_G\, l_4$

a) III. $F_B = F_G \dfrac{l_4}{l_3 \sin\alpha_B + l_2 \cos\alpha_B}$

$$F_B = 600\,\text{N} \cdot \frac{1{,}2\,\text{m}}{1\,\text{m} \cdot \sin 16{,}7^\circ + 2{,}7\,\text{m} \cdot \cos 16{,}7^\circ}$$

$F_B = 250{,}6\,\text{N}$

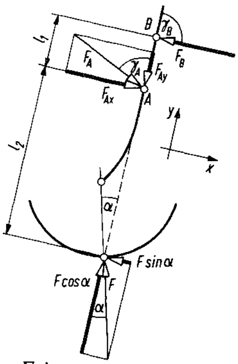
b) I. $F_{Ax} = F_B \cos\alpha_B = 250{,}6\,\text{N} \cdot \cos 16{,}7^\circ = 240\,\text{N}$
II. $F_{Ay} = F_G - F_B \sin\alpha_B = 600\,\text{N} - 250{,}6\,\text{N} \cdot \sin 16{,}7^\circ$
$F_{Ay} = 528\,\text{N}$
$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(240\,\text{N})^2 + (528\,\text{N})^2}$
$F_A = 580\,\text{N}$

c) $\alpha_A = \arctan \dfrac{F_{Ay}}{F_{Ax}} = \arctan \dfrac{528\,\text{N}}{240\,\text{N}} = 65{,}56^\circ$

93.

Lageskizze (freigemachte Lenksäule mit Vorderrad)

Hier wird zweckmäßigerweise die Längsachse der Lenksäule als y-Achse festgelegt. Die Kraft F muß deshalb in ihre Komponenten $F \sin \alpha$ und $F \cos \alpha$ zerlegt werden.



I. $\Sigma F_x \;= 0 = F_{Ax} - F_B - F \sin \alpha$
II. $\Sigma F_y \;= 0 = F \cos \alpha - F_{Ay}$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_B\, l_1 - F \sin \alpha\, l_2$

a) III. $F_B = F \dfrac{l_2 \sin \alpha}{l_1} = 250\,\text{N} \cdot \dfrac{0{,}75\,\text{m} \cdot \sin 15^\circ}{0{,}2\,\text{m}} = 242{,}6\,\text{N}$

b) I. $F_{Ax} = F_B + F \sin \alpha = 242{,}6\,\text{N} + 250\,\text{N} \cdot \sin 15^\circ$
$F_{Ax} = 307{,}3\,\text{N}$
II. $F_{Ay} = F \cos \alpha = 250\,\text{N} \cdot \cos 15^\circ = 241{,}5\,\text{N}$

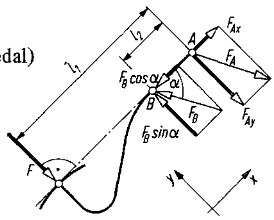
$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(307{,}3\,\text{N})^2 + (241{,}5\,\text{N})^2}$
$F_A = 390{,}9\,\text{N}$

c) F_B wirkt rechtwinklig zur Lenksäule (einwertiges Lager); $\gamma_B = 90^\circ$

d) $\gamma_A = \arctan \dfrac{F_{Ax}}{F_{Ay}} = \arctan \dfrac{307{,}3\,\text{N}}{241{,}5\,\text{N}} = 51{,}84^\circ$

94.

Lageskizze (freigemachtes Bremspedal)



I. $\Sigma F_x \;= 0 = F_{Ax} - F_B \cos \alpha$
II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_B \sin \alpha - F - F_{Ay}$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F\, l_1 - F_B \sin \alpha\, l_2$

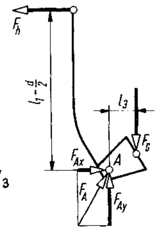
a) III. $F_B = F \dfrac{l_1}{l_2 \sin \alpha} = 110\,\text{N} \cdot \dfrac{290\,\text{mm}}{45\,\text{m} \cdot \sin 75^\circ} = 733{,}9\,\text{N}$

b) I. $F_{Ax} = F_B \cos \alpha = 733{,}9\,\text{N} \cdot \cos 75^\circ = 189{,}9\,\text{N}$
II. $F_{Ay} = F_B \sin \alpha - F = 733{,}9\,\text{N} \cdot \sin 75^\circ - 110\,\text{N}$
$F_{Ay} = 598{,}9\,\text{N}$

$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2}$
$F_A = \sqrt{(1{,}899 \cdot 10^2\,\text{N})^2 + (5{,}989 \cdot 10^2\,\text{N})^2} = 628{,}3\,\text{N}$

95.

Lageskizze 1
(freigemachter Hubarm)



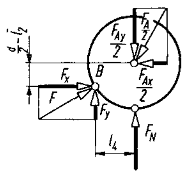
I. $\Sigma F_x \;= 0 = F_{Ax} - F_h$
II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_{Ay} - F_G$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_h \left(l_1 - \dfrac{d}{2} \right) - F_G\, l_3$

a) III. $F_h = F_G \dfrac{l_3}{l_1 - \dfrac{d}{2}} = 1{,}25\,\text{kN} \cdot \dfrac{0{,}21\,\text{m}}{1{,}3\,\text{m}} = 0{,}2019\,\text{kN}$

b) I. $F_{Ax} = F_h = 0{,}2019\,\text{kN}$
II. $F_{Ay} = F_G = 1{,}25\,\text{kN}$
$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(0{,}2019\,\text{kN})^2 + (1{,}25\,\text{kN})^2}$
$F_A = 1{,}266\,\text{kN}$

Für die Teillösungen c) bis e) wird eines der beiden Räder freigemacht:

Lageskizze 2
(freigemachtes Rad)
Hinweis: Jedes Rad nimmt nur die Hälfte der Achslast F_A auf.



Berechnung des Abstands l_4:

$$l_4 = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \left(\frac{d}{2} - l_2\right)^2} = \sqrt{(0{,}3\,\text{m})^2 - (0{,}1\,\text{m})^2}$$
$l_4 = 0{,}2828\,\text{m}$

Gleichgewichtsbedingungen:

I. $\Sigma F_x \;= 0 = F_x - \dfrac{F_{Ax}}{2}$

II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_N + F_y - \dfrac{F_{Ay}}{2}$

III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F_N\, l_4 + \dfrac{F_{Ax}}{2} \left(\dfrac{d}{2} - l_2 \right) - \dfrac{F_{Ay}}{2}\, l_4$

c) III. $F_N = \dfrac{\dfrac{F_{Ay}}{2}\, l_4 - \dfrac{F_{Ax}}{2} \left(\dfrac{d}{2} - l_2\right)}{l_4} = \dfrac{F_{Ay}}{2} - \dfrac{F_{Ax}}{2}\, \dfrac{\dfrac{d}{2} - l_2}{l_4}$

$F_N = 0{,}625\,\text{kN} - 0{,}101\,\text{kN} \cdot \dfrac{0{,}1\,\text{m}}{0{,}2828\,\text{m}} = 0{,}5893\,\text{kN}$

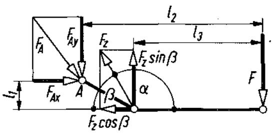
d) I. $F_x = \dfrac{F_{Ax}}{2} = 0{,}101\,\text{kN}$

II. $F_y = \dfrac{F_{Ay}}{2} - F_n = 0{,}625\,\text{kN} - 0{,}5893\,\text{kN} = 0{,}0357\,\text{kN}$
$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(0{,}101\,\text{kN})^2 + (0{,}0357\,\text{kN})^2}$
$F = 0{,}1071\,\text{kN}$

e) siehe Teillösung d!

96.

Lageskizze (freigemachter Hebel)



$$\beta = 180^\circ - \alpha = 60^\circ$$

$$\text{I. } \Sigma F_x = 0 = F_{Ax} - F_z \cos\beta$$
$$\text{II. } \Sigma F_y = 0 = F_z \sin\beta - F_{Ay} - F$$
$$\text{III. } \Sigma M_{(A)} = 0 = F_z \sin\beta (l_2 - l_3) - F_z \cos\beta \, l_1 - F l_2$$

a) III. $F_z = F \dfrac{l_2}{(l_2 - l_3)\sin\beta - l_1 \cos\beta}$

$$F_z = 60\,\text{N} \cdot \frac{80\,\text{mm}}{15\,\text{mm} \cdot \sin 60^\circ - 10\,\text{mm} \cdot \cos 60^\circ}$$

$$F_z = 600{,}7\,\text{N}$$

b) I. $F_{Ax} = F_z \cos\beta = 600{,}7\,\text{N} \cdot \cos 60^\circ = 300{,}36\,\text{N}$

II. $F_{Ay} = F_z \sin\beta - F = 600{,}7\,\text{N} \cdot \sin 60^\circ - 60\,\text{N}$

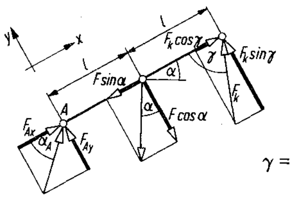
$F_{Ay} = 460{,}2\,\text{N}$

$$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(300{,}36\,\text{N})^2 + (460{,}2\,\text{N})^2}$$

$$F_A = 549{,}6\,\text{N}$$

97.

Lageskizze (freigemachter Tisch)



$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 80^\circ$$

$$\text{I. } \Sigma F_x = 0 = F_{Ax} - F\sin\alpha + F_k \cos\gamma$$
$$\text{II. } \Sigma F_y = 0 = F_{Ay} - F\cos\alpha + F_k \sin\gamma$$
$$\text{III. } \Sigma M_{(A)} = 0 = F_k \sin\gamma \cdot 2\,l - F\cos\alpha\, l$$

a) III. $F_k = F \dfrac{l\cos\alpha}{2\,l\sin\gamma} = F \dfrac{\cos\alpha}{2\sin\gamma} = 5{,}5\,\text{kN} \cdot \dfrac{\cos 30^\circ}{2 \cdot \sin 80^\circ}$

$F_k = 2{,}418\,\text{kN}$

b) I. $F_{Ax} = F\sin\alpha - F_k\cos\gamma$

$F_{Ax} = 5{,}5\,\text{kN} \cdot \sin 30^\circ - 2{,}418\,\text{kN} \cdot \cos 80^\circ = 2{,}33\,\text{kN}$

II. $F_{Ay} = F\cos\alpha - F_k \sin\gamma$

$F_{Ay} = 5{,}5\,\text{kN} \cdot \cos 30^\circ - 2{,}418\,\text{kN} \cdot \sin 80^\circ = 2{,}382\,\text{kN}$

Hinweis: Dieses Teilergebnis enthält bereits eine Kontrolle der vorangegangenen Rechnungen: Weil die Belastung F in Tischmitte wirkt, müssen die y-Komponenten der Stützkräfte (F_{Ay} und $F_k \sin\gamma$) gleich groß und gleich der Hälfte der Komponente $F\cos\alpha$ sein.

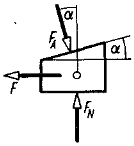
$$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(2{,}33\,\text{kN})^2 + (2{,}382\,\text{kN})^2}$$

$$F_A = 3{,}332\,\text{kN}$$

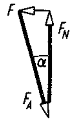
c) $\alpha_A = \arctan \dfrac{F_{Ay}}{F_{Ax}} = \arctan \dfrac{2{,}382\,\text{kN}}{2{,}33\,\text{kN}} = 45{,}63^\circ$

98.

Lageskizze (freigemachter Spannkeil)



Krafteckskizze



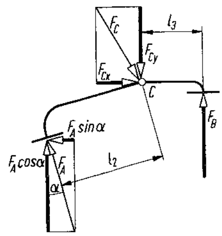
Nach Krafteckskizze ist:

a) $F_N = \dfrac{F}{\tan\alpha} = \dfrac{200\,\text{N}}{\tan 15^\circ}$ 746,4 N

b) $F_A = \dfrac{F}{\sin\alpha} = \dfrac{200\,\text{N}}{\sin 15^\circ} = 772{,}7\,\text{N}$

Für die Teillösungen c) bis e) wird der Klemmhebel freigemacht.

Lageskizze (freigemachter Klemmhebel)



$$\text{I. } \Sigma F_x = 0 = F_{Cx} - F_A \sin\alpha$$
$$\text{II. } \Sigma F_y = 0 = F_A \cos\alpha + F_B - F_{Cy}$$
$$\text{III. } \Sigma M_{(C)} = 0 = F_B\, l_3 - F_A\, l_2$$

Hinweis: In der Momentengleichgewichtsbedingung (III) wird zweckmäßigerweise nicht mit den Komponenten $F_A \sin\alpha$ und $F_A \cos\alpha$, sondern mit der Kraft F_A gerechnet.

c) III. $F_B = F_A \dfrac{l_2}{l_3} = 772{,}7\,\text{N} \cdot \dfrac{35\,\text{mm}}{20\,\text{mm}} = 1352\,\text{N}$

d) I. $F_{Cx} = F_A \sin\alpha = 772{,}7\,\text{N} \cdot \sin 15^\circ = 200\,\text{N}$

II. $F_{Cy} = F_A \cos\alpha + F_B = 772{,}7\,\text{N} \cdot \cos 15^\circ + 1352\,\text{N}$

$F_{Cy} = 2099\,\text{N}$

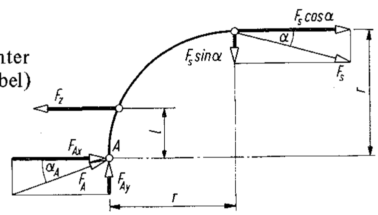
$$F_C = \sqrt{F_{Cx}^2 + F_{Cy}^2} = \sqrt{(200\,\text{N})^2 + (2099\,\text{N})^2}$$

$$F_C = 2108\,\text{N}$$

e) siehe Teillösung d)!

99.

Lageskizze (freigemachter Schwinghebel)



$$\text{I. } \Sigma F_x = 0 = F_s \cos\alpha - F_z + F_{Ax}$$
$$\text{II. } \Sigma F_y = 0 = F_{Ay} - F_s \sin\alpha$$
$$\text{III. } \Sigma M_{(A)} = 0 = F_z\, l - F_s \sin\alpha\, r - F_s \cos\alpha\, r$$

a) III. $F_s = F_z \dfrac{l}{r(\sin\alpha + \cos\alpha)}$

$F_s = 1\,\text{kN} \cdot \dfrac{100\,\text{mm}}{250\,\text{mm}(\sin 15^\circ + \cos 15^\circ)} = 0{,}3266\,\text{kN}$

b) I. $F_{Ax} = F_z - F_s \cos\alpha = 1\,\text{kN} - 0{,}3266\,\text{kN} \cdot \cos 15^\circ$

$F_{Ax} = 0{,}6845\,\text{kN}$

II. $F_{Ay} = F_s \sin\alpha = 0{,}3266\,\text{kN} \cdot \sin 15^\circ = 0{,}0845\,\text{kN}$

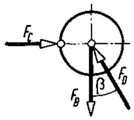
$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(0{,}6845\,\text{kN})^2 + (0{,}0845\,\text{kN})^2}$

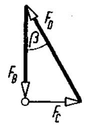
$F_A = 0{,}6897\,\text{kN}$

c) $\alpha_A = \arctan \dfrac{F_{Ay}}{F_{Ax}} = \arctan \dfrac{0{,}0845\,\text{kN}}{0{,}6845\,\text{kN}} = 7{,}04^\circ$

100.

a) Lageskizze (freigemachte Stützrolle) Krafteckskizze



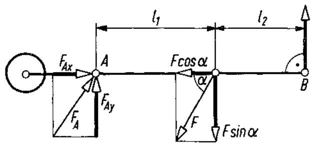


$F_B = \dfrac{F_C}{\tan\beta} = \dfrac{20\,\text{N}}{\tan 30^\circ} = 34{,}64\,\text{N}$

$F_D = \dfrac{F_C}{\sin\beta} = \dfrac{20\,\text{N}}{\sin 30^\circ} = 40\,\text{N}$

(Mit der gleichen Kraft drückt der Zweigelenkstab C–D auf das Lager D.)

b) Lageskizze (freigemachter Hebel)



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{Ax} - F\cos\alpha$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_{Ay} - F\sin\alpha + F_B$

III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_B\,(l_1 + l_2) - F\sin\alpha\, l_1$

III. $F = F_B \dfrac{l_1 + l_2}{l_1 \sin\alpha} = 34{,}64\,\text{N} \cdot \dfrac{90\,\text{mm}}{50\,\text{mm} \cdot \sin 60^\circ} = 72\,\text{N}$

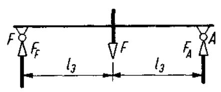
I. $F_{Ax} = F\cos\alpha = 72\,\text{N} \cdot \cos 60^\circ = 36\,\text{N}$

II. $F_{Ay} = F\sin\alpha - F_B = 72\,\text{N} \cdot \sin 60^\circ - 34{,}64\,\text{N} = 27{,}71\,\text{N}$

$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(36\,\text{N})^2 + (27{,}71\,\text{N})^2} = 45{,}43\,\text{N}$

101.

a) Lageskizze (freigemachter Tisch)



I. $\Sigma F_y = 0 = F_A + F_F - F$

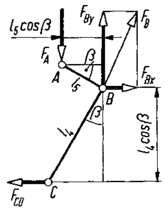
II. $\Sigma M_{(F)} = 0 = F_A \cdot 2\,l_3 - F\,l_3$

II. $F_A = F \dfrac{l_3}{2\,l_3} = \dfrac{F}{2} = 1\,\text{kN} = 1000\,\text{N}$

I. $F_F = F - F_A = 1\,\text{kN} = 1000\,\text{N}$

Für die Teillösungen b) und c) wird der Winkelhebel A–B–C freigemacht:

Lageskizze



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{Bx} - F_{CD}$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_{By} - F_A$

III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F_A\, l_5 \cos\beta - F_{CD}\, l_4 \cos\beta$

b) III. $F_{CD} = F_A \dfrac{l_5 \cos\beta}{l_4 \cos\beta} = F_A \dfrac{l_5}{l_4} = 1\,\text{kN} \cdot \dfrac{40\,\text{mm}}{90\,\text{mm}}$

$F_{CD} = 0{,}4444\,\text{kN}$

c) I. $F_{Bx} = F_{CD} = 0{,}4444\,\text{kN}$

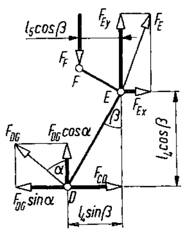
II. $F_{By} = F_A = 1\,\text{kN}$

$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{(0{,}4444\,\text{kN})^2 + (1\,\text{kN})^2}$

$F_B = 1{,}094\,\text{kN}$

Für die Teillösungen d) und e) wird der Winkelhebel D–E–F freigemacht:

Lageskizze



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{Ex} + F_{CD} - F_{DG} \sin\alpha$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_{DG} \cos\alpha + F_{Ey} - F_F$

III. $\Sigma M_{(E)} = 0 = F_F\, l_5 \cos\beta + F_{CD}\, l_4 \cos\beta - F_{DG} \sin\alpha\, l_4 \cos\beta - F_{DG} \cos\alpha\, l_4 \sin\beta$

d) III. $F_{DG} = \dfrac{F_F\, l_5 \cos\beta + F_{CD}\, l_4 \cos\beta}{l_4\,(\sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta)}$

$F_{DG} = \dfrac{(F_F\, l_5 + F_{CD}\, l_4) \cos\beta}{l_4 \sin(\alpha + \beta)}$

$F_{DG} = \dfrac{(1\,\text{kN} \cdot 40\,\text{mm} + 0{,}4444\,\text{kN} \cdot 90\,\text{mm}) \cdot \cos 30^\circ}{90\,\text{mm} \cdot \sin 80^\circ}$

$F_{DG} = 0{,}7817\,\text{kN}$

e) I. $F_{Ex} = F_{DG} \sin\alpha - F_{CD}$

$F_{Ex} = 0{,}7817\,\text{kN} \cdot \sin 50^\circ - 0{,}4444\,\text{kN} = 0{,}1544\,\text{kN}$

II. $F_{Ey} = F_F - F_{DG} \cos\alpha$

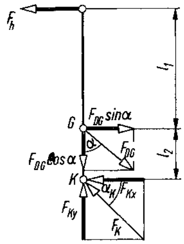
$F_{Ey} = 1\,\text{kN} - 0{,}7817\,\text{kN} \cdot \cos 50^\circ = 0{,}4975\,\text{kN}$

$F_E = \sqrt{F_{Ex}^2 + F_{Ey}^2} = \sqrt{(0{,}1544\,\text{kN})^2 + (0{,}4975\,\text{kN})^2}$

$F_E = 0{,}5209\,\text{kN}$

Für die Teillösungen f) und g) wird die Deichsel freigemacht:

Lageskizze



$$\begin{aligned}
&\text{I. } \Sigma F_x &&= 0 = F_{DG}\sin\alpha - F_\text{h} - F_{Kx}\\
&\text{II. } \Sigma F_y &&= 0 = F_{Ky} - F_{DG}\cos\alpha\\
&\text{III. } \Sigma M_{(K)} &&= 0 = F_\text{h}(l_1 + l_2) - F_{DG}\sin\alpha\, l_2
\end{aligned}$$

f) III. $F_\text{h} = F_{DG}\dfrac{l_2\sin\alpha}{l_1 + l_2} = 0{,}7817\,\text{kN}\cdot\dfrac{180\,\text{mm}\cdot\sin 50°}{1280\,\text{mm}}$

$F_\text{h} = 0{,}0842\,\text{kN}$

g) I. $F_{Kx} = F_{DG}\sin\alpha - F_\text{h}$

$F_{Kx} = 0{,}7817\,\text{kN}\cdot\sin 50° - 0{,}0842\,\text{kN} = 0{,}5146\,\text{kN}$

II. $F_{Ky} = F_{DG}\cos\alpha = 0{,}7817\,\text{kN}\cdot\cos 50° = 0{,}5025\,\text{kN}$

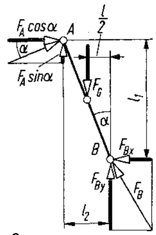
$F_K = \sqrt{F_{Kx}^2 + F_{Ky}^2} = \sqrt{(0{,}5146\,\text{kN})^2 + (0{,}5025\,\text{kN})^2}$

$F_K = 0{,}7192\,\text{kN}$

$$\alpha_K = \arctan\frac{F_{Ky}}{F_{Kx}} = \arctan\frac{502{,}5\,\text{N}}{514{,}6\,\text{N}} = 44{,}32°$$

102.

Lageskizze (freigemachte Leiter)



Berechnung des Winkels α:

$$\alpha = \arctan\frac{l_2}{l_1} = \arctan\frac{1{,}5\,\text{m}}{4\,\text{m}} = 20{,}56°$$

$$\begin{aligned}
&\text{I. } \Sigma F_x &&= 0 = F_A\cos\alpha - F_{Bx}\\
&\text{II. } \Sigma F_y &&= 0 = F_A\sin\alpha + F_{By} - F_\text{G}\\
&\text{III. } \Sigma M_{(B)} &&= 0 = F_\text{G}\frac{l_2}{2} - F_A\sin\alpha\, l_2 - F_A\cos\alpha\, l_1
\end{aligned}$$

a) III. $F_A = F_\text{G}\dfrac{l_2}{2(l_1\cos\alpha + l_2\sin\alpha)}$

$F_A = 800\,\text{N}\cdot\dfrac{1{,}5\,\text{m}}{2(4\,\text{m}\cdot\cos 20{,}56° + 1{,}5\,\text{m}\cdot\sin 20{,}56°)}$

$F_A = 140{,}4\,\text{N}$

$F_{Ax} = F_A\cos\alpha = 140{,}4\,\text{N}\cdot\cos 20{,}56° = 131{,}5\,\text{N}$

$F_{Ay} = F_A\sin\alpha = 140{,}4\,\text{N}\cdot\sin 20{,}56° = 49{,}32\,\text{N}$

b) I. $F_{Bx} = F_A\cos\alpha = 131{,}5\,\text{N}$

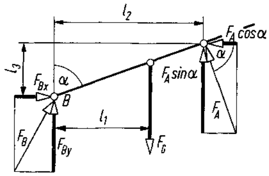
II. $F_{By} = F_\text{G} - F_A\sin\alpha = 800\,\text{N} - 49{,}32\,\text{N} = 750{,}7\,\text{N}$

$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{(131{,}6\,\text{N})^2 + (750{,}7\,\text{N})^2}$

$F_B = 762{,}1\,\text{N}$

103.

Lageskizze (freigemachter Stab)



Berechnung des Winkels α:

$$\alpha = \arctan\frac{l_2}{l_3} = \arctan\frac{3\,\text{m}}{1\,\text{m}} = 71{,}57°$$

$$\begin{aligned}
&\text{I. } \Sigma F_x &&= 0 = F_{Bx} - F_A\cos\alpha\\
&\text{II. } \Sigma F_y &&= 0 = F_{By} - F_\text{G} + F_A\sin\alpha\\
&\text{III. } \Sigma M_{(B)} &&= 0 = -F_\text{G}\, l_1 + F_A\sin\alpha\, l_2 + F_A\cos\alpha\, l_3
\end{aligned}$$

a) III. $F_A = F_\text{G}\dfrac{l_1}{l_2\sin\alpha + l_3\cos\alpha}$

$F_A = 100\,\text{N}\cdot\dfrac{2\,\text{m}}{3\,\text{m}\cdot\sin 71{,}57° + 1\,\text{m}\cdot\cos 71{,}57°}$

$F_A = 63{,}25\,\text{N}$

$F_{Ax} = F_A\cos\alpha = 63{,}25\,\text{N}\cdot\cos 71{,}57° = 20\,\text{N}$

$F_{Ay} = F_A\sin\alpha = 63{,}26\,\text{N}\cdot\sin 71{,}57° = 60\,\text{N}$

b) I. $F_{Bx} = F_A\cos\alpha = 63{,}25\,\text{N}\cdot\cos 71{,}57° = 20\,\text{N}$

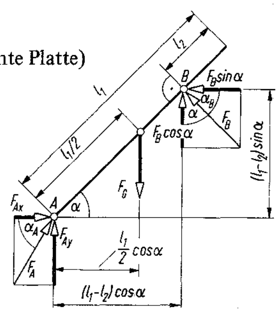
II. $F_{By} = F_\text{G} - F_A\sin\alpha = 100\,\text{N} - 60\,\text{N} = 40\,\text{N}$

$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{(20\,\text{N})^2 + (40\,\text{N})^2} = 44{,}72\,\text{N}$

104.

Anordnung ⓐ

Lageskizze (freigemachte Platte)



$$\begin{aligned}
&\text{I. } \Sigma F_x &&= 0 = F_{Ax} - F_B\sin\alpha\\
&\text{II. } \Sigma F_y &&= 0 = F_{Ay} - F_\text{G} + F_B\cos\alpha\\
&\text{III. } \Sigma M_{(A)} &&= 0 = -F_\text{G}\frac{l_1}{2}\cos\alpha + F_B\sin\alpha(l_1 - l_2)\sin\alpha\\
& && \quad + F_B\cos\alpha(l_1 - l_2)\cos\alpha
\end{aligned}$$

III. $F_B = F_\text{G}\dfrac{\frac{l_1}{2}\cos\alpha}{(l_1 - l_2)\underbrace{(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)}_{=1}} = F_\text{G}\dfrac{l_1\cos\alpha}{2(l_1 - l_2)}$

$F_B = 2{,}5\,\text{kN}\cdot\dfrac{2\,\text{m}\cdot\cos 45°}{2\cdot 1{,}5\,\text{m}} = 1{,}179\,\text{kN}$

I. $F_{Ax} = F_B\sin\alpha = 1{,}179\,\text{kN}\cdot\sin 45° = 0{,}8333\,\text{kN}$

II. $F_{Ay} = F_\text{G} - F_B\cos\alpha = 2{,}5\,\text{kN} - 1{,}179\,\text{kN}\cdot\cos 45°$

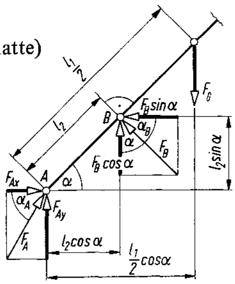
$F_{Ay} = 1{,}667\,\text{kN}$

$$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(0{,}833\,\text{kN})^2 + (1{,}667\,\text{kN})^2}$$
$$F_A = 1{,}863\,\text{kN}$$
$$\alpha_A = \arctan\frac{F_{Ay}}{F_{Ax}} = \arctan\frac{1{,}667\,\text{kN}}{0{,}8333\,\text{kN}} = 63{,}43^\circ$$

$\alpha_B = 45^\circ$, nämlich rechtwinklig zur Platte.

Anordnung (b)

Lageskizze (freigemachte Platte)



$$\text{I. } \Sigma F_x = 0 = F_{Ax} - F_B \sin\alpha$$
$$\text{II. } \Sigma F_y = 0 = F_{Ay} + F_B \cos\alpha - F_G$$
$$\text{III. } \Sigma M_{(A)} = 0 = F_B \sin\alpha \cdot l_2 \sin\alpha + F_B \cos\alpha \cdot l_2 \cos\alpha - F_G \frac{l_1}{2}\cos\alpha$$

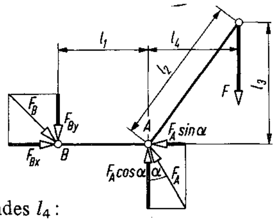
$$\text{III. } F_B = F_G \frac{\frac{l_1}{2}\cos\alpha}{l_2 \underbrace{(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)}_{=1}} = F_G \frac{l_1 \cos\alpha}{2\, l_2}$$

$$F_B = 2{,}5\,\text{kN} \cdot \frac{2\,\text{m} \cdot \cos 45^\circ}{2 \cdot 0{,}5\,\text{m}} = 3{,}536\,\text{kN}$$

$$\text{I. } F_{Ax} = F_B \sin\alpha = 3{,}536\,\text{kN} \cdot \sin 45^\circ = 2{,}5\,\text{kN}$$
$$\text{II. } F_{Ay} = F_G - F_B \cos\alpha = 2{,}5\,\text{kN} - 2{,}5\,\text{kN} = 0$$
$$F_A = F_{Ax} = 2{,}5\,\text{kN}; \quad \alpha_A = 0^\circ; \quad \alpha_B = 45^\circ$$

105.

Lageskizze (freigemachter Hebel)



Berechnung des Abstandes l_4:

$$l_4 = \sqrt{l_2^2 - l_3^2} = \sqrt{(0{,}5\,\text{m})^2 - (0{,}4\,\text{m})^2} = 0{,}3\,\text{m}$$

$$\text{I. } \Sigma F_x = 0 = F_{Bx} - F_A \sin\alpha$$
$$\text{II. } \Sigma F_y = 0 = -F_{By} + F_A \cos\alpha - F$$
$$\text{III. } \Sigma M_{(B)} = 0 = F_A \cos\alpha\, l_1 - F(l_1 + l_4)$$

$$\text{a) III. } F_A = F\frac{l_1 + l_4}{l_1 \cos\alpha} = 350\,\text{N} \cdot \frac{0{,}3\,\text{m} + 0{,}3\,\text{m}}{0{,}3\,\text{m} \cdot \cos 30^\circ} = 808{,}3\,\text{N}$$

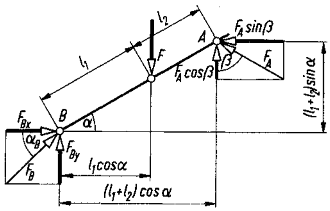
$$F_{Ax} = F_A \sin\alpha = 808{,}3\,\text{N} \cdot \sin 30^\circ = 404{,}1\,\text{N}$$
$$F_{Ay} = F_A \cos\alpha = 808{,}3\,\text{N} \cdot \cos 30^\circ = 700\,\text{N}$$

Hinweis: Hier ist α der Winkel zwischen F_A und der *Senkrechten*, daher andere Gleichungen für F_{Ax} und F_{Ay} als gewohnt.

$$\text{b) I. } F_{Bx} = F_A \sin\alpha = 404{,}1\,\text{N}$$
$$\text{II. } F_{By} = F_A \cos\alpha - F = 700\,\text{N} - 350\,\text{N} = 350\,\text{N}$$
$$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{(404{,}1\,\text{N})^2 + (350\,\text{N})^2}$$
$$F_B = 534{,}6\,\text{N}$$

106.

Lageskizze (freigemachte Rampe)



$$\text{I. } \Sigma F_x = 0 = F_{Bx} - F_A \sin\beta$$
$$\text{II. } \Sigma F_y = 0 = F_{By} - F + F_A \cos\beta$$
$$\text{III. } \Sigma M_{(B)} = 0 = -F l_1 \cos\alpha + F_A \cos\beta (l_1 + l_2)\cos\alpha + F_A \sin\beta (l_1 + l_2)\sin\alpha$$

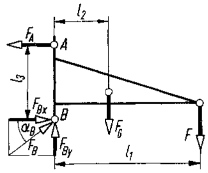
$$\text{a) III. } F_A = F\frac{l_1 \cos\alpha}{(l_1 + l_2)(\cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta)}$$
$$F_A = F\frac{l_1 \cos\alpha}{(l_1 + l_2)\cos(\alpha - \beta)} = 5\,\text{kN} \cdot \frac{2\,\text{m} \cdot \cos 20^\circ}{3{,}5\,\text{m} \cdot \cos(-40^\circ)}$$
$$F_A = 3{,}505\,\text{kN}$$

$$\text{b) I. } F_{Bx} = F_A \sin\beta = 3{,}505\,\text{kN} \cdot \sin 60^\circ = 3{,}035\,\text{kN}$$
$$\text{II. } F_{By} = F - F_A \cos\beta = 5\,\text{kN} - 3{,}505\,\text{kN} \cdot \cos 60^\circ = 3{,}248\,\text{kN}$$
$$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{(3{,}035\,\text{kN})^2 + (3{,}248\,\text{kN})^2}$$
$$F_B = 4{,}445\,\text{kN}$$

$$\text{c) } \alpha_B = \arctan\frac{F_{By}}{F_{Bx}} = \arctan\frac{3{,}248\,\text{kN}}{3{,}035\,\text{kN}} = 46{,}94^\circ$$

107.

Lageskizze (freigemachter Drehkran)



$$\text{I. } \Sigma F_x = 0 = F_{Bx} - F_A$$
$$\text{II. } \Sigma F_y = 0 = F_{By} - F_G - F$$
$$\text{III. } \Sigma M_{(B)} = 0 = F_A l_3 - F_G l_2 - F l_1$$

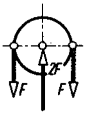
$$\text{a) III. } F_A = \frac{F_G l_2 + F l_1}{l_3} = \frac{8\,\text{kN} \cdot 0{,}55\,\text{m} + 20\,\text{kN} \cdot 2{,}2\,\text{m}}{1{,}2\,\text{m}}$$
$$F_A = 40{,}33\,\text{kN}$$

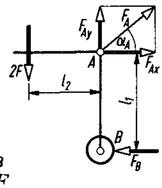
$$\text{b) I. } F_{Bx} = F_A = 40{,}33\,\text{kN}$$
$$\text{II. } F_{By} = F_G + F = 8\,\text{kN} + 20\,\text{kN} = 28\,\text{kN}$$
$$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{(40{,}33\,\text{kN})^2 + (28\,\text{kN})^2}$$
$$F_B = 49{,}1\,\text{kN}$$

$$\text{c) } \alpha_B = \arctan\frac{F_{By}}{F_{Bx}} = \arctan\frac{28\,\text{kN}}{40{,}33\,\text{kN}} = 34{,}77^\circ$$

108.

Lageskizze 1 (freigemachte Spannrolle) Lageskizze 2 (freigemachter Winkelhebel)





I. $\Sigma F_x \quad = 0 = F_{Ax} - F_B$
II. $\Sigma F_y \quad = 0 = F_{Ay} - 2F$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = 2F l_2 - F_B l_1$

a) III. $F_B = 2F\dfrac{l_2}{l_1} = 2 \cdot 35\,\text{N} \cdot \dfrac{110\,\text{mm}}{135\,\text{mm}} = 57{,}04\,\text{N}$

b) I. $F_{Ax} = F_B = 57{,}04\,\text{N}$
II. $F_{Ay} = 2F = 2 \cdot 35\,\text{N} = 70\,\text{N}$

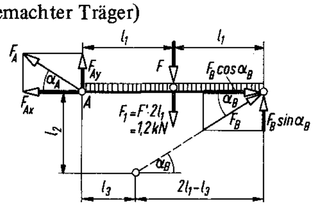
$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(57{,}04\,\text{N})^2 + (70\,\text{N})^2}$

$F_A = 90{,}3\,\text{N}$

c) $\alpha_A = \arctan\dfrac{F_{Ay}}{F_{Ax}} = \arctan\dfrac{70\,\text{N}}{57{,}04\,\text{N}} = 50{,}83^\circ$

109.

Lageskizze (freigemachter Träger)



Berechnung des Winkels α_B:

$$\alpha_B = \arctan\frac{l_2}{2\,l_1 - l_3} = \arctan\frac{0{,}7\,\text{m}}{0{,}85\,\text{m}} = 39{,}47^\circ$$

I. $\Sigma F_x \quad = 0 = F_B \cos\alpha_B - F_{Ax}$
II. $\Sigma F_y \quad = 0 = F_{Ay} - F - F_1 + F_B \sin\alpha_B$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = -(F + F_1)\,l_1 + F_B \sin\alpha_B \cdot 2\,l_1$

a) III. $F_B = (F + F_1)\dfrac{l_1}{2\,l_1 \sin\alpha_B} = \dfrac{F + F_1}{2 \sin\alpha_B}$

$F_B = 12{,}74\,\text{kN}$

b) I. $F_{Ax} = F_B \cos\alpha_B = 12{,}74\,\text{kN} \cdot \cos 39{,}47^\circ = 9{,}836\,\text{kN}$
II. $F_{Ay} = F + F_1 - F_B \sin\alpha_B$

$F_{Ay} = 15\,\text{kN} + 1{,}2\,\text{kN} - 12{,}74\,\text{kN} \cdot \sin 39{,}47^\circ = 8{,}1\,\text{kN}$

$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(9{,}836\,\text{kN})^2 + (8{,}1\,\text{kN})^2}$

$F_A = 12{,}74\,\text{kN}$

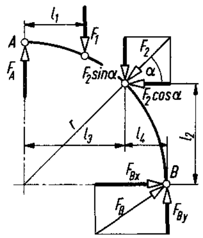
c) $\alpha_A = \arctan\dfrac{F_{Ay}}{F_{Ax}} = \arctan\dfrac{8{,}1\,\text{kN}}{9{,}836\,\text{kN}} = 39{,}47^\circ$

Hinweis: Wegen der Wirkliniensymmetrie müssen $F_A = F_B$ und $\alpha_A = \alpha_B$ sein (siehe Lageskizze). Die Teillösungen b) und c) enthalten also zugleich eine Kontrolle der Rechnungen.

110.

Rechnerische Lösung:

Lageskizze (freigemachter Bogenträger)



Berechnung des Abstands l_4:

$l_4 = r - l_3 = r - \sqrt{r^2 - l_2^2} = 3{,}6\,\text{m} - \sqrt{(3{,}6\,\text{m})^2 - (2{,}55\,\text{m})^2}$

$l_4 = 3{,}6\,\text{m} - \sqrt{6{,}4575\,\text{m}^2} = 1{,}059\,\text{m}$

I. $\Sigma F_x \quad = 0 = F_{Bx} - F_2 \cos\alpha$
II. $\Sigma F_y \quad = 0 = F_A - F_1 - F_2 \sin\alpha + F_{By}$
III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = -F_A r + F_1 (r - l_1)$
$+ F_2 \sin\alpha\, l_4 + F_2 \cos\alpha\, l_2$

a) III. $F_A = \dfrac{F_1 (r - l_1) + F_2 (l_4 \sin\alpha + l_2 \cos\alpha)}{r}$

$$F_A = \frac{21\,\text{kN} \cdot 2{,}2\,\text{m} + 18\,\text{kN}(1{,}059\,\text{m} \cdot \sin 45^\circ + 2{,}55\,\text{m} \cdot \cos 45^\circ)}{3{,}6\,\text{m}}$$

$F_A = 25{,}59\,\text{kN}$

b) I. $F_{Bx} = F_2 \cos\alpha = 18\,\text{kN} \cdot \cos 45^\circ = 12{,}73\,\text{kN}$
II. $F_{By} = F_1 + F_2 \sin\alpha - F_A$
$= 21\,\text{kN} + 18\,\text{kN} \cdot \sin 45^\circ - 25{,}59\,\text{kN} = 8{,}14\,\text{kN}$

$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{(12{,}73\,\text{kN})^2 + (8{,}14\,\text{kN})^2}$

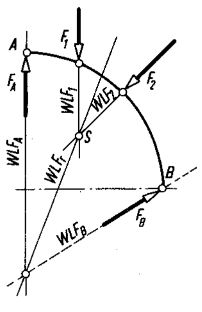
$F_B = 15{,}11\,\text{kN}$

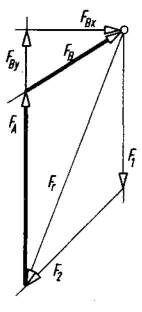
c) siehe Teillösung b!

Zeichnerische Lösung:

Anleitung: Im Lageplan WL F_1 und WL F_2 zum Schnitt bringen. Im Kräfteplan Resultierende F_r aus F_1 und F_2 ermitteln und parallel in den Punkt S im Lageplan verschieben. Dann 3-Kräfte-Verfahren mit den WL F_r, WL F_A und WL F_B anwenden.

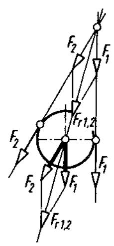
Lageplan ($M_L = 2\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$) Kräfteplan ($M_K = 10\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)





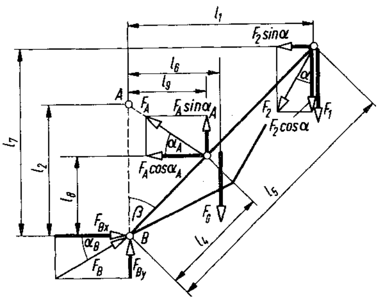
111.

Vorüberlegung:



Die Zugkraft F_2 im linken Zugseil ist gleich der Belastung F_1 im rechten Seiltrum.
Beide Kräfte werden in den Schnittpunkt ihrer Wirklinien verschoben und dort durch ihre Resultierende $F_{r1,2}$ ersetzt. Deren Wirklinie verläuft durch den Seilrollenmittelpunkt. Dann wird die Resultierende in den Rollenmittelpunkt verschoben und wieder in ihre Komponenten F_1 und F_2 zerlegt.
Auf diese Weise erhält man für beide Kräfte einen Angriffspunkt, der durch die gegebenen Abmessungen genau festgelegt ist.

Lageskizze (freigemachter Ausleger)



Bei der Lösung dieser Aufgabe ist zur Berechnung der Wirkabstände und Winkel ein verhältnismäßig großer trigonometrischer Aufwand erforderlich.

$$\beta = \arcsin \frac{l_1}{l_5} = \arcsin \frac{5\,\text{m}}{7\,\text{m}} = 45{,}58^\circ$$

$l_7 = l_1 \cot\beta = 5\,\text{m} \cdot \cot 45{,}58^\circ = 4{,}899\,\text{m}$
$l_8 = l_4 \cos\beta = 3\,\text{m} \cdot \cos 45{,}58^\circ = 2{,}1\,\text{m}$
$l_9 = l_4 \sin\beta = 3\,\text{m} \cdot \sin 45{,}58^\circ = 2{,}143\,\text{m}$

$$\alpha_A = \arctan \frac{l_2 - l_8}{l_9} = \arctan \frac{3{,}5\,\text{m} - 2{,}1\,\text{m}}{2{,}143\,\text{m}} = 33{,}16^\circ$$

Rechnungsansatz mit den Gleichgewichtsbedingungen:

I. $\Sigma F_x = 0 = F_{Bx} - F_A \cos\alpha_A - F_2 \sin\alpha$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_{By} + F_A \sin\alpha_A - F_G - F_2 \cos\alpha - F_1$
III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F_A \cos\alpha_A l_8 + F_A \sin\alpha_A l_9 - F_G l_6 + F_2 \sin\alpha\, l_7 - F_2 \cos\alpha\, l_1 - F_1 l_1$

für $F_2 = F_1$ gesetzt:

I. $F_{Bx} - F_A \cos\alpha_A - F_1 \sin\alpha = 0$
II. $F_{By} + F_A \sin\alpha_A - F_G - F_1 (1 + \cos\alpha) = 0$
III. $F_A (l_8 \cos\alpha_A + l_9 \sin\alpha_A) - F_G l_6 + F_1 (l_7 \sin\alpha - l_1 \cos\alpha - l_1) = 0$

a) III. $F_A = \dfrac{F_G l_6 - F_1 [l_7 \sin\alpha - l_1 (1 + \cos\alpha)]}{l_8 \cos\alpha_A + l_9 \sin\alpha_A}$

$$F_A = \frac{9\,\text{kN} \cdot 2{,}4\,\text{m} - 30\,\text{kN}\,[4{,}899\,\text{m} \cdot \sin 25^\circ - 5\,\text{m}\,(1 + \cos 25^\circ)]}{2{,}1\,\text{m} \cdot \cos 33{,}16^\circ + 2{,}143\,\text{m} \cdot \sin 33{,}16^\circ}$$

$F_A = 83{,}76\,\text{kN}$

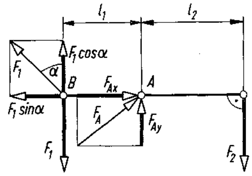
b) I. $F_{Bx} = F_A \cos\alpha_A + F_1 \sin\alpha$
$F_{Bx} = 83{,}76\,\text{kN} \cdot \cos 33{,}16^\circ + 30\,\text{kN} \cdot \sin 25^\circ = 82{,}8\,\text{kN}$
II. $F_{By} = F_G + F_1 (1 + \cos\alpha) - F_A \sin\alpha_A$
$F_{By} = 9\,\text{kN} + 30\,\text{kN}(1 + \cos 25^\circ) - 83{,}76\,\text{kN} \cdot \sin 33{,}16^\circ$
$F_{By} = 20{,}37\,\text{kN}$
$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{(82{,}8\,\text{kN})^2 + (20{,}37\,\text{kN})^2}$
$F_B = 85{,}27\,\text{kN}$

c) $\alpha_B = \arctan \dfrac{F_{By}}{F_{Bx}} = \arctan \dfrac{20{,}37\,\text{kN}}{82{,}8\,\text{kN}} = 13{,}82^\circ$

112.

Nach der gleichen Vorüberlegung wie in Lösung 111 werden die Angriffspunkte der beiden Kettenspannkräfte $F_1 = 120\,\text{N}$ in den Mittelpunkt des Spannrades verschoben.

Lageskizze (freigemachter Spannhebel)



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{Ax} - F_1 \sin\alpha$
II. $\Sigma F_y = 0 = -F_1 + F_1 \cos\alpha + F_{Ay} - F_2$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_1 l_1 - F_1 \cos\alpha\, l_1 - F_2 l_2$

a) III. $F_2 = F_1 (1 - \cos\alpha) \dfrac{l_1}{l_2}$

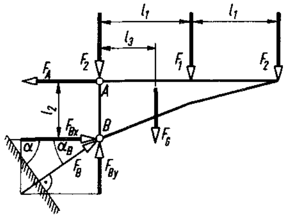
$$F_2 = 120\,\text{N}\,(1 - \cos 45^\circ) \frac{50\,\text{mm}}{85\,\text{mm}} = 20{,}67\,\text{N}$$

b) I. $F_{Ax} = F_1 \sin\alpha = 120\,\text{N} \cdot \sin 45^\circ = 84{,}85\,\text{N}$
II. $F_{Ay} = F_1 (1 - \cos\alpha) + F_2$
$F_{Ay} = 120\,\text{N}\,(1 - \cos 45^\circ) + 20{,}67\,\text{N} = 55{,}82\,\text{N}$
(Kontrolle mit $\Sigma M_{(B)} = 0$)

$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(84{,}85\,\text{N})^2 + (55{,}82\,\text{N})^2}$
$F_A = 101{,}6\,\text{N}$

c) siehe Teillösung b!

113.
Lageskizze
(freigemachtes Dach)



I. $\Sigma F_x \;= 0 = F_{Bx} - F_A$
II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_{By} - F_G - F_1 - 2F_2$
III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F_A l_2 - F_G l_3 - F_1 l_1 - F_2 \cdot 2 l_1$

a) III. $F_A = \dfrac{F_G l_3 + (F_1 + 2F_2) l_1}{l_2}$

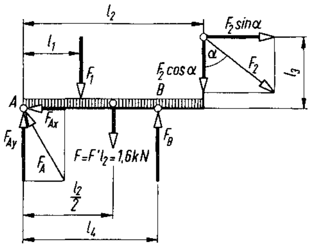
$$F_A = \frac{1{,}3\,\text{kN}\cdot 0{,}9\,\text{m} + (5\,\text{kN} + 5\,\text{kN})\cdot 1{,}5\,\text{m}}{1{,}1\,\text{m}} = 14{,}7\,\text{kN}$$

b) I. $F_{Bx} = F_A = 14{,}7\,\text{kN}$
II. $F_{By} = F_G + F_1 + 2F_2$
$F_{By} = 1{,}3\,\text{kN} + 5\,\text{kN} + 2\cdot 2{,}5\,\text{kN} = 11{,}3\,\text{kN}$
$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{(14{,}7\,\text{kN})^2 + (11{,}3\,\text{kN})^2}$
$F_B = 18{,}54\,\text{kN}$

c) $\alpha_B = \arctan \dfrac{F_{By}}{F_{Bx}} = \arctan \dfrac{11{,}3\,\text{kN}}{14{,}7\,\text{kN}} = 37{,}55°$

Winkel α ist Komplementwinkel zum Winkel α_B:
$\alpha = 90° - \alpha_B = 52{,}45°$

114.
Lageskizze
(freigemachte Laufbühne)



I. $\Sigma F_x \;= 0 = F_2 \sin\alpha - F_{Ax}$
II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_{Ay} - F_1 - F + F_B - F_2 \cos\alpha$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = -F_1 l_1 - F \dfrac{l_2}{2} + F_B l_4 - F_2 \cos\alpha\, l_2 - F_2 \sin\alpha\, l_3$

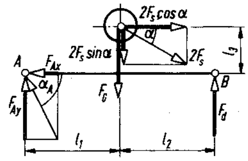
a) III. $F_B = \dfrac{F_1 l_1 + F \dfrac{l_2}{2} + F_2 (l_2 \cos\alpha + l_3 \sin\alpha)}{l_4}$

$$F_B = \frac{2{,}5\,\text{kN}\cdot 0{,}6\,\text{m} + 1{,}6\,\text{kN}\cdot 1\,\text{m} + 0{,}5\,\text{kN}\,(2\,\text{m}\cdot\cos 52° + 0{,}8\,\text{m}\cdot\sin 52°)}{1{,}5\,\text{m}} = 2{,}687\,\text{kN}$$

b) I. $F_{Ax} = F_2 \sin\alpha = 0{,}5\,\text{kN}\cdot\sin 52° = 0{,}394\,\text{kN}$
II. $F_{Ay} = F_1 + F + F_2 \cos\alpha - F_B$
$= 2{,}5\,\text{kN} + 1{,}6\,\text{kN} + 0{,}5\,\text{kN}\cdot\cos 52° - 2{,}687\,\text{kN}$
$F_{Ay} = 1{,}721\,\text{kN}$
$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(0{,}394\,\text{kN})^2 + (1{,}721\,\text{kN})^2}$
$F_A = 1{,}765\,\text{kN}$

c) siehe Teillösung b!

115.
Lageskizze
(freigemachte Schwinge mit Motor)



Vorüberlegung: Es dürfen die beiden parallelen Spannkräfte F_s durch die Resultierende $2\,F_s$, im Scheibenmittelpunkt angreifend, ersetzt werden.

I. $\Sigma F_x \;= 0 = 2\,F_s \cos\alpha - F_{Ax}$
II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_{Ay} - 2\,F_s \sin\alpha - F_G + F_d$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_d (l_1 + l_2) - F_G l_1 - 2\,F_s \sin\alpha\, l_1 - 2\,F_s \cos\alpha\, l_3$

a) III. $F_d = \dfrac{F_G l_1 + 2\,F_s (l_1 \sin\alpha + l_3 \cos\alpha)}{l_1 + l_2}$

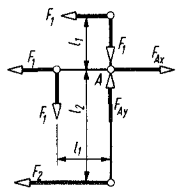
$$F_d = \frac{300\,\text{N}\cdot 0{,}35\,\text{m} + 400\,\text{N}\,(0{,}35\,\text{m}\cdot\sin 30° + 0{,}17\,\text{m}\cdot\cos 30°)}{0{,}65\,\text{m}}$$
$F_d = 359{,}8\,\text{N}$

b) I. $F_{Ax} = 2\,F_s \cos\alpha = 2\cdot 200\,\text{N}\cdot\cos 30° = 346{,}4\,\text{N}$
II. $F_{Ay} = 2\,F_s \sin\alpha + F_G - F_d$
$= 2\cdot 200\,\text{N}\cdot\sin 30° + 300\,\text{N} - 359{,}8\,\text{N} = 140{,}2\,\text{N}$
(Kontrolle mit $\Sigma M_{(B)} = 0$)
$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(346{,}4\,\text{N})^2 + (140{,}2\,\text{N})^2}$
$F_A = 373{,}7\,\text{N}$

c) $\alpha_A = \arctan \dfrac{F_{Ay}}{F_{Ax}} = \arctan \dfrac{140{,}2\,\text{N}}{346{,}4\,\text{N}} = 22{,}03°$

116.
Vorüberlegung wie in Lösung 111.

Lageskizze
(freigemachter Spannhebel)



I. $\Sigma F_x \;= 0 = F_{Ax} - 2\,F_1 - F_2$
II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_{Ay} - 2\,F_1$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_1 l_1 + F_1 l_1 - F_2 l_2$

a) III. $F_2 = \dfrac{2\,F_1 l_1}{l_2} = F_1 \dfrac{2\,l_1}{l_2} = 100\,\text{N}\cdot\dfrac{2\cdot 35\,\text{mm}}{110\,\text{mm}}$
$F_2 = 63{,}64\,\text{N}$

b) I. $F_{Ax} = 2\,F_1 + F_2 = 2\cdot 100\,\text{N} + 63{,}64\,\text{N} = 263{,}64\,\text{N}$
II. $F_{Ay} = 2\,F_1 = 200\,\text{N}$
$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(263{,}64\,\text{N})^2 + (200\,\text{N})^2}$
$F_A = 330{,}9\,\text{N}$

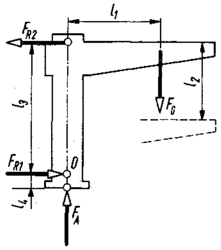
c) siehe Teillösung b!

4-Kräfte-Verfahren und Gleichgewichtsbedingungen (7. und 8. Grundaufgabe)

117.

Rechnerische Lösung:

Lageskizze (freigemachtes Mantelrohr mit Ausleger)



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{R1} - F_{R2}$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_A - F_G$
III. $\Sigma M_{(O)} = 0 = F_{R2}\, l_3 - F_G\, l_1$

a) Stützkräfte in oberster Stellung

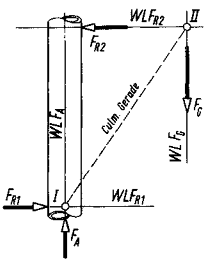
$$\text{III. } F_{R2} = F_G \frac{l_1}{l_3} = 24\text{ kN} \cdot \frac{1{,}6\text{ m}}{2{,}4\text{ m}} = 16\text{ kN}$$

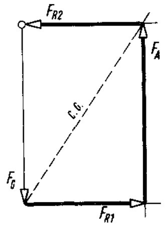
I. $F_{R1} = F_{R2} = 16$ kN
II. $F_A = F_G = 24$ kN

b) Stützkräfte in unterster Stellung
Beim Senken des Auslegers verändert keine der vier Wirklinien ihre Lage. Folglich bleiben auch die Stützkräfte F_A, F_{R1} und F_{R2} unverändert.

Zeichnerische Lösung:

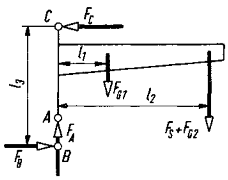
Lageplan ($M_L = 1 \frac{\text{m}}{\text{cm}}$) Kräfteplan ($M_K = 10 \frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)





118.

Lageskizze (freigemachter Kran)



I. $\Sigma F_x = 0 = F_B - F_C$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_A - F_{G1} - (F_s + F_{G2})$
III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F_C\, l_3 - F_{G1}\, l_1 - (F_s + F_{G2})\, l_2$

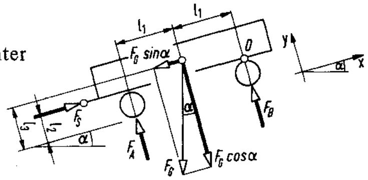
$$\text{III. } F_C = \frac{F_{G1} l_1 + (F_s + F_{G2})\, l_2}{l_3}$$

$$F_C = \frac{34\text{ kN} \cdot 1{,}1\text{ m} + 32\text{ kN} \cdot 4\text{ m}}{2{,}8\text{ m}} = 59{,}07\text{ kN}$$

I. $F_B = F_C = 59{,}07$ kN
II. $F_A = F_{G1} + F_s + F_{G2} = 66$ kN

119.

Lageskizze (freigemachter Anhänger)



I. $\Sigma F_x = 0 = F_s - F_G \sin\alpha$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_A + F_B - F_G \cos\alpha$
III. $\Sigma M_{(O)} = 0 = F_G \sin\alpha\,(l_3 - l_2) + F_G \cos\alpha\, l_1 - F_A \cdot 2 l_1$

a) „20 % Gefälle" bedeutet: der Neigungswinkel hat einen Tangens von 0,2.
$\alpha = \arctan 0{,}2 = 11{,}31°$

b) I. $F_s = F_G \sin\alpha = 100\text{ kN} \cdot \sin 11{,}31° = 19{,}61$ kN

c) $$\text{III. } F_A = F_G \frac{(l_3 - l_2)\sin\alpha + l_1 \cos\alpha}{2 l_1}$$

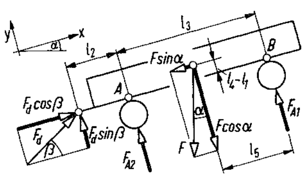
$$F_A = 100\text{ kN} \cdot \frac{0{,}5\text{m} \cdot \sin 11{,}31° + 2\text{m} \cdot \cos 11{,}31°}{2 \cdot 2\text{m}}$$

$F_A = 51{,}48$ kN

II. $F_B = F_G \cos\alpha - F_A = 100\text{ kN} \cdot \cos 11{,}31° - 51{,}48$ kN
$F_B = 46{,}58$ kN

120.

Lageskizze (freigemachter Wagen ohne Zugstange)



I. $\Sigma F_x = 0 = F_d \cos\beta - F \sin\alpha$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_d \sin\beta + F_{A2} - F\cos\alpha + F_{A1}$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = -F_d \sin\beta\, l_2 + F \sin\alpha\,(l_4 - l_1) - F\cos\alpha\,(l_3 - l_5) + F_{A1}\, l_3$

$$\text{I. } F_d = F \frac{\sin\alpha}{\cos\beta} = 38\text{ kN} \cdot \frac{\sin 10°}{\cos 30°} = 7{,}619\text{ kN}$$

$$\text{III. } F_{A1} = \frac{F_d\, l_2 \sin\beta + F[(l_3 - l_5)\cos\alpha - (l_4 - l_1)\sin\alpha]}{l_3}$$

$$F_{A1} = \frac{7{,}619\text{kN} \cdot 1{,}1\text{m} \cdot \sin 30° + 38\text{kN}\,(1{,}6\text{m} \cdot \cos 10° - 0{,}2\text{m} \cdot \sin 10°)}{3{,}2\text{m}} = 19{,}61\text{ kN}$$

II. $F_{A2} = F\cos\alpha - F_d \sin\beta - F_{A1}$

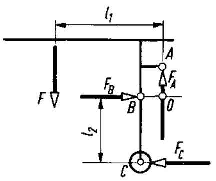
$F_{A2} = 38\,\text{kN}\cdot\cos 10^\circ - 7{,}618\,\text{kN}\cdot\sin 30^\circ - 19{,}61\,\text{kN}$

$F_{A2} = 14\,\text{kN}$

(Kontrolle mit $\Sigma M_{(B)} = 0$)

121.

Lageskizze (freigemachte Arbeitsbühne)



I. $\Sigma F_x = 0 = F_B - F_C$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_A - F$

III. $\Sigma M_{(O)} = 0 = F l_1 - F_C l_2$

a) II. $F_A = F = 4{,}2\,\text{kN}$

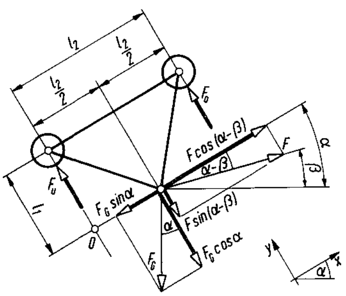
b) III. $F_C = F\dfrac{l_1}{l_2} = 4{,}2\,\text{kN}\cdot\dfrac{1{,}2\,\text{m}}{0{,}75\,\text{m}} = 6{,}72\,\text{kN}$

I. $F_B = F_C = 6{,}72\,\text{kN}$

122.

Rechnerische Lösung:

Lageskizze (freigemachte Laufkatze)



I. $\Sigma F_x = 0 = F\cos(\alpha-\beta) - F_G\sin\alpha$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_u + F_o - F_G\cos\alpha - F\sin(\alpha-\beta)$

III. $\Sigma M_{(O)} = 0 = F_o l_2 - [F_G\cos\alpha + F\sin(\alpha-\beta)]\dfrac{l_2}{2}$

a) I. $F = F_G\dfrac{\sin\alpha}{\cos(\alpha-\beta)} = 18\,\text{kN}\cdot\dfrac{\sin 30^\circ}{\cos 15^\circ} = 9{,}317\,\text{kN}$

b) III. $F_o = [F_G\cos\alpha + F\sin(\alpha-\beta)]\dfrac{l_2}{2\,l_2}$

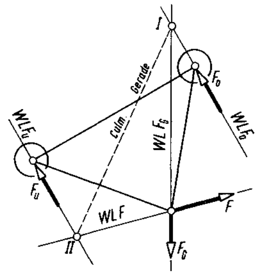
$F_o = \dfrac{18\,\text{kN}\cdot\cos 30^\circ + 9{,}317\,\text{kN}\cdot\sin 15^\circ}{2} = 9\,\text{kN}$

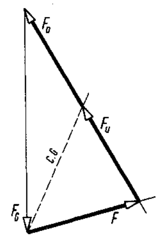
II. $F_u = F_G\cos\alpha + F\sin(\alpha-\beta) - F_o$

$F_u = 18\,\text{kN}\cdot\cos 30^\circ + 9{,}317\,\text{kN}\cdot\sin 15^\circ - 9\,\text{kN} = 9\,\text{kN}$

Zeichnerische Lösung:

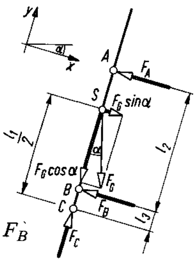
Lageplan ($M_L = 0{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$) Kräfteplan ($M_K = 6\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)





123.

Lageskizze (freigemachte Stange)



I. $\Sigma F_x = 0 = F_G\sin\alpha - F_A - F_B$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_C - F_G\cos\alpha$

III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F_A l_2 - F_G\sin\alpha\left(\dfrac{l_1}{2} - l_3\right)$

III. $F_A = F_G\dfrac{\left(\dfrac{l_1}{2} - l_3\right)\sin\alpha}{l_2} = 750\,\text{N}\cdot\dfrac{1{,}3\,\text{m}\cdot\sin 12^\circ}{1{,}7\,\text{m}}$

$F_A = 119{,}2\,\text{N}$

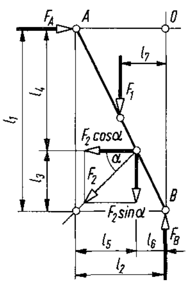
I. $F_B = F_G\sin\alpha - F_A = 750\,\text{N}\cdot\sin 12^\circ - 119{,}2\,\text{N} = 36{,}69\,\text{N}$

(Kontrolle mit $\Sigma M_{(A)} = 0$)

II. $F_C = F_G\cos\alpha = 750\,\text{N}\cdot\cos 12^\circ = 733{,}6\,\text{N}$

124.

Lageskizze (freigemachte Leiter)



Berechnung der Abstände und des Winkels α:

Nach dem 2. Strahlensatz ist

$\dfrac{l_4}{l_1} = \dfrac{l_5}{l_2}$, und daraus:

$l_5 = \dfrac{l_4 l_2}{l_1} = \dfrac{(l_1 - l_3)\,l_2}{l_1} = \dfrac{4\,\text{m}\cdot 3\,\text{m}}{6\,\text{m}} = 2\,\text{m}$

$l_6 = l_2 - l_5 = 1\,\text{m}$

$l_4 = l_1 - l_3 = 4\,\text{m}$

$l_7 = \dfrac{l_2}{2} = 1{,}5\,\text{m}$, ebenfalls nach Strahlensatz.

$\alpha = \arctan\dfrac{l_3}{l_5} = \arctan\dfrac{2\,\text{m}}{2\,\text{m}} = 45^\circ$

Gleichgewichtsbedingungen:

$$\text{I. } \Sigma F_x = 0 = F_A - F_2\cos\alpha$$
$$\text{II. } \Sigma F_y = 0 = F_B - F_1 - F_2\sin\alpha$$
$$\text{III. } \Sigma M_{(O)} = 0 = F_1 l_7 + F_2 \sin\alpha\, l_6 - F_2\cos\alpha\, l_4$$

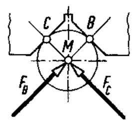
$$\text{III. } F_2 = F_1 \frac{l_7}{l_4\cos\alpha - l_6\sin\alpha}$$
$$F_2 = 800\,\text{N}\cdot\frac{1{,}5\,\text{m}}{4\,\text{m}\cdot\cos 45° - 1\,\text{m}\cdot\sin 45°} = 565{,}7\,\text{N}$$

$$\text{I. } F_A = F_2\cos\alpha = 565{,}7\,\text{N}\cdot\cos 45° = 400\,\text{N}$$

$$\text{II. } F_B = F_1 + F_2\sin\alpha = 800\,\text{N} + 565{,}7\,\text{N}\cdot\sin 45° = 1200\,\text{N}$$

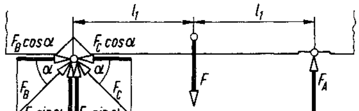
125.

Vorüberlegung:



Die beiden Radialkräfte F_B und F_C an der Kugel werden in den Kugelmittelpunkt M (= Wirklinienschnittpunkt) verschoben (s. Lösung 111).
Diesen Punkt darf man dann also auch als Angriffspunkt der beiden Reaktionskräfte F_B und F_C an der Führungsschiene des Tisches annehmen.

Lageskizze (freigemachter Tisch)



Hinweis: $\alpha = \frac{90°}{2} = 45°$.

$$\text{I. } \Sigma F_x = 0 = F_B\cos\alpha - F_C\cos\alpha$$
$$\text{II. } \Sigma F_y = 0 = F_B\sin\alpha + F_C\sin\alpha - F + F_A$$
$$\text{III. } \Sigma M_{(M)} = 0 = F_A\cdot 2\,l_1 - F\,l_1$$

$$\text{III. } F_A = F\frac{l_1}{2\,l_1} = \frac{F}{2} = 225\,\text{N}$$

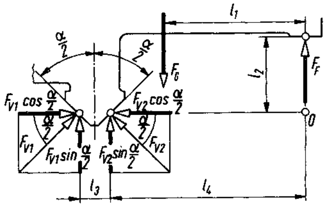
$\text{I. } F_C = F_B \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha} = F_B$; in Gleichung II eingesetzt:

$$\text{II. } F_B = \frac{F - F_A}{2\sin\alpha} = \frac{225\,\text{N}}{2\cdot\sin 45°} = 159{,}1\,\text{N}$$

$$\text{I. } F_C = F_B = 159{,}1\,\text{N}$$

126.

Lageskizze (freigemachter Werkzeugschlitten)



$$\text{I. } \Sigma F_x = 0 = F_{V1}\cos\frac{\alpha}{2} - F_{V2}\cos\frac{\alpha}{2}$$
$$\text{II. } \Sigma F_y = 0 = F_{V1}\sin\frac{\alpha}{2} + F_{V2}\sin\frac{\alpha}{2} - F_G + F_F$$
$$\text{III. } \Sigma M_{(O)} = 0 = F_G l_1 - F_{V1}\sin\frac{\alpha}{2}(l_3 + l_4) - F_{V2}\sin\frac{\alpha}{2}\, l_4$$

$\text{I. } F_{V2} = F_{V1}\dfrac{\cos\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}} = F_{V1}$; in Gleichung III eingesetzt:

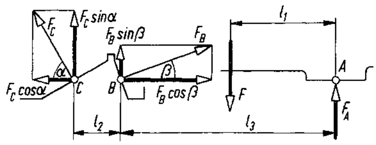
$$\text{III. } F_{V1} = F_G\frac{l_1}{(l_3 + 2\,l_4)\sin\frac{\alpha}{2}} = 1{,}5\,\text{kN}\cdot\frac{380\,\text{mm}}{960\,\text{mm}\cdot\sin 45°}$$
$$F_{V1} = 0{,}8397\,\text{kN}$$

$$\text{I. } F_{V2} = F_{V1} = 0{,}8397\,\text{kN}$$

$$\text{II. } F_F = F_G - 2\,F_{V1}\sin\frac{\alpha}{2}$$
$$F_F = 1{,}5\,\text{kN} - 2\cdot 0{,}8397\,\text{kN}\cdot\sin 45° = 0{,}3125\,\text{kN}$$

127.

Lageskizze (freigemachter Bettschlitten)



$$\text{I. } \Sigma F_x = 0 = F_B\cos\beta - F_C\cos\alpha$$
$$\text{II. } \Sigma F_y = 0 = F_A - F + F_B\sin\beta + F_C\sin\alpha$$
$$\text{III. } \Sigma M_{(A)} = 0 = F\,l_1 - F_B\sin\beta\, l_3 - F_C\sin\alpha\,(l_2 + l_3)$$

$\text{I. } F_C = F_B\dfrac{\cos\beta}{\cos\alpha}$; in Gleichung III eingesetzt:

$$\text{III. } F\,l_1 - F_B\, l_3\sin\beta - F_B\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}\cdot\sin\alpha\,(l_2 + l_3) = 0$$

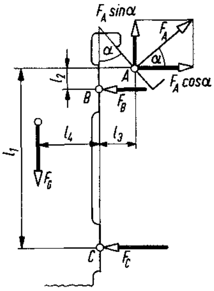
$$F_B = F\frac{l_1}{l_3\sin\beta + (l_2 + l_3)\cos\beta\tan\alpha}$$
$$= 18\,\text{kN}\cdot\frac{0{,}6\,\text{m}}{0{,}78\,\text{m}\cdot\sin 20° + 0{,}92\,\text{m}\cdot\cos 20°\cdot\tan 60°}$$
$$F_B = 6{,}122\,\text{kN}$$

$$\text{I. } F_C = F_B\frac{\cos\beta}{\cos\alpha} = 6{,}122\,\text{kN}\cdot\frac{\cos 20°}{\cos 60°} = 11{,}51\,\text{kN}$$

$$\text{II. } F_A = F - F_B\sin\beta - F_C\sin\alpha$$
$$= 18\,\text{kN} - 6{,}122\,\text{kN}\cdot\sin 20° - 11{,}51\,\text{kN}\cdot\sin 60°$$
$$F_A = 5{,}942\,\text{kN}$$

128.

Lageskizze
(freigemachter Support)



$$\text{I. } \Sigma F_x = 0 = F_A \cos\alpha - F_B - F_C$$
$$\text{II. } \Sigma F_y = 0 = F_A \sin\alpha - F_G$$
$$\text{III. } \Sigma M_{(C)} = 0 = F_B (l_1 - l_2) + F_G l_4 + F_A \sin\alpha\, l_3 - F_A \cos\alpha\, l_1$$

$$\text{II. } F_A = \frac{F_G}{\sin\alpha} = \frac{1{,}8 \text{ kN}}{\sin 40^\circ} = 2{,}800 \text{ kN}$$

$$\text{III. } F_B = \frac{F_A l_1 \cos\alpha - F_A l_3 \sin\alpha - F_G l_4}{l_1 - l_2} = \frac{F_A (l_1 \cos\alpha - l_3 \sin\alpha) - F_G l_4}{l_1 - l_2}$$

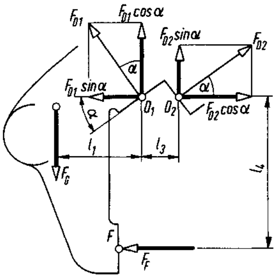
$$F_B = \frac{2{,}8 \text{kN} (0{,}28 \text{m} \cdot \cos 40^\circ - 0{,}05 \text{m} \cdot \sin 40^\circ) - 1{,}8 \text{kN} \cdot 0{,}09 \text{m}}{0{,}25 \text{m}} = 1{,}394 \text{kN}$$

$$\text{I. } F_C = F_A \cos\alpha - F_B = 2{,}8 \text{kN} \cdot \cos 40^\circ - 1{,}394 \text{kN} = 0{,}7508 \text{kN}$$

(Kontrolle mit $\Sigma M_{(B)} = 0$)

129.

Lageskizze (freigemachter Reitstock)



$$\text{I. } \Sigma F_x = 0 = F_{D2} \cos\alpha - F_{D1} \sin\alpha - F_F$$
$$\text{II. } \Sigma F_y = 0 = F_{D1} \cos\alpha + F_{D2} \sin\alpha - F_G$$
$$\text{III. } \Sigma M_{(D1)} = 0 = F_G l_1 - F_F l_4 + F_{D2} \sin\alpha\, l_3$$

$$\text{III. } F_{D2} = \frac{F_F l_4 - F_G l_1}{l_3 \sin\alpha}\text{; in Gleichungen I und II eingesetzt:}$$

$$\left.\begin{aligned} &\text{I. } \frac{F_F l_4 - F_G l_1}{l_3 \sin\alpha} \cdot \cos\alpha - F_{D1} \sin\alpha - F_F = 0 \\ &\text{II. } F_{D1} \cos\alpha + \frac{F_F l_4 - F_G l_1}{l_3 \sin\alpha} \sin\alpha - F_G = 0 \end{aligned}\right\} \text{Beide Gleichungen nach } F_{D1} \text{ aufgelöst und gleichgesetzt:}$$

$$F_{D1} = \frac{\dfrac{F_F l_4 - F_G l_1}{l_3 \tan\alpha} - F_F}{\sin\alpha} = \frac{F_G - \dfrac{F_F l_4 - F_G l_1}{l_3}}{\cos\alpha}$$

$$(F_F l_4 - F_G l_1) \frac{\cos\alpha}{l_3 \tan\alpha} - F_F \cos\alpha = F_G \sin\alpha - (F_F l_4 - F_G l_1) \frac{\sin\alpha}{l_3} \quad \Big| \cdot l_3 \tan\alpha$$

$$(F_F l_4 - F_G l_1) \cos\alpha - F_F l_3 \sin\alpha = F_G l_3 \sin\alpha \tan\alpha - (F_F l_4 - F_G l_1) \sin\alpha \tan\alpha$$

$$F_F l_4 \cos\alpha - F_G l_1 \cos\alpha - F_F l_3 \sin\alpha = F_G l_3 \sin\alpha \tan\alpha - F_F l_4 \sin\alpha \tan\alpha + F_G l_1 \sin\alpha \tan\alpha$$

$$F_F (l_4 \cos\alpha - l_3 \sin\alpha + l_4 \sin\alpha \tan\alpha) = F_G (l_3 \sin\alpha \tan\alpha + l_1 \sin\alpha \tan\alpha + l_1 \cos\alpha)$$

$$F_F [l_4 (\cos\alpha + \sin\alpha \tan\alpha) - l_3 \sin\alpha] = F_G [l_1 (\cos\alpha + \sin\alpha \tan\alpha) + l_3 \sin\alpha \tan\alpha]$$

$$F_F \; l_4 \overbrace{\frac{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{\cos\alpha}}^{=1} - l_3 \sin\alpha = F_G \; l_1 \overbrace{\frac{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{\cos\alpha}}^{=1} + l_3 \sin\alpha \tan\alpha$$

$$F_F \left(\frac{l_4}{\cos\alpha} - l_3 \sin\alpha\right) = F_G \left(\frac{l_1}{\cos\alpha} + l_3 \sin\alpha \tan\alpha\right)$$

$$F_F = F_G \frac{\dfrac{l_1}{\cos\alpha} + l_3 \sin\alpha \tan\alpha}{\dfrac{l_4}{\cos\alpha} - l_3 \sin\alpha} = F_G \frac{l_1 + l_3 \sin^2\alpha}{l_4 - l_3 \sin\alpha \cos\alpha}$$

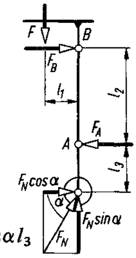
$$F_F = 3{,}2 \text{ kN} \cdot \frac{275 \text{ mm} + 120 \text{ mm} \cdot \sin^2 35^\circ}{500 \text{ mm} - 120 \text{ mm} \cdot \sin 35^\circ \cdot \cos 35^\circ} = 2{,}268 \text{ kN}$$

$$\text{III. } F_{D2} = \frac{F_F l_4 - F_G l_1}{l_3 \sin\alpha} = \frac{2{,}268 \text{ kN} \cdot 500 \text{ mm} - 3{,}2 \text{ kN} \cdot 275 \text{ mm}}{120 \text{ mm} \cdot \sin 35^\circ} = 3{,}694 \text{ kN}$$

$$\text{II. } F_{D1} = \frac{F_G - F_{D2} \sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{3{,}2 \text{ kN} - 3{,}694 \text{ kN} \cdot \sin 35^\circ}{\cos 35^\circ} = 1{,}320 \text{ kN}$$

130.

a) Lageskizze (freigemachtes Gestänge mit Motor)



I. $\Sigma F_x \;\; = 0 = F_B - F_A + F_N \cos\alpha$
II. $\Sigma F_y \;\; = 0 = F_N \sin\alpha - F$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F l_1 - F_B l_2 + F_N \cos\alpha\, l_3$

II. $F_N = \dfrac{F}{\sin\alpha} = \dfrac{350\,\text{N}}{\sin 60°} = 404{,}1\ \text{N}$

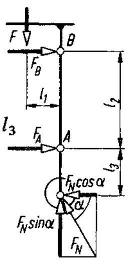
III. $F_B = \dfrac{F l_1 + F_N l_3 \cos\alpha}{l_2}$

$F_B = \dfrac{350\,\text{N}\cdot 0{,}11\,\text{m} + 404{,}1\,\text{N}\cdot 0{,}16\,\text{m}\cdot\cos 60°}{0{,}32\,\text{m}}$

$F_B = 221{,}3\,\text{N}$

I. $F_A = F_B + F_N \cos\alpha = 221{,}3\,\text{N} + 404{,}1\,\text{N}\cdot\cos 60°$
$F_A = 423{,}4\,\text{N}$
(Kontrolle mit $\Sigma M_{(B)} = 0$)

b) Lageskizze



I. $\Sigma F_x \;\; = 0 = F_A + F_B - F_N \cos\alpha$
II. $\Sigma F_y \;\; = 0 = F_N \sin\alpha - F$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F l_1 - F_B l_2 - F_N \cos\alpha\, l_3$

II. $F_N = \dfrac{F}{\sin\alpha} = \dfrac{350\,\text{N}}{\sin 60°} = 404{,}1\ \text{N}$

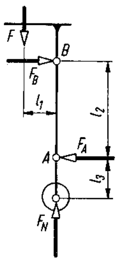
III. $F_B = \dfrac{F l_1 - F_N l_3 \cos\alpha}{l_2}$

$F_B = \dfrac{350\,\text{N}\cdot 0{,}11\,\text{m} - 404{,}1\,\text{N}\cdot 0{,}16\,\text{m}\cdot\cos 60°}{0{,}32\,\text{m}}$

$F_B = 19{,}28\,\text{N}$

I. $F_A = F_N \cos\alpha - F_B = 404{,}1\,\text{N}\cdot\cos 60° - 19{,}28\,\text{N}$
$F_A = 182{,}8\,\text{N}$
(Kontrolle mit $\Sigma M_{(B)} = 0$)

c) Lageskizze



I. $\Sigma F_x \;\; = 0 = F_B - F_A$
II. $\Sigma F_y \;\; = 0 = F_N - F$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F l_1 - F_B l_2$

II. $F_N = F = 350\,\text{N}$

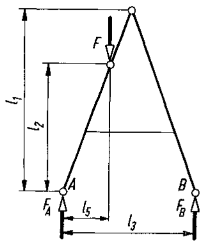
III. $F_B = F\dfrac{l_1}{l_2} = 350\,\text{N}\cdot\dfrac{110\,\text{mm}}{320\,\text{mm}} = 120{,}3\,\text{N}$

I. $F_A = F_B = 120{,}3\,\text{N}$

131.

Rechnerische Lösung:

a) Lageskizze 1 (freigemachte Leiter)



Nach dem 1. Strahlensatz ist $\dfrac{l_2}{l_1} = \dfrac{l_5}{\frac{l_3}{2}}$, und daraus:

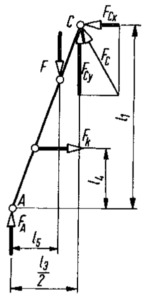
$l_5 = \dfrac{l_2\, l_3}{2\, l_1} = \dfrac{1{,}8\,\text{m}\cdot 1{,}4\,\text{m}}{2\cdot 2{,}5\,\text{m}} = 0{,}504\,\text{m}$

I. $\Sigma F_x \;\; = 0$ keine vorhanden
II. $\Sigma F_y \;\; = 0 = F_A + F_B - F$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = -F l_5 + F_B l_3$

III. $F_B = F\dfrac{l_5}{l_3} = 850\,\text{N}\cdot\dfrac{0{,}504\,\text{m}}{1{,}4\,\text{m}} = 306\,\text{N}$

II. $F_A = F - F_B = 850\,\text{N} - 306\,\text{N} = 544\,\text{N}$

Lageskizze 2 zu den Teillösungen b) und c) (linke Leiterhälfte freigemacht)



I. $\Sigma F_x \;\; = 0 = F_k - F_{Cx}$
II. $\Sigma F_y \;\; = 0 = F_A - F + F_{Cy}$
III. $\Sigma M_{(C)} = 0 = F\left(\dfrac{l_3}{2} - l_5\right) + F_k (l_1 - l_4) - F_A \dfrac{l_3}{2}$

b) III. $F_k = \dfrac{F_A \frac{l_3}{2} - F\left(\frac{l_3}{2} - l_5\right)}{l_1 - l_4}$

$F_k = \dfrac{544\,\text{N}\cdot 0{,}7\,\text{m} - 850\,\text{N}\cdot 0{,}196\,\text{m}}{1{,}7\,\text{m}} = 126\,\text{N}$

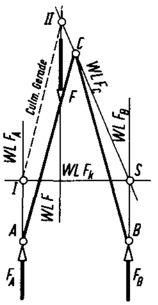
c) I. $F_{Cx} = F_k = 126\,\text{N}$
II. $F_{Cy} = F - F_A = 850\,\text{N} - 544\,\text{N} = 306\,\text{N}$

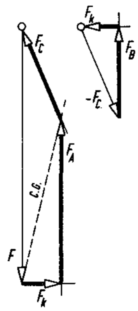
$F_C = \sqrt{F_{Cx}^2 + F_{Cy}^2} = \sqrt{(126\,\text{N})^2 + (306\,\text{N})^2}$

$F_C = 330{,}9\,\text{N}$

Zeichnerische Lösung:

Lageplan ($M_L = 1\,\frac{m}{cm}$) Kräfteplan ($M_K = 250\,\frac{N}{cm}$)





Anleitung: Auf die *rechte* Hälfte der Leiter wirken drei Kräfte: F_B, F_k und F_C. WL F_k und WL F_B werden zum Schnitt S gebracht; Gerade SC ist Wirklinie von F_C (3-Kräfte-Verfahren). Nun kann an der *linken* Leiterhälfte das 4-Kräfte-Verfahren mit den Wirklinien von F, F_A, F_k und F_C angewendet werden.

132.

a) siehe Lageskizze 1 in Lösung 131! Die Kraft F wirkt jetzt in Höhe der Kette, so daß lediglich die Länge l_5 kürzer wird.

Nach dem 1. Strahlensatz ist $\frac{l_2}{l_1} = \frac{l_5}{\frac{l_3}{2}}$, und daraus:

$$l_5 = \frac{l_2\, l_3}{2\, l_1} = \frac{0{,}8\,\text{m} \cdot 1{,}4\,\text{m}}{2 \cdot 2{,}5\,\text{m}} = 0{,}224\,\text{m}$$

II. $\Sigma F_y \quad = 0 = F_A + F_B - F$

III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = -F\, l_5 + F_B\, l_3$

III. $F_B = F \frac{l_5}{l_3} = 850\,\text{N} \cdot \frac{0{,}224\,\text{m}}{1{,}4\,\text{m}} = 136\,\text{N}$

II. $F_A = F - F_B = 850\,\text{N} - 136\,\text{N} = 714\,\text{N}$

b) und c) siehe Lageskizze 2 in Lösung 131!

I. $\Sigma F_x \quad = 0 = F_k - F_{Cx}$

II. $\Sigma F_y \quad = 0 = F_A - F + F_{Cy}$

III. $\Sigma M_{(C)} = 0 = F\left(\frac{l_3}{2} - l_5\right) + F_k\,(l_1 - l_4) - F_A \frac{l_3}{2}$

b) III. $F_k = \dfrac{F_A \frac{l_3}{2} - F\left(\frac{l_3}{2} - l_5\right)}{l_1 - l_4}$

$$F_k = \frac{714\,\text{N} \cdot 0{,}7\,\text{m} - 850\,\text{N} \cdot 0{,}476\,\text{m}}{1{,}7\,\text{m}} = 56\,\text{N}$$

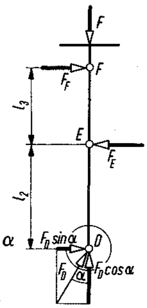
c) I. $F_{Cx} = F_k = 56\,\text{N}$

II. $F_{Cy} = F - F_A = 850\,\text{N} - 714\,\text{N} = 136\,\text{N}$

$$F_C = \sqrt{F_{Cx}^2 + F_{Cy}^2} = \sqrt{(56\,\text{N})^2 + (136\,\text{N})^2} = 147{,}1\,\text{N}$$

133.

a) Lageskizze 1 (freigemachter Hubtisch mit Stange und Rolle)



I. $\Sigma F_x \quad = 0 = F_F - F_E + F_D \sin\alpha$

II. $\Sigma F_y \quad = 0 = F_D \cos\alpha - F$

III. $\Sigma M_{(E)} = 0 = F_D \sin\alpha\, l_2 - F_F\, l_1$

II. $F_D = \dfrac{F}{\cos\alpha} = \dfrac{250\,\text{N}}{\cos 30^\circ} = 288{,}7\,\text{N}$

III. $F_F = \dfrac{F_D\, l_2 \sin\alpha}{l_1} = \dfrac{288{,}7\,\text{N} \cdot 7\,\text{cm} \cdot \sin 30^\circ}{5\,\text{cm}} = 202{,}1\,\text{N}$

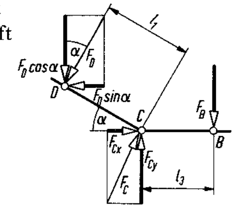
I. $F_E = F_F + F_D \sin\alpha = 202{,}1\,\text{N} + 288{,}7\,\text{N} \cdot \sin 30^\circ$

$F_E = 346{,}4\,\text{N}$

(Kontrolle mit $\Sigma M_{(F)} = 0$)

Lageskizze 2 (freigemachter Winkelhebel)

Hinweis: Bekannte Kraft ist jetzt die Reaktionskraft der vorher ermittelten Kraft F_D.



I. $\Sigma F_x \quad = 0 = F_{Cx} - F_D \sin\alpha$

II. $\Sigma F_y \quad = 0 = F_{Cy} - F_D \cos\alpha - F_B$

III. $\Sigma M_{(C)} = 0 = F_D\, l_1 - F_B\, l_3$

III. $F_B = F_D \dfrac{l_1}{l_3} = 288{,}7\,\text{N} \cdot \dfrac{5\,\text{cm}}{4\,\text{cm}} = 360{,}8\,\text{N}$

I. $F_{Cx} = F_D \sin\alpha = 288{,}7\,\text{N} \cdot \sin 30^\circ = 144{,}3\,\text{N}$

II. $F_{Cy} = F_D \cos\alpha + F_B = 288{,}7\,\text{N} \cdot \cos 30^\circ + 360{,}8\,\text{N}$

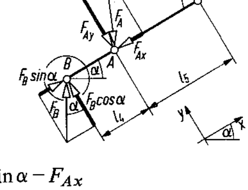
$F_{Cy} = 610{,}8\,\text{N}$

$$F_C = \sqrt{F_{Cx}^2 + F_{Cy}^2} = \sqrt{(144{,}3\,\text{N})^2 + (610{,}8\,\text{N})^2}$$

$F_C = 627{,}7\,\text{N}$

Lageskizze 3 (freigemachter Hebel mit Rolle B)

Hinweis: Bekannte Kraft ist jetzt die Reaktionskraft der vorher ermittelten Kraft F_B.



I. $\Sigma F_x \quad = 0 = F_B \sin\alpha - F_{Ax}$

II. $\Sigma F_y \quad = 0 = F_B \cos\alpha - F_{Ay} + F_h$

III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_h\, l_5 - F_B \cos\alpha\, l_4$

III. $F_h = F_B \dfrac{l_4 \cos\alpha}{l_5} = 360{,}8\,\text{N} \cdot \dfrac{2\,\text{cm} \cdot \cos 30°}{3{,}5\,\text{cm}}$

$F_h = 178{,}6\,\text{N}$

I. $F_{Ax} = F_B \sin\alpha = 360{,}8\,\text{N} \cdot \sin 30° = 180{,}4\,\text{N}$

II. $F_{Ay} = F_B \cos\alpha + F_h = 360{,}8\,\text{N} \cdot \cos 30° + 178{,}6\,\text{N}$

$F_{Ay} = 491{,}1\,\text{N}$

(Kontrolle mit $\Sigma M_{(B)} = 0$)

$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(180{,}4\,\text{N})^2 + (491{,}1\,\text{N})^2}$

$F_A = 523{,}2\,\text{N}$

b) siehe Lösung a), Lageskizze 3

I. $\Sigma F_x = 0 = F_B \sin\alpha - F_{Ax}$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_B \cos\alpha - F_{Ay} + F_h$

III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_h\, l_5 - F_B \cos\alpha\, l_4$

III. $F_B = F_h \dfrac{l_5}{l_4 \cos\alpha} = 75\,\text{N} \cdot \dfrac{3{,}5\,\text{cm}}{2\,\text{cm} \cdot \cos 30°} = 151{,}6\,\text{N}$

I. $F_{Ax} = F_B \sin\alpha = 151{,}6\,\text{N} \cdot \sin 30° = 75{,}78\,\text{N}$

II. $F_{Ay} = F_B \cos\alpha + F_h = 151{,}6\,\text{N} \cdot \cos 30° + 75\,\text{N}$

$F_{Ay} = 206{,}3\,\text{N}$

(Kontrolle mit $\Sigma M_{(B)} = 0$)

$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(75{,}8\,\text{N})^2 + (206{,}3\,\text{N})^2}$

$F_A = 219{,}7\,\text{N}$

siehe Lösung a), Lageskizze 2

Hinweis: Bekannte Kraft ist jetzt die Reaktionskraft der vorher ermittelten Kraft F_B.

I. $\Sigma F_x = 0 = F_{Cx} - F_D \sin\alpha$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_{Cy} - F_D \cos\alpha - F_B$

III. $\Sigma M_{(C)} = 0 = F_D\, l_1 - F_B\, l_3$

III. $F_D = F_B \dfrac{l_3}{l_1} = 151{,}6\,\text{N} \cdot \dfrac{4\,\text{cm}}{5\,\text{cm}} = 121{,}2\,\text{N}$

I. $F_{Cx} = F_D \sin\alpha = 121{,}2\,\text{N} \cdot \sin 30° = 60{,}62\,\text{N}$

II. $F_{Cy} = F_D \cos\alpha + F_B = 121{,}2\,\text{N} \cdot \cos 30° + 151{,}6\,\text{N}$

$F_{Cy} = 256{,}6\,\text{N}$

$F_C = \sqrt{F_{Cx}^2 + F_{Cy}^2} = \sqrt{(60{,}62\,\text{N})^2 + (256{,}6\,\text{N})^2}$

$F_C = 263{,}6\,\text{N}$

siehe Lösung a), Lageskizze 1

Hinweis: Bekannte Kraft ist jetzt die Reaktionskraft der vorher ermittelten Kraft F_D.

I. $\Sigma F_x = 0 = F_F - F_E + F_D \sin\alpha$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_D \cos\alpha - F$

III. $\Sigma M_{(E)} = 0 = F_D \sin\alpha\, l_2 - F_F\, l_1$

II. $F = F_D \cos\alpha = 121{,}2\,\text{N} \cdot \cos 30° = 105\,\text{N}$

III. $F_F = F_D \dfrac{l_2 \sin\alpha}{l_1} = 121{,}2\,\text{N} \cdot \dfrac{7\,\text{cm} \cdot \sin 30°}{5\,\text{cm}} = 84{,}87\,\text{N}$

I. $F_E = F_F + F_D \sin\alpha = 84{,}87\,\text{N} + 121{,}2\,\text{N} \cdot \sin 30°$

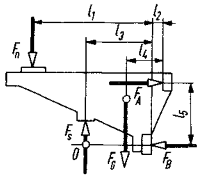
$F_E = 145{,}5\,\text{N}$

(Kontrolle mit $\Sigma M_{(F)} = 0$)

Kontrolle für alle Teilergebnisse:
Lageskizzen und Ansatzgleichungen sind für die Teillösungen a) und b) identisch. Die unter a) ermittelte Zugstangenkraft F_h beträgt 178,6 N, die für die Teillösung b) vorgegebene Kraft ist $F_h = 75$ N. Alle übrigen Kräfte der Teillösung b) müssen also das $\frac{75}{178{,}6}$-fache der Kräfte aus Teillösung a) betragen.

134.

Rechnerische Lösung:
Lageskizze (freigemachter Tisch)



I. $\Sigma F_x = 0 = F_A - F_B$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_s - F_n - F_G$

III. $\Sigma M_{(O)} = 0 = F_n (l_1 - l_3) - F_A\, l_5 - F_G (l_2 + l_3 - l_4)$

III. $F_A = \dfrac{F_n (l_1 - l_3) - F_G (l_2 + l_3 - l_4)}{l_5}$

$F_A = \dfrac{3{,}2\,\text{kN} \cdot 18\,\text{cm} - 0{,}8\,\text{kN} \cdot 13\,\text{cm}}{21\,\text{cm}} = 2{,}248\,\text{kN}$

I. $F_B = F_A = 2{,}248\,\text{kN}$

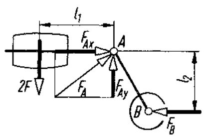
II. $F_s = F_n + F_G = 3{,}2\,\text{kN} + 0{,}8\,\text{kN} = 4\,\text{kN}$

Zeichnerische Lösung:

Anleitung: F_G und F_n werden nach dem Seileckverfahren zur Resultierenden F_r reduziert. Dann werden mit F_r als bekannter Kraft die Kräfte F_A, F_B, F_s nach dem 4-Kräfte-Verfahren ermittelt.

135.

Lageskizze 1 (freigemachter Spannrollenhebel; siehe auch Lösung 108, Lageskizze 1)



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{Ax} - F_B$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_{Ay} - 2F$

III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = 2F\, l_1 - F_B\, l_2$

a) III. $F_B = 2F \dfrac{l_1}{l_2} = 2 \cdot 50\,\text{N} \cdot \dfrac{120\,\text{mm}}{100\,\text{mm}} = 120\,\text{N}$

I. $F_{Ax} = F_B = 120\,\text{N}$

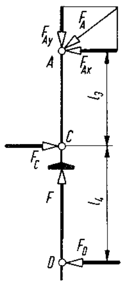
II. $F_{Ay} = 2F = 100\,\text{N}$

$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(120\,\text{N})^2 + (100\,\text{N})^2}$

$F_A = 156{,}2\,\text{N}$

Lageskizze 2 für die Teillösungen b) und c) (freigemachte Spannstange)

Hinweis: Bekannte Kraft ist jetzt die Reaktionskraft der vorher ermittelten Kraft F_A.



I. $\Sigma F_x \;= 0 = F_C - F_{Ax} - F_D$
II. $\Sigma F_y \;= 0 = F - F_{Ay}$
III. $\Sigma M_{(C)} = 0 = F_{Ax}\, l_3 - F_D\, l_4$

b) II. $F = F_{Ay} = 100\,\text{N}$

c) III. $F_D = F_{Ax}\dfrac{l_3}{l_4} = 120\,\text{N}\cdot\dfrac{180\,\text{mm}}{220\,\text{mm}} = 98{,}18\,\text{N}$

I. $F_C = F_{Ax} + F_D = 120\,\text{N} + 98{,}18\,\text{N} = 218{,}2\,\text{N}$
(Kontrolle mit $\Sigma M_{(D)} = 0$)

b) Lageskizze wie bei Lösung a), aber F_1 und F_2 vertauscht.

I. $\Sigma F_x \;= 0 = F - F_1 - F_2$
II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_A - F_G + F_B$
III. $\Sigma M_{(O)} = 0 = -F_A\,(l_3 + l_4) + F_1\left(l_1 + l_2 - \dfrac{d}{2}\right) + F_2\left(l_1 + l_2 + \dfrac{d}{2}\right) + F_G\, l_4$

I. $F = F_1 + F_2 = 100\,\text{N} + 30\,\text{N} = 130\,\text{N}$

III. $F_A = \dfrac{F_1\left(l_1 + l_2 - \dfrac{d}{2}\right) + F_2\left(l_1 + l_2 + \dfrac{d}{2}\right) + F_G\, l_4}{l_3 + l_4}$

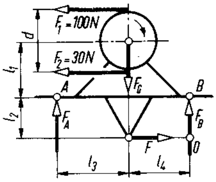
$= \dfrac{100\,\text{N}\cdot 0{,}11\,\text{m} + 30\,\text{N}\cdot 0{,}21\,\text{m} + 80\,\text{N}\cdot 0{,}1\,\text{m}}{0{,}22\,\text{m}}$

$F_A = 115\,\text{N}$

II. $F_B = F_G - F_A = 80\,\text{N} - 115\,\text{N} = -35\,\text{N}$
(Minus bedeutet: Kraft F_B wirkt dem angenommenen Richtungssinn entgegen nach unten.)

136.

a) *Rechnerische Lösung:*
Lageskizze (freigemachte Fußplatte mit Motor)



I. $\Sigma F_x \;= 0 = F - F_1 - F_2$
II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_A - F_G + F_B$
III. $\Sigma M_{(O)} = 0 = -F_A\,(l_3 + l_4) + F_1\left(l_1 + l_2 + \dfrac{d}{2}\right) + F_2\left(l_1 + l_2 - \dfrac{d}{2}\right) + F_G\, l_4$

I. $F = F_1 + F_2 = 100\,\text{N} + 30\,\text{N} = 130\,\text{N}$

III. $F_A = \dfrac{F_1\left(l_1 + l_2 + \dfrac{d}{2}\right) + F_2\left(l_1 + l_2 - \dfrac{d}{2}\right) + F_G\, l_4}{l_3 + l_4}$

$= \dfrac{100\,\text{N}\cdot 0{,}21\,\text{m} + 30\,\text{N}\cdot 0{,}11\,\text{m} + 80\,\text{N}\cdot 0{,}1\,\text{m}}{0{,}22\,\text{m}}$

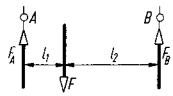
$F_A = 146{,}8\,\text{N}$

II. $F_B = F_G - F_A = 80\,\text{N} - 146{,}8\,\text{N} = -66{,}8\,\text{N}$
(Minus bedeutet: Die Kraft F_B wirkt nicht wie angenommen nach oben auf die Fußplatte, sondern nach unten.)

Zeichnerische Lösung:
F_1, F_2 und F_G werden zur Resultierenden F_r reduziert (Seileckverfahren). Dann werden mit F_r als bekannter Kraft die Kräfte F, F_A, F_B nach dem 4-Kräfte-Verfahren ermittelt.

137.

Rechnerische Lösung:
Lageskizze

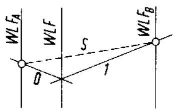


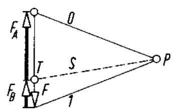
I. $\Sigma F_x \;= 0$: keine x-Kräfte vorhanden
II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_A - F + F_B$
III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F\, l_2 - F_A\,(l_1 + l_2)$

III. $F_A = F\dfrac{l_2}{l_1 + l_2} = 1250\,\text{N}\cdot\dfrac{3{,}15\,\text{m}}{1{,}3\,\text{m} + 3{,}15\,\text{m}} = 884{,}8\,\text{N}$

II. $F_B = F - F_A = 1250\,\text{N} - 884{,}8\,\text{N} = 365{,}2\,\text{N}$
(Kontrolle mit $\Sigma M_{(A)} = 0$)

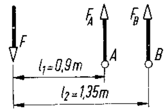
Zeichnerische Lösung:
Lageplan ($M_L = 2{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$) Kräfteplan ($M_K = 1000\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$)





138.

Rechnerische Lösung:
Lageskizze



I. $\Sigma F_x \;= 0$: keine x-Kräfte vorhanden
II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_A + F_B - F$
III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F\, l_2 - F_A(l_2 - l_1)$

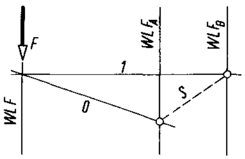
a) III. $F_A = F\dfrac{l_2}{l_2 - l_1} = 690\,\text{N}\cdot\dfrac{1{,}35\,\text{m}}{0{,}45\,\text{m}} = 2070\,\text{N}$

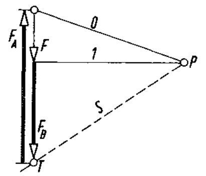
II. $F_B = F - F_A = 690\,\text{N} - 2070\,\text{N} = -1380\,\text{N}$
(Kontrolle mit $\Sigma M_{(A)} = 0$)

b) Die Kraft F_A wirkt gegensinnig zu F, die Kraft F_B gleichsinnig (Minuszeichen bedeutet: umgekehrter Richtungssinn als angenommen).

Zeichnerische Lösung:

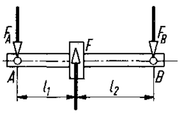
Lageplan ($M_L = 0{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{cm}}$) Kräfteplan ($M_K = 1000\ \frac{\text{N}}{\text{cm}}$)





139.

Lageskizze (freigemachter Fräserdorn)



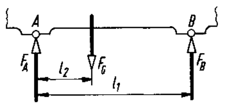
I. $\Sigma F_x = 0$: keine x-Kräfte vorhanden
II. $\Sigma F_y = 0 = F - F_A - F_B$
III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F_A(l_1 + l_2) - F l_2$

III. $F_A = F\dfrac{l_2}{l_1 + l_2} = 5\ \text{kN} \cdot \dfrac{170\ \text{mm}}{300\ \text{mm}} = 2{,}833\ \text{kN}$

II. $F_B = F - F_A = 5\ \text{kN} - 2{,}833\ \text{kN} = 2{,}167\ \text{kN}$
(Kontrolle mit $\Sigma M_{(A)} = 0$)

140.

Lageskizze (freigemachter Support)



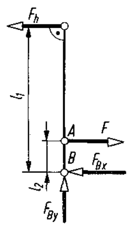
I. $\Sigma F_x = 0$: keine x-Kräfte vorhanden
II. $\Sigma F_y = 0 = F_A - F_G + F_B$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = -F_G l_2 + F_B l_1$

III. $F_B = F_G\ \dfrac{l_2}{l_1} = 2{,}2\ \text{kN} \cdot \dfrac{180\ \text{mm}}{520\ \text{mm}} = 0{,}7615\ \text{kN}$

II. $F_A = F_G - F_B = 2{,}2\ \text{kN} - 0{,}7615\ \text{kN} = 1{,}438\ \text{kN}$
(Kontrolle mit $\Sigma M_{(B)} = 0$)

141.

Lageskizze (freigemachter Hebel)



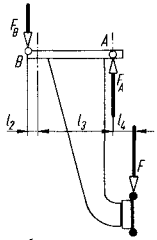
I. $\Sigma F_x = 0 = F - F_h - F_{Bx}$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_{By}$
III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F_h l_1 - F l_2$

a) III. $F_h = F\dfrac{l_2}{l_1} = 1{,}8\ \text{kN} \cdot \dfrac{0{,}095\ \text{m}}{1{,}12\ \text{m}} = 0{,}1527\ \text{kN}$

b) I. $F_{Bx} = F - F_h = 1{,}8\ \text{kN} - 0{,}1527\ \text{kN} = 1{,}647\ \text{kN}$
(Kontrolle mit $\Sigma M_{(A)} = 0$)
II. $F_{By} = 0$; d.h. es wirkt im Lager B keine y-Komponente, folglich ist $F_B = F_{Bx} = 1{,}647\ \text{kN}$

142.

Lageskizze (freigemachter Hängeschuh)



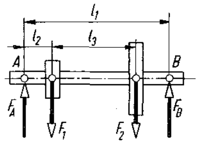
I. $\Sigma F_x = 0$: keine x-Kräfte vorhanden
II. $\Sigma F_y = 0 = F_A - F_B - F$
III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F_A(l_2 + l_3) - F(l_2 + l_3 + l_4)$

a) III. $F_A = F\dfrac{l_2 + l_3 + l_4}{l_2 + l_3} = 14\ \text{kN} \cdot \dfrac{350\ \text{mm}}{280\ \text{mm}} = 17{,}5\ \text{kN}$

b) II. $F_B = F_A - F = 17{,}5\ \text{kN} - 14\ \text{kN} = 3{,}5\ \text{kN}$
(Kontrolle mit $\Sigma M_{(A)} = 0$)

143.

Lageskizze (freigemachte Welle)



I. $\Sigma F_x = 0$: keine x-Kräfte vorhanden
II. $\Sigma F_y = 0 = F_A - F_1 - F_2 + F_B$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = -F_1 l_2 - F_2(l_2 + l_3) + F_B l_1$

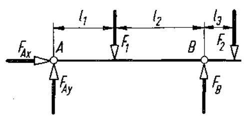
III. $F_B = \dfrac{F_1 l_2 + F_2(l_2 + l_3)}{l_1}$

$F_B = \dfrac{6{,}5\ \text{kN} \cdot 0{,}22\ \text{m} + 2\ \text{kN} \cdot 0{,}91\ \text{m}}{1{,}2\ \text{m}} = 2{,}708\ \text{kN}$

II. $F_A = F_1 + F_2 - F_B = 6{,}5\ \text{kN} + 2\ \text{kN} - 2{,}708\ \text{kN}$
$F_A = 5{,}792\ \text{kN}$
(Kontrolle mit $\Sigma M_{(B)} = 0$)

144.

Lageskizze (freigemachter Kragträger)



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{Ax}$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_{Ay} - F_1 + F_B - F_2$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = -F_1 l_1 + F_B(l_1 + l_2) - F_2(l_1 + l_2 + l_3)$

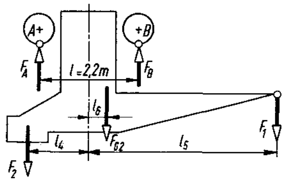
III. $F_B = \dfrac{F_1 l_1 + F_2(l_1 + l_2 + l_3)}{l_1 + l_2}$

$F_B = \dfrac{30\ \text{kN} \cdot 2\ \text{m} + 20\ \text{kN} \cdot 6\ \text{m}}{5\ \text{m}} = 36\ \text{kN}$

II. $F_{Ay} = F_1 + F_2 - F_B = 30\,\text{kN} + 20\,\text{kN} - 36\,\text{kN} = 14\,\text{kN}$
(Kontrolle mit $\Sigma M_{(B)} = 0$)
I. $F_{Ax} = 0$; d.h. Stützkraft $F_A = F_{Ay} = 14\,\text{kN}$

145.

a) Lageskizze (freigemachte Drehlaufkatze)



I. $\Sigma F_x = 0$: keine x-Kräfte vorhanden
II. $\Sigma F_y = 0 = F_A + F_B - F_1 - F_2 - F_{G2}$
III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F_2\left(\frac{l}{2} + l_4\right) + F_{G2}\left(\frac{l}{2} - l_6\right) - F_1\left(l_5 - \frac{l}{2}\right) - F_A l$

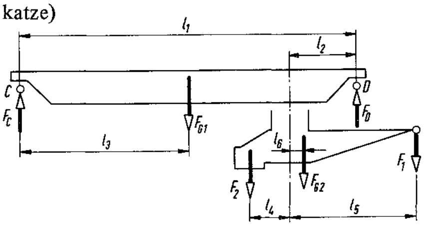
III. $$F_A = \frac{F_2\left(\frac{l}{2} + l_4\right) + F_{G2}\left(\frac{l}{2} - l_6\right) - F_1\left(l_5 - \frac{l}{2}\right)}{l}$$

$$F_A = \frac{96\,\text{kN} \cdot 2{,}4\,\text{m} + 40\,\text{kN} \cdot 0{,}7\,\text{m} - 60\,\text{kN} \cdot 3{,}1\,\text{m}}{2{,}2\,\text{m}}$$

$$F_A = \frac{72{,}4\,\text{kNm}}{2{,}2\,\text{m}} = 32{,}91\,\text{kN}$$

II. $F_B = F_1 + F_2 + F_{G2} - F_A$
$F_B = 60\,\text{kN} + 96\,\text{kN} + 40\,\text{kN} - 32{,}91\,\text{kN} = 163{,}1\,\text{kN}$
(Kontrolle mit $\Sigma M_{(A)} = 0$)

b) Lageskizze (freigemachte Kranbrücke mit Drehlaufkatze)



I. $\Sigma F_x = 0$: keine vorhanden
II. $\Sigma F_y = 0 = F_C + F_D - F_{G1} - F_{G2} - F_1 - F_2$
III. $\Sigma M_{(D)} = 0 = -F_C l_1 + F_{G1}(l_1 - l_3) + F_2(l_2 + l_4) + F_{G2}(l_2 - l_6) - F_1(l_5 - l_2)$

III. $$F_C = \frac{F_{G1}(l_1 - l_3) + F_2(l_2 + l_4) + F_{G2}(l_2 - l_6) - F_1(l_5 - l_2)}{l_1}$$

$$= \frac{97\,\text{kN} \cdot 5{,}6\,\text{m} + 96\,\text{kN} \cdot 3{,}5\,\text{m} + 40\,\text{kN} \cdot 1{,}8\,\text{m} - 60\,\text{kN} \cdot 2\,\text{m}}{11{,}2\,\text{m}}$$

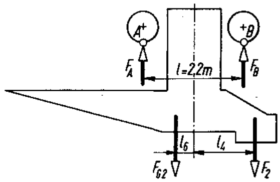
$F_C = 74{,}21\,\text{kN}$

II. $F_D = F_{G1} + F_{G2} + F_1 + F_2 - F_C$
$= 97\,\text{kN} + 40\,\text{kN} + 60\,\text{kN} + 96\,\text{kN} - 74{,}21\,\text{kN}$

$F_D = 218{,}8\,\text{kN}$

(Kontrolle mit $\Sigma M_{(C)} = 0$)

c) Lageskizze (freigemachte Drehlaufkatze)



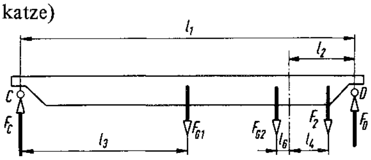
I. $\Sigma F_x = 0$: keine vorhanden
II. $\Sigma F_y = 0 = F_A + F_B - F_2 - F_{G2}$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_B l - F_{G2}\left(\frac{l}{2} - l_6\right) - F_2\left(\frac{l}{2} + l_4\right)$

III. $$F_B = \frac{F_{G2}\left(\frac{l}{2} - l_6\right) + F_2\left(\frac{l}{2} + l_4\right)}{l}$$

$$F_B = \frac{40\,\text{kN} \cdot 0{,}7\,\text{m} + 96\,\text{kN} \cdot 2{,}4\,\text{m}}{2{,}2\,\text{m}} = 117{,}5\,\text{kN}$$

II. $F_A = F_2 + F_{G2} - F_B = 96\,\text{kN} + 40\,\text{kN} - 117{,}5\,\text{kN}$
$F_A = 18{,}55\,\text{kN}$ (Kontrolle mit $\Sigma M_{(B)} = 0$)

Lageskizze (freigemachte Kranbrücke mit Drehlaufkatze)



I. $\Sigma F_x = 0$: keine vorhanden
II. $\Sigma F_y = 0 = F_C + F_D - F_{G1} - F_{G2} - F_2$
III. $\Sigma M_{(D)} = 0 = -F_C l_1 + F_{G1}(l_1 - l_3) + F_{G2}(l_2 + l_6) + F_2(l_2 - l_4)$

III. $$F_C = \frac{F_{G1}(l_1 - l_3) + F_{G2}(l_2 + l_6) + F_2(l_2 - l_4)}{l_1}$$

$$= \frac{97\,\text{kN} \cdot 5{,}6\,\text{m} + 40\,\text{kN} \cdot 2{,}6\,\text{m} + 96\,\text{kN} \cdot 0{,}9\,\text{m}}{11{,}2\,\text{m}}$$

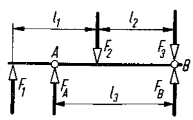
$F_C = 65{,}5\,\text{kN}$

II. $F_D = F_{G1} + F_{G2} + F_2 - F_C$
$F_D = 97\,\text{kN} + 40\,\text{kN} + 96\,\text{kN} - 65{,}5\,\text{kN} = 167{,}5\,\text{kN}$
(Kontrolle mit $\Sigma M_{(C)} = 0$)

146.

Rechnerische Lösung:

Lageskizze
(freigemachter Kragträger)



I. $\Sigma F_x = 0$: keine vorhanden
II. $\Sigma F_y = 0 = F_1 + F_A + F_B - F_2 - F_3$
III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = -F_1(l_1 + l_2) - F_A l_3 + F_2 l_2$

III. $F_A = \dfrac{-F_1(l_1 + l_2) + F_2 l_2}{l_3}$

$F_A = \dfrac{-15\,\text{kN} \cdot 4{,}3\,\text{m} + 20\,\text{kN} \cdot 2\,\text{m}}{3{,}2\,\text{m}} = -7{,}656\,\text{kN}$

(Minus bedeutet: nach unten gerichtet!)

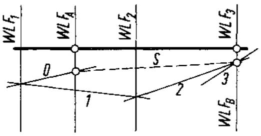
II. $F_B = F_2 + F_3 - F_1 - F_A$
$= 20\,\text{kN} + 12\,\text{kN} - 15\,\text{kN} - (-7{,}656\,\text{kN})$

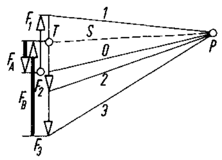
$F_B = 24{,}656\,\text{kN}$

(Kontrolle mit $\Sigma M_{(A)} = 0$)

Zeichnerische Lösung:

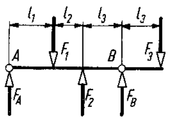
Lageplan ($M_L = 1{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$) Kräfteplan ($M_K = 20\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)





147.

Lageskizze
(freigemachte Getriebewelle)



I. $\Sigma F_x = 0$: keine vorhanden
II. $\Sigma F_y = 0 = F_A + F_2 + F_B - F_1 - F_3$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = -F_1 l_1 + F_2(l_1 + l_2) + F_B(l_1 + l_2 + l_3) - F_3(l_1 + l_2 + 2\,l_3)$

III. $F_B = \dfrac{F_1 l_1 - F_2(l_1 + l_2) + F_3(l_1 + l_2 + 2\,l_3)}{l_1 + l_2 + l_3}$

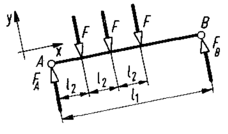
$= \dfrac{2\,\text{kN} \cdot 0{,}25\,\text{m} - 5\,\text{kN} \cdot 0{,}4\,\text{m} + 1{,}5\,\text{kN} \cdot 0{,}8\,\text{m}}{0{,}6\,\text{m}}$

$F_B = -0{,}5\,\text{kN}$ (Minus: nach unten!)

II. $F_A = F_1 + F_3 - F_2 - F_B$
$F_A = 2\,\text{kN} + 1{,}5\,\text{kN} - 5\,\text{kN} - (-0{,}5\,\text{kN}) = -1\,\text{kN}$
(Minus: nach unten!)
(Kontrolle mit $\Sigma M_{(B)} = 0$)

148.

Lageskizze
(freigemachter Balken)



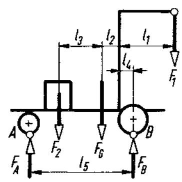
I. $\Sigma F_x = 0$: keine vorhanden
II. $\Sigma F_y = 0 = F_A + F_B - F - F - F$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = -F l_2 - F \cdot 2\,l_2 - F \cdot 3\,l_2 + F_B l_1$

III. $F_B = \dfrac{F(l_2 + 2\,l_2 + 3\,l_2)}{l_1} = \dfrac{6\,F l_2}{l_1} = \dfrac{6 \cdot 10\,\text{kN} \cdot 1\,\text{m}}{5\,\text{m}} = 12\,\text{kN}$

II. $F_A = 3\,F - F_B = 3 \cdot 10\,\text{kN} - 12\,\text{kN} = 18\,\text{kN}$
(Kontrolle mit $\Sigma M_{(B)} = 0$)

149.

Lageskizze
(freigemachter Werkstattkran)



I. $\Sigma F_x = 0$: keine vorhanden
II. $\Sigma F_y = 0 = F_A + F_B - F_G - F_1 - F_2$
III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = -F_A l_5 + F_2(l_2 + l_3 + l_4) + F_G(l_2 + l_4) - F_1(l_1 - l_4)$

III. $F_A = \dfrac{F_2(l_2 + l_3 + l_4) + F_G(l_2 + l_4) - F_1(l_1 - l_4)}{l_5}$

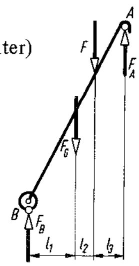
$= \dfrac{7\,\text{kN} \cdot 1{,}2\,\text{m} + 3{,}6\,\text{kN} \cdot 0{,}5\,\text{m} - 7{,}5\,\text{kN} \cdot 0{,}7\,\text{m}}{1{,}7\,\text{m}}$

$F_A = 2{,}912\,\text{kN}$

II. $F_B = F_G + F_1 + F_2 - F_A$
$F_B = 3{,}6\,\text{kN} + 7{,}5\,\text{kN} + 7\,\text{kN} - 2{,}912\,\text{kN} = 15{,}19\,\text{kN}$

150.

Lageskizze (freigemachte Rolleiter)



I. $\Sigma F_x = 0$: keine vorhanden
II. $\Sigma F_y = 0 = F_A + F_B - F_G - F$
III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F_A(l_1 + l_2 + l_3) - F(l_1 + l_2) - F_G l_1$

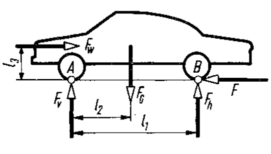
III. $F_A = \dfrac{F(l_1 + l_2) + F_G l_1}{l_1 + l_2 + l_3} = \dfrac{750\,\text{N} \cdot 1{,}1\,\text{m} + 150\,\text{N} \cdot 0{,}8\,\text{m}}{1{,}6\,\text{m}}$

$F_A = 590{,}6\,\text{N}$

II. $F_B = F_G + F - F_A$
$F_B = 150\,\text{N} + 750\,\text{N} - 590{,}6\,\text{N} = 309{,}4\,\text{N}$
(Kontrolle mit $\Sigma M_{(A)} = 0$)

151.

Lageskizze
(freigemachter Pkw)



Hinweis: Bei *stehendem* Pkw entfallen die Kräfte F_w und F.

a) I. $\Sigma F_x = 0$: keine vorhanden
II. $\Sigma F_y = 0 = F_v + F_h - F_G$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_h l_1 - F_G l_2$

III. $F_h = F_G \dfrac{l_2}{l_1} = 13{,}9\,\text{kN} \cdot \dfrac{1{,}31\,\text{m}}{2{,}8\,\text{m}} = 6{,}503\,\text{kN}$

II. $F_v = F_G - F_h = 13{,}9\,\text{kN} - 6{,}503\,\text{kN} = 7{,}397\,\text{N}$

b) I. $\Sigma F_x \;= 0 = F_w - F$

II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_v + F_h - F_G$

III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F_G(l_1 - l_2) - F_v l_1 - F_w l_3$

I. $F = F_w = 1{,}2\ \text{kN}$

III. $F_v = \dfrac{F_G(l_1 - l_2) - F_w l_3}{l_1}$

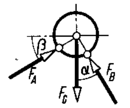
$$F_v = \frac{13{,}9\ \text{kN}\cdot 1{,}49\ \text{m} - 1{,}2\ \text{kN}\cdot 0{,}75\ \text{m}}{2{,}8\ \text{m}} = 7{,}075\ \text{kN}$$

II. $F_h = F_G - F_v = 13{,}9\ \text{kN} - 7{,}075\ \text{kN} = 6{,}825\ \text{kN}$

(Kontrolle mit $\Sigma M_{(A)} = 0$)

152.

Lageskizze 1 (freigemachte Welle)

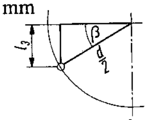


Hinweis: Die rechte Stützkraft an der Welle wird von 2 Brechstangen aufgebracht. Bezeichnet man die Stützkraft an jeder Brechstange mit F_B, dann beträgt die Gesamtstützkraft $2\,F_B$.

Ermittlung des Winkels β:

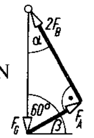
$$\beta = \arcsin\frac{l_3}{\frac{d}{2}} = \arcsin\frac{2\,l_3}{d} = \arcsin\frac{2\cdot 30\,\text{mm}}{120\,\text{mm}}$$

$\beta = 30°$



Die Kräfte F_A und $2F_B$ werden am einfachsten nach der trigonometrischen Methode berechnet.

Krafteckskizze

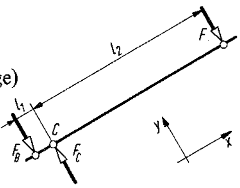


a) $F_A = F_G \sin\alpha = 3{,}6\ \text{kN}\cdot\sin 30° = 1{,}8\ \text{kN}$

b) $2F_B = F_G\cos\alpha$
$= 3{,}6\ \text{kN}\cdot\cos 30° = 3{,}118\ \text{kN}$

$F_B = 1{,}559\ \text{kN}$

Lageskizze 2
(freigemachte Brechstange)



I. $\Sigma F_x \;= 0$: keine vorhanden

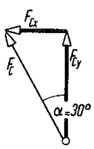
II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_C - F_B - F$

III. $\Sigma M_{(C)} = 0 = F_B l_1 - F l_2$

c) III. $F = \dfrac{F_B l_1}{l_2} = \dfrac{1{,}559\ \text{kN}\cdot 110\,\text{mm}}{1340\,\text{mm}} = 0{,}128\ \text{kN}$

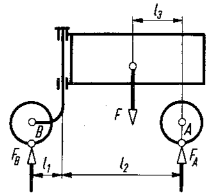
d) II. $F_C = F_B + F = 1{,}559\ \text{kN} + 0{,}128\ \text{kN} = 1{,}687\ \text{kN}$

e) $F_{Cx} = F_C\sin\alpha = 1{,}687\ \text{kN}\cdot\sin 30°$
$F_{Cx} = 0{,}8434\ \text{kN}$
$F_{Cy} = F_C\cos\alpha = 1{,}687\ \text{kN}\cdot\cos 30°$
$F_{Cy} = 1{,}461\ \text{kN}$



153.

a) Lageskizze 1
(freigemachte Transportkarre)



I. $\Sigma F_x \;= 0$: keine vorhanden

II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_A + F_B - F$

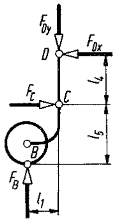
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = -F_B(l_1 + l_2) + F l_3$

III. $F_B = \dfrac{F l_3}{l_1 + l_2} = \dfrac{5\ \text{kN}\cdot 0{,}4\ \text{m}}{1{,}25\ \text{m}} = 1{,}6\ \text{kN}$

II. $F_A = F - F_B = 5\ \text{kN} - 1{,}6\ \text{kN} = 3{,}4\ \text{kN}$

(Kontrolle mit $\Sigma M_{(B)} = 0$)

b) Lageskizze 2
(freigemachter Schwenkarm)



I. $\Sigma F_x \;= 0 = F_C - F_{Dx}$

II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_B - F_{Dy}$

III. $\Sigma M_{(D)} = 0 = F_C l_4 - F_B l_1$

III. $F_C = \dfrac{F_B l_1}{l_4} = \dfrac{1{,}6\ \text{kN}\cdot 0{,}25\ \text{m}}{0{,}4\ \text{m}} = 1\ \text{kN}$

I. $F_{Dx} = F_C = 1\ \text{kN}$

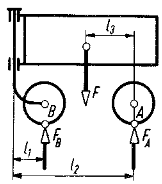
II. $F_{Dy} = F_B = 1{,}6\ \text{kN}$

$$F_D = \sqrt{F_{Dx}^2 + F_{Dy}^2} = \sqrt{(1\,\text{kN})^2 + (1{,}6\,\text{kN})^2} = 1{,}887\,\text{kN}$$

c) siehe Teillösung b)!

154.

a) Lageskizze 1
(freigemachte Transportkarre)



I. $\Sigma F_x \;= 0$: keine vorhanden

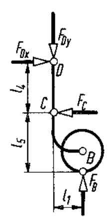
II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_A + F_B - F$

III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F l_3 - F_B(l_2 - l_1)$

III. $F_B = \dfrac{F l_3}{l_2 - l_1} = \dfrac{5\ \text{kN}\cdot 0{,}4\ \text{m}}{0{,}75\ \text{m}} = 2{,}667\ \text{kN}$

II. $F_A = F - F_B = 5\ \text{kN} - 2{,}667\ \text{kN} = 2{,}333\ \text{kN}$

b) Lageskizze 2
(freigemachter Schwenkarm)



I. $\Sigma F_x \;= 0 = F_{Dx} - F_C$

II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_B - F_{Dy}$

III. $\Sigma M_{(C)} = 0 = F_B l_1 - F_{Dx} l_4$

III. $F_{Dx} = \frac{F_B\, l_1}{l_4} = \frac{2{,}667\,\text{kN} \cdot 0{,}25\,\text{m}}{0{,}4\,\text{m}} = 1{,}667\,\text{kN}$

I. $F_C = F_{Dx} = 1{,}667\,\text{kN}$

II. $F_{Dy} = F_B = 2{,}667\,\text{kN}$

$F_D = \sqrt{F_{Dx}^2 + F_{Dy}^2} = \sqrt{(1{,}667\,\text{kN})^2 + (2{,}667\,\text{kN})^2}$

$F_D = 3{,}145\,\text{kN}$

c) siehe Teillösung b)!

155.

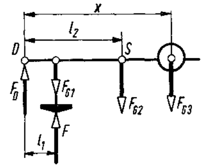
Zuerst wird die Druckkraft F berechnet, die beim Öffnen des Ventils auf den Ventilteller wirkt.

$$F = pA = p \cdot \frac{\pi}{4} d^2 = 3\,\text{bar} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 60^2\,\text{mm}^2$$

$$= 3 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 60^2\,\text{mm}^2$$

$$F = 3 \cdot 10^{-1} \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 60^2\,\text{mm}^2 = 848{,}2\,\text{N}$$

Lageskizze (freigemachter Hebel mit Ventilkörper)



I. $\Sigma F_x = 0$: keine vorhanden

II. $\Sigma F_y = 0 = F_D + F - F_{G1} - F_{G2} - F_{G3}$

III. $\Sigma M_{(D)} = 0 = F l_1 - F_{G1} l_1 - F_{G2} l_2 - F_{G3}\, x$

a) III. $x = \frac{F l_1 - F_{G1} l_1 - F_{G2} l_2}{F_{G3}}$

$$= \frac{848{,}2\,\text{N} \cdot 75\,\text{mm} - 8\,\text{N} \cdot 75\,\text{mm} - 15\,\text{N} \cdot 320\,\text{mm}}{120\,\text{N}}$$

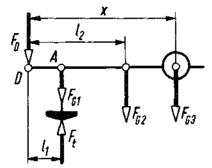
$x = 485{,}1\,\text{mm}$

b) II. $F_D = F_{G1} + F_{G2} + F_{G3} - F$

$F_D = 8\,\text{N} + 15\,\text{N} + 120\,\text{N} - 848{,}2\,\text{N} = -705{,}2\,\text{N}$

(Minus bedeutet: F_D wirkt nach unten)

c) Lageskizze (freigemachter Hebel mit Ventilkörper)



Hinweis: Stützkraft F_t am Ventilteller nicht vergessen!

I. $\Sigma F_x = 0$: keine vorhanden

II. $\Sigma F_y = 0 = F_t - F_D - F_{G1} - F_{G2} - F_{G3}$

III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_D l_1 - F_{G2}(l_2 - l_1) - F_{G3}(x - l_1)$

III. $F_D = \frac{F_{G2}(l_2 - l_1) + F_{G3}(x - l_1)}{l_1}$

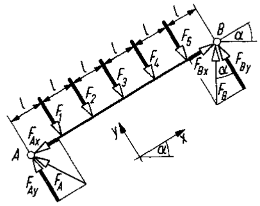
$$F_D = \frac{15\,\text{N} \cdot 245\,\text{mm} + 120\,\text{N} \cdot 410{,}1\,\text{mm}}{75\,\text{mm}} = 705{,}2\,\text{N}$$

Erkenntnis: Bei zunehmendem Dampfdruck wird die Stützkraft des Ventilsitzes auf den Ventilteller immer kleiner, bis sie beim Öffnen des Ventils Null ist: Der Ventilteller stützt sich dann statt auf dem Ventilsitz auf dem Dampf ab.

156.

Rechnerische Lösung:

Lageskizze (freigemachter Balken)



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{Bx} - F_{Ax}$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_{Ay} + F_{By} - F_1 - F_2 - F_3 - F_4 - F_5$

III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_{By} \cdot 6l - F_1 l - F_2 \cdot 2l - F_3 \cdot 3l - F_4 \cdot 4l - F_5 \cdot 5l$

III. $F_{By} = \frac{F_1 + 2F_2 + 3F_3 + 4F_4 + 5F_5}{6}$

$$F_{By} = \frac{4\,\text{kN} + 2 \cdot 2\,\text{kN} + 3 \cdot 1\,\text{kN} + 4 \cdot 3\,\text{kN} + 5 \cdot 1\,\text{kN}}{6}$$

$F_{By} = 4{,}667\,\text{kN}$

II. $F_{Ay} = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 - F_{By}$

$= 4\,\text{kN} + 2\,\text{kN} + 1\,\text{kN} + 3\,\text{kN} + 1\,\text{kN} - 4{,}667\,\text{kN}$

$F_{Ay} = 6{,}333\,\text{kN}$

Aus dem Zerlegungsdreieck für F_B ergibt sich:

$F_{Bx} = F_{By} \tan\alpha = 4{,}667\,\text{kN} \cdot \tan 30° = 2{,}694\,\text{kN}$

$F_B = \frac{F_{By}}{\cos\alpha} = \frac{4{,}667\,\text{kN}}{\cos 30°} = 5{,}389\,\text{kN}$

Aus der I. Ansatzgleichung ergibt sich

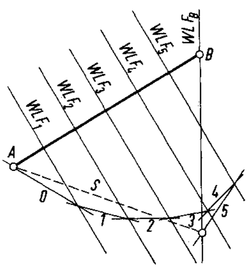
$F_{Ax} = F_{Bx} = 2{,}694\,\text{kN}$, und damit

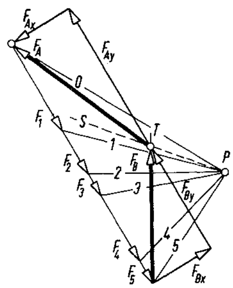
$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(2{,}694\,\text{kN})^2 + (6{,}333\,\text{kN})^2}$

$F_A = 6{,}883\,\text{kN}$

Zeichnerische Lösung:

Lageplan ($M_L = 2\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$) Kräfteplan ($M_K = 3\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)

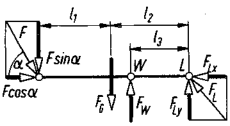




157.

Rechnerische Lösung:

Lageskizze (freigemachtes Sprungbrett)



I. $\Sigma F_x \;= 0 = F\cos\alpha - F_{Lx}$
II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_W + F_{Ly} - F_G - F\sin\alpha$
III. $\Sigma M_{(L)} = 0 = F\sin\alpha(l_1 + l_2) + F_G\, l_2 - F_W\, l_3$

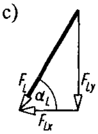
a) III. $F_W = \dfrac{F\sin\alpha(l_1 + l_2) + F_G\, l_2}{l_3}$

$$F_W = \frac{900\,\text{N}\cdot\sin 60^\circ\cdot 5\,\text{m} + 300\,\text{N}\cdot 2{,}4\,\text{m}}{2{,}1\,\text{m}} = 2199\,\text{N}$$

b) I. $F_{Lx} = F\cos\alpha = 900\,\text{N}\cdot\cos 60^\circ = 450\,\text{N}$
II. $F_{Ly} = F\sin\alpha + F_G - F_W$
$F_{Ly} = 900\text{N}\cdot\sin 60^\circ + 300\text{N} - 2199\text{N} = -1119\text{N}$
(Minuszeichen bedeutet: F_{Ly} wirkt dem angenommenen Richtungssinn entgegen, also nach unten.)

$$F_L = \sqrt{F_{Lx}^2 + F_{Ly}^2} = \sqrt{(450\,\text{N})^2 + (1119\,\text{N})^2} = 1206\,\text{N}$$

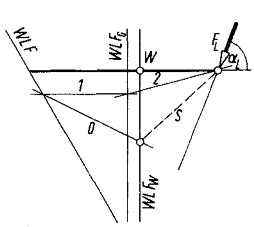
c)

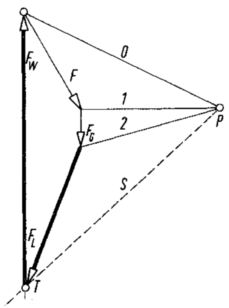


$$\alpha_L = \arctan\frac{F_{Ly}}{F_{Lx}} = \arctan\frac{1119\,\text{N}}{450\,\text{N}} = 68{,}1^\circ$$

Zeichnerische Lösung:

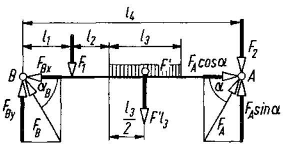
Lageplan ($M_L = 2\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$) Kräfteplan ($M_K = 600\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$)





158.

Lageskizze (freigemachte Bühne)



Die Streckenlast wird durch die Einzellast $F'l_3$ im Streckenlastschwerpunkt ersetzt.

I. $\Sigma F_x \;= 0 = F_A\cos\alpha - F_{Bx}$
II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_{By} + F_A\sin\alpha - F_1 - F'l_3 - F_2$
III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F_A\sin\alpha\cdot l_4 - F_1 l_1 - F'l_3(l_1 + l_2 + \frac{l_3}{2}) - F_2 l_4$

a) III. $F_A = \dfrac{F_1 l_1 + F'l_3(l_1 + l_2 + \frac{l_3}{2}) + F_2\, l_4}{l_4\sin\alpha}$

$$= \frac{9\text{kN}\cdot 0{,}4\text{m} + 6\,\frac{\text{kN}}{\text{m}}\cdot 0{,}6\text{m}\cdot 1\,\text{m} + 6{,}5\text{kN}\cdot 1{,}8\text{m}}{1{,}8\,\text{m}\cdot\sin 75^\circ}$$

$F_A = 10{,}87\,\text{kN}$

b) I. $F_{Bx} = F_A\cos\alpha = 10{,}87\,\text{kN}\cdot\cos 75^\circ = 2{,}813\,\text{kN}$
II. $F_{By} = F_1 + F_2 + F'l_3 - F_A\sin\alpha$
$= 9\text{kN} + 6{,}5\text{kN} + 6\,\frac{\text{kN}}{\text{m}}\cdot 0{,}6\text{m} - 10{,}87\text{kN}\cdot\sin 75^\circ$
$F_{By} = 8{,}6\,\text{kN}$
(Kontrolle mit $\Sigma M_{(A)} = 0$)

$$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{(2{,}813\text{kN})^2 + (8{,}6\text{kN})^2}$$

$F_B = 9{,}049\,\text{kN}$

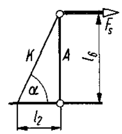
c) $\alpha_B = \arctan\dfrac{F_{By}}{F_{Bx}} = \arctan\dfrac{8{,}6\,\text{kN}}{2{,}813\,\text{kN}} = 71{,}88^\circ$

159.

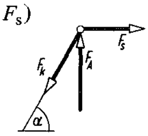
Rechnerische Lösung:

a) $\alpha = \arctan\dfrac{l_6}{l_2} = \arctan\dfrac{1{,}5\,\text{m}}{0{,}7\,\text{m}}$

$\alpha = 64{,}98^\circ$

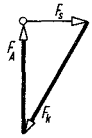


b) und c) Lageskizze 1 (freigemachter Angriffspunkt der Kraft F_s)



Zentrales Kräftesystem. Lösung am einfachsten nach der trigonometrischen Methode.

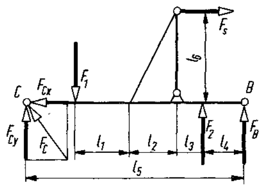
Krafteckskizze



$F_A = F_s\tan\alpha = 2{,}1\,\text{kN}\cdot\tan 64{,}98^\circ = 4{,}5\,\text{kN}$

c) $F_k = \dfrac{F_s}{\cos\alpha} = \dfrac{2{,}1\,\text{kN}}{\cos 64{,}98^\circ} = 4{,}966\,\text{kN}$

Lageskizze 2 (freigemachter Stützträger mit Kette und Pendelstütze) zu d) und e)



$$\text{I. } \Sigma F_x \;= 0 = F_s - F_{Cx}$$
$$\text{II. } \Sigma F_y \;= 0 = F_B + F_{Cy} + F_2 - F_1$$
$$\text{III. } \Sigma M_{(C)} = 0 = -F_1[l_5 - (l_1 + l_2 + l_3 + l_4)] + F_2(l_5 - l_4) + F_B\, l_5 - F_s\, l_6$$

d) III. $F_B = \dfrac{F_1[l_5 - (l_1 + l_2 + l_3 + l_4)] - F_2(l_5 - l_4) + F_s\, l_6}{l_5}$

$$F_B = \frac{3{,}8\,\text{kN} \cdot 0{,}7\,\text{m} - 3\,\text{kN} \cdot 2{,}6\,\text{m} + 2{,}1\,\text{kN} \cdot 1{,}5\,\text{m}}{3{,}2\,\text{m}}$$
$$F_B = \frac{2{,}66\,\text{kNm} - 7{,}8\,\text{kNm} + 3{,}15\,\text{kNm}}{3{,}2\,\text{m}}$$
$$F_B = \frac{-1{,}99\,\text{kNm}}{3{,}2\,\text{m}} = -0{,}6219\,\text{kN}$$

(Minuszeichen bedeutet: F_B wirkt dem angenommenen Richtungssinn entgegen, also nach unten.)

e) I. $F_{Cx} = F_s = 2{,}1\,\text{kN}$

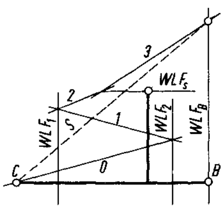
II. $F_{Cy} = F_1 - F_B - F_2$

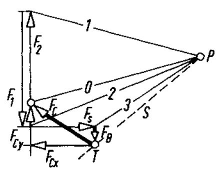
$$F_{Cy} = 3{,}8\,\text{kN} - (-0{,}6219\,\text{kN}) - 3\,\text{kN} = 1{,}422\,\text{kN}$$
$$F_C = \sqrt{F_{Cx}^2 + F_{Cy}^2} = \sqrt{(2{,}1\,\text{kN})^2 + (1{,}422\,\text{kN})^2}$$
$$F_C = 2{,}536\,\text{kN}$$

f) siehe Teillösung e)!

Zeichnerische Lösung der Teilaufgaben d), e) und f):

Lageplan ($M_L = 1{,}25\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$) Kräfteplan ($M_K = 2{,}5\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)





Statik der Fachwerke

Cremonaplan, Ritter'sches Schnittverfahren

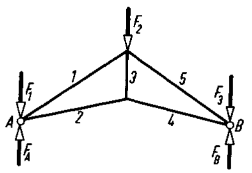
Die Kraftbeträge in den Kräftetabellen sind berechnet und gerundet. Besonders kleine Kräfte können *im Cremonaplan* oft nicht mit dieser Genauigkeit ermittelt werden.

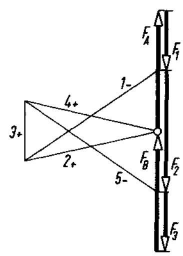
160.

a) Der Dachbinder ist symmetrisch aufgebaut und symmetrisch belastet und alle Kräfte einschließlich der Stützkräfte wirken parallel (siehe Lageplan unten). Folglich sind die Stützkräfte gleich groß:

$$F_A = F_B = \frac{F_1 + F_2 + F_3}{2} = \frac{4\,\text{kN} + 8\,\text{kN} + 4\,\text{kN}}{2} = 8\,\text{kN}$$

b) Lageplan ($M_L = 1{,}25\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$) Cremonaplan ($M_K = 5\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)



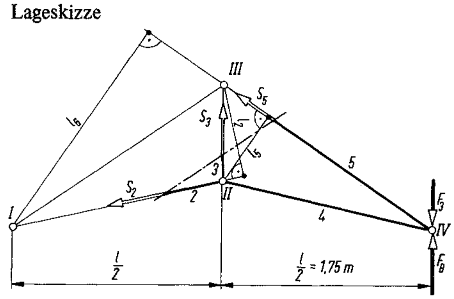


Kräftetabelle (Kräfte in kN)

Stab	Zug	Druck
1	–	10,6
2	8,98	–
3	4,00	–
4	8,98	–
5	–	10,6

Nachprüfung nach Ritter

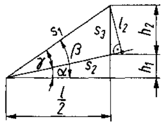
Lageskizze



$$\Sigma M_{(\text{III})} = 0 = F_B \cdot \frac{l}{2} - F_3\,\frac{l}{2} - S_2\, l_2$$

$$S_2 = \frac{(F_B - F_3)\, l}{2\, l_2}$$

Berechnung von l_2 (Stablängen sind mit s bezeichnet):



$$\alpha = \arctan \frac{2\,h_1}{l} = \arctan \frac{2 \cdot 0{,}4\,\text{m}}{3{,}5\,\text{m}} = 12{,}88^\circ$$

$$\beta = \arctan \frac{2\,(h_1 + h_2)}{l} = \arctan \frac{2 \cdot 1{,}2\,\text{m}}{3{,}5\,\text{m}} = 34{,}44^\circ$$

$$\gamma = \beta - \alpha = 34{,}44^\circ - 12{,}88^\circ = 21{,}56^\circ$$

$$s_1 = \sqrt{(\tfrac{l}{2})^2 + (h_1 + h_2)^2} = \sqrt{(1{,}75\,\text{m})^2 + (1{,}2\,\text{m})^2}$$

$$s_1 = 2{,}122\,\text{m}$$

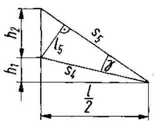
$$l_2 = s_1 \sin\gamma = 2{,}122\,\text{m} \cdot \sin 21{,}56^\circ = 0{,}7799\,\text{m}$$

$$S_2 = \frac{(8\,\text{kN} - 4\,\text{kN}) \cdot 3{,}5\,\text{m}}{2 \cdot 0{,}7799\,\text{m}} = +8{,}976\,\text{kN} \quad \text{(Zugstab)}$$

$$\Sigma M_{(\text{II})} = 0 = F_B \frac{l}{2} - F_3 \frac{l}{2} + S_5 l_5$$

$$S_5 = \frac{(F_3 - F_B)\,l}{2\,l_5}$$

Berechnung von l_5:



$$s_4 = \sqrt{(\tfrac{l}{2})^2 + h_1^2} = \sqrt{(1{,}75\text{m})^2 + (0{,}4\text{m})^2} = 1{,}795\,\text{m}$$

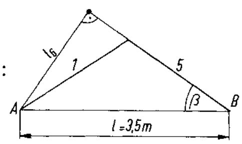
$$l_5 = s_4 \sin\gamma = 1{,}795\,\text{m} \cdot \sin 21{,}56^\circ = 0{,}6598\,\text{m}$$

$$S_5 = \frac{(4\,\text{kN} - 8\,\text{kN}) \cdot 3{,}5\,\text{m}}{2 \cdot 0{,}6598\,\text{m}} = -10{,}61\,\text{kN} \quad \text{(Druckstab)}$$

$$\Sigma M_{(\text{I})} = 0 = F_B\,l - F_3\,l + S_3 \frac{l}{2} + S_5\,l_6$$

$$S_3 = \frac{(F_3 - F_B)\,l - S_5\,l_6}{\frac{l}{2}}$$

Berechnung von l_6:



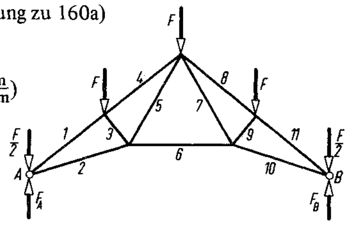
$$l_6 = l \sin\beta = 3{,}5\,\text{m} \cdot \sin 34{,}44^\circ = 1{,}979\,\text{m}$$

$$S_3 = \frac{-4\text{kN} \cdot 3{,}5\,\text{m} - (-10{,}61\,\text{kN}) \cdot 1{,}979\,\text{m}}{1{,}75\,\text{m}} = 4\,\text{kN} \quad \text{(Zugstab)}$$

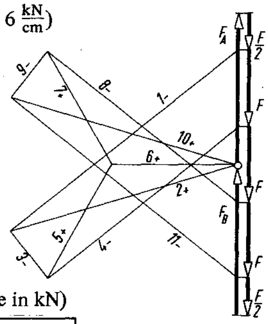
161.

a) $F_A = F_B = \frac{4F}{2} = \frac{4 \cdot 6\text{kN}}{2} = 12\,\text{kN}$
(s. Erläuterung zu 160a)

b) Lageplan
($M_L = 2{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$)



Cremonaplan ($M_K = 6\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)

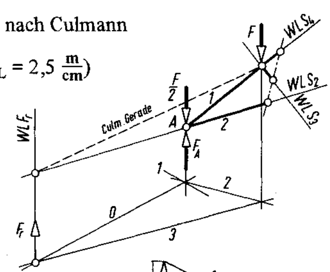


Kräftetabelle (Kräfte in kN)

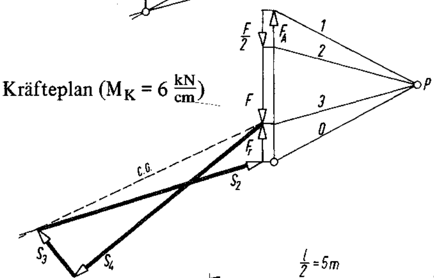
Stab	Zug	Druck
1	–	23,2
2	18,9	–
3	–	4,69
4	–	19,4
5	10,5	–
6	10	–
7	10,5	–
8	–	19,4
9	–	4,69
10	18,9	–
11	–	23,2

c) Nachprüfung nach Culmann

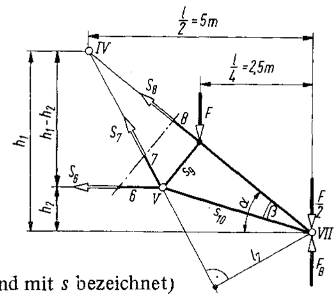
Lageplan ($M_L = 2{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$)



Kräfteplan ($M_K = 6\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)



Nachprüfung nach Ritter



Lageskizze
(Stablängen sind mit s bezeichnet)

$$\Sigma M_{(IV)} = 0 = F_B \frac{l}{2} - \frac{F}{2}\frac{l}{2} - F\frac{l}{4} - S_6(h_1 - h_2)$$

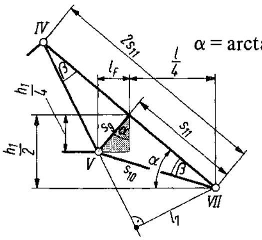
$$S_6 = \frac{F_B \frac{l}{2} - F\frac{l}{4} - F\frac{l}{4}}{h_1 - h_2} = \frac{(F_B - F)\,l}{2(h_1 - h_2)}$$

$$S_6 = \frac{6\,\text{kN} \cdot 10\,\text{m}}{2 \cdot 3\,\text{m}} = 10\,\text{kN} \quad \text{(Zugstab)}$$

$$\Sigma M_{(VII)} = 0 = F\frac{l}{4} + S_6 h_2 - S_7 l_7$$

$$S_7 = \frac{F\frac{l}{4} + S_6 h_2}{l_7}$$

Berechnung von l_7:



$$\alpha = \arctan\frac{\frac{h_1}{2}}{\frac{l}{4}} = \arctan\frac{2\,\text{m}}{2{,}5\,\text{m}}$$

$$\alpha = 38{,}66^\circ$$

$$s_9 = \frac{\frac{h_1}{4}}{\cos\alpha} = \frac{1\,\text{m}}{\cos 38{,}66^\circ} = 1{,}2806\,\text{m}$$

$$s_{11} = \sqrt{(\tfrac{l}{4})^2 + (\tfrac{h_1}{2})^2} = \sqrt{(2{,}5\,\text{m})^2 + (2\,\text{m})^2}$$

$$s_{11} = 3{,}2016\,\text{m}$$

$$\beta = \arctan\frac{s_9}{s_{11}} = \arctan\frac{1{,}2806\,\text{m}}{3{,}2016\,\text{m}} = 21{,}80^\circ$$

$$l_7 = 2\,s_{11}\sin\beta = 2 \cdot 3{,}2016\,\text{m} \cdot \sin 21{,}80^\circ = 2{,}378\,\text{m}$$

$$S_7 = \frac{6\,\text{kN} \cdot 2{,}5\,\text{m} + 10\,\text{kN} \cdot 1\,\text{m}}{2{,}378\,\text{m}} = +\,10{,}51\,\text{kN} \quad \text{(Zugstab)}$$

$$\Sigma M_{(V)} = F_B\left(\frac{l}{4} + l_F\right) - \frac{F}{2}\left(\frac{l}{4} + l_F\right) - F\,l_F + S_8\,s_9$$

$$S_8 = \frac{(\frac{F}{2} - F_B)(\frac{l}{4} + l_F) + F\,l_F}{s_9}$$

Berechnung von l_F (s. vorige Skizze, dunkles Dreieck):

$$l_F = s_9 \sin\alpha = 1{,}2806\,\text{m} \cdot \sin 38{,}66^\circ = 0{,}8\,\text{m}$$

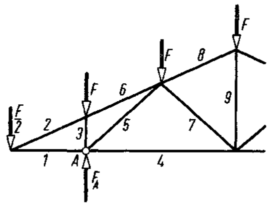
$$S_8 = \frac{(3\,\text{kN} - 12\,\text{kN}) \cdot (2{,}5\,\text{m} + 0{,}8\,\text{m}) + 6\,\text{kN} \cdot 0{,}8\,\text{m}}{1{,}2806\,\text{m}}$$

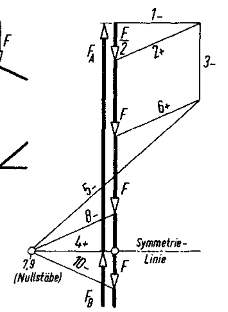
$$S_8 = -\,19{,}44\,\text{kN} \quad \text{(Druckstab)}$$

162.

a) $F_A = F_B = \dfrac{6F}{2} = 3F = 60\,\text{kN}$ (s. Erläuterung zu 160a)

b) Lageplan ($M_L = 1{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$) Cremonaplan ($M_K = 20\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)



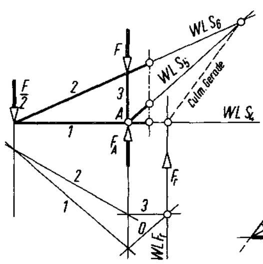


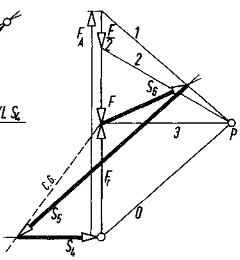
Kräftetabelle (Kräfte in kN)

Stab	Zug	Druck	Stab
1	–	22,5	17
2	24,6	–	16
3	–	20	15
4	22,5	–	14
5	–	60,2	13
6	24,6	–	12
7	–	–	11
8	–	24,6	10
9	–	–	9

c) Nachprüfung nach Culmann

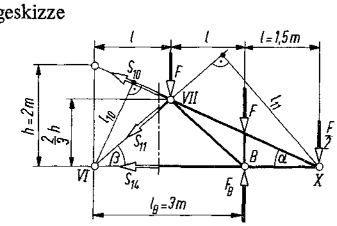
Lageplan ($M_L = 1\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$) Kräfteplan ($M_K = 20\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)





Nachprüfung nach Ritter

Lageskizze



$$\Sigma M_{(\mathrm{VI})} = 0 = S_{10}\, l_{10} - F\,l - F\cdot 2\,l + F_B\cdot 2\,l - \frac{F}{2}\cdot 3\,l$$

$$S_{10} = \frac{F\,l + (F - F_B)\cdot 2\,l + \frac{F}{2}\cdot 3\,l}{l_{10}}$$

Berechnung von l_{10}:

$$\alpha = \arctan\frac{h}{l_B + l} = \arctan\frac{2\,\mathrm{m}}{4{,}5\,\mathrm{m}} = 23{,}96^\circ$$

$$l_{10} = (l_B + l)\sin\alpha = 4{,}5\,\mathrm{m}\cdot\sin 23{,}96^\circ = 1{,}828\,\mathrm{m}$$

$$S_{10} = \frac{20\,\mathrm{kN}\cdot 1{,}5\,\mathrm{m} + (-40\,\mathrm{kN}\cdot 3\,\mathrm{m}) + 10\,\mathrm{kN}\cdot 4{,}5\,\mathrm{m}}{1{,}828\,\mathrm{m}}$$

$S_{10} = -\,24{,}62\,\mathrm{kN}$ (Druckstab)

$$\Sigma M_{(\mathrm{X})} = 0 = F\,l - F_B\,l + F\cdot 2\,l + S_{11}\,l_{11}$$

$$S_{11} = \frac{(F_B - F)\,l - F\cdot 2\,l}{l_{11}}$$

Berechnung von l_{11} (s. Lageskizze)

$$\beta = \arctan\frac{\frac{2}{3}h}{l} = \arctan\frac{1{,}333\,\mathrm{m}}{1{,}5\,\mathrm{m}} = 41{,}63^\circ$$

$$l_{11} = (l_B + l)\sin\beta = 4{,}5\,\mathrm{m}\cdot\sin 41{,}63^\circ = 2{,}99\,\mathrm{m}$$

$$S_{11} = \frac{40\,\mathrm{kN}\cdot 1{,}5\,\mathrm{m} - 20\,\mathrm{kN}\cdot 3\,\mathrm{m}}{2{,}99\,\mathrm{m}} = 0 \text{ (Nullstab)}$$

$$\Sigma M_{(\mathrm{VII})} = 0 = -S_{14}\,\frac{2h}{3} - F\,l + F_B\,l - \frac{F}{2}\cdot 2\,l$$

$$S_{14} = \frac{(F_B - F)\,l - F\,l}{\frac{2}{3}h} = \frac{40\,\mathrm{kN}\cdot 1{,}5\,\mathrm{m} - 20\,\mathrm{kN}\cdot 1{,}5\,\mathrm{m}}{1{,}333\,\mathrm{m}}$$

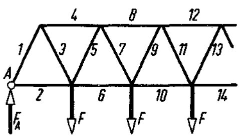
$S_{14} = +\,22{,}5\,\mathrm{kN}$ (Zugstab)

163.

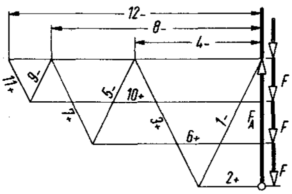
a) $F_A = F_B = \frac{6F}{2} = 3\,F = 3\cdot 28\,\mathrm{kN} = 84\,\mathrm{kN}$

(s. Erläuterung zu 160a)

b) Lageplan ($M_L = 2{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{cm}}$)



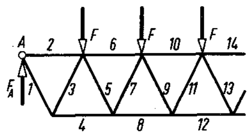
Cremonaplan ($M_K = 50\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}}$)



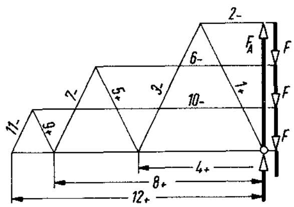
164.

a) $F_A = F_B = 84\,\mathrm{kN}$ (s. Lösung 163a)

b) Lageplan ($M_L = 2{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{cm}}$)



Cremonaplan ($M_K = 50\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}}$)



Kräftetabelle (Kräfte in kN)

Stab	Zug	Druck	Stab
1	–	93,9	27
2	42	–	26
3	93,9	–	25
4	–	84	24
5	–	62,6	23
6	112	–	22
7	62,6	–	21
8	–	140	20
9	–	31,3	19
10	154	–	18
11	31,3	–	17
12	–	168	16
13	–	–	15
14	168	–	14

Kräftetabelle (Kräfte in kN)

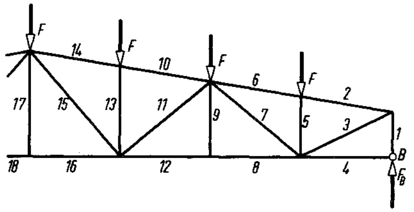
Stab	Zug	Druck	Stab
1	93,9	–	27
2	–	42	26
3	–	93,9	25
4	84	–	24
5	62,6	–	23
6	–	112	22
7	–	62,6	21
8	140	–	20
9	31,3	–	19
10	–	154	18
11	–	31,3	17
12	168	–	16
13	–	–	15
14	–	168	14

165.

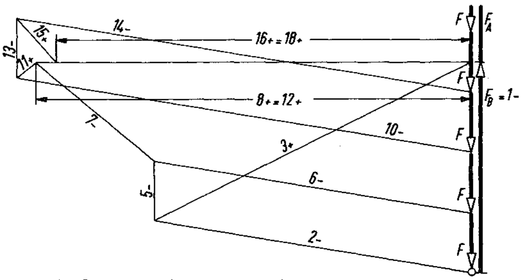
a) $F_A = F_B = \dfrac{7F}{2} = \dfrac{7 \cdot 4\,\text{kN}}{2} = 14\,\text{kN}$

(s. Erläuterung zu 160a)

b) Lageplan ($M_L = 1\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$)



Cremonaplan ($M_K = 5\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)

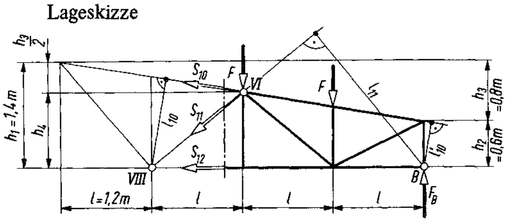


Kräftetabelle (Kräfte in kN)

Stab	Zug	Druck
1	–	14
2	–	21,3
3	23,5	–
4	–	–
5	–	4
6	–	21,3
7	–	10,2
8	28,8	–
9	–	–
10	–	30,4
11	1,56	–
12	28,8	–
13	–	4
14	–	30,4
15	3,95	–
16	27,4	–
17	–	–

c) Nachprüfung nach Ritter

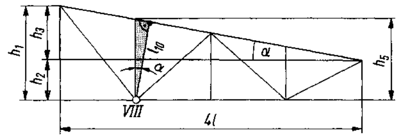
Lageskizze



$\Sigma M_{(\text{VIII})} = 0 = S_{10}\, l_{10} - F\,l - F \cdot 2\,l + F_B \cdot 3\,l$

$S_{10} = \dfrac{(F - F_B) \cdot 3\,l}{l_{10}}$

Berechnung von l_{10}:



$\alpha = \arctan \dfrac{h_3}{4\,l} = \arctan \dfrac{h_1 - h_2}{4\,l} = \arctan \dfrac{1{,}4\,\text{m} - 0{,}6\,\text{m}}{4 \cdot 1{,}2\,\text{m}}$

$\alpha = 9{,}46°$

$h_5 = h_2 + 0{,}75\,h_3 = 0{,}6\,\text{m} + 0{,}6\,\text{m} = 1{,}2\,\text{m}$

($0{,}75\,h_3$ nach Strahlensatz)

$l_{10} = h_5\,\cos\alpha = 1{,}2\,\text{m} \cdot \cos 9{,}46° = 1{,}184\,\text{m}$

(dunkles Dreieck)

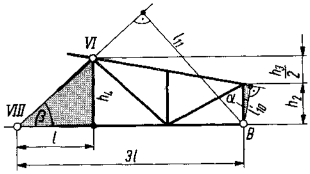
$S_{10} = \dfrac{(4\,\text{kN} - 14\,\text{kN}) \cdot 3 \cdot 1{,}2\,\text{m}}{1{,}184\,\text{m}} = -\,30{,}41\,\text{kN}$

(Druckstab)

$\Sigma M_{(B)} = 0 = S_{11}\, l_{11} + S_{10}\, l'_{10} + F\,l + F \cdot 2\,l$

$S_{11} = \dfrac{-S_{10}\, l'_{10} - F \cdot 3\,l}{l_{11}}$

Berechnung von l'_{10} und l_{11}:



$l'_{10} = h_2 \cos\alpha = 0{,}6\,\text{m} \cdot \cos 9{,}46° = 0{,}5918\,\text{m}$

(kleines dunkles Dreieck, rechts)

$h_4 = h_2 + \dfrac{h_3}{2} = 0{,}6\,\text{m} + 0{,}4\,\text{m} = 1\,\text{m}$

$\beta = \arctan \dfrac{h_4}{l} = \arctan \dfrac{1{,}0\,\text{m}}{1{,}2\,\text{m}} = 39{,}81°$

(großes dunkles Dreieck, links)

$l_{11} = 3\,l \sin\beta = 3 \cdot 1{,}2\,\text{m} \cdot \sin 39{,}81° = 2{,}305\,\text{m}$

$S_{11} = \dfrac{-(-\,30{,}41\,\text{kN}) \cdot 0{,}5918\,\text{m} - 4\,\text{kN} \cdot 3{,}6\,\text{m}}{2{,}305\,\text{m}}$

$S_{11} = 1{,}562\,\text{kN}$ (Zugstab)

$\Sigma M_{(\text{VI})} = 0 = F_B \cdot 2\,l - F\,l - S_{12}\, h_4$

$S_{12} = \dfrac{F_B \cdot 2\,l - F\,l}{h_4} = \dfrac{14\,\text{kN} \cdot 2{,}4\,\text{m} - 4\,\text{kN} \cdot 1{,}2\,\text{m}}{1\,\text{m}}$

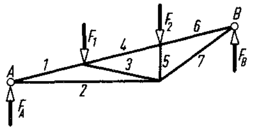
$S_{12} = 28{,}8\,\text{kN}$ (Zugstab)

166.

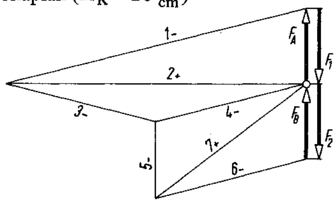
a) Die Tragkonstruktion wird symmetrisch belastet und alle Kräfte einschließlich der Stützkräfte haben parallele Wirklinien. Folglich sind die Stützkräfte F_A und F_B gleich groß.

$$F_A = F_B = \frac{F_1 + F_2}{2} = \frac{20\,\text{kN} + 20\,\text{kN}}{2} = 20\,\text{kN}$$

b) Lageplan ($M_L = 2\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$)



Cremonaplan ($M_K = 20\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)

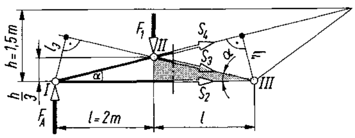


Kräftetabelle (Kräfte in kN)

Stab	Zug	Druck
1	–	82,4
2	80	–
3	–	41,2
4	–	41,2
5	–	20
6	–	41,2
7	50	–

c) Nachprüfung der Stäbe 2, 3, 4 nach Ritter

Lageskizze 1



$$\Sigma M_{(II)} = 0 = S_2\,\frac{h}{3} - F_A\,l$$

$$S_2 = \frac{3 F_A\,l}{h} = \frac{3 \cdot 20\,\text{kN} \cdot 2\,\text{m}}{1{,}5\,\text{m}} = +\,80\,\text{kN} \text{ (Zugstab)}$$

$$\Sigma M_{(I)} = 0 = -F_1\,l - S_3 l_3$$

$$S_3 = \frac{-F_1\,l}{l_3}$$

Berechnung von l_3 (s. Lageskizze 1):

$$\alpha = \arctan\frac{\frac{h}{3}}{l} = \arctan\frac{0{,}5\,\text{m}}{2\,\text{m}} = 14{,}04^\circ$$

(s. dunkles Dreieck)

$$l_3 = 2\,l \sin\alpha = 4\,\text{m} \cdot \sin 14{,}04^\circ = 0{,}9701\,\text{m}$$

$$S_3 = \frac{-20\,\text{kN} \cdot 2\,\text{m}}{0{,}9701\,\text{m}} = -\,41{,}23\,\text{kN} \text{ (Druckstab)}$$

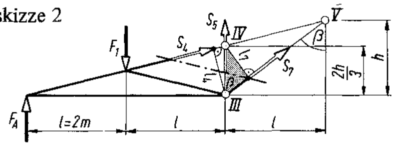
$$\Sigma M_{(III)} = 0 = -S_4\,l_4 + F_1\,l - F_A \cdot 2\,l$$

$$S_4 = \frac{(F_1 - 2F_A)\,l}{l_4} = \frac{-20\,\text{kN} \cdot 2\,\text{m}}{0{,}9701\,\text{m}} = -\,41{,}23\,\text{kN} \text{ (Druckstab)}$$

(*Hinweis:* Wegen Symmetrie ist $l_4 = l_3$; s. Lageskizze 1)

Nachprüfung der Stäbe 4, 5, 7 nach Ritter

Lageskizze 2



$$\Sigma M_{(III)} = 0 = F_1\,l - F_A \cdot 2\,l - S_4\,l_4$$

$$S_4 = \frac{(F_1 - 2F_A)\,l}{l_4} = \frac{-20\,\text{kN} \cdot 2\,\text{m}}{0{,}9701\,\text{m}} = -\,41{,}23\,\text{kN} \text{ (Druckstab; s. oben)}$$

$$\Sigma M_{(V)} = 0 = F_1 \cdot 2\,l - F_A \cdot 3\,l - S_5\,l$$

$$S_5 = \frac{(2F_1 - 3F_A)\,l}{l} = 2 \cdot 20\,\text{kN} - 3 \cdot 20\,\text{kN} = -\,20\,\text{kN} \text{ (Druckstab)}$$

$$\Sigma M_{(IV)} = 0 = F_1\,l - F_A \cdot 2\,l + S_7\,l_7$$

$$S_7 = \frac{(2F_A - F_1)\,l}{l_7}$$

Berechnung von l_7 (s. Lageskizze 2):

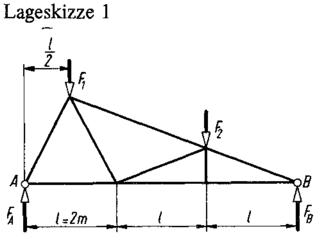
$$\beta = \arctan\frac{l}{h} = \arctan\frac{2\,\text{m}}{1{,}5\,\text{m}} = 53{,}13^\circ$$

$$l_7 = \frac{2}{3}\,h \sin\beta = 1\,\text{m} \cdot \sin 53{,}13^\circ = 0{,}8\,\text{m}$$ (s. dunkles Dreieck)

$$S_7 = \frac{20\,\text{kN} \cdot 2\,\text{m}}{0{,}8\,\text{m}} = +\,50\,\text{kN} \text{ (Zugstab)}$$

167.

a) Lageskizze 1



I. $\Sigma F_x = 0$: keine vorhanden

II. $\Sigma F_y = 0 = F_A + F_B - F_1 - F_2$

III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = -F_1\,\frac{l}{2} - F_2 \cdot 2\,l + F_B \cdot 3\,l$

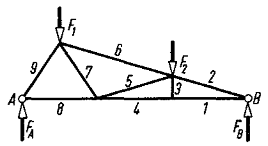
$$\text{III. } F_B = \frac{(\frac{F_1}{2} + 2F_2)l}{3l} = \frac{\frac{F_1}{2} + 2F_2}{3}$$

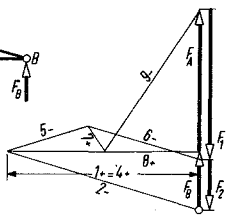
$$F_B = \frac{15\,\text{kN} + 20\,\text{kN}}{3} = 11{,}67\,\text{kN}$$

$$\text{II. } F_A = F_1 + F_2 - F_B = 30\,\text{kN} + 10\,\text{kN} - 11{,}67\,\text{kN}$$

$$F_A = 28{,}33\,\text{kN}$$

b) Lageplan ($M_L = 2\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$) Cremonaplan ($M_K = 15\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)



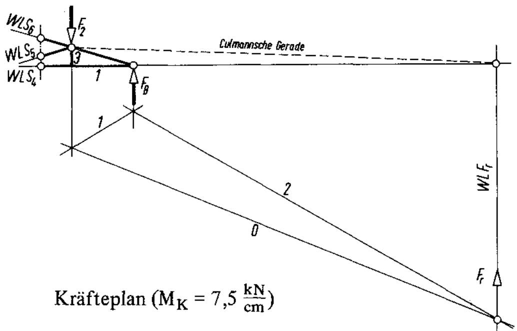


Kräftetabelle (Kräfte in kN)

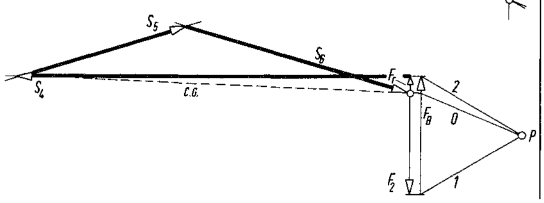
Stab	Zug	Druck
1	38,9	–
2	–	40,6
3	–	–
4	38,9	–
5	–	17,4
6	–	23,2
7	6	–
8	18,9	–
9	–	34,1

c) Nachprüfung nach Culmann

Lageplan ($M_L = 2{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$)

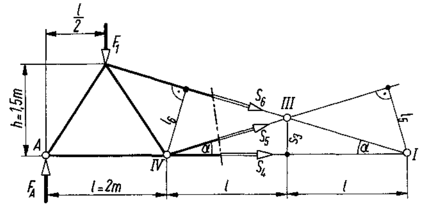


Kräfteplan ($M_K = 7{,}5\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)



Nachprüfung nach Ritter

Lageskizze 2 (Stablängen sind mit s bezeichnet)



$$\Sigma M_{(\text{III})} = 0 = F_1\,\frac{3l}{2} - F_A \cdot 2l + S_4 s_3$$

$$S_4 = \frac{(2F_A - 1{,}5F_1)l}{s_3}$$

Berechnung von s_3 (s. Lageskizze 2):

$$\frac{s_3}{h} = \frac{l}{2{,}5\,l} \quad \text{(Strahlensatz)}$$

$$s_3 = \frac{h}{2{,}5} = \frac{1{,}5\,\text{m}}{2{,}5} = 0{,}6\,\text{m}$$

$$S_4 = \frac{(2 \cdot 28{,}33\,\text{kN} - 1{,}5 \cdot 30\,\text{kN}) \cdot 2\,\text{m}}{0{,}6\,\text{m}} = +38{,}89\,\text{kN}$$

(Zugstab)

$$\Sigma M_{(\text{I})} = 0 = F_1 \cdot \frac{5}{2}l - F_A \cdot 3l - S_5 l_5$$

$$S_5 = \frac{(2{,}5F_1 - 3F_A)l}{l_5}$$

Berechnung von l_5 (s. Lageskizze 2):

$$\alpha = \arctan\frac{h}{2{,}5\,l} = \arctan\frac{1{,}5\,\text{m}}{2{,}5 \cdot 2\,\text{m}} = 16{,}7^\circ$$

$$l_5 = 2\,l \sin\alpha = 2 \cdot 2\,\text{m} \cdot \sin 16{,}7^\circ = 1{,}149\,\text{m}$$

$$S_5 = \frac{(2{,}5 \cdot 30\,\text{kN} - 3 \cdot 28{,}33\,\text{kN}) \cdot 2\,\text{m}}{1{,}149\,\text{m}} = -17{,}4\,\text{kN}$$

(Druckstab)

$$\Sigma M_{(\text{IV})} = 0 = F_1\,\frac{l}{2} - F_A\,l - S_6 l_6$$

$$S_6 = \frac{(0{,}5F_1 - F_A)l}{l_6} = \frac{(0{,}5 \cdot 30\,\text{kN} - 28{,}33\,\text{kN}) \cdot 2\,\text{m}}{1{,}149\,\text{m}}$$

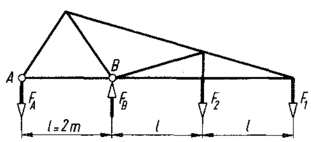
$S_6 = -23{,}2\,\text{kN}$ (Druckstab)

Hinweis: $l_6 = l_5$ wegen Symmetrie (s. Lageskizze 2).

168.

Berechnung der Stützkräfte

Lageskizze



I. $\Sigma F_x = 0$: keine vorhanden

II. $\Sigma F_y = 0 = F_B - F_A - F_1 - F_2$

III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F_A\,l - F_2\,l - F_1 \cdot 2\,l$

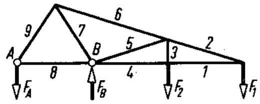
$$\text{III. } F_A = \frac{(F_2 + 2F_1)\,l}{l} = F_2 + 2F_1 = 10\,\text{kN} + 2 \cdot 30\,\text{kN}$$

$$F_A = 70\,\text{kN}$$

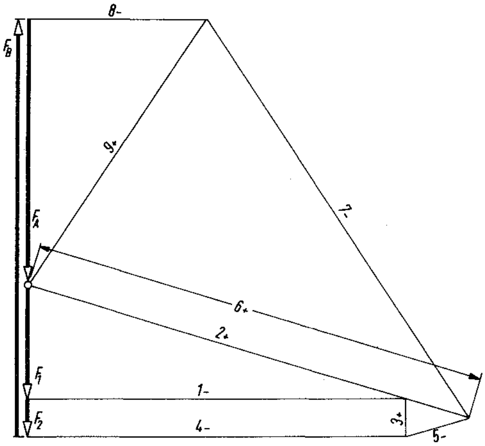
$$\text{II. } F_B = F_A + F_1 + F_2 = 70\,\text{kN} + 30\,\text{kN} + 10\,\text{kN} = 110\,\text{kN}$$

Zeichnerische Ermittlung der Stabkräfte

Lageplan ($M_L = 2\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$)



Cremonaplan ($M_K = 20\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)

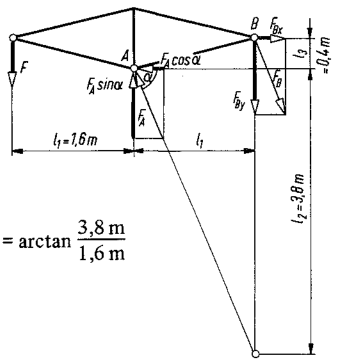


Kräftetabelle (Kräfte in kN)

Stab	Zug	Druck
1	–	100
2	104	–
3	10	–
4	–	100
5	–	17,4
6	122	–
7	–	126
8	–	46,7
9	84,1	–

169.

a) Lageskizze 1



$$\alpha = \arctan\frac{l_2}{l_1} = \arctan\frac{3{,}8\,\text{m}}{1{,}6\,\text{m}}$$

$$\alpha = 67{,}17°$$

$$\text{I. } \Sigma F_x = 0 = F_{Bx} - F_A \cos\alpha$$

$$\text{II. } \Sigma F_y = 0 = F_A \sin\alpha - F - F_{By}$$

$$\text{III. } \Sigma M_{(B)} = 0 = F \cdot 2\,l_1 - F_A \sin\alpha\, l_1 - F_A \cos\alpha\, l_3$$

$$\text{III. } F_A = \frac{F \cdot 2\,l_1}{l_1 \sin\alpha + l_3 \cos\alpha}$$

$$= \frac{30\,\text{kN} \cdot 2 \cdot 1{,}6\,\text{m}}{1{,}6\,\text{m} \cdot \sin 67{,}17° + 0{,}4\,\text{m} \cdot \cos 67{,}17°}$$

$$F_A = 58{,}9\,\text{kN}$$

b) I. $F_{Bx} = F_A \cos\alpha = 58{,}9\,\text{kN} \cdot \cos 67{,}17° = 22{,}86\,\text{kN}$

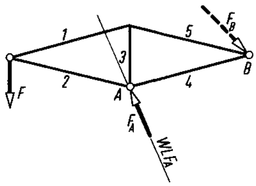
II. $F_{By} = F_A \sin\alpha - F = 58{,}9\,\text{kN} \cdot \sin 67{,}17° - 30\,\text{kN}$

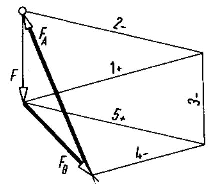
$F_{By} = 24{,}29\,\text{kN}$

$$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{(22{,}86\,\text{kN})^2 + (24{,}29\,\text{kN})^2}$$

$$F_B = 33{,}35\,\text{kN}$$

c) Lageplan ($M_L = 1\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$) Cremonaplan ($M_K = 25\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)





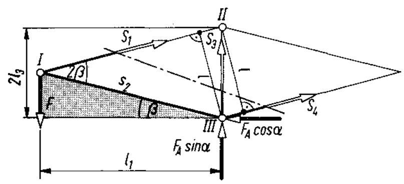
Lösungshinweis: Cremonaplan mit der Kraft F und den Stabkräften 1 und 2 beginnen, *ohne* das äußere Krafteck zu zeichnen. Stützkraft F_A ergibt sich von selbst im Krafteck für den Knoten A, Stützkraft F_B beim Knoten B.

Kräftetabelle (Kräfte in kN)

Stab	Zug	Druck
1	61,8	–
2	–	61,8
3	–	30
4	–	38,3
5	61,8	–

d) Nachprüfung der Stäbe 1, 3, 4 nach Ritter

Lageskizze 2 (Stablängen sind mit s bezeichnet)



$$\Sigma M_{(\text{III})} = 0 = F\,l_1 - S_1\,l$$

$$S_1 = \frac{F\,l_1}{l}$$

Berechnung von l:

$$s_2 = \sqrt{l_1^2 + l_3^2} = \sqrt{(1{,}6\,\text{m})^2 + (0{,}4\,\text{m})^2} = 1{,}649\,\text{m}$$

$$\beta = \arctan\frac{l_3}{l_1} = \arctan\frac{0{,}4\,\text{m}}{1{,}6\,\text{m}} = 14{,}04^\circ$$

$$l = s_2 \sin 2\beta = 1{,}649\,\text{m} \cdot \sin 28{,}07^\circ = 0{,}7761\,\text{m}$$

$$S_1 = \frac{30\,\text{kN} \cdot 1{,}6\,\text{m}}{0{,}7761\,\text{m}} = +\,61{,}85\,\text{kN} \text{ (Zugstab)}$$

$$\Sigma M_{(\text{II})} = 0 = F l_1 + S_4 l - F_A \cos\alpha \cdot 2 l_3$$

$$S_4 = \frac{-F l_1 + F_A \cos\alpha \cdot 2 l_3}{l}$$

$$= \frac{-30\,\text{kN} \cdot 1{,}6\,\text{m} + 58{,}9\,\text{kN} \cdot \cos 67{,}17^\circ \cdot 0{,}8\,\text{m}}{0{,}7761\,\text{m}}$$

$$S_4 = -\,38{,}29\,\text{kN} \text{ (Druckstab)}$$

$$\Sigma M_{(\text{I})} = 0 = S_3 l_1 + S_4 l + F_A \sin\alpha\, l_1 - F_A \cos\alpha\, l_3$$

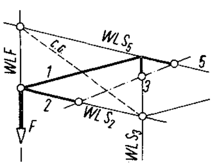
$$S_3 = \frac{F_A (l_3 \cos\alpha - l_1 \sin\alpha) - S_4 l}{l_1}$$

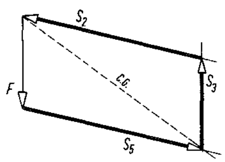
$$S_3 = \frac{58{,}9\,\text{kN}\,(0{,}4\,\text{m} \cdot \cos 67{,}17^\circ - 1{,}6\,\text{m} \cdot \sin 67{,}17^\circ) - (-\,38{,}29\,\text{kN}) \cdot 0{,}7761\,\text{m}}{1{,}6\,\text{m}}$$

$$S_3 = -\,30\,\text{kN} \text{ (Druckstab)}$$

Nachprüfung der Stäbe 2, 3, 5 nach Culmann

Lageplan ($M_L = 1\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$) Kräfteplan ($M_K = 25\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)

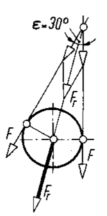


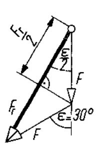


170.

a) (s. Lösung 32)

Lageskizze 1 Krafteckskizze





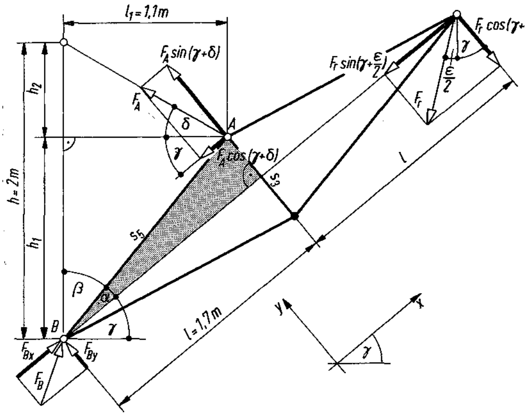
Hinweis: Seilzugkraft und Last F sind gleich groß.

$$\cos\frac{\epsilon}{2} = \frac{F_r}{2F}$$

$$F_r = 2F\cos\frac{\epsilon}{2} = 2 \cdot 15\,\text{kN} \cdot \cos 15^\circ$$

$$F_r = 28{,}98\,\text{kN}$$

b) Lageskizze 2 (Stablängen sind mit s bezeichnet)



Die x-Achse für die Berechnung der Stützkräfte wird um den Winkel γ in die Längsachse des Auslegers gedreht.

Berechnung des Winkels γ:

$$s_5 = \sqrt{l^2 + \left(\frac{s_3}{2}\right)^2} = \sqrt{(1{,}7\,\text{m})^2 + (0{,}35\,\text{m})^2} = 1{,}736\,\text{m}$$

$$\alpha = \arctan\frac{s_3}{2l} = \arctan\frac{0{,}7\,\text{m}}{2 \cdot 1{,}7\,\text{m}} = 11{,}63^\circ \text{ (s. dunkles Dreieck)}$$

$$\beta = \arcsin\frac{l_1}{s_5} = \arcsin\frac{1{,}1\,\text{m}}{1{,}736\,\text{m}} = 39{,}33^\circ$$

$$\gamma = 90^\circ - (\alpha + \beta) = 39{,}04^\circ$$

$$h_1 = \frac{l_1}{\tan\beta} = \frac{1{,}1\,\text{m}}{\tan 39{,}33^\circ} = 1{,}343\,\text{m}$$

$$h_2 = h - h_1 = 0{,}6574\,\text{m}$$

$$\delta = \arctan\frac{h_2}{l_1} = \arctan\frac{0{,}6574\,\text{m}}{1{,}1\,\text{m}} = 30{,}87^\circ$$

$$\gamma + \delta = 39{,}04^\circ + 30{,}87^\circ = 69{,}90^\circ$$

Berechnung der Stützkräfte

$$\text{I. } \Sigma F_x = 0 = F_{Bx} - F_A \cos(\gamma + \delta) - F_r \sin\left(\gamma + \frac{\epsilon}{2}\right)$$

$$\text{II. } \Sigma F_y = 0 = F_{By} + F_A \sin(\gamma + \delta) - F_r \cos\left(\gamma + \frac{\epsilon}{2}\right)$$

$$\text{III. } \Sigma M_{(B)} = 0 = F_A \sin(\gamma + \delta)\, l + F_A \cos(\gamma + \delta)\frac{s_3}{2} - F_r \cos\left(\gamma + \frac{\epsilon}{2}\right) \cdot 2l$$

$$\text{III. } F_A = \frac{F_r \cos\left(\gamma + \frac{\epsilon}{2}\right) 2l}{l \sin(\gamma + \delta) + \frac{s_3}{2}\cos(\gamma + \delta)}$$

$$F_A = \frac{28{,}98\,\text{kN} \cdot \cos 54{,}04^\circ \cdot 3{,}4\,\text{m}}{1{,}7\,\text{m} \cdot \sin 69{,}90^\circ + 0{,}35\,\text{m} \cdot \cos 69{,}90^\circ} = 33{,}70\,\text{kN}$$

I. $F_{Bx} = F_A \cos(\gamma + \delta) + F_r \sin(\gamma + \frac{\epsilon}{2})$

$F_{Bx} = 33{,}7\,\text{kN} \cdot \cos 69{,}90° + 28{,}98\,\text{kN} \cdot \sin 54{,}04°$

$F_{Bx} = 35{,}04\,\text{kN}$

II. $F_{By} = F_r \cos(\gamma + \frac{\epsilon}{2}) - F_A \sin(\gamma + \delta)$

$F_{By} = 28{,}98\,\text{kN} \cdot \cos 54{,}04° - 33{,}7\,\text{kN} \cdot \sin 69{,}90°$

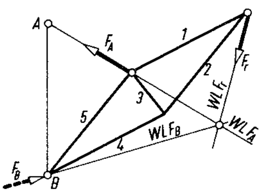
$F_{By} = -14{,}63\,\text{kN}$

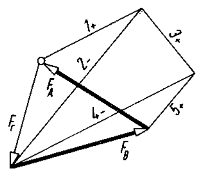
(Minus bedeutet: F_{By} wirkt entgegen dem angenommenen Richtungssinn nach rechts unten.)

$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{(35{,}04\,\text{kN})^2 + (14{,}63\,\text{kN})^2}$

$F_B = 37{,}97\,\text{kN}$

c) Lageplan ($M_L = 1\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$) Cremonaplan ($M_K = 20\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)





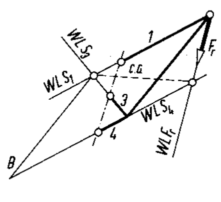
Lösungshinweis: Auf die Ermittlung der Stützkräfte F_A und F_B mit Hilfe des 3-Kräfte-Verfahrens (siehe Lageplan) kann auch verzichtet werden, weil beide Kräfte sich beim Aufzeichnen des Cremonaplanes von selbst ergeben (s. Lösung 169).

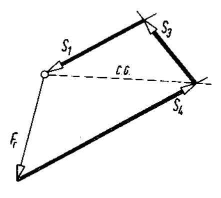
Kräftetabelle (Kräfte in kN)

Stab	Zug	Druck
1	30,2	–
2	–	54,2
3	21,8	–
4	–	54,2
5	18,4	–

d) Nachprüfung der Stäbe 1, 3, 4 nach Culmann

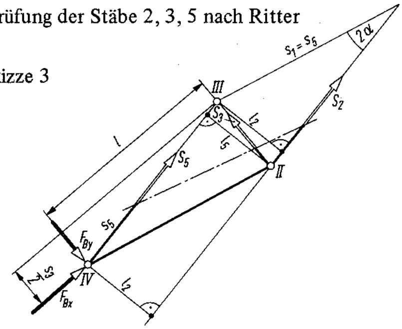
Lageplan ($M_L = 1\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$) Kräfteplan ($M_K = 20\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)





Nachprüfung der Stäbe 2, 3, 5 nach Ritter

Lageskizze 3



$\Sigma M_{(III)} = 0 = S_2 l_2 + F_{By} l + F_{Bx} \frac{s_3}{2}$

$$S_2 = \frac{-F_{By} l - F_{Bx} \frac{s_3}{2}}{l_2}$$

Berechnung von l_2:

$l_2 = s_1 \sin 2\alpha = 1{,}736\,\text{m} \cdot \sin 23{,}27° = 0{,}6856\,\text{m}$

(*Hinweis:* $s_1 = s_5$; s. Teillösung b)

$$S_2 = \frac{-14{,}63\,\text{kN} \cdot 1{,}7\,\text{m} - 35{,}04\,\text{kN} \cdot 0{,}35\,\text{m}}{0{,}6856\,\text{m}} = -54{,}17\,\text{kN}$$

(Druckstab)

$\Sigma M_{(II)} = 0 = -S_5 l_5 + F_{By} l - F_{Bx} \frac{s_3}{2}$

$$S_5 = \frac{F_{By} l - F_{Bx} \frac{s_3}{2}}{l_5}$$

$$S_5 = \frac{14{,}63\,\text{kN} \cdot 1{,}7\,\text{m} - 35{,}04\,\text{kN} \cdot 0{,}35\,\text{m}}{0{,}6856\,\text{m}} = +18{,}40\,\text{kN}$$

(Zugstab)

(*Hinweis:* Wegen Kongruenz ist $l_5 = l_2$.)

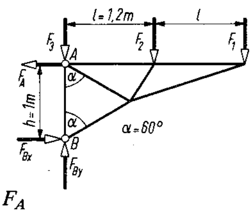
$\Sigma M_{(IV)} = 0 = S_3 l + S_2 l_2$

$$S_3 = \frac{-S_2 l_2}{l} = \frac{-(-54{,}17\,\text{kN} \cdot 0{,}6856\,\text{m})}{1{,}7\,\text{m}} = +21{,}85\,\text{kN}$$

(Zugstab)

171.

a) Lageskizze 1



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{Bx} - F_A$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_{By} - F_1 - F_2 - F_3$

III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F_A h - F_2 l - F_1 \cdot 2l$

III. $F_A = \frac{(F_2 + 2F_1) l}{h} = \frac{(10\,\text{kN} + 2 \cdot 5\,\text{kN}) \cdot 1{,}2\,\text{m}}{1\,\text{m}}$

$F_A = 24\,\text{kN}$

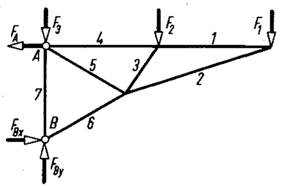
I. $F_{Bx} = F_A = 24\,\text{kN}$

II. $F_{By} = F_1 + F_2 + F_3 = 5\,\text{kN} + 10\,\text{kN} + 5\,\text{kN} = 20\,\text{kN}$

$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{(24\,\text{kN})^2 + (20\,\text{kN})^2}$

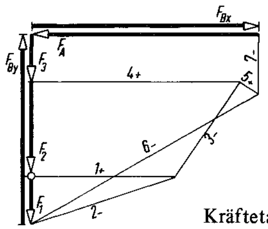
$F_B = 31{,}24\,\text{kN}$

b) Lageplan ($M_L = 0{,}8\ \frac{m}{cm}$)



Lösungshinweis: Vorherige Ermittlung der Stütz-Kräfte F_A und F_B ist nicht erforderlich (siehe Lösung 169 c).

Cremonaplan ($M_K = 8\ \frac{kN}{cm}$)

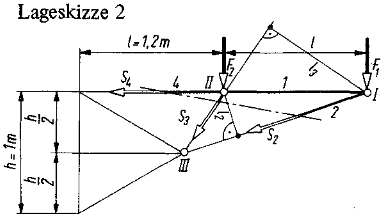


Kräftetabelle (Kräfte in kN)

Stab	Zug	Druck
1	15,3	–
2	–	16,1
3	–	12
4	22	–
5	2,29	–
6	–	27,7
7	–	6,14

c) Nachprüfung der Stäbe 2, 3, 4 nach Ritter

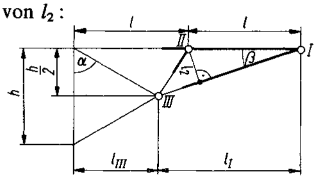
Lageskizze 2



$$\Sigma M_{(II)} = 0 = -F_1\, l - S_2\, l_2$$

$$S_2 = \frac{-F_1\, l}{l_2}$$

Berechnung von l_2:



$$l_{III} = \frac{h}{2} \tan\alpha = 0{,}5\,\text{m} \cdot \tan 60° = 0{,}866\,\text{m}$$

$$l_I = 2\,l - l_{III} = 2{,}4\,\text{m} - 0{,}866\,\text{m} = 1{,}534\,\text{m}$$

$$\beta = \arctan \frac{\frac{h}{2}}{l_I} = \arctan \frac{0{,}5\,\text{m}}{1{,}534\,\text{m}} = 18{,}05°$$

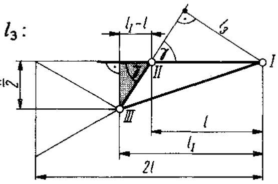
$$l_2 = l \sin\beta = 1{,}2\,\text{m} \cdot \sin 18{,}05° = 0{,}3719\,\text{m}$$

$$S_2 = \frac{-5\,\text{kN} \cdot 1{,}2\,\text{m}}{0{,}3719\,\text{m}} = -16{,}13\,\text{kN} \quad \text{(Druckstab)}$$

$$\Sigma M_{(I)} = 0 = F_2\, l + S_3\, l_3$$

$$S_3 = \frac{-F_2\, l}{l_3}$$

Berechnung von l_3:



$$\gamma = \arctan \frac{\frac{h}{2}}{l_I - l} = \arctan \frac{0{,}5\,\text{m}}{1{,}534\,\text{m} - 1{,}2\,\text{m}}$$

$$\gamma = 56{,}26°$$

$$l_3 = l \sin\gamma = 1{,}2\,\text{m} \cdot \sin 56{,}26° = 0{,}9979\,\text{m}$$

$$S_3 = \frac{-10\,\text{kN} \cdot 1{,}2\,\text{m}}{0{,}9979\,\text{m}} = -12{,}03\,\text{kN} \quad \text{(Druckstab)}$$

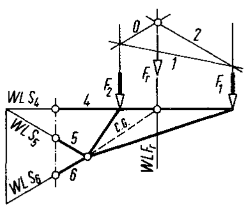
$$\Sigma M_{(III)} = 0 = -F_1\, l_I - F_2\,(l_I - l) + S_4\, \frac{h}{2}$$

$$S_4 = \frac{F_1\, l_I + F_2\,(l_I - l)}{\frac{h}{2}} = \frac{5\,\text{kN} \cdot 1{,}534\,\text{m} + 10\,\text{kN} \cdot 0{,}334\,\text{m}}{0{,}5\,\text{m}}$$

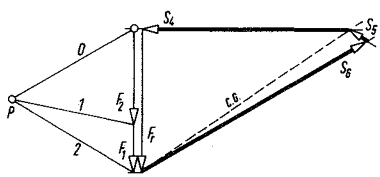
$S_4 = +22{,}02$ kN (Zugstab)

Nachprüfung der Stäbe 4, 5, 6 nach Culmann

Lageplan ($M_L = 0{,}8\ \frac{m}{cm}$)

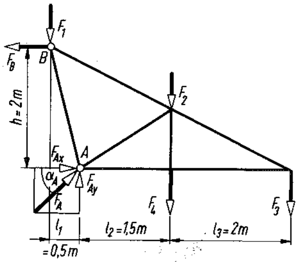


Kräfteplan ($M_K = 8\ \frac{kN}{cm}$)



172.

a) Lageskizze 1



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{Ax} - F_B$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_{Ay} - F_1 - F_2 - F_3 - F_4$

III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_B\, h + F_1 l_1 - F_2 l_2 - F_4 l_2 - F_3(l_2 + l_3)$

III. $F_B = \dfrac{(F_2 + F_4)\, l_2 + F_3(l_2 + l_3) - F_1 l_1}{h}$

$$F_B = \frac{17\,\text{kN} \cdot 1{,}5\,\text{m} + 17\,\text{kN} \cdot (1{,}5\,\text{m} + 2\,\text{m}) - 6\,\text{kN} \cdot 0{,}5\,\text{m}}{2\,\text{m}}$$

$F_B = 41\,\text{kN}$

I. $F_{Ax} = F_B = 41\,\text{kN}$

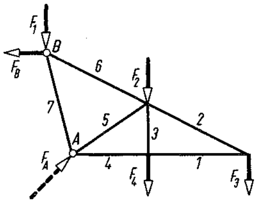
II. $F_{Ay} = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 6\,\text{kN} + 12\,\text{kN} + 17\,\text{kN} + 5\,\text{kN}$

$F_{Ay} = 40\,\text{kN}$

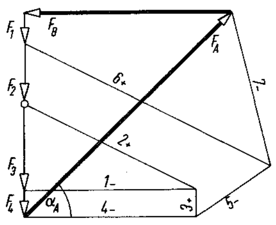
$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(41\,\text{kN})^2 + (40\,\text{kN})^2} = 57{,}28\,\text{kN}$

b) $\alpha_A = \arctan \dfrac{F_{Ay}}{F_{Ax}} = \arctan \dfrac{40\,\text{kN}}{41\,\text{kN}} = 44{,}29^\circ$

c) Lageplan ($M_L = 1{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$) siehe Hinweis in Lösung 169c!



Cremonaplan ($M_K = 15\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)

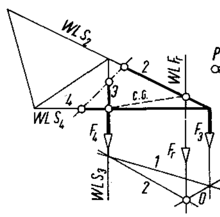


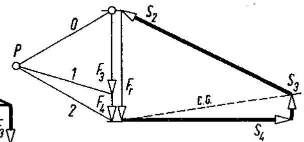
Kräftetabelle (Kräfte in kN)

Stab	Zug	Druck
1	–	34
2	38	–
3	5	–
4	–	34
5	–	17,5
6	54,3	–
7	–	31,2

d) Nachprüfung der Stäbe 2, 3, 4 nach Culmann

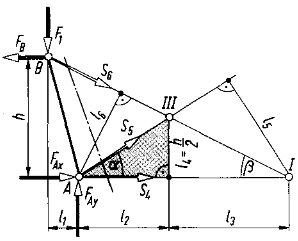
Lageplan ($M_L = 1{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$) Kräfteplan ($M_K = 15\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)





Nachprüfung der Stäbe 4, 5, 6 nach Ritter

Lageskizze 2



$$\Sigma M_{(III)} = 0 = S_4\,\frac{h}{2} + F_{Ax}\,\frac{h}{2} - F_{Ay}\, l_2 + F_B\,\frac{h}{2} + F_1(l_1 + l_2)$$

$$S_4 = \frac{F_{Ay}\, l_2 - (F_{Ax} + F_B)\,\frac{h}{2} - F_1(l_1 + l_2)}{\frac{h}{2}}$$

$$S_4 = \frac{40\,\text{kN} \cdot 1{,}5\,\text{m} - 82\,\text{kN} \cdot 1\,\text{m} - 6\,\text{kN} \cdot 2\,\text{m}}{1\,\text{m}} = -34\,\text{kN}$$

(Druckstab)

$$\Sigma M_{(I)} = 0 = -S_5\, l_5 - F_{Ay}(l_2 + l_3) + F_B\, h + F_1(l_1 + l_2 + l_3)$$

$$S_5 = \frac{F_B\, h + F_1(l_1 + l_2 + l_3) - F_{Ay}(l_2 + l_3)}{l_5}$$

Berechnung von l_5:

$$\alpha = \arctan \frac{\frac{h}{2}}{l_2} = \arctan \frac{1\,\text{m}}{1{,}5\,\text{m}} = 33{,}69^\circ$$

(s. Lageskizze 2, dunkles Dreieck.)

$l_5 = (l_2 + l_3)\sin\alpha = 3{,}5\,\text{m} \cdot \sin 33{,}69^\circ = 1{,}941\,\text{m}$

$$S_5 = \frac{41\,\text{kN} \cdot 2\,\text{m} + 6\,\text{kN} \cdot 4\,\text{m} - 40\,\text{kN} \cdot 3{,}5\,\text{m}}{1{,}941\,\text{m}} = -17{,}51\,\text{kN}$$

(Druckstab)

$$\Sigma M_{(A)} = 0 = -S_6\, l_6 + F_B\, h + F_1 l_1$$

$$S_6 = \frac{F_B\, h + F_1 l_1}{l_6}$$

Berechnung von l_6 (s. Lageskizze 2)

$$\beta = \arctan \frac{h}{l_1 + l_2 + l_3} = \arctan \frac{2\,\text{m}}{0{,}5\,\text{m} + 1{,}5\,\text{m} + 2\,\text{m}}$$

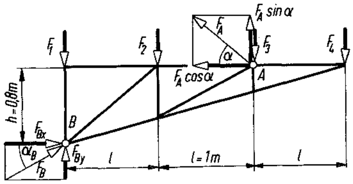
$$\beta = 26{,}57°$$

$$l_6 = (l_2 + l_3)\sin\beta = 3{,}5\,\text{m} \cdot \sin 26{,}57° = 1{,}565\,\text{m}$$

$$S_6 = \frac{41\,\text{kN} \cdot 2\,\text{m} + 6\,\text{kN} \cdot 0{,}5\,\text{m}}{1{,}565\,\text{m}} = +\,54{,}3\,\text{kN} \text{ (Zugstab)}$$

173.

Lageskizze 1



$$\begin{aligned}
\text{I. } \Sigma F_x &= 0 = F_{Bx} - F_A \cos\alpha \\
\text{II. } \Sigma F_y &= 0 = F_{By} + F_A \sin\alpha - F_1 - F_2 - F_3 - F_4 \\
\text{III. } \Sigma M_{(B)} &= 0 = -F_2 l - F_3 \cdot 2l - F_4 \cdot 3l \\
&\quad + F_A \cos\alpha \cdot h + F_A \sin\alpha \cdot 2l
\end{aligned}$$

a) III. $F_A = \dfrac{(F_2 + 2F_3 + 3F_4)\,l}{h\cos\alpha + 2l\sin\alpha}$

$$F_A = \frac{73\,\text{kN} \cdot 1\,\text{m}}{0{,}8\,\text{m} \cdot \cos 40° + 2\,\text{m} \cdot \sin 40°} = 38{,}45\,\text{kN}$$

b) I. $F_{Bx} = F_A \cos\alpha = 38{,}45\,\text{kN} \cdot \cos 40° = 29{,}46\,\text{kN}$

II. $F_{By} = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 - F_A \sin\alpha$

$F_{By} = 6\,\text{kN} + 10\,\text{kN} + 9\,\text{kN} + 15\,\text{kN} - 38{,}45\,\text{kN} \cdot \sin 40°$

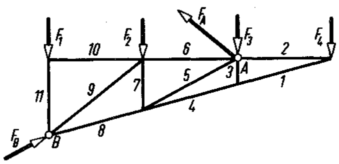
$F_{By} = 15{,}28\,\text{kN}$

$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{(29{,}46\,\text{kN})^2 + (15{,}28\,\text{kN})^2}$

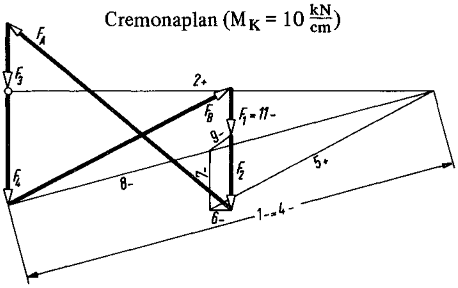
$F_B = 33{,}19\,\text{kN}$

c) $\alpha_B = \arctan \dfrac{F_{By}}{F_{Bx}} = \arctan \dfrac{15{,}28\,\text{kN}}{29{,}46\,\text{kN}} = 27{,}42°$

d) Lageplan ($M_L = 0{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$)



Cremonaplan ($M_K = 10\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)

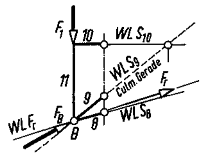


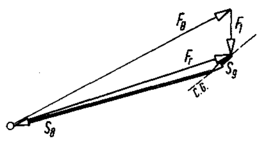
Kräftetabelle (Kräfte in kN)

Stab	Zug	Druck
1	–	58,2
2	56,3	–
3	–	–
4	–	58,2
5	33,4	–
6	–	2,67
7	–	7,86
8	–	27,7
9	–	3,43
10	–	–
11	–	6

e) Nachprüfung der Stäbe 8, 9, 10 nach Culmann

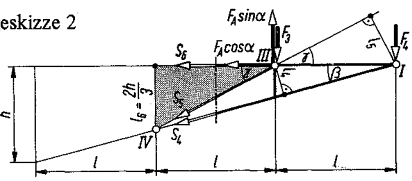
Lageplan ($M_L = 0{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$) Kräfteplan ($M_K = 10\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)





Nachprüfung der Stäbe 4, 5, 6 nach Ritter

Lageskizze 2



$$\Sigma M_{(\text{III})} = 0 = -S_4 l_4 - F_4 l$$

$$S_4 = \frac{-F_4 l}{l_4}$$

Berechnung von l_4 (s. Lageskizze 2)

$$\beta = \arctan \frac{h}{3l} = \arctan \frac{0{,}8\,\text{m}}{3\,\text{m}} = 14{,}93°$$

$$l_4 = l\sin\beta = 1\,\text{m} \cdot \sin 14{,}93° = 0{,}2577\,\text{m}$$

$$S_4 = \frac{-15\,\text{kN} \cdot 1\,\text{m}}{0{,}2577\,\text{m}} = -\,58{,}22\,\text{kN} \text{ (Druckstab)}$$

$$\Sigma M_{(\text{I})} = 0 = S_5 l_5 - F_A \sin\alpha \cdot l + F_3 l$$

$$S_5 = \frac{(F_A \sin\alpha - F_3)\,l}{l_5}$$

Berechnung von l_5 (s. Lageskizze 2, dunkles Dreieck)

$$\gamma = \arctan \frac{\frac{2h}{3}}{l} = \arctan \frac{2 \cdot 0{,}8\,\text{m}}{3 \cdot 1\,\text{m}} = 28{,}07°$$

$$l_5 = l\sin\gamma = 1\,\text{m} \cdot \sin 28{,}07° = 0{,}4706\,\text{m}$$

$$S_5 = \frac{(38{,}45\,\text{kN} \cdot \sin 40° - 9\,\text{kN}) \cdot 1\,\text{m}}{0{,}4706\,\text{m}} = +\,33{,}40\,\text{kN}$$

(Zugstab)

$$\Sigma M_{(IV)} = 0 = S_6\, l_6 + F_A \cos\alpha\, l_6 + F_A \sin\alpha\, l - F_3\, l - F_4 \cdot 2l$$

$$S_6 = \frac{(F_3 + 2F_4)\, l - F_A(l_6 \cos\alpha + l \sin\alpha)}{l_6}$$

Berechnung von l_6 (s. Lageskizze 2):

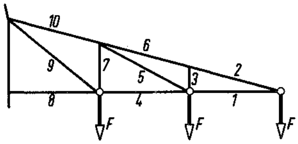
$$l_6 = \frac{2}{3} h = \frac{2}{3} \cdot 0{,}8\,\mathrm{m} = 0{,}5333\,\mathrm{m}$$

$$S_6 = \frac{39\,\mathrm{kN} \cdot 1\,\mathrm{m} - 38{,}45\,\mathrm{kN} \cdot (0{,}5333\,\mathrm{m} \cdot \cos 40° + 1\,\mathrm{m} \cdot \sin 40°)}{0{,}5333\,\mathrm{m}}$$

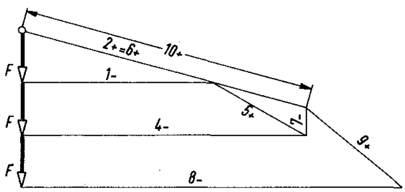
$S_6 = -2{,}677$ kN (Druckstab)

174.

a) Lageplan ($M_L = 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{cm}}$)



Cremonaplan ($M_K = 8\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}}$)

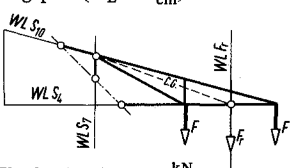


Kräftetabelle (Kräfte in kN)

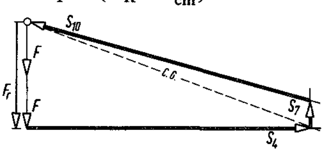
Stab	Zug	Druck
1	–	20,2
2	20,9	–
3	–	–
4	–	30,2
5	11,5	–
6	20,9	–
7	–	2,8
8	–	40,3
9	13,1	–
10	31,4	–

b) Nachprüfung nach Culmann

Lageplan ($M_L = 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{cm}}$)

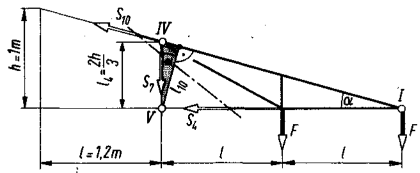


Kräfteplan ($M_K = 8\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}}$)



Nachprüfung nach Ritter

Lageskizze



$$\Sigma M_{(IV)} = 0 = -S_4\, l_4 - F l - F \cdot 2l$$

$$S_4 = \frac{-3Fl}{l_4} = \frac{-(3 \cdot 5{,}6\,\mathrm{kN} \cdot 1{,}2\,\mathrm{m})}{0{,}6667\,\mathrm{m}} = -30{,}24\,\mathrm{kN}$$

(Druckstab)

$$\Sigma M_{(I)} = 0 = S_7 \cdot 2l + Fl$$

$$S_7 = \frac{-Fl}{2l} = -\frac{F}{2} = -2{,}8\,\mathrm{kN}$$ (Druckstab)

$$\Sigma M_{(V)} = 0 = S_{10}\, l_{10} - Fl - F \cdot 2l$$

$$S_{10} = \frac{3Fl}{l_{10}}$$

Berechnung von l_{10} (s. Lageskizze):

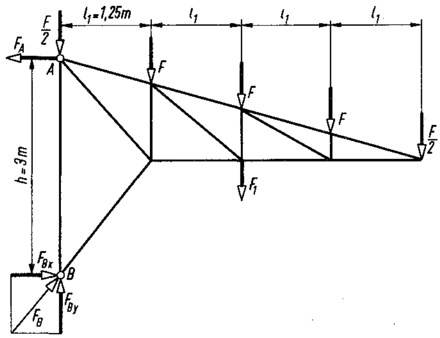
$$\alpha = \arctan \frac{h}{3l} = \arctan \frac{1\,\mathrm{m}}{3{,}6\,\mathrm{m}} = 15{,}52°$$

$$l_{10} = \frac{2h}{3} \cdot \cos\alpha = \frac{2 \cdot 1\,\mathrm{m}}{3} \cdot \cos 15{,}52° = 0{,}6423\,\mathrm{m}$$

$$S_{10} = \frac{3 \cdot 5{,}6\,\mathrm{kN} \cdot 1{,}2\,\mathrm{m}}{0{,}6423\,\mathrm{m}} = +31{,}38\,\mathrm{kN}$$ (Zugstab)

175.

a) Lageskizze 1



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{Bx} - F_A$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_{By} - F_1 - 2\frac{F}{2} - 3F$

III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F_A h - F_1 \cdot 2l - Fl - F \cdot 2l - F \cdot 3l - \frac{F}{2} 4l$

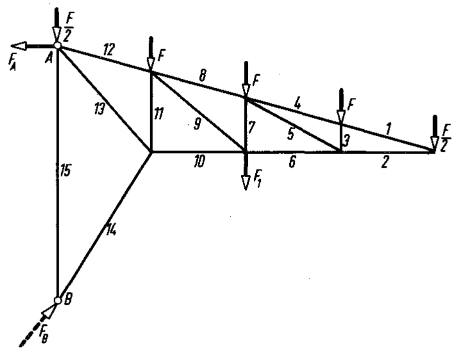
III. $F_A = \dfrac{(2F_1 + 8F)\, l}{h} = \dfrac{(2 \cdot 20\,\mathrm{kN} + 8 \cdot 12\,\mathrm{kN}) \cdot 1{,}25\,\mathrm{m}}{3\,\mathrm{m}}$

$F_A = 56{,}67$ kN

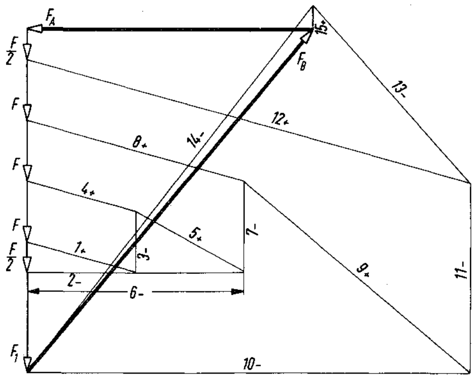
I. $F_{Bx} = F_A = 56{,}67\,\text{kN}$
II. $F_{By} = F_1 + 4F = 20\,\text{kN} + 4 \cdot 12\,\text{kN} = 68\,\text{kN}$

$$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{(56{,}67\,\text{kN})^2 + (68\,\text{kN})^2}$$
$$F_B = 88{,}52\,\text{kN}$$

b) Lageplan ($M_L = 1\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$) siehe Hinweis zu Lösung 169c!



Cremonaplan ($M_K = 15\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)

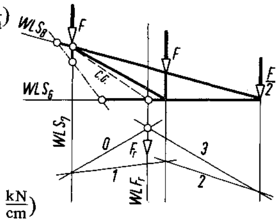


Kräftetabelle (Kräfte in kN)

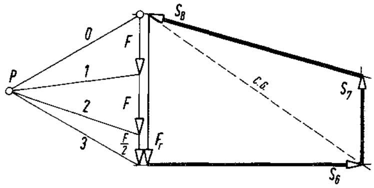
Stab	Zug	Druck
1	22,3	–
2	–	21,4
3	–	12
4	22,3	–
5	24,6	–
6	–	42,9
7	–	18
8	44,5	–
9	59,1	–
10	–	88,1
11	–	37,3
12	91,5	–
13	–	47,2
14	–	92
15	4,53	–

c) Nachprüfung nach Culmann

Lageplan ($M_L = 1\,\frac{\text{m}}{\text{cm}}$)

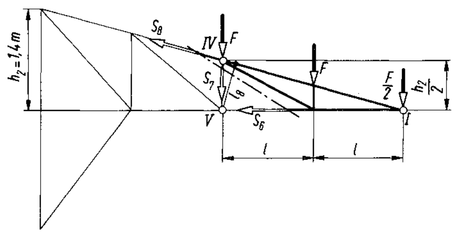


Kräfteplan ($M_K = 15\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}}$)



Nachprüfung nach Ritter

Lageskizze 2



$$\Sigma M_{(IV)} = 0 = -S_6\,\frac{h_2}{2} - F\,l - \frac{F}{2}\,2l$$

$$S_6 = \frac{-2Fl}{\frac{h_2}{2}} = \frac{-2 \cdot 12\,\text{kN} \cdot 1{,}25\,\text{m}}{0{,}7\,\text{m}} = -42{,}86\,\text{kN}$$
(Druckstab)

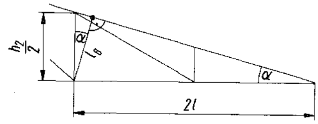
$$\Sigma M_{(I)} = 0 = F \cdot 2l + F\,l + S_7 \cdot 2l$$

$$S_7 = \frac{-3Fl}{2l} = -\frac{3F}{2} = -\frac{3 \cdot 12\,\text{kN}}{2} = -18\,\text{kN}$$
(Druckstab)

$$\Sigma M_{(V)} = 0 = S_8\,l_8 - F\,l - \frac{F}{2} \cdot 2l$$

$$S_8 = \frac{2Fl}{l_8}$$

Berechnung von l_8:



$$\alpha = \arctan\frac{\frac{h_2}{2}}{2l} = \arctan\frac{h_2}{4l} = \arctan\frac{1{,}4\,\text{m}}{4 \cdot 1{,}25\,\text{m}} = 15{,}64°$$

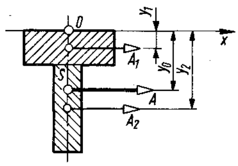
$$l_8 = \frac{h_2}{2}\cos\alpha = 0{,}7\,\text{m} \cdot \cos 15{,}64° = 0{,}6741\,\text{m}$$

$$S_8 = \frac{2 \cdot 12\,\text{kN} \cdot 1{,}25\,\text{m}}{0{,}6741\,\text{m}} = +44{,}51\,\text{kN}$$ (Zugstab)

2. Schwerpunktslehre

Der Flächenschwerpunkt

201.

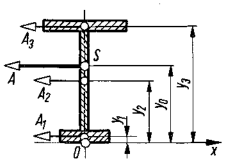


n	A_n in cm²	y_n in cm	$A_n y_n$ in cm³
1	9	0,9	8,1
2	7,05	4,15	29,26
	$A = 16{,}05$		$\Sigma A_n y_n = 37{,}36$

$A\,y_0 = A_1 y_1 + A_2 y_2 = \Sigma A_n y_n$

$$y_0 = \frac{\Sigma A_n y_n}{A} = \frac{37{,}36\ \text{cm}^3}{16{,}05\ \text{cm}^2} = 2{,}328\ \text{cm} = 23{,}28\ \text{mm}$$

202.

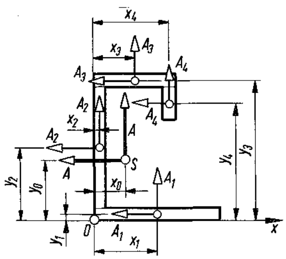


n	A_n in cm²	y_n in cm	$A_n y_n$ in cm³
1	50	1	50
2	67,8	30,25	2051
3	60	59,25	3555
	$A = 177{,}8$		$\Sigma A_n y_n = 5656$

$A\,y_0 = A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 = \Sigma A_n y_n$

$$y_0 = \frac{\Sigma A_n y_n}{A} = \frac{5656\ \text{cm}^3}{177{,}8\ \text{cm}^2} = 31{,}81\ \text{cm} = 318{,}1\ \text{mm}$$

203.



n	A_n in mm²	x_n in mm	y_n in mm	$A_n x_n$ in mm³	$A_n y_n$ in mm³
1	42	14	0,75	588	31,5
2	43,5	0,75	16	32,63	696
3	27	9	31,25	243	843,8
4	12,75	17,25	26,25	219,9	334,7
	$A = 125{,}25$			$\Sigma A_n x_n = 1084$	$\Sigma A_n y_n = 1906$

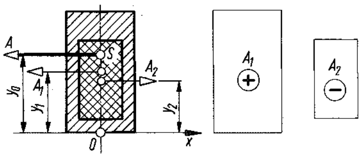
$A\,x_0 = A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3 + A_4 x_4 = \Sigma A_n x_n$

$A\,y_0 = A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 + A_4 y_4 = \Sigma A_n y_n$

$$x_0 = \frac{\Sigma A_n x_n}{A} = \frac{1084\ \text{mm}^3}{125{,}25\ \text{mm}^2} = 8{,}65\ \text{mm}$$

$$y_0 = \frac{\Sigma A_n y_n}{A} = \frac{1906\ \text{mm}^3}{125{,}25\ \text{mm}^2} = 15{,}22\ \text{mm}$$

204.

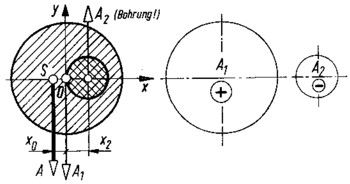


n	A_n in cm²	y_n in cm	$A_n y_n$ in cm³
1	720	18	12 960
2	− 336	15	− 5 040
	$A = 384$		$\Sigma A_n y_n = 7\,920$

$A\,y_0 = A_1 y_1 - A_2 y_2 = \Sigma A_n y_n$

$$y_0 = \frac{\Sigma A_n y_n}{A} = \frac{7920\ \text{cm}^3}{384\ \text{cm}^2} = 20{,}63\ \text{cm} = 206{,}3\ \text{mm}$$

205.

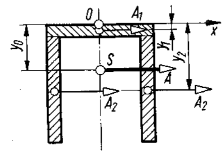


n	A_n in mm²	x_n in mm	$A_n x_n$ in mm³
1	2376	0	0
2	−380,1	11	4181
	$A = 1996$		$\Sigma A_n x_n = 4181$

$A\,x_0 = A_1 x_1 + A_2 x_2 = \Sigma A_n x_n$

$$x_0 = \frac{\Sigma A_n x_n}{A} = \frac{4181\ \text{mm}^3}{1996\ \text{mm}^2} = 2{,}095\ \text{mm}$$

206.

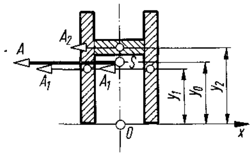


n	A_n in cm²	y_n in cm	$A_n y_n$ in cm³
1	39,2	0,7	27,44
2	2 · 42,84	16,7	1430,8
	$A = 124{,}88$		$\Sigma A_n y_n = 1458$

$$A y_0 = A_1 y_1 + 2 A_2 y_2 = \Sigma A_n y_n$$

$$y_0 = \frac{\Sigma A_n y_n}{A} = \frac{1458 \text{ cm}^3}{124{,}88 \text{ cm}^2} = 11{,}68 \text{ cm} = 116{,}8 \text{ mm}$$

207.

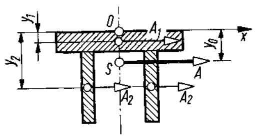


n	A_n in cm²	y_n in cm	$A_n y_n$ in cm³
1	2 · 60	15	2 · 900
2	40	21,75	870
	A = 160		$\Sigma A_n y_n$ = 2670

$$A y_0 = 2 A_1 y_1 + A_2 y_2 = \Sigma A_n y_n$$

$$y_0 = \frac{\Sigma A_n y_n}{A} = \frac{2670 \text{ cm}^3}{160 \text{ cm}^2} = 16{,}69 \text{ cm} = 166{,}9 \text{ mm}$$

208.

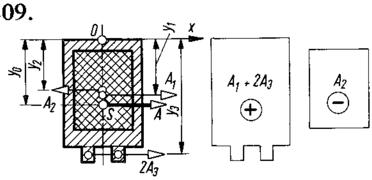


n	A_n in cm²	y_n in cm	$A_n y_n$ in cm³
1	273	3,25	887,3
2	2 · 82,25	18,25	2 · 1501
	A = 437,5		$\Sigma A_n y_n$ = 3889,4

$$A y_0 = A_1 y_1 + 2 A_2 y_2 = \Sigma A_n y_n$$

$$y_0 = \frac{\Sigma A_n y_n}{A} = \frac{3889{,}4 \text{ cm}^3}{437{,}5 \text{ cm}^2} = 8{,}89 \text{ cm} = 88{,}9 \text{ mm}$$

209.



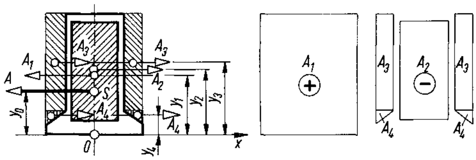
n	A_n in cm²	y_n in cm	$A_n y_n$ in cm³
1	2925	32,5	95063
2	− 2204	31,75	− 69977
3	2 · 20	67,5	2 · 1350
	A = 761		$\Sigma A_n y_n$ = 27786

$$A y_0 = A_1 y_1 - A_2 y_2 + 2 A_3 y_3 = \Sigma A_n y_n$$

$$y_0 = \frac{\Sigma A_n y_n}{A} = \frac{27786 \text{ cm}^3}{761 \text{ cm}^2} = 36{,}51 \text{ cm}$$

$$y_0 = 365{,}1 \text{ mm}$$

210.

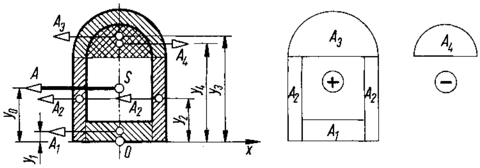


n	A_n in cm²	y_n in cm	$A_n y_n$ in cm³
1	2760	30	82800
2	− 1224	31	− 37944
3	− 2 · 384	36	− 27648
4	− 2 · 20	10,33	− 413
	A = 728		$\Sigma A_n y_n$ = 16795

$$A y_0 = A_1 y_1 - A_2 y_2 - 2 A_3 y_3 - 2 A_4 y_4 = \Sigma A_n y_n$$

$$y_0 = \frac{\Sigma A_n y_n}{A} = \frac{16795 \text{ cm}^3}{728 \text{ cm}^2} = 23{,}07 \text{ cm} = 230{,}7 \text{ mm}$$

211.

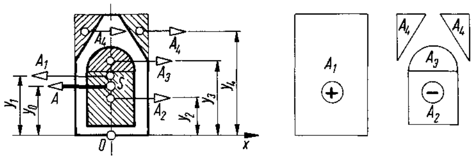


n	A_n in cm²	y_n in cm	$A_n y_n$ in cm³
1	80,5	1,75	140,9
2	2 · 70	14	1960
3	307,9	33,94	10450
4	− 207,7	32,88	− 6831
	A = 320,6		$\Sigma A_n y_n$ = 5720

$$A y_0 = A_1 y_1 + 2 A_2 y_2 + A_3 y_3 - A_4 y_4 = \Sigma A_n y_n$$

$$y_0 = \frac{\Sigma A_n y_n}{A} = \frac{5720 \text{ cm}^3}{320{,}6 \text{ cm}^2} = 17{,}84 \text{ cm} = 178{,}4 \text{ mm}$$

212.



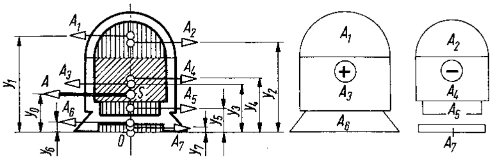
n	A_n in cm²	y_n in cm	$A_n y_n$ in cm³
1	480	15	7200
2	− 182	9	− 1638
3	− 66,37	18,76	− 1245
4	− 2 · 36	26	− 1872
	A = 159,63		$\Sigma A_n y_n$ = 2445

$$A y_0 = A_1 y_1 - A_2 y_2 - A_3 y_3 - 2 A_4 y_4 = \Sigma A_n y_n$$

$$y_0 = \frac{\Sigma A_n y_n}{A} = \frac{2445\ \text{cm}^3}{159{,}63\ \text{cm}^2} = 15{,}32\ \text{cm}$$

$y_0 = 153{,}2$ mm

213.



n	A_n in cm²	y_n in cm	$A_n y_n$ in cm³
1	226,2	25,09	5676
2	− 176,5	24,5	− 4324
3	360	12,5	4500
4	− 286,2	13,25	− 3792
5	− 64	4,5	− 288
6	127,5	2,353 [1]	300
7	− 18	0,5	− 9
	A = 169		$\Sigma A_n y_n$ = 2063

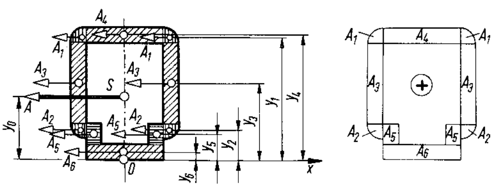
[1] $y_6 = \frac{5\ \text{cm}}{3} \cdot \frac{(30 + 2 \cdot 21)\ \text{cm}}{(30 + 21)\ \text{cm}} = 2{,}353\ \text{cm}$

$$A y_0 = A_1 y_1 - A_2 y_2 + A_3 y_3 - A_4 y_4 - A_5 y_5 + A_6 y_6 - A_7 y_7 = \Sigma A_n y_n$$

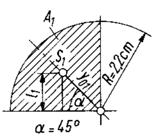
$$y_0 = \frac{\Sigma A_n y_n}{A} = \frac{2063\ \text{cm}^3}{169\ \text{cm}^2} = 12{,}21\ \text{cm}$$

$y_0 = 122{,}1$ mm

214.



$$A_1 = A_2 = \frac{\pi}{16} (4{,}4\ \text{cm})^2 = 3{,}8\ \text{cm}^2$$



$y_{01} = 0{,}6002 \cdot 2{,}2\ \text{cm} = 1{,}32\ \text{cm}$

$l_1 = y_{01} \sin \alpha = 0{,}9337\ \text{cm}$

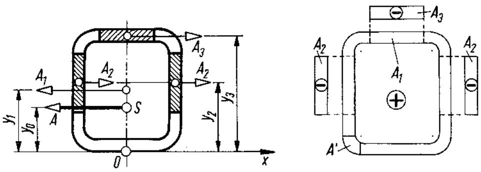
n	A_n in cm²	y_n in cm	$A_n y_n$ in cm³
1	2 · 3,8	44 − 2,2 + 0,9337 = 42,73	324,9
2	2 · 3,8	3 + 2,2 − 0,9337 = 4,266	32,44
3	2 · 80,52	44 − 2,2 − 18,3 = 23,5	3784
4	67,32	44 − 1,1 = 42,9	2888
5	2 · 6,9	2,2 + 1,5 = 3,7	51,06
6	67,32	1,1	74,05
	A = 324,7		$\Sigma A_n y_n$ = 7155

$$A y_0 = A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 + A_4 y_4 + A_5 y_5 + A_6 y_6 = \Sigma A_n y_n$$

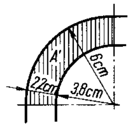
$$y_0 = \frac{\Sigma A_n y_n}{A} = \frac{7155\ \text{cm}^3}{324{,}7\ \text{cm}^2} = 22{,}036\ \text{cm}$$

$y_0 = 220{,}4$ mm

215.



$$A' = \frac{\pi}{16} (12^2 - 7{,}6^2)\ \text{cm}^2 = 16{,}93\ \text{cm}^2$$



n	A_n in cm²	y_n in cm	$A_n y_n$ in cm³
1	296,53 [1]	20	5931
2	− 2 · 44	23	− 2024
3	− 39,6	38,9	− 1540
	A = 168,93		$\Sigma A_n y_n$ = 2366

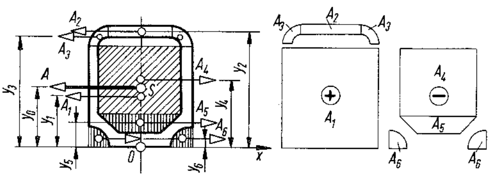
[1] $A_1 = 4 A' + 2 (36 - 12) \cdot 2{,}2\ \text{cm}^2 + 2 (40 - 12) \cdot 2{,}2\ \text{cm}^2$
$A_1 = 296{,}53\ \text{cm}^2$

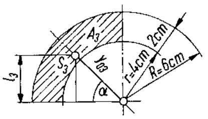
$$A y_0 = A_1 y_1 - 2 A_2 y_2 - A_3 y_3 = \Sigma A_n y_n$$

$$y_0 = \frac{\Sigma A_n y_n}{A} = \frac{2366\ \text{cm}^3}{168{,}93\ \text{cm}^2} = 14{,}01\ \text{cm}$$

$y_0 = 140{,}1$ mm

216.



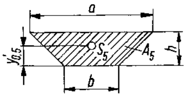


$$A_3 = \frac{\pi}{16}(12^2 - 8^2)\,\text{cm}^2 = 15{,}71\,\text{cm}^2$$

$$y_{03} = 38{,}197\,\frac{(R^3 - r^3)\sin\alpha}{(R^2 - r^2)\,\alpha°}$$

$$y_{03} = 38{,}197 \cdot \frac{(6^3 - 4^3)\,\text{cm}^3 \cdot \sin 45°}{(6^2 - 4^2)\,\text{cm}^2 \cdot 45} = 4{,}562\ \text{cm}$$

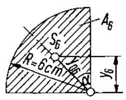
$$l_3 = y_{03}\sin\alpha = 3{,}226\ \text{cm}$$



$$A_5 = \frac{28 + 15}{2} \cdot 7\ \text{cm}^2 = 150{,}5\ \text{cm}^2$$

$$y'_{05} = \frac{h}{3} \cdot \frac{2a + b}{a + b} = \frac{7}{3} \cdot \frac{56 + 15}{28 + 15}\ \text{cm}$$

$$y'_{05} = 3{,}853\ \text{cm}$$



$$A_6 = \frac{\pi}{16} \cdot 12^2\ \text{cm}^2 = 28{,}27\ \text{cm}^2$$

$$y_{06} = 0{,}6002 \cdot 6\ \text{cm} = 3{,}601\ \text{cm}$$

$$y_6 = y_{06}\cos\alpha = 2{,}456\ \text{cm}$$

n	A_n in cm²	y_n in cm	$A_n y_n$ in cm³
1	1024	16	16384
2	40	37	1480
3	$2A_3 = 31{,}42$	35,226	1107
4	- 644	20,5	- 13202
5	- 150,5	5,853	- 880,8
6	$-2A_6 = -56{,}55$	2,546	- 144
	$A = 244{,}4$		$\Sigma A_n y_n = 4744{,}2$

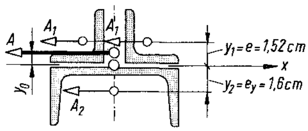
$$A y_0 = \Sigma A_n y_n = A_1 y_1 + A_2 y_2 + 2A_3 y_3 - A_4 y_4 - A_5 y_5 - 2A_6 y_6$$

$$y_0 = \frac{\Sigma A_n y_n}{A} = \frac{4744{,}2\ \text{cm}^3}{244{,}4\ \text{cm}^2} = 19{,}41\ \text{cm}$$

$$y_0 = 194{,}1\ \text{mm}$$

217.

a)



n	A_n in cm²	y_n in cm	$A_n y_n$ in cm³
1	$2A_1 = 14{,}82$	1,52	22,53
2	17	1,6	- 27,20
	$A = 31{,}82$		$\Sigma A_n y_n = -4{,}674$

$$A y_0 = 2A_1 y_1 - A_2 y_2 = \Sigma A_n y_n$$

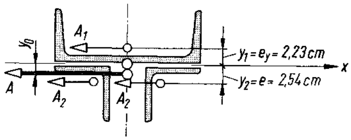
$$y_0 = \frac{\Sigma A_n y_n}{A} = \frac{-4{,}674\ \text{cm}^3}{31{,}82\ \text{cm}^2} = -0{,}147\ \text{cm}$$

$$y_0 = -1{,}47\ \text{mm}$$

b) Das Minuszeichen zeigt, daß der Gesamtschwerpunkt S nicht oberhalb sondern unterhalb der Bezugsachse liegt, d. h. also im U-Profil.

218.

a)



n	A_n in cm²	y_n in cm	$A_n y_n$ in cm³
1	42,3	2,23	94,33
2	$2A_2 = 31{,}0$	2,54	- 78,74
	$A = 73{,}3$		$\Sigma A_n y_n = 15{,}59$

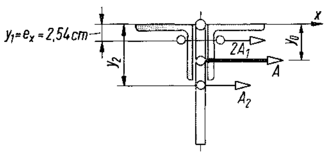
$$-A y_0 = A_1 y_1 - 2A_2 y_2 = \Sigma A_n y_n$$

$$y_0 = \frac{\Sigma A_n y_n}{-A} = \frac{15{,}59\ \text{cm}^3}{-73{,}3\ \text{cm}^2} = -0{,}213\ \text{cm}$$

$$y_0 = -2{,}13\ \text{mm}$$

b) Der Schwerpunkt liegt nicht, wie angenommen, unterhalb der Stegaußenkante, sondern oberhalb.

219.



n	A_n in cm²	y_n in cm	$A_n y_n$ in cm³
1	$2A_1 = 31{,}0$	2,54	78,74
2	24,0	10	240
	$A = 55{,}0$		$\Sigma A_n y_n = 318{,}74$

$$A y_0 = 2A_1 y_1 + A_2 y_2 = \Sigma A_n y_n$$

$$y_0 = \frac{\Sigma A_n y_n}{A} = \frac{318{,}74\ \text{cm}^3}{55\ \text{cm}^2} = 5{,}795\ \text{cm}$$

$$y_0 = 58\ \text{mm}$$

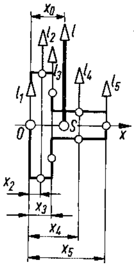
Der Linienschwerpunkt

Lösungshinweis für die Aufgaben 220 bis 238:

Der Richtungssinn für die Teillinien (= „Teilkräfte") sollte so festgelegt werden, daß sich nach Möglichkeit positive (d.h. linksdrehende) Momente um den Bezugspunkt 0 ergeben. Bei allen Lösungen wird nach dieser Empfehlung verfahren, und auf die Pfeile für die Teillinien wird deshalb verzichtet.

Die Längen von Teillinien mit gleichem Schwerpunktsabstand von der Bezugsachse werden zu *einer* Teillänge zusammengefaßt (z.B. l_2, l_3, l_4 in Aufgabe 220).

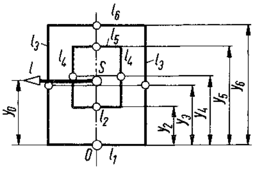
220.



n	l_n in mm	x_n in mm	$l_n x_n$ in mm²
1	50	0	0
2	20	5	100
3	38	10	380
4	50	22,5	1125
5	12	35	420
	$l = 170$		$\Sigma l_n x_n = 2025$

$l x_0 = \Sigma l_n x_n \qquad x_0 = \dfrac{\Sigma l_n x_n}{l} = \dfrac{2025\,\text{mm}^2}{170\,\text{mm}} = 11{,}91\,\text{mm}$

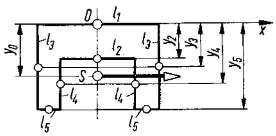
221.



n	l_n in mm	y_n in mm	$l_n y_n$ in mm²
1	32	0	0
2	16	14	224
3	84	21	1764
4	40	24	960
5	16	34	544
6	32	42	1344
	$l = 220$		$\Sigma l_n y_n = 4836$

$l y_0 = \Sigma l_n y_n \qquad y_0 = \dfrac{\Sigma l_n y_n}{l} = \dfrac{4836\,\text{mm}^2}{220\,\text{mm}} = 21{,}98\,\text{mm}$

222.

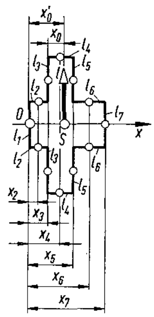


n	l_n in mm	y_n in mm	$l_n y_n$ in mm²
1	80	0	0
2	50	22	1100
3	112	28	3136
4	68	39	2652
5	30	56	1680
	$l = 340$		$\Sigma l_n y_n = 8568$

$l y_0 = \Sigma l_n y_n$

$$y_0 = \frac{\Sigma l_n y_n}{l} = \frac{8568\,\text{mm}^2}{340\,\text{mm}} = 25{,}2\,\text{mm}$$

223.



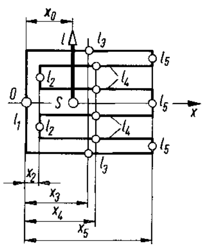
n	l_n in mm	x_n in mm	$l_n x_n$ in mm²
1	15	0	0
2	12	3	36
3	30	6	180
4	16	10	160
5	30	14	420
6	22	19,5	429
7	15	25	375
	$l = 140$		$\Sigma l_n x_n = 1600$

$l x_0' = \Sigma l_n x_n$

$$x_0' = \frac{\Sigma l_n x_n}{l} = \frac{1600\,\text{mm}^2}{140\,\text{mm}} = 11{,}43\,\text{mm}$$

$x_0 = x_0' - 6\,\text{mm} = 5{,}43\,\text{mm}$

224.

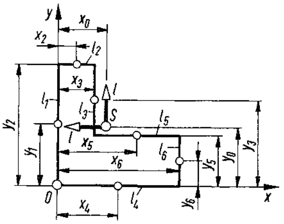


n	l_n in mm	x_n in mm	$l_n x_n$ in mm²
1	56	0	0
2	26	7	182
3	140	35	4900
4	252	38,5	9702
5	30	70	2100
	$l = 504$		$\Sigma l_n x_n = 16884$

$l x_0 = \Sigma l_n x_n$

$$x_0 = \frac{\Sigma l_n x_n}{l} = \frac{16884\,\text{mm}^2}{504\,\text{mm}} = 33{,}5\,\text{mm}$$

225.

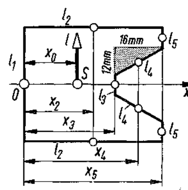


n	l_n in mm	x_n in mm	y_n in mm	$l_n x_n$ in mm²	$l_n y_n$ in mm²
1	28	0	14	0	392
2	8	4	28	32	224
3	16	8	20	128	320
4	28	14	0	392	0
5	20	18	12	360	240
6	12	28	6	336	72
	$l = 112$			$\Sigma l_n x_n = 1248$	$\Sigma l_n y_n = 1248$

$$l x_0 = \Sigma l_n x_n \Longrightarrow x_0 = \frac{\Sigma l_n x_n}{l} = \frac{1248\,\text{mm}^2}{112\,\text{mm}} = 11{,}14\,\text{mm}$$

$$l y_0 = \Sigma l_n y_n \Longrightarrow y_0 = \frac{\Sigma l_n y_n}{l} = \frac{1248\,\text{mm}^2}{112\,\text{mm}} = 11{,}14\,\text{mm}$$

226.



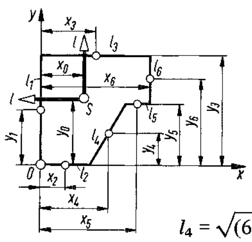
$$l_4 = \sqrt{(12^2 + 16^2)\,\text{mm}^2} = 20\,\text{mm}$$

n	l_n in mm	x_n in mm	$l_n x_n$ in mm²
1	38	0	0
2	92	23	2116
3	4	30	120
4	40	38	1520
5	10	46	460
	$l = 184$		$\Sigma l_n x_n = 4216$

$$l x_0 = \Sigma l_n x_n$$

$$x_0 = \frac{\Sigma l_n x_n}{l} = \frac{4216\,\text{mm}^2}{184\,\text{mm}} = 22{,}91\,\text{mm}$$

227.



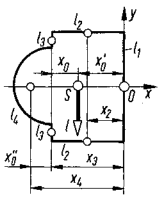
$$l_4 = \sqrt{(6^2 + 10^2)\,\text{mm}^2} = 11{,}66\,\text{mm}$$

n	l_n in mm	x_n in mm	y_n in mm	$l_n x_n$ in mm²	$l_n y_n$ in mm²
1	18	0	9	0	162
2	8	4	0	32	0
3	18	9	18	162	324
4	11,66	11	5	128,3	58,3
5	4	16	10	64	40
6	8	18	14	144	112
	$l = 67{,}66$			$\Sigma l_n x_n = 530{,}3$	$\Sigma l_n y_n = 696{,}3$

$$l x_0 = \Sigma l_n x_n \Longrightarrow x_0 = \frac{\Sigma l_n x_n}{l} = \frac{530{,}3\,\text{mm}^2}{67{,}66\,\text{mm}} = 7{,}84\,\text{mm}$$

$$l y_0 = \Sigma l_n y_n \Longrightarrow y_0 = \frac{\Sigma l_n y_n}{l} = \frac{696{,}3\,\text{mm}^2}{67{,}66\,\text{mm}} = 10{,}29\,\text{mm}$$

228.



$$l_4 = \frac{\pi}{2} d = \frac{\pi}{2} \cdot 20\,\text{mm} = 31{,}42\,\text{mm}$$

$$x_0'' = 0{,}6366\,R$$
$$= 0{,}6366 \cdot 10\,\text{mm} = 6{,}366\,\text{mm}$$

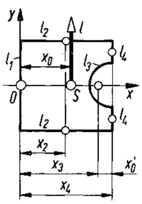
n	l_n in mm	x_n in mm	$l_n x_n$ in mm²
1	30	0	0
2	40	10	400
3	10	20	200
4	31,42	26,37	828,3
	$l = 111{,}42$		$\Sigma l_n x_n = 1428{,}3$

$$l x_0' = \Sigma l_n x_n$$

$$x_0' = \frac{\Sigma l_n x_n}{l} = \frac{1428{,}3\,\text{mm}^2}{111{,}4\,\text{mm}} = 12{,}82\,\text{mm}$$

$$x_0 = 20\,\text{mm} - x_0' = 7{,}18\,\text{mm}$$

229.



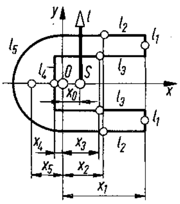
$$x_0' = 0{,}6366\,R$$
$$= 0{,}6366 \cdot 5\,\text{mm} = 3{,}183\,\text{mm}$$
$$x_3 = 20\,\text{mm} - 3{,}183\,\text{mm} = 16{,}817\,\text{mm}$$
$$l_3 = \frac{\pi}{2} d = \frac{\pi}{2} \cdot 10\,\text{mm} = 15{,}71\,\text{mm}$$

n	l_n in mm	x_n in mm	$l_n x_n$ in mm²
1	20	0	0
2	40	10	400
3	15,71	16,82	264,2
4	10	20	200
	$l = 85{,}71$		$\Sigma l_n x_n = 864{,}2$

$$l x_0 = \Sigma l_n x_n$$

$$x_0 = \frac{\Sigma l_n x_n}{l} = \frac{864{,}2\,\text{mm}^2}{85{,}71\,\text{mm}} = 10{,}08\,\text{mm}$$

230.



$l_5 = \frac{\pi}{2} \cdot 22\,\text{mm} = 34{,}56\,\text{mm}$

$x_5 = 0{,}6366\,R$

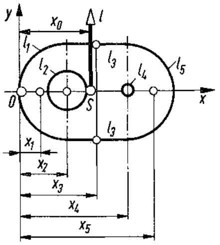
$x_5 = 0{,}6366 \cdot 11\,\text{mm} = 7\,\text{mm}$

n	l_n in mm	x_n in mm	$l_n x_n$ in mm²
1	10	18	180
2	36	9	324
3	40	8	320
4	12	2	− 24
5	34,56	7	− 242
	l = 132,56		$\Sigma l_n x_n$ = 558

$l x_0 = \Sigma l_n x_n$

$$x_0 = \frac{\Sigma l_n x_n}{l} = \frac{558\,\text{mm}^2}{132{,}56\,\text{mm}} = 4{,}21\,\text{mm}$$

231.



$l_1 = \frac{\pi}{2} \cdot 12\,\text{mm} = 18{,}85\,\text{mm}$

$x_1 = 6\,\text{mm} - 0{,}6366 \cdot 6\,\text{mm} = 2{,}18\,\text{mm}$

$l_2 = \pi \cdot 8\,\text{mm} = 25{,}13\,\text{mm}$

$l_4 = \pi \cdot 2\,\text{mm} = 6{,}283\,\text{mm}$

$l_5 = l_1 = 18{,}85\,\text{mm}$

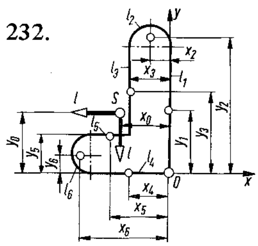
$x_5 = (28 - 6 + 0{,}6366 \cdot 6)\,\text{mm} = 25{,}82\,\text{mm}$

n	l_n in mm	x_n in mm	$l_n x_n$ in mm²
1	18,85	2,18	41,1
2	25,13	6	150,8
3	32	14	448
4	6,283	22	138,2
5	18,85	25,82	486,7
	l = 101,1		$\Sigma l_n x_n$ = 1264,8

$l x_0 = \Sigma l_n x_n$

$$x_0 = \frac{\Sigma l_n x_n}{l} = \frac{1264{,}8\,\text{mm}^2}{101{,}1\,\text{mm}} = 12{,}51\,\text{mm}$$

232.



$l_2 = \frac{\pi}{2} \cdot 6\,\text{mm} = 9{,}425\,\text{mm} = l_6$

$y_2 = 21\,\text{mm} + 0{,}6366 \cdot 3\,\text{mm} = 22{,}91\,\text{mm}$

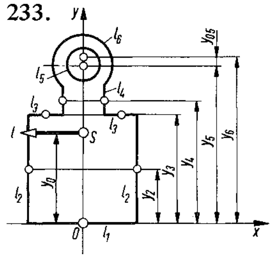
$x_6 = 13\,\text{mm} + 0{,}6366 \cdot 3\,\text{mm} = 14{,}91\,\text{mm}$

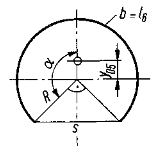
n	l_n in mm	x_n in mm	y_n in mm	$l_n x_n$ in mm²	$l_n y_n$ in mm²
1	21	0	10,5	0	220,5
2	9,425	3	22,91	28,27	215,9
3	15	6	13,5	90	202,5
4	13	6,5	0	84,5	0
5	7	9,5	6	66,5	42
6	9,425	14,91	3	140,52	28,27
	l = 74,85			$\Sigma l_n x_n$ = 409,8	$\Sigma l_n y_n$ = 709,2

$$l x_0 = \Sigma l_n x_n \Longrightarrow x_0 = \frac{\Sigma l_n x_n}{l} = \frac{409{,}8\,\text{mm}^2}{74{,}85\,\text{mm}} = 5{,}47\,\text{mm}$$

$$l y_0 = \Sigma l_n y_n \Longrightarrow y_0 = \frac{\Sigma l_n y_n}{l} = \frac{709{,}2\,\text{mm}^2}{74{,}85\,\text{mm}} = 9{,}47\,\text{mm}$$

233.





$l_6 = 0{,}75\,\pi \cdot 10\,\text{mm} = 23{,}56\,\text{mm}$

$$y_{05} = \frac{R s}{b} = \frac{R \cdot 2R \sin\alpha \cdot 57{,}3^\circ}{2R\,\alpha^\circ}$$

$$y_{05} = R \sin\alpha \cdot \frac{57{,}3^\circ}{\alpha^\circ} = \sin 135^\circ \cdot \frac{57{,}3^\circ}{135^\circ} \cdot R$$

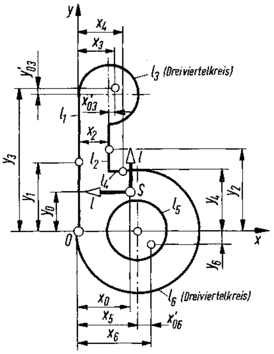
$y_{05} = 0{,}3001\,R = 0{,}3001 \cdot 5\,\text{mm} = 1{,}5\,\text{mm}$

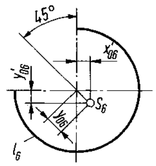
n	l_n in mm	y_n in mm	$l_n y_n$ in mm²
1	18	0	0
2	36	9	324
3	11	18	198
4	9	20,25	182,25
5	15,71	26	408,4
6	23,56	27,5	648
	l = 113,27		$\Sigma l_n y_n$ = 1760,6

$l y_0 = \Sigma l_n y_n$

$$y_0 = \frac{\Sigma l_n y_n}{l} = \frac{1760{,}6\,\text{mm}^2}{113{,}27\,\text{mm}} = 15{,}54\,\text{mm}$$

234.





$y_{06} = 0{,}3001\,R = 0{,}3001 \cdot 8\,\text{mm} = 2{,}4\,\text{mm}$
(s. Lösung 233)

$y'_{06} = x'_{06} = y_{06} \sin 45^\circ = 2{,}4\,\text{mm} \cdot \sin 45^\circ = 1{,}698\,\text{mm}$
$x_6 = 8\,\text{mm} + x'_{06} = 9{,}698\,\text{mm}$
$y_6 = y'_{06} = 1{,}698\,\text{mm}$

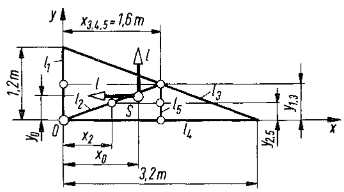
In gleicher Weise ergibt sich für den oberen Dreiviertelkreis:
$x'_{03} = y'_{03} = 0{,}8488\,\text{mm}$
$x_3 = 4{,}849\,\text{mm}; \quad y_3 = 18{,}849\,\text{mm}$

n	l_n in mm	x_n in mm	y_n in mm	$l_n x_n$ in mm²	$l_n y_n$ in mm²
1	18	0	9	0	162
2	6	4	11	24	66
3	18,85	4,849	18,85	91,40	355,3
4	4	6	8	24	32
5	25,13	8	0	201,1	0
6	37,70	9,698	1,698	365,6	− 64 *)
	$l = 109{,}7$			$\Sigma\, l_n x_n = 706{,}1$	$\Sigma\, l_n y_n = 551{,}3$

*) Der Schwerpunkt des Dreiviertelkreises liegt unterhalb der x-Achse. Dadurch wird das Längenmoment $l_6 y_6$ negativ (rechtsdrehend).

$$l x_0 = \Sigma\, l_n x_n$$
$$x_0 = \frac{\Sigma\, l_n x_n}{l} = \frac{706{,}1\,\text{mm}^2}{109{,}7\,\text{mm}} = 6{,}44\,\text{mm}$$
$$l y_0 = \Sigma\, l_n y_n$$
$$y_0 = \frac{\Sigma\, l_n y_n}{l} = \frac{551{,}3\,\text{mm}^2}{109{,}7\,\text{mm}} = 5{,}03\,\text{mm}$$

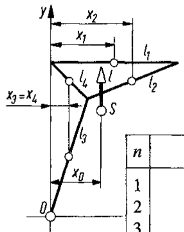
235.



n	l_n in m	x_n in m	y_n in m	$l_n x_n$ in m²	$l_n y_n$ in m²
1	1,2	0	0,6	0	0,72
2	1,709	0,8	0,3	1,367	0,513
3	3,418	1,6	0,6	5,469	2,051
4	3,2	1,6	0	5,12	0
5	0,6	1,6	0,3	0,96	0,18
	$l = 10{,}13$			$\Sigma\, l_n x_n = 12{,}92$	$\Sigma\, l_n y_n = 3{,}463$

$$l x_0 = \Sigma\, l_n x_n \implies x_0 = \frac{\Sigma\, l_n x_n}{l} = \frac{12{,}92\,\text{m}^2}{10{,}13\,\text{m}} = 1{,}275\,\text{m}$$
$$l y_0 = \Sigma\, l_n y_n \implies y_0 = \frac{\Sigma\, l_n y_n}{l} = \frac{3{,}463\,\text{m}^2}{10{,}13\,\text{m}} = 0{,}342\,\text{m}$$

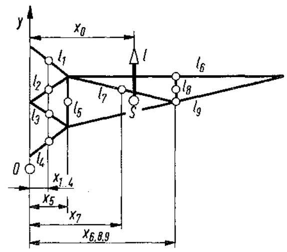
236.



n	l_n in m	x_n in m	$l_n x_n$ in m²
1	2,8	1,4	3,920
2	2,154	1,8	3,877
3	2,72	0,4	1,088
4	1,131	0,4	0,453
	$l = 8{,}806$		$\Sigma\, l_n x_n = 9{,}338$

$$l x_0 = \Sigma\, l_n x_n$$
$$x_0 = \frac{\Sigma\, l_n x_n}{l} = \frac{9{,}338\,\text{m}^2}{8{,}806\,\text{m}} = 1{,}06\,\text{m}$$

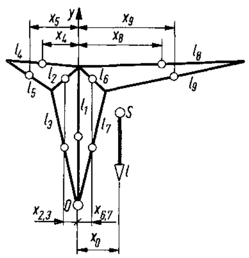
237.



n	l_n in m	x_n in m	$l_n x_n$ in m²
1	0,781	0,3	0,2343
2	0,721	0,3	0,2163
3	0,721	0,3	0,2163
4	0,781	0,3	0,2343
5	0,8	0,6	0,48
6	3,6	2,4	8,64
7	1,844	1,5	2,766
8	0,4	2,4	0,96
9	3,688	2,4	8,8508
	$l = 13{,}34$		$\Sigma\, l_n x_n = 22{,}6$

$$l x_0 = \Sigma\, l_n x_n$$
$$x_0 = \frac{\Sigma\, l_n x_n}{l} = \frac{22{,}6\,\text{m}^2}{13{,}4\,\text{m}} = 1{,}695\,\text{m}$$

238.



n	l_n in m	x_n in m	$l_n x_n$ in m²
1	4,6	0	0
2	0,6403	0,25	0,16
3	4,23	0,25	1,057
4	2,408	1,2	2,89
5	1,992	1,45	2,889
6	0,6403	0,25	- 0,16 *)
7	4,23	0,25	- 1,058
8	5,504	2,75	- 15,135
9	5,036	3	- 15,108
	l = 29,2826		$\Sigma l_n x_n$ = - 24,46

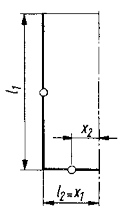
*) Die Längenmomente der Längen $l_6 \ldots l_8$ sind rechtsdrehend, also negativ. Dasselbe gilt für das Moment der Gesamtlänge.

$$-l x_0 = \Sigma l_n x_n$$

$$x_0 = \frac{\Sigma l_n x_n}{-l} = \frac{-24{,}46\ \text{m}^2}{-29{,}28\ \text{m}} = 0{,}8355\ \text{m}$$

Guldin'sche Oberflächenregel

239.

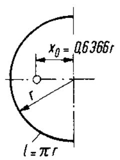


$$A = A_1 + A_2 = 2\pi \Sigma \Delta l x$$
$$A = 2\pi (l_1 x_1 + l_2 x_2)$$
$$A = 2\pi (0{,}18165 + 0{,}02205)\ \text{m}^2$$
$$A = 1{,}2799\ \text{m}^2$$

Probe:

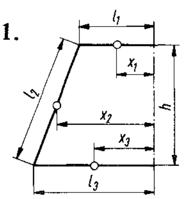
$$A_1 = 2\pi x_1 l_1 = 1{,}1413\ \text{m}^2$$
$$A_2 = \pi x_1^2 = 0{,}1385\ \text{m}^2$$

240.



$$A = l \cdot 2\pi x_0 = \pi r \cdot 2\pi \cdot 0{,}6366\, r$$
$$A = 2\pi^2 r^2 \cdot 0{,}6366 = 0{,}0491\ \text{m}^2$$

241.



$l_1 = 0{,}25$ m

$l_2 = \sqrt{h^2 + (l_3 - l_1)^2} = 0{,}427$ m

$l_3 = 0{,}4$ m

$x_1 = 0{,}125$ m

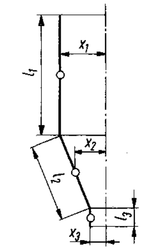
$x_2 = 0{,}325$ m

$x_3 = 0{,}2$ m

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = 2\pi \Sigma \Delta l x$$
$$A = 2\pi (l_1 x_1 + l_2 x_2 + l_3 x_3)$$
$$A = 2\pi (0{,}03125 + 0{,}13884 + 0{,}08)\ \text{m}^2$$
$$A = 1{,}571\ \text{m}^2$$

242.

a)



$l_1 = 2{,}1$ m

$l_2 = \sqrt{(1{,}2^2 + 0{,}535^2)\ \text{m}^2} = 1{,}314$ m

$l_3 = 0{,}18$ m

$x_1 = 0{,}675$ m

$x_2 = 0{,}4075$ m

$x_3 = 0{,}14$ m

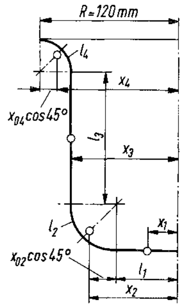
$$A = A_1 + A_2 + A_3 = 2\pi \Sigma \Delta l x$$
$$A = 2\pi (l_1 x_1 + l_2 x_2 + l_3 x_3)$$
$$A = 2\pi (1{,}4175 + 0{,}5354 + 0{,}0252)\ \text{m}^2$$
$$A = 12{,}43\ \text{m}^2$$

b) $m = V\rho = A s \rho$

$$m = 12{,}43\ \text{m}^2 \cdot 3 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot 7850\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 292{,}7\ \text{kg}$$

243.

a)



$l_1 = 0{,}09$ m; $x_1 = 0{,}045$ m

$l_2 = \frac{\pi}{2} r_2 = 0{,}03142$ m

$x_2 = l_1 + x_{02} \cos 45°$

$x_2 = 0{,}09\ \text{m} + 0{,}9003 \cdot 0{,}02\ \text{m} \cdot \cos 45°$

$x_2 = 0{,}10273$ m

$l_3 = 0{,}145$ m; $x_3 = 0{,}11$ m

$l_4 = \frac{\pi}{2} r_4 = 0{,}015708$ m

$x_4 = R - x_{04} \cos 45°$

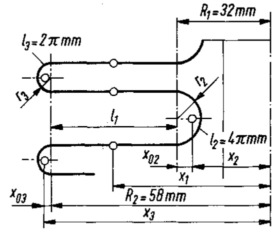
$x_4 = 0{,}12\ \text{m} - 0{,}9003 \cdot 0{,}01\ \text{m} \cdot \cos 45°$

$x_4 = 0{,}11364$ m

$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 2\pi \Sigma \Delta l x$
$A = 2\pi (l_1 x_1 + l_2 x_2 + l_3 x_3 + l_4 x_4)$
$A = 2\pi (0{,}00405 + 0{,}003227 + 0{,}01595 + 0{,}001785)\ \text{m}^2$
$A = 0{,}1572\ \text{m}^2$

b) $m = m'A = 2{,}6\ \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^2} \cdot 0{,}1572\ \text{m}^2 = 0{,}4086\ \text{kg}$

244.



Die Gesamtlänge l der erzeugenden Profillinie setzt sich zusammen aus:

1. $10\,l_1 = 10\,(R_2 - R_1) = 260\ \text{mm}$

   mit dem Schwerpunktsabstand

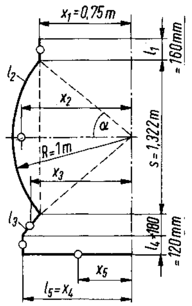
   $$x_1 = \frac{R_1 + R_2}{2} = 45\ \text{mm}$$

2. $5\,l_2 = 5\pi r_2 = 5 \cdot \pi \cdot 4\ \text{mm} = 62{,}83\ \text{mm}$
   $x_{02} = 0{,}6366\ r_2 = 2{,}546\ \text{mm}$
   $x_2 = R_1 - x_{02} = 29{,}45\ \text{mm}$

3. $5\,l_3 = 5\pi r_3 = 5\pi \cdot 2\ \text{mm} = 31{,}42\ \text{mm}$
   $x_{03} = 0{,}6366\ r_3 = 1{,}273\ \text{mm}$
   $x_2 = R_2 + x_{03} = 59{,}27\ \text{mm}$

$A = A_1 + A_2 + A_3 = 2\pi \Sigma l x$
$A = 2\pi (10\,l_1 x_1 + 5\,l_2 x_2 + 5\,l_3 x_3)$
$A = 2\pi \cdot (0{,}0117 + 0{,}001851 + 0{,}001862)\ \text{m}^2$
$A = 0{,}09684\ \text{m}^2$

245.



$l_1 = 0{,}16\ \text{m};\qquad x_1 = 0{,}75\ \text{m}$

$$\alpha = \arcsin \frac{s}{2R} = 41{,}38^\circ$$

$$l_2 = 2\pi R \cdot \frac{2\alpha}{360^\circ} = 2\pi \cdot 1\ \text{m} \cdot \frac{2 \cdot 41{,}38^\circ}{360^\circ} = 1{,}444\ \text{m}$$

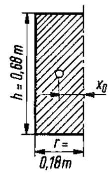
$$x_2 = \frac{Rs}{b} = \frac{Rs \cdot 57{,}3^\circ}{2R\alpha^\circ} = \frac{s \cdot 57{,}3^\circ}{2\alpha^\circ} = 0{,}9153\ \text{m}$$

$l_3 = \sqrt{(0{,}18\ \text{m})^2 + (0{,}15\ \text{m})^2} = \sqrt{0{,}0549\ \text{m}^2} = 0{,}2343\ \text{m}$
$x_3 = 0{,}825\ \text{m}$
$l_4 = 0{,}12\ \text{m};\qquad x_4 = 0{,}9\ \text{m}$
$l_5 = 0{,}9\ \text{m};\qquad x_5 = 0{,}45\ \text{m}$

$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 = 2\pi \Sigma \Delta l x$
$A = 2\pi (l_1 x_1 + l_2 x_2 + l_3 x_3 + l_4 x_4 + l_5 x_5)$
$A = 2\pi (0{,}12 + 1{,}322 + 0{,}1933 + 0{,}108 + 0{,}405)\ \text{m}^2$
$A = 13{,}5\ \text{m}^2$

Guldin'sche Volumenregel

246.

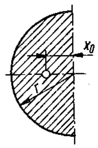


$V = A \cdot 2\pi x_0 = r h \cdot 2\pi \dfrac{r}{2} = \pi r^2 h = 0{,}06922\ \text{m}^3$

Nachprüfung:

$V = \pi r^2 h = 0{,}06922\ \text{m}^3$

247.



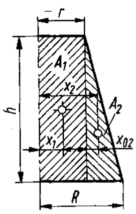
$V = A \cdot 2\pi x_0 = \dfrac{\pi}{2} r^2 \cdot 2\pi \cdot 0{,}4244\,r = 0{,}4244\,\pi^2 r^3$

$V = 0{,}04771\ \text{m}^3$

Nachprüfung:

$V = \dfrac{4}{3}\pi r^3 = 0{,}04771\ \text{m}^3$

248.



$A_1 = r h = 80\ \text{cm}^2$

$x_1 = \dfrac{r}{2} = 2{,}5\ \text{cm}$

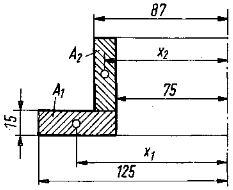
$A_2 = \dfrac{R - r}{2} h = 32\ \text{cm}^2$

$x_2 = r + x_{02} = r + \dfrac{R - r}{3} = 5\ \text{cm} + 1{,}333\ \text{cm} = 6{,}333\ \text{cm}$

$V = V_1 + V_2 = 2\pi \Sigma \Delta A x$
$V = 2\pi (A_1 x_1 + A_2 x_2) = 2\pi (200 + 202{,}67)\ \text{cm}^3$
$V = 2530\ \text{cm}^3$

249.

a)



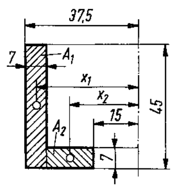
$A_1 = 0{,}00075\ \mathrm{m}^2$
$x_1 = 0{,}1\ \mathrm{m}$
$A_2 = 0{,}0006\ \mathrm{m}^2$
$x_2 = 0{,}081\ \mathrm{m}$

$V = V_1 + V_2 = 2\pi\Sigma\Delta A x$
$V = 2\pi(A_1 x_1 + A_2 x_2)$
$V = 2\pi(0{,}000075 + 0{,}0000486)\ \mathrm{m}^3$
$V = 0{,}0007766\ \mathrm{m}^3 = 0{,}7766 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3$

b) $m = V\rho = 0{,}7766 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3 \cdot 7{,}85 \cdot 10^3 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 6{,}096\ \mathrm{kg}$

250.

a)



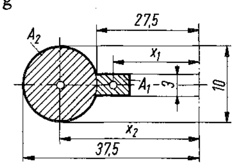
$A_1 = 0{,}315 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^2$
$x_1 = 0{,}034\ \mathrm{m}$
$A_2 = 0{,}1085 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^2$
$x_2 = 0{,}02275\ \mathrm{m}$

$V = V_1 + V_2 = 2\pi\Sigma\Delta A x$
$V = 2\pi(A_1 x_1 + A_2 x_2)$
$V = 2\pi(0{,}01071 + 0{,}00247) \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3$
$V = 0{,}0828 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3 = 82{,}8\ \mathrm{cm}^3$

b) $m = V\rho = 0{,}0828 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3 \cdot 1{,}2 \cdot 10^3 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 0{,}09936\ \mathrm{kg}$
$m = 99{,}36\ \mathrm{g}$

251.

a)

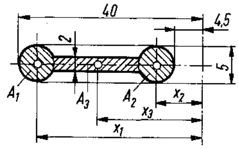


Die Fläche A_1 darf als Rechteck angesehen werden.
$A_1 = 15\ \mathrm{mm}^2$
$x_1 = 25\ \mathrm{mm}$
$A_2 = 78{,}54\ \mathrm{mm}^2$
$x_2 = 32{,}5\ \mathrm{mm}$

$V = V_1 + V_2 = 2\pi\Sigma\Delta A x$
$V = 2\pi(A_1 x_1 + A_2 x_2) = 2\pi(375 + 2553)\ \mathrm{mm}^3$
$V = 18394\ \mathrm{mm}^3$
$V = 18{,}394 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^3 = 18{,}394\ \mathrm{cm}^3$

b) $m = V\rho = 18{,}394 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^3 \cdot 1{,}15 \cdot 10^3 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 21{,}15 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg}$
$m = 21{,}15\ \mathrm{g}$

252.

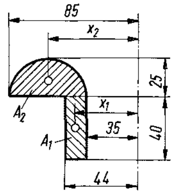


Die Fläche A_3 darf als Rechteck angesehen werden.
$A_1 = A_2 = 0{,}1963\ \mathrm{cm}^2$
$x_1 = 3{,}75\ \mathrm{cm}$; $x_2 = 0{,}7\ \mathrm{cm}$
$A_3 = 0{,}51\ \mathrm{cm}^2$; $x_3 = 2{,}225\ \mathrm{cm}$

$V = V_1 + V_2 + V_3 = 2\pi\Sigma\Delta A x$
$V = 2\pi(A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3)$
$V = 2\pi(0{,}73631 + 0{,}13744 + 1{,}13475)\ \mathrm{cm}^3$
$V = 12{,}62\ \mathrm{cm}^3$

253.

a)

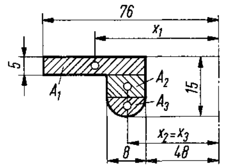


$A_1 = 3{,}6\ \mathrm{cm}^2$
$x_1 = 3{,}95\ \mathrm{cm}$
$A_2 = 9{,}817\ \mathrm{cm}^2$
$x_2 = 6\ \mathrm{cm}$

$V = V_1 + V_2 = 2\pi\Sigma\Delta A x$
$V = 2\pi(A_1 x_1 + A_2 x_2)$
$V = 2\pi(14{,}22 + 58{,}90)\ \mathrm{cm}^3$
$V = 459{,}5\ \mathrm{cm}^3 = 0{,}4595 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3$

b) $m = V\rho = 0{,}4595 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3 \cdot 1{,}35 \cdot 10^3 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$
$m = 0{,}6203\ \mathrm{kg}$

254.

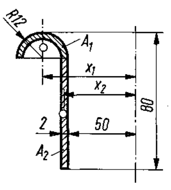


$A_1 = 1{,}4\ \mathrm{cm}^2$;	$x_1 = 6{,}2\ \mathrm{cm}$
$A_2 = 0{,}48\ \mathrm{cm}^2$;	$x_2 = 5{,}2\ \mathrm{cm}$
$A_3 = 0{,}2513\ \mathrm{cm}^2$;	$x_3 = 5{,}2\ \mathrm{cm}$

$V = V_1 + V_2 + V_3 = 2\pi\Sigma\Delta A x$
$V = 2\pi(A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3)$
$V = 2\pi(8{,}68 + 2{,}496 + 1{,}307)\ \mathrm{cm}^3 = 78{,}43\ \mathrm{cm}^3$

255.

a)



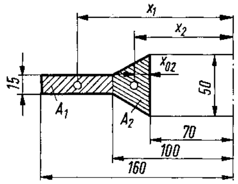
$A_1 = \frac{\pi}{2}(1{,}2^2 - 1^2)\ \mathrm{cm}^2 = 0{,}6912\ \mathrm{cm}^2$
$x_1 = 6{,}2\ \mathrm{cm}$
$A_2 = 1{,}36\ \mathrm{cm}^2$
$x_2 = 5{,}1\ \mathrm{cm}$

$V = V_1 + V_2 = 2\pi \Sigma \Delta A x$
$V = 2\pi (A_1 x_1 + A_2 x_2)$
$V = 2\pi (4{,}285 + 6{,}936)\,\text{cm}^3$
$V = 70{,}5\,\text{cm}^3 = 0{,}0705 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3$

b) $m = V\rho = 0{,}0705 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3 \cdot 8{,}4 \cdot 10^3 \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$m = 0{,}5922\,\text{kg}$

256.

a)



$A_1 = 9\,\text{cm}^2$
$x_1 = 13\,\text{cm}$
$A_2 = 9{,}75\,\text{cm}^2$
$x_2 = 7\,\text{cm} + x_{02}$

$$x_{02} = \frac{h}{3} \cdot \frac{a + 2b}{a + b}$$

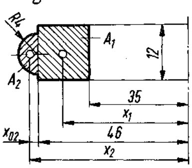
$$x_{02} = \frac{3\,\text{cm}}{3} \cdot \frac{5\,\text{cm} + 3\,\text{cm}}{5\,\text{cm} + 1{,}5\,\text{cm}} = 1{,}231\,\text{cm}$$

$x_2 = 8{,}231\,\text{cm}$

$V = V_1 + V_2 = 2\pi \Sigma \Delta A x$
$V = 2\pi (A_1 x_1 + A_2 x_2)$
$V = 2\pi (117 + 80{,}25)\,\text{cm}^3$
$V = 1239\,\text{cm}^3 = 1{,}239 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3$

b) $m = V\rho = 1{,}239 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3 \cdot 7{,}3 \cdot 10^3 \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$m = 9{,}047\,\text{kg}$

257.

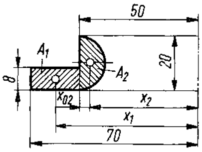


$A_1 = 1{,}32\,\text{cm}^2$
$x_1 = 4{,}05\,\text{cm}$
$A_2 = 0{,}2513\,\text{cm}^2$
$x_2 = 4{,}6\,\text{cm} + 0{,}4244 \cdot 0{,}4\,\text{cm}$
$x_2 = 4{,}77\,\text{cm}$

$V = V_1 + V_2 = 2\pi \Sigma \Delta A x$
$V = 2\pi (A_1 x_1 + A_2 x_2)$
$V = 2\pi (5{,}346 + 1{,}199)\,\text{cm}^3 = 41{,}12\,\text{cm}^3$

258.

a)



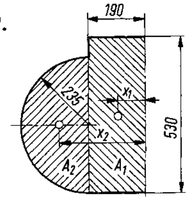
$A_1 = 1{,}6\,\text{cm}^2$
$x_1 = 6\,\text{cm}$
$A_2 = 1{,}571\,\text{cm}^2$
$x_2 = 5\,\text{cm} - 0{,}4244 \cdot 1\,\text{cm}$
$x_2 = 4{,}576\,\text{cm}$

$V = V_1 + V_2 = 2\pi \Sigma \Delta A x$
$V = 2\pi (A_1 x_1 + A_2 x_2)$
$V = 2\pi (9{,}6 + 7{,}187)\,\text{cm}^3$
$V = 105{,}5\,\text{cm}^3 = 0{,}1055 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3$

b) $m = V\rho = 0{,}1055 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3 \cdot 2{,}5 \cdot 10^3 \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$m = 0{,}2637\,\text{kg}$

259.

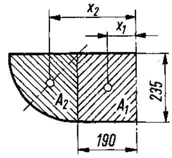
a)



$A_1 = 0{,}1007\,\text{m}^2$
$x_1 = 0{,}095\,\text{m}$
$A_2 = 0{,}08675\,\text{m}^2$
$x_2 = 0{,}19\,\text{m} + 0{,}4244 \cdot 0{,}235\,\text{m}$
$x_2 = 0{,}2897\,\text{m}$

$V = V_1 + V_2 = 2\pi \Sigma \Delta A x$
$V = 2\pi (A_1 x_1 + A_2 x_2)$
$V = 2\pi (0{,}009567 + 0{,}02513)\,\text{m}^3$
$V = 0{,}218\,\text{m}^3 = 218\,l$

b)



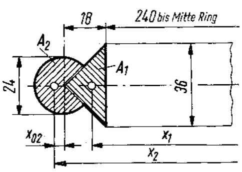
$A_1 = 0{,}04465\,\text{m}^2$
$x_1 = 0{,}095\,\text{m}$
$A_2 = 0{,}04337\,\text{m}^2$
$x_2 = 0{,}2897\,\text{m}$

(*Hinweis:* x_2 ist genauso groß wie unter a), weil der Halbkreisschwerpunkt auf der Verbindungsgeraden beider Viertelkreisschwerpunkte liegt.)

$V = V_1 + V_2 = 2\pi \Sigma \Delta A x$
$V = 2\pi (A_1 x_1 + A_2 x_2)$
$V = 2\pi (0{,}004242 + 0{,}012567)\,\text{m}^3$
$V = 0{,}1056\,\text{m}^3 = 105{,}6\,l$

260.

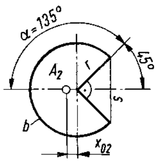
a)



$A_1 = 3{,}24\,\text{cm}^2$

$$x_1 = 24\,\text{cm} + \frac{1{,}8\,\text{cm}}{3} = 24{,}6\,\text{cm}$$

$A_2 = 3{,}393\,\text{cm}^2$



$$x_{02} = \frac{2}{3} \cdot \frac{r\,s}{b}$$

$$b = \frac{2\,r\,\alpha}{57{,}3^\circ}; \qquad s = 2\,r \sin\alpha$$

$$x_{02} = \frac{2}{3} \cdot \frac{r \cdot 2\,r \sin\alpha \cdot 57{,}3^\circ}{2\,r\,\alpha} = \frac{2}{3} r \sin\alpha \cdot \frac{57{,}3^\circ}{\alpha}$$

$$x_{02} = \frac{2}{3} \cdot 1{,}2\text{ cm} \cdot \sin 135^\circ \cdot \frac{57{,}3^\circ}{135^\circ} = 0{,}2401\text{ cm}$$

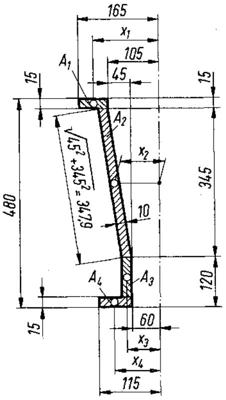
$$x_2 = 24\text{ cm} + 1{,}8\text{ cm} + x_{02} = 26{,}04\text{ cm}$$

$$V = V_1 + V_2 = 2\pi \Sigma \Delta A x$$
$$V = 2\pi (A_1 x_1 + A_2 x_2)$$
$$V = 2\pi (79{,}70 + 88{,}35)\text{ cm}^3$$
$$V = 1056\text{ cm}^3 = 1{,}056 \cdot 10^{-3}\text{ m}^3$$

b) $m = V\rho = 1{,}056 \cdot 10^{-3}\text{ m}^3 \cdot 7{,}85 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$m = 8{,}289\text{ kg}$

261.

a)



$A_1 = 9\text{ cm}^2$; $\qquad x_1 = 13{,}5\text{ cm}$
$A_2 = 34{,}79\text{ cm}^2$

$$x_2 = \frac{(6 + 10{,}5)\text{ cm}}{2} + 0{,}5\text{ cm} = 8{,}75\text{ cm}$$

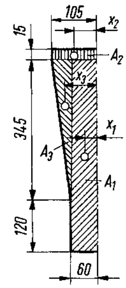
Im 2. Glied dieser Summe (0,5 cm) kann die geringfügig größere Breite des Horizontalschnittes durch den kegeligen Teil (10,08 mm gegenüber 10 mm) vernachlässigt werden.

$A_3 = 10{,}5\text{ cm}^2$; $\qquad x_3 = 6{,}5\text{ cm}$
$A_4 = 8{,}25\text{ cm}^2$; $\qquad x_4 = 8{,}75\text{ cm}$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 2\pi \Sigma \Delta A x$$
$$V = 2\pi (A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3 + A_4 x_4)$$
$$V = 2\pi (121{,}5 + 304{,}4 + 68{,}25 + 72{,}19)\text{ cm}^3$$
$$V = 3559\text{ cm}^3$$

b) $m = V\rho = 3{,}559 \cdot 10^{-3}\text{ m}^3 \cdot 7{,}2 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$m = 25{,}62\text{ kg}$

c)

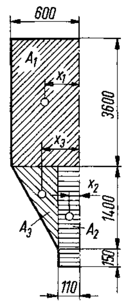


$A_1 = 279\text{ cm}^2$
$x_1 = 3\text{ cm}$
$A_2 = 15{,}75\text{ cm}^2$
$x_2 = 5{,}25\text{ cm}$
$A_3 = 77{,}625\text{ cm}^2$

$$x_3 = 6\text{ cm} + \frac{4{,}5\text{ cm}}{3} = 7{,}5\text{ cm}$$

$$V_{\text{Kern}} = V_1 + V_2 + V_3 = 2\pi \Sigma \Delta A x$$
$$V_{\text{Kern}} = 2\pi (A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3)$$
$$V_{\text{Kern}} = 2\pi (837 + 82{,}69 + 582{,}2)\text{ cm}^3$$
$$V_{\text{Kern}} \triangleq 9437\text{ cm}^3$$

262.

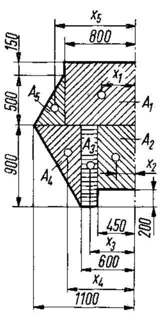


$A_1 = 2{,}16\text{ m}^2$
$x_1 = 0{,}3\text{ m}$
$A_2 = 0{,}1705\text{ m}^2$
$x_2 = 0{,}055\text{ m}$
$A_3 = 0{,}343\text{ m}^2$

$$x_3 = 0{,}11\text{ m} + \frac{0{,}49\text{ m}}{3} = 0{,}2733\text{ m}$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = 2\pi \Sigma \Delta A x$$
$$V = 2\pi (A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3)$$
$$V = 2\pi (0{,}648 + 0{,}009378 + 0{,}09375)\text{ m}^3$$
$$V = 4{,}719\text{ m}^3$$

263.



$A_1 = 0{,}56\text{ m}^2$
$x_1 = 0{,}4\text{ m}$
$A_2 = 0{,}315\text{ m}^2$
$x_2 = 0{,}225\text{ m}$
$A_3 = 0{,}135\text{ m}^2$
$x_3 = 0{,}525\text{ m}$
$A_4 = 0{,}225\text{ m}^2$

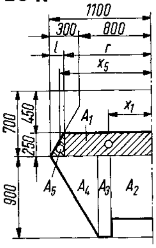
$$x_4 = 0{,}6\text{ m} + \frac{0{,}5\text{ m}}{3} = 0{,}7667\text{ m}$$

$A_5 = 0{,}0825\text{ m}^2$

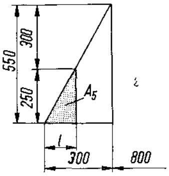
$$x_5 = 0{,}8\text{ m} + \frac{0{,}3\text{ m}}{3} = 0{,}9\text{ m}$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 = 2\pi \Sigma \Delta A x$$
$$V = 2\pi (A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3 + A_4 x_4 + A_5 x_5)$$
$$V = 2\pi (0{,}224 + 0{,}07088 + 0{,}07088 + 0{,}1725 + 0{,}07425)\text{m}^3$$
$$V = 3{,}848\text{ m}^3$$

264.



Die Teilflächen A_2, A_3 und A_4 sowie ihre Schwerpunktsabstände x_2, x_3 und x_4 sind gegenüber Aufgabe 263 unverändert und folglich auch ihre Flächenmomente $A_2 x_2, A_3 x_3$ und $A_4 x_4$.



nach dem 2. Strahlensatz ist:

$$\frac{l}{300\,\text{mm}} = \frac{250\,\text{mm}}{550\,\text{mm}}$$

$$l = \frac{300\,\text{mm} \cdot 250\,\text{mm}}{550\,\text{mm}} = 136{,}36\,\text{mm},$$

und damit

$$r = 1100\,\text{mm} - 136{,}36\,\text{mm} = 963{,}64\,\text{mm} = 0{,}9636\,\text{m}$$

$$A_1 = 0{,}9636\,\text{m} \cdot 0{,}25\,\text{m} = 0{,}2409\,\text{m}^2$$

$$x_1 = \frac{r}{2} = 0{,}4818\,\text{m}$$

$$A_5 = \frac{0{,}13636\,\text{m} \cdot 0{,}25\,\text{m}}{2} = 0{,}017\,\text{m}^2$$

$$x_5 = r + \frac{l}{3} = 0{,}9636\,\text{m} + \frac{0{,}13636\,\text{m}}{3} = 1{,}009\,\text{m}$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 = 2\pi\Sigma\Delta A x$$

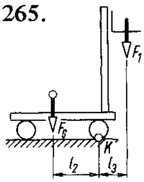
$$V = 2\pi(A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3 + A_4 x_4 + A_4 x_5)$$

$$V = 2\pi(0{,}1161 + 0{,}07088 + 0{,}07088 + 0{,}1725 + 0{,}0172)\,\text{m}^3$$

$$V = 2{,}812\,\text{m}^3 = 2812\,l$$

Standsicherheit

265.



$$S = \frac{M_s}{M_k} = \frac{F_G l_2}{F_1 l_3} =$$

$$S = \frac{7{,}5\,\text{kN} \cdot 1{,}02\,\text{m}}{10\,\text{kN} \cdot 0{,}6\,\text{m}} = 1{,}275$$

266.

$$S = \frac{M_s}{M_k} = \frac{F_G \frac{d}{2}}{F_w h} = \frac{2 \cdot 10^6\,\text{N} \cdot 2\,\text{m}}{0{,}16 \cdot 10^6\,\text{N} \cdot 18\,\text{m}} = 1{,}389$$

267.

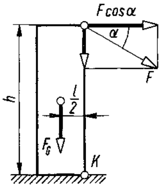
Beim Ankippen ist die Standsicherheit $S = 1$; Kippkante ist die Vorderachse.

$$S = \frac{M_s}{M_k} = \frac{F_G(l_2 - l_1)}{F_{max}\, l_3} = 1$$

$$F_{max} = F_G\,\frac{l_2 - l_1}{l_3} = 12\,\text{kN} \cdot \frac{1{,}01\,\text{m}}{1{,}8\,\text{m}} = 6{,}733\,\text{kN}$$

268.

a)

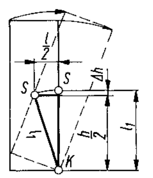


Beim Ankippen ist die Standsicherheit $S = 1$. Kippend wirkt die Komponente $F\cos\alpha$ mit dem Wirkabstand h.

$$S = \frac{M_s}{M_k} = \frac{F_G \frac{l}{2}}{F\cos\alpha \cdot h} = 1$$

$$F = \frac{F_G l}{2h\cos\alpha} = \frac{16\,\text{kN} \cdot 0{,}5\,\text{m}}{2 \cdot 2\,\text{m} \cdot \cos 30^\circ} = 2{,}309\,\text{kN}$$

b)



Die Mauer beginnt von selbst zu kippen, sobald der Schwerpunkt lotrecht über der Kippkante K liegt. Die Kipparbeit ist das Produkt aus der Gewichtskraft F_G und der Höhendifferenz Δh (Hubarbeit).

Berechnung der Höhendifferenz Δh:

$$l_1 = \sqrt{\left(\tfrac{l}{2}\right)^2 + \left(\tfrac{h}{2}\right)^2} = \sqrt{(0{,}25\text{m})^2 + (1\text{m})^2} = 1{,}03078\text{m}$$

$$\Delta h = l_1 - \frac{h}{2} = 0{,}03078\,\text{m}$$

$$W = F_G \Delta h = 16 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot 30{,}78 \cdot 10^{-3}\,\text{m} = 492{,}4\,\text{J}$$

269.

Beim Ankippen ist die Standsicherheit $S = 1$.

$$S = \frac{M_s}{M_k} = \frac{F_G \cdot 675\,\text{mm}}{F \cdot 540\,\text{mm}} = 1$$

$$F = F_G \cdot \frac{675\,\text{mm}}{540\,\text{mm}} = 12{,}8\,\text{kN} \cdot 1{,}25 = 16\,\text{kN}$$

270.

a) $$S = \frac{M_s}{M_k} = \frac{F_G \cdot 250\,\text{mm}}{F \cdot 1100\,\text{mm}} = 1$$

$$F = F_G \cdot \frac{250\,\text{mm}}{1100\,\text{mm}} = 2\,\text{kN} \cdot 0{,}22727 = 0{,}4545\,\text{kN}$$

$$S = \frac{F_G \cdot 400\,\text{mm}}{F \cdot 1100\,\text{mm}} = 1$$

$$F = F_G \cdot \frac{400\,\text{mm}}{1100\,\text{mm}} = 0{,}7273\,\text{kN}$$

b) $S = \dfrac{F_G \cdot 250\text{ mm}}{F \cdot 800\text{ mm}} = 1$

$F = F_G \cdot \dfrac{250\text{ mm}}{800\text{ mm}} = 0{,}625\text{ kN}$

$S = \dfrac{F_G \cdot 550\text{ mm}}{F \cdot 800\text{ mm}} = 1$

$F = F_G \cdot \dfrac{550\text{ mm}}{800\text{ mm}} = 1{,}375\text{ kN}$

c) $S = \dfrac{F_G \cdot 400\text{ mm}}{F \cdot 500\text{ mm}} = 1$

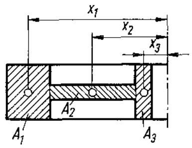
$F = F_G \cdot \dfrac{400\text{ mm}}{500\text{ mm}} = 1{,}6\text{ kN}$

$S = \dfrac{F_G \cdot 550\text{ mm}}{F \cdot 500\text{ mm}} = 1$

$F = F_G \cdot \dfrac{550\text{ mm}}{500\text{ mm}} = 2{,}2\text{ kN}$

271.

a)



$V = 2\pi\,\Sigma A_n x_n$

$A_1 x_1 = 1{,}08 \cdot 10^{-2}\text{m}^2 \cdot 3 \cdot 10^{-1}\text{m} = 3{,}24 \cdot 10^{-3}\text{m}^3$

$A_2 x_2 = 0{,}555 \cdot 10^{-2}\text{m}^2 \cdot 1{,}625 \cdot 10^{-1}\text{m} = 0{,}9019 \cdot 10^{-3}\text{m}^3$

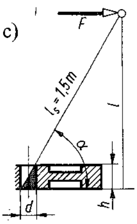
$A_3 x_3 = 0{,}42 \cdot 10^{-2}\text{m}^2 \cdot 0{,}525 \cdot 10^{-1}\text{m} = 0{,}2205 \cdot 10^{-3}\text{m}^3$

$V = 2\pi \cdot (3{,}24 + 0{,}9019 + 0{,}2205) \cdot 10^{-3}\text{m}^3$

$V = 27{,}41 \cdot 10^{-3}\text{m}^3$

b) $m = V\rho = 27{,}41 \cdot 10^{-3}\text{m}^3 \cdot 7{,}2 \cdot 10^3 \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 197{,}35\text{ kg}$

c)



$\alpha = \arctan\dfrac{h}{d} = \arctan\dfrac{120\text{ mm}}{70\text{ mm}}$

$\alpha = 59{,}74°$

$l = l_s \cdot \sin\alpha = 1{,}5\text{ m} \cdot \sin 59{,}74°$

$l = 1{,}296\text{ m}$

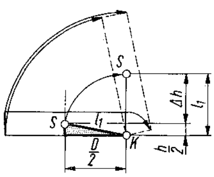
d) Kippkante ist die rechte untere Kante des Radkranzes; Standsicherheit $S = 1$.

$S = \dfrac{M_s}{M_k} = \dfrac{F_G \frac{D}{2}}{Fl} = 1$

$F = F_G \dfrac{D}{2l} = mg\dfrac{D}{2l} = 197{,}35\text{ kg} \cdot 9{,}81\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \dfrac{0{,}69\text{ m}}{2 \cdot 1{,}296\text{ m}}$

$F = 515{,}5\text{ N}$

e) siehe Lösung 268 b!



$l_1 = \sqrt{(\frac{h}{2})^2 + (\frac{D}{2})^2} = \sqrt{(6\text{ cm})^2 + (34{,}5\text{ cm})^2}$

$l_1 = 35{,}02\text{ cm}$

$\Delta h = l_1 - \dfrac{h}{2} = 35{,}02\text{ cm} - 6\text{ cm} = 29{,}02\text{ cm}$

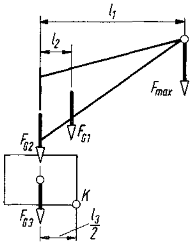
$W = F_G\,\Delta h = mg\,\Delta h = 197{,}35\text{ kg} \cdot 9{,}81\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}2902\text{ m}$

$W = 561{,}8\text{ J}$

f) Die Kippkraft wird kleiner, weil die Stange in Wirklichkeit steiler steht und dadurch der Wirkabstand l größer ist.

272.

a)



$S = \dfrac{M_s}{M_k} = \dfrac{F_{G1}(\frac{l_3}{2} - l_2) + F_{G2}\frac{l_3}{2} + F_{G3}\frac{l_3}{2}}{F_{max}(l_1 - \frac{l_3}{2})}$

$F_{G3} = \dfrac{SF_{max}(l_1 - \frac{l_3}{2}) - F_{G1}(\frac{l_3}{2} - l_2) - F_{G2}\frac{l_3}{2}}{\frac{l_3}{2}}$

$F_{G3} = \dfrac{2 \cdot 30\text{ kN} \cdot 4{,}6\text{ m} - 22\text{ kN} \cdot 0{,}1\text{ m} - 9\text{ kN} \cdot 1{,}4\text{ m}}{1{,}4\text{ m}}$

$F_{G3} = 186{,}6\text{ kN}$

b) $F_{G3} = mg = V\rho g$

(m Masse, V Volumen des Fundamentklotzes)

$F_{G3} = l_3^2 h\rho g$

$h = \dfrac{F_{G3}}{l_3^2 \rho g} = \dfrac{186{,}6 \cdot 10^3\text{ N}}{2{,}8^2\text{ m}^2 \cdot 2{,}2 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$

$h = 1{,}103\text{ m}$

273.

Kippkante ist die Hinterachse

$S = \dfrac{M_s}{M_k} = \dfrac{F_{G1}(l_4 - l_1)}{F_{G2} l_2 + F l_3}$

$F_{G2} l_2 + F l_3 = \dfrac{F_{G1}(l_4 - l_1)}{S}$

$F = \dfrac{F_{G1}(l_4 - l_1) - SF_{G2} l_2}{S l_3}$

$F = \dfrac{18\text{ kN} \cdot 0{,}84\text{ m} - 1{,}3 \cdot 4{,}2\text{ kN} \cdot 1{,}39\text{ m}}{1{,}3 \cdot 2{,}3\text{ m}} = 2{,}519\text{ kN}$

274.

Kippkante ist die vordere (rechte) Radachse.

$S = \dfrac{M_s}{M_k} = \dfrac{F_G(l_3 - l_2) + F_2 l_3}{F_1(l_1 - l_3)}$

$SF_1 l_1 - SF_1 l_3 = F_G l_3 - F_G l_2 + F_2 l_3$

$(F_G + F_2 + SF_1) l_3 = SF_1 l_1 + F_G l_2$

$$l_3 = \frac{SF_1 l_1 + F_G l_2}{F_G + F_2 + SF_1}$$

$$l_3 = \frac{1{,}3 \cdot 16\,\text{kN} \cdot 2{,}5\,\text{m} + 7{,}5\,\text{kN} \cdot 0{,}9\,\text{m}}{7{,}5\,\text{kN} + 5\,\text{kN} + 1{,}3 \cdot 16\,\text{kN}} = 1{,}764\,\text{m}$$

275.

a) Kippkante ist die rechte Achse.

$$S = \frac{M_s}{M_k} = \frac{F_{G1}(l_4 - l_1) + F_{G3}(l_3 + l_4)}{F_{G2}(l_2 - l_4)}$$

$$SF_{G2} l_2 - SF_{G2} l_4 = F_{G1} l_4 - F_{G1} l_1 + F_{G3} l_3 + F_{G3} l_4$$

$$(F_{G1} + F_{G3} + SF_{G2}) l_4 = F_{G1} l_1 - F_{G3} l_3 + SF_{G2} l_2$$

$$l_4 = \frac{F_{G1} l_1 - F_{G3} l_3 + SF_{G2} l_2}{F_{G1} + F_{G3} + SF_{G2}}$$

$$l_4 = \frac{95\,\text{kN} \cdot 0{,}35\,\text{m} - 85\,\text{kN} \cdot 2{,}2\,\text{m} + 1{,}5 \cdot 50\,\text{kN} \cdot 6\,\text{m}}{95\,\text{kN} + 85\,\text{kN} + 1{,}5 \cdot 50\,\text{kN}}$$

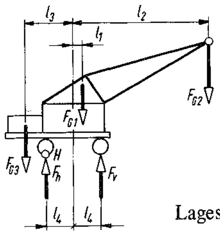
$l_4 = 1{,}162\,\text{m}$

Radstand $2\,l_4 = 2{,}324\,\text{m}$

b) Kippkante ist die linke Achse.

$$S = \frac{M_s}{M_k} = \frac{F_{G1}(l_1 + l_4)}{F_{G3}(l_3 - l_4)} = \frac{95\,\text{kN} \cdot 1{,}512\,\text{m}}{85\,\text{kN} \cdot 1{,}038\,\text{m}} = 1{,}628$$

c) d)



Lageskizze

belasteter Kran:

II. $\Sigma F_y = 0 = F_h + F_v - F_{G1} - F_{G2} - F_{G3}$

III. $\Sigma M_{(H)} = 0 = F_{G3}(l_3 - l_4) + F_v \cdot 2 l_4 - F_{G1}(l_4 + l_1) - F_{G2}(l_4 + l_2)$

III. $$F_v = \frac{F_{G1}(l_4 + l_1) + F_{G2}(l_4 + l_2) - F_{G3}(l_3 - l_4)}{2\,l_4}$$

$$= \frac{95\,\text{kN} \cdot 1{,}512\,\text{m} + 50\,\text{kN} \cdot 7{,}162\,\text{m} - 85\,\text{kN} \cdot 1{,}038\,\text{m}}{2{,}324\,\text{m}}$$

$F_v = 177{,}93\,\text{kN}$

II. $F_h = F_{G1} + F_{G2} + F_{G3} - F_v$

$F_h = 95\,\text{kN} + 50\,\text{kN} + 85\,\text{kN} - 177{,}93\,\text{kN} = 52{,}07\,\text{kN}$

unbelasteter Kran:

II. $\Sigma F_y = 0 = F_h + F_v - F_{G1} - F_{G3}$

III. $\Sigma M_{(H)} = 0 = F_{G3}(l_3 - l_4) + F_v \cdot 2 l_4 - F_{G1}(l_4 + l_1)$

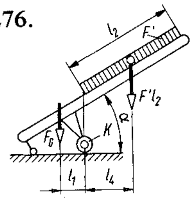
III. $$F_v = \frac{F_{G1}(l_4 + l_1) - F_{G3}(l_3 - l_4)}{2\,l_4}$$

$$F_v = \frac{95\,\text{kN} \cdot 1{,}512\,\text{m} - 85\,\text{kN} \cdot 1{,}038\,\text{m}}{2{,}324\,\text{m}} = 23{,}84\,\text{kN}$$

II. $F_h = F_{G1} + F_{G3} - F_v$

$F_h = 95\,\text{kN} + 85\,\text{kN} - 23{,}84\,\text{kN} = 156{,}16\,\text{kN}$

276.



Kippkante K ist die Radachse.

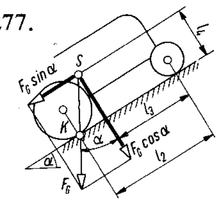
Lösungshinweis: Die Standsicherheit ist dann am kleinsten, wenn bei Betriebsende nur noch das freie Bandende rechts von der Kippkante K voll belastet ist.

$$S = \frac{M_s}{M_k} = \frac{F_G l_1}{F' l_2 l_4} = \frac{2 F_G l_1}{F' l_2 \cdot l_2 \cos\alpha} = \frac{2 F_G l_1}{F' l_2^2 \cos\alpha}$$

$$F' = \frac{2 F_G l_1}{S l_2^2 \cos\alpha} = \frac{2 \cdot 3{,}5\,\text{kN} \cdot 1{,}2\,\text{m}}{1{,}8 \cdot 5{,}6^2\,\text{m}^2 \cdot \cos 30°}$$

$$F' = 0{,}1718\,\frac{\text{kN}}{\text{m}} = 171{,}8\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$$

277.



a) Der Schlepper kippt, wenn die Standsicherheit $S = 1$ ist.

$$S = \frac{M_s}{M_k} = \frac{F_G \cos\alpha\,(l_2 - l_3)}{F_G \sin\alpha \cdot l_4}$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha = \frac{l_2 - l_3}{l_4}$$

$$\alpha = \arctan\frac{0{,}76\,\text{m}}{0{,}71\,\text{m}} = 46{,}95°$$

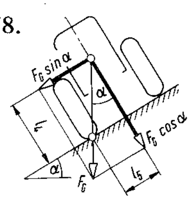
b) $$S = \frac{F_G \cos\alpha\,(l_2 - l_3)}{F_G \sin\alpha \cdot l_4}$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha = \frac{l_2 - l_3}{S\,l_4}$$

$$\alpha = \arctan\frac{0{,}76\,\text{m}}{2 \cdot 0{,}71\,\text{m}} = 28{,}16°$$

c) Die Gewichtskraft hebt sich aus der Bestimmungsgleichung für den Winkel α heraus. Sie hat also keinen Einfluß.

278.



a) $$S = \frac{M_s}{M_k} = \frac{F_G \cos\alpha \cdot l_5}{F_G \sin\alpha \cdot l_4} = \frac{l_5}{l_4 \tan\alpha} = \frac{0{,}625\,\text{m}}{0{,}71\,\text{m} \cdot \tan 18°}$$

$S = 2{,}709$

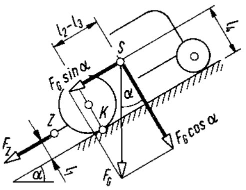
b) Er kippt, wenn $S = 1$ ist.

$$S = \frac{l_5}{l_4 \tan\alpha} = 1$$

$$\alpha = \arctan \frac{l_5}{l_4} = \arctan \frac{0{,}625\ \text{m}}{0{,}71\ \text{m}}$$

$$\alpha = 41{,}36^\circ$$

279.



a) $$S = \frac{M_\text{s}}{M_\text{k}} = \frac{F_\text{G} \cos\alpha\,(l_2 - l_3)}{F_\text{G} \sin\alpha \cdot l_4 + F_\text{Z}\, l_1} = 1$$

$$\cos\alpha\,(l_2 - l_3) = \sin\alpha \cdot l_4 + \frac{F_\text{Z}}{F_\text{G}}\, l_1$$

$$(l_2 - l_3)\sqrt{1 - \sin^2\alpha} = l_4 \sin\alpha + \frac{F_\text{Z}}{F_\text{G}}\, l_1$$

$$(l_2 - l_3)^2\,(1 - \sin^2\alpha) = l_4^2 \sin^2\alpha + 2\,\frac{F_\text{Z}}{F_\text{G}}\, l_1 l_4 \sin\alpha + \left(\frac{F_\text{Z}}{F_\text{G}}\, l_1\right)^2$$

$$(l_2 - l_3)^2 - (l_2 - l_3)^2 \sin^2\alpha = l_4^2 \sin^2\alpha + 2\,\frac{F_\text{Z}}{F_\text{G}}\, l_1 l_4 \sin\alpha + \left(\frac{F_\text{Z}}{F_\text{G}}\, l_1\right)^2$$

$$[l_4^2 + (l_2 - l_3)^2]\sin^2\alpha + 2\,\frac{F_\text{Z}}{F_\text{G}}\, l_1 l_4 \sin\alpha + \left(\frac{F_\text{Z}}{F_\text{G}}\, l_1\right)^2 - (l_2 - l_3)^2 = 0$$

$$\sin^2\alpha + 2\,\frac{F_\text{Z}\, l_1 l_4}{F_\text{G}[l_4^2 + (l_2 - l_3)^2]}\,\sin\alpha + \frac{\left(\frac{F_\text{Z}}{F_\text{G}}\, l_1\right)^2 - (l_2 - l_3)^2}{l_4^2 + (l_2 - l_3)^2} = 0$$

$$\sin\alpha_{1,2} = -\frac{F_\text{Z}\, l_1 l_4}{F_\text{G}[l_4^2 + (l_2 - l_3)^2]} \pm \sqrt{\left(\frac{F_\text{Z}\, l_1 l_4}{F_\text{G}[l_4^2 + (l_2 - l_3)^2]}\right)^2 - \frac{\left(\frac{F_\text{Z}}{F_\text{G}}\, l_1\right)^2 - (l_2 - l_3)^2}{l_4^2 + (l_2 - l_3)^2}}$$

$$\sin\alpha_{1,2} = -\frac{8\ \text{kN} \cdot 0{,}4\ \text{m} \cdot 0{,}71\ \text{m}}{14\ \text{kN}\,(0{,}71^2 + 0{,}76^2)\ \text{m}^2} \pm \sqrt{\left(\frac{8\ \text{kN} \cdot 0{,}4\ \text{m} \cdot 0{,}71\ \text{m}}{14\ \text{kN}\,(0{,}71^2 + 0{,}76^2)\ \text{m}^2}\right)^2 - \frac{\left(\frac{8\ \text{kN}}{14\ \text{kN}} \cdot 0{,}4\ \text{m}\right)^2 - (0{,}76\ \text{m})^2}{(0{,}71\ \text{m})^2 + (0{,}76\ \text{m})^2}}$$

$$= -0{,}15003 \pm \sqrt{0{,}02251 + 0{,}48568} = -0{,}15003 \pm 0{,}71287$$

$\alpha_1 = \arcsin 0{,}56284 = 34{,}25^\circ$

$\alpha_2 = \arcsin(-0{,}8629) = -59{,}64^\circ$; das bedeutet, daß die Böschung nicht nach rechts oben, sondern nach rechts unten geneigt sein müßte. Diese Lösung erfüllt aber nicht die Bedingungen der Aufgabenstellung.

b) ja; je größer die Gewichtskraft F_G ist, desto größer darf der Böschungswinkel sein, ehe der Schlepper kippt.

3. Reibung

Reibwinkel und Reibzahl

301.

Hinweis: Normalkraft F_N = Gewichtskraft F_G und Reibkraft F_R ($F_{R0\,max}$) = Zugkraft F.

$$\mu_0 = \frac{F_{R0\,max}}{F_N} = \frac{F}{G} = \frac{34\,N}{180\,N} = 0{,}189$$

$$\mu = \frac{F_R}{F_N} = \frac{32\,N}{180\,N} = 0{,}178$$

302.

Siehe Lösung 301!

$$\mu_0 = \frac{F_{R0\,max}}{F_N} = \frac{250\,N}{500\,N} = 0{,}5$$

$$\mu = \frac{F_R}{F_N} = \frac{150\,N}{500\,N} = 0{,}3$$

303.

Hinweis: Neigungswinkel α = Reibwinkel ρ (ρ_0).

$\mu_0 = \tan\rho_0 = \tan\alpha_0 = \tan 19° = 0{,}344$

$\mu = \tan\rho = \tan\alpha = \tan 13° = 0{,}231$

304.

a) $\mu = \tan\alpha = \tan 25° = 0{,}466$

b) Die ermittelte Größe ist die Reibzahl μ.

305.

$\tan\alpha = \tan\rho = \mu = 0{,}4$

$\alpha = \arctan\mu = \arctan 0{,}4 = 21{,}8°$

306.

$\tan\alpha = \tan\rho = \mu = 0{,}51$

$\alpha = \arctan\mu = \arctan 0{,}51 = 27°$

307.

Die gesuchten Haftreibzahlen μ_0 sind die Tangensfunktionen der gegebenen Winkel.

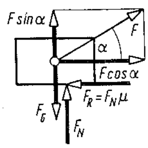
308.

Die gegebenen Gleitreibzahlen μ sind die Tangensfunktionen der gesuchten Winkel.

Reibung bei geradliniger Bewegung und bei Drehbewegung – der Reibungskegel

309.

a)



I. $\Sigma F_x = 0 = F\cos\alpha - \overbrace{F_R}^{F_N\mu}$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_N + F\sin\alpha - F_G$

$F_N = F_G - F\sin\alpha$

I. $F\cos\alpha - (F_G - F\sin\alpha)\,\mu = 0$

$F\cos\alpha + F\sin\alpha\,\mu - F_G\,\mu = 0$

$$F = F_G\,\frac{\mu}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$$

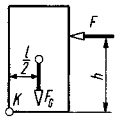
b) $$F = 1000\,N\,\frac{0{,}15}{\cos 30° + 0{,}15\cdot\sin 30°} = 159{,}4\,N$$

310.

a) $F = F_{R0\,max} = F_N\,\mu_0 = F_G\,\mu_0 = 1\,kN\cdot 0{,}3 = 300\,N$

b) $F_1 = F_R = F_N\,\mu = F_G\,\mu = 260\,N$

c)



$$S = \frac{M_s}{M_k} = \frac{F_G\,l}{2Fh} = 1$$

$$h = \frac{F_G\,l}{2F} = \frac{1\,kN\cdot 1\,m}{2\cdot 0{,}3\,kN} = 1{,}667\,m$$

d) $$h = \frac{F_G\,l}{2F_1} = \frac{1\,kN\cdot 1\,m}{2\cdot 0{,}26\,kN} = 1{,}923\,m$$

c) $W = F_R\,s = 260\,N\cdot 4{,}2\,m = 1092\,J$

311.

Verschiebekraft = Summe beider Reibkräfte

$F = F_{RA} + F_{RB} = F_{NA}\,\mu + F_{NB}\,\mu = \mu\,(F_{NA} + F_{NB})$

$= F_{NA} + F_{NB} = F_G$

$F = \mu F_G = 0{,}11\cdot 1650\,N = 181{,}5\,N$

312.

Die maximale Bremskraft $F_{b\,max}$ ist gleich der Summe der Reibkräfte zwischen den Rädern und der Fahrbahn.

a) $F_{b\,max} = (F_v + F_h)\,\mu_0 = 80\,kN\cdot 0{,}5 = 40\,kN$

b) $F_{b\,max} = (F_v + F_h)\,\mu = 80\,kN\cdot 0{,}41 = 32{,}8\,kN$

c) $F_{b\,max} = F_h\,\mu_0 = 24\,kN$

d) $F_{b\,max} = F_h\,\mu = 19{,}68\,kN$

313.

Die Zugkraft F_{max} kann nicht größer sein als die Summe der Reibkräfte, die an den Treibrädern abgestützt werden können.

a) $F_{max\,a} = 3\,F_N\,\mu_0 = 3\cdot 160\,kN\cdot 0{,}15 = 72\,kN$

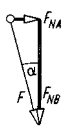
b) $F_{max\,b} = 3\,F_N\,\mu = 3\cdot 160\,kN\cdot 0{,}12 = 57{,}6\,kN$

c) $$M_a = \frac{F_{max\,a}}{3}\cdot\frac{d}{2} = \frac{72\cdot 10^3\,N\cdot 1{,}5\,m}{6} = 18000\,Nm$$

$$M_b = \frac{F_{max\,b}}{3}\cdot\frac{d}{2} = \frac{57{,}6\cdot 10^3\,N\cdot 1{,}5\,m}{6} = 14400\,Nm$$

314.

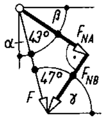
a) Lageskizze



$F_{NA} = F\sin\alpha = 4{,}1\,kN\cdot\sin 12° = 852{,}4\,N$

$F_{NB} = F\cos\alpha = 4{,}1\,kN\cdot\cos 12° = 4010\,N$

b) Lageskizze



$F_{NA} = F \sin 47° = 4{,}1\,\text{kN} \cdot \sin 47° = 2999\,\text{N}$
$F_{NB} = F \sin 43° = 4{,}1\,\text{kN} \cdot \sin 43° = 2796\,\text{N}$

c) $F_{RA} = F_{NA}\,\mu = 852{,}4\,\text{N} \cdot 0{,}12 = 102{,}3\,\text{N}$
$F_{RB} = F_{NB}\,\mu = 4010\,\text{N} \cdot 0{,}12 = 481{,}2\,\text{N}$

d) $F_{RA} = F_{NA}\,\mu = 2999\,\text{N} \cdot 0{,}12 = 359{,}8\,\text{N}$
$F_{RB} = F_{NB}\,\mu = 2796\,\text{N} \cdot 0{,}12 = 335{,}5\,\text{N}$

e) $F_{vI} = F_{RA} + F_{RB} = 102{,}3\,\text{N} + 481{,}2\,\text{N} = 583{,}5\,\text{N}$
$F_{vII} = F_{RA} + F_{RB} = 359{,}8\,\text{N} + 335{,}5\,\text{N} = 695{,}4\,\text{N}$

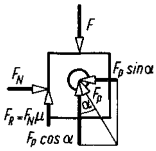
315.

$F = F_R = 8\,F_N\,\mu = 8 \cdot 100\,\text{N} \cdot 0{,}06 = 48\,\text{N}$

316.

a) $F = p\,A = 10^6\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 0{,}12566\,\text{m}^2 = 125{,}66\,\text{kN}$

b) Lageskizze



I. $\Sigma F_x = 0 = F_N - F_p \sin\alpha$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_N\mu + F_p \cos\alpha - F$

I. $F_p = \frac{F_N}{\sin\alpha}$; in II. eingesetzt:

II. $F_N\,\mu + F_N\,\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} - F = 0$

$$F_N = \frac{F}{\mu + \cot\alpha} = \frac{125{,}66\,\text{kN}}{0{,}1 + \cot 12°}$$

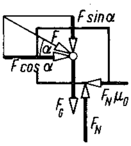
$F_N = 26{,}15\,\text{kN}$

c) $F_R = F_N\,\mu = 26{,}15\,\text{kN} \cdot 0{,}1 = 2{,}615\,\text{kN}$

d) I. $F_p = \frac{F_N}{\sin\alpha} = \frac{26{,}15\,\text{kN}}{\sin 12°} = 125{,}8\,\text{kN}$

317.

a) Lageskizze

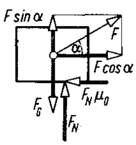


I. $\Sigma F_x = 0 = F\cos\alpha - F_N\,\mu_0$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_N - F\sin\alpha - F_G$

II. $F_N = F\sin\alpha + F_G$; in I. eingesetzt:
I. $F\cos\alpha - F\mu_0 \sin\alpha - F_G\,\mu_0 = 0$

$$F = \frac{F_G\,\mu_0}{\cos\alpha - \mu_0 \sin\alpha} = \frac{80\,\text{N} \cdot 0{,}35}{\cos 30° - 0{,}35 \sin 30°} = 40{,}52\,\text{N}$$

b) Lageskizze



I. $\Sigma F_x = 0 = F\cos\alpha - F_N\,\mu_0$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_N + F\sin\alpha - F_G$

II. $F_N = F_G - F\sin\alpha$; in I. eingesetzt:
I. $F\cos\alpha - F_G\,\mu_0 + F\mu_0 \sin\alpha = 0$

$$F = \frac{F_G\,\mu_0}{\cos\alpha + \mu_0 \sin\alpha} = 26{,}9\,\text{N}$$

318.

a) $F_R = F_N\mu = (F_{G1} + F)\mu = (15\,\text{kN} + 22\,\text{kN}) \cdot 0{,}1 = 3{,}7\,\text{kN}$

b) $F_v = F_R + F_s = 3{,}7\,\text{kN} + 18\,\text{kN} = 21{,}7\,\text{kN}$

c) $\frac{F_R}{F_v} \cdot 100\,\% = \frac{3{,}7\,\text{kN}}{21{,}7\,\text{kN}} \cdot 100\,\% = 17{,}05\,\%$

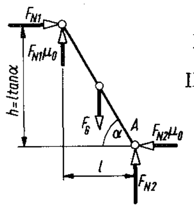
d) $P = \frac{F_v v_a}{\eta} = \frac{21{,}7 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot 50\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}8 \cdot 60} = 22{,}6 \cdot 10^3\,\text{W} = 22{,}6\,\text{kW}$

e) Reibkraft beim Rückhub $F_R = F_N\,\mu$
$F_R = (F_{G1} + F_{G2})\mu = 31\,\text{kN} \cdot 0{,}1 = 3{,}1\,\text{kN}$

$$P = \frac{F_R\,v_R}{\eta} = \frac{3{,}1 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot 67\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}8 \cdot 60} = 4{,}327\,\text{kW}$$

319.

Lageskizze



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{N1} - F_{N2}\,\mu_0$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_{N2} + F_{N1}\,\mu_0 - F_G$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_G\,\frac{l}{2} - F_{N1}\,l\tan\alpha - F_{N1}\,\mu_0\,l$

I. $F_{N2} = \frac{F_{N1}}{\mu_0}$; in II. eingesetzt:

II. $\frac{F_{N1}}{\mu_0} + F_{N1}\,\mu_0 = F_G$

$F_{N1} = \frac{F_G\,\mu_0}{1 + \mu_0^2}$; in III. eingesetzt:

$$\text{III.}\; F_G\,\frac{l}{2} - \frac{F_G\,\mu_0\,l\tan\alpha}{1 + \mu_0^2} - \frac{F_G\,\mu_0^2\,l}{1 + \mu_0^2} = 0 \;\Big|\; : F_G\,l$$

$$\frac{1}{2} - \frac{\mu_0 \tan\alpha}{1 + \mu_0^2} - \frac{\mu_0^2}{1 + \mu_0^2} = 0$$

$$\frac{1 + \mu_0^2 - 2\,\mu_0 \tan\alpha - 2\,\mu_0^2}{2\,(1 + \mu_0^2)} = 0$$

$$1 + \mu_0^2 - 2\,\mu_0 \tan\alpha - 2\,\mu_0^2 = 0$$

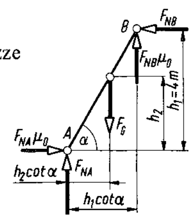
$$\tan\alpha = \frac{1 + \mu_0^2 - 2\,\mu_0^2}{2\,\mu_0}$$

$$\alpha = \arctan\frac{1 - \mu_0^2}{2\,\mu_0} = \arctan\frac{1 - 0{,}19^2}{2 \cdot 0{,}19}$$

$\alpha = 68{,}48°$, d.h. $\alpha = 90° - 2\,\rho_0$

320.

a) Lageskizze



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{NA}\,\mu_0 - F_{NB}$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_{NA} + F_{NB}\,\mu_0 - F_G$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_{NB}\,h_1 + F_{NB}\,\mu_0 h_1 \cot\alpha - F_G\,h_2 \cot\alpha$

I. $F_{NA} = \dfrac{F_{NB}}{\mu_0}$; in II. eingesetzt:

II. $\dfrac{F_{NB}}{\mu_0} + F_{NB}\mu_0 = F_G$

$F_{NB} = \dfrac{F_G \mu_0}{1+\mu_0^2}$; in III. eingesetzt:

III. $\dfrac{F_G \mu_0 h_1}{1+\mu_0^2} + \dfrac{F_G \mu_0^2 h_1 \cot\alpha}{1+\mu_0^2} - F_G h_2 \cot\alpha = 0 \;\Big|\; : F_G$

$$\frac{h_1 \mu_0 (1+\mu_0 \cot\alpha)}{1+\mu_0^2} = h_2 \cot\alpha$$

$$h_2 = h_1 \frac{\mu_0 \left(\frac{\cot\alpha}{\cot\alpha} + \mu_0 \cot\alpha\right)}{(1+\mu_0^2)\cot\alpha} = h_1 \frac{\mu_0 \cot\alpha (\tan\alpha + \mu_0)}{(1+\mu_0^2)\cot\alpha}$$

$$h_2 = h_1 \frac{\mu_0(\mu_0 + \tan\alpha)}{1+\mu_0^2} = 4\,\text{m} \cdot \frac{0{,}28(0{,}28 + \tan 65^\circ)}{1+0{,}28^2}$$

$h_2 = 2{,}518\,\text{m}$

b) In der Bestimmungsgleichung für die Höhe h_2 erscheint die Gewichtskraft nicht. Sie hat also keinen Einfluß auf die Höhe.

c) $h_2 = h_1 \dfrac{\mu_0(\mu_0 + \tan\alpha)}{1+\mu_0^2} = h_1$, denn Steighöhe h_2 soll gleich Anstellhöhe h_1 sein. Daraus folgt:

$\mu_0(\mu_0 + \tan\alpha) = 1 + \mu_0^2$

$\mu_0 \tan\alpha = 1 + \mu_0^2 - \mu_0^2 = 1$

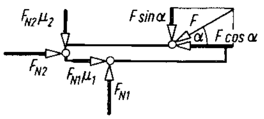
$\tan\alpha = \dfrac{1}{\mu_0}$

$$\alpha = \arctan\frac{1}{\mu_0} = \arctan\frac{1}{0{,}28} = 74{,}36^\circ$$

das heißt, der Anstellwinkel ist der Komplementwinkel des Haftreibwinkels:
$\alpha = 90^\circ - \rho_0 = 90^\circ - 15{,}64^\circ$!

321.

a) Lageskizze



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{N2} + F_{N1}\mu_1 - F\cos\alpha$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_{N1} - F_{N2}\mu_2 - F\sin\alpha$

I. = II. $F_{N2} = F\cos\alpha - F_{N1}\mu_1 = \dfrac{F_{N1} - F\sin\alpha}{\mu_2}$

$F\mu_2\cos\alpha - F_{N1}\mu_1\mu_2 = F_{N1} - F\sin\alpha$

$$F_{N1} = \frac{F(\sin\alpha + \mu_2\cos\alpha)}{1+\mu_1\mu_2}$$

$$F_{N1} = 200\,\text{N}\,\frac{\sin 15^\circ + 0{,}6\cdot\cos 15^\circ}{1+0{,}2\cdot 0{,}6} = 149{,}7\,\text{N}$$

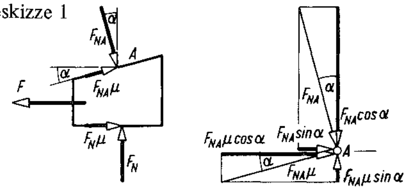
$F_{R1} = F_{N1}\mu_1 = 29{,}94\,\text{N}$

b) II. $F_{N2} = F\cos\alpha - F_{N1}\mu_1 = 200\,\text{N}\cdot\cos 15^\circ - 29{,}94\,\text{N}$
$F_{N2} = 163{,}2\,\text{N}$
$F_{R2} = F_{N2}\mu_2 = 97{,}95\,\text{N}$

c) $P = \dfrac{Mn}{9550} = \dfrac{F_{R2}\frac{d}{2}n}{9550} = \dfrac{97{,}95\cdot 0{,}15\cdot 1400}{9550}\,\text{kW} = 2{,}154\,\text{kW}$

322.

a) Lageskizze 1



I. $\Sigma F_x = 0 = F_N\mu + F_{NA}\sin\alpha + F_{NA}\mu\cos\alpha - F$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_N + F_{NA}\mu\sin\alpha - F_{NA}\cos\alpha$

I. = II. $F_{NA} = \dfrac{F - F_N\mu}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha} = \dfrac{F_N}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}$

$F(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) - F_N\mu(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) = F_N(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$

$$F_N = \frac{F(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)}{\mu(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) + (\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$$

$$F_N = \frac{F(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)}{\mu(2\cos\alpha - \mu\sin\alpha) + \sin\alpha}$$

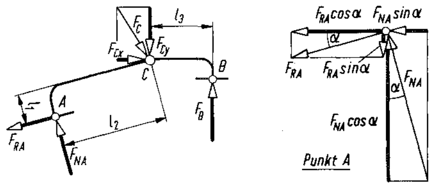
$$F_N = \frac{200\,\text{N}(\cos 15^\circ - 0{,}11\cdot\sin 15^\circ)}{0{,}11(2\cdot\cos 15^\circ - 0{,}11\cdot\sin 15^\circ) + \sin 15^\circ} = 400{,}5\,\text{N}$$

$F_R = F_N\mu = 400{,}5\,\text{N}\cdot 0{,}11 = 44{,}05\,\text{N}$

b) II. $F_{NA} = \dfrac{F_N}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha} = \dfrac{400{,}5\,\text{N}}{\cos 15^\circ - 0{,}11\cdot\sin 15^\circ}$

$F_{NA} = 427{,}2\,\text{N}$
$F_{RA} = F_{NA}\mu = 427{,}2\cdot 0{,}11 = 46{,}99\,\text{N}$

c) Lageskizze 2



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{Cx} - F_{NA}\sin\alpha - F_{RA}\cos\alpha$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_B + F_{NA}\cos\alpha - F_{RA}\sin\alpha - F_{Cy}$
III. $\Sigma M_{(C)} = 0 = F_B l_3 - F_{NA} l_2 - F_{RA} l_1$

III. $F_B = \dfrac{F_{NA} l_2 + F_{RA} l_1}{l_3}$

$$F_B = \frac{427{,}2\,\text{N}\cdot 35\,\text{mm} + 46{,}99\,\text{N}\cdot 10\,\text{mm}}{20\,\text{mm}} = 771{,}1\,\text{N}$$

d) I. $F_{Cx} = F_{NA}\sin\alpha + F_{RA}\cos\alpha$
$F_{Cx} = 427{,}2\,\text{N}\cdot\sin 15^\circ + 46{,}99\,\text{N}\cdot\cos 15^\circ = 156\,\text{N}$

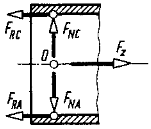
II. $F_{Cy} = F_B + F_{NA}\cos\alpha - F_{RA}\sin\alpha$
$F_{Cy} = 771{,}1\,\text{N} + 427{,}2\,\text{N}\cdot\cos 15^\circ - 46{,}99\,\text{N}\cdot\sin 15^\circ$
$F_{Cy} = 1172\,\text{N}$

$F_C = \sqrt{F_{Cx}^2 + F_{Cy}^2} = \sqrt{(156^2 + 1172^2)\,\text{N}^2}$

$F_C = 1182\,\text{N}$

323.

a) Lageskizze 1
(freigemachte Hülse)



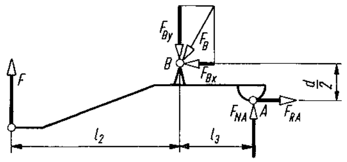
Aus der Gleichgewichtsbedingung $\Sigma M_{(O)} = 0$ ergibt sich, daß $F_{RA} = F_{RC}$ ist.

$$\Sigma F_x = 0 = F - F_{RA} - F_{RC} = F - 2F_{RA}$$

$$F_{RA} = \frac{F}{2} = 8{,}75\,\text{N}$$

b) $F_{NA} = \dfrac{F_{RA}}{\mu_0} = \dfrac{8{,}75\,\text{N}}{0{,}22} = 39{,}77\,\text{N}$

c) Lageskizze 2 (freigemachter Klemmhebel)



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{RA} - F_{Bx}$
II. $\Sigma F_y = 0 = F + F_{NA} - F_{By}$
III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F_{NA}\,l_3 + F_{RA}\,\dfrac{d}{2} - F l_2$

III. $F = \dfrac{F_{NA}\,l_3 + F_{RA}\,\frac{d}{2}}{l_2} = \dfrac{39{,}77\,\text{N}\cdot 12\,\text{mm} + 8{,}75\,\text{N}\cdot 6\,\text{mm}}{28\,\text{mm}}$

$F = 18{,}92\,\text{N}$

Das Ergebnis ist positiv, d.h. der angenommene Richtungssinn ist richtig, folglich muß eine Zugfeder eingebaut werden.

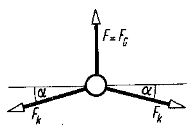
d) I. $F_{Bx} = F_{RA} = 8{,}75\,\text{N}$
II. $F_{By} = F + F_{NA} = 18{,}92\,\text{N} + 39{,}77\,\text{N} = 58{,}69\,\text{N}$

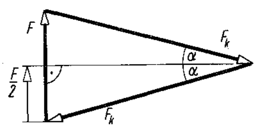
$$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{(8{,}75^2 + 58{,}69^2)\,\text{N}^2} = 59{,}34\,\text{N}$$

324.

a) $\mu = 0{,}25$, weil der Berechnung die *kleinste* zu erwartende Reibkraft zugrunde zu legen ist.

b) Lageskizze 1
(freigemachter Kettenring) Krafteckskizze

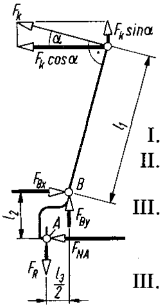




$$\sin\alpha = \frac{F}{2F_k} = \frac{F_G}{2F_k}$$

$$F_k = \frac{F_G}{2\sin\alpha} = \frac{12\,\text{kN}}{2\sin 15^\circ} = 23{,}18\,\text{kN}$$

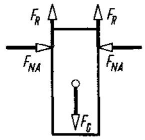
c) Lageskizze 2
(freigemachter Zangenarm)



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{Bx} - F_k \cos\alpha - F_{NA}$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_k \sin\alpha + F_{By} - F_R$
III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F_k l_1 + F_R\,\dfrac{l_3}{2} - F_{NA}\,l_2$

III. $F_{NA} = \dfrac{F_k l_1 + F_R \frac{l_3}{2}}{l_2}$; $\quad F_R = \dfrac{F_G}{2}$

Lageskizze 3
(freigemachter Block)



Wichtiger Lösungshinweis: Um den Block zwischen den beiden Klemmflächen A festzuhalten, ist an jeder Klemmfläche die Reibkraft $F_R = \dfrac{F_G}{2}$ erforderlich. Wenn die Zange mit Sicherheit festhalten soll, muß diese Reibkraft F_R kleiner sein als die größtmögliche Haftreibkraft $F_{R0\,max} = F_{NA}\,\mu_0$.

Setzen wir für $F_k = \dfrac{F_G}{2\sin\alpha}$ (siehe Lösung b), dann wird

$$F_{NA} = \frac{\frac{F_G l_1}{2\sin\alpha} + \frac{F_G}{2}\cdot\frac{l_3}{2}}{l_2} = \frac{F_G}{2}\cdot\frac{\frac{l_1}{\sin\alpha} + \frac{l_3}{2}}{l_2} = F_G\,\frac{l_1 + \frac{l_3}{2}\sin\alpha}{2\,l_2\sin\alpha}$$

$$F_{NA} = 12\,\text{kN}\cdot\frac{1\,\text{m} + 0{,}15\,\text{m}\cdot\sin 15^\circ}{2\cdot 0{,}3\,\text{m}\cdot\sin 15^\circ} = 80{,}27\,\text{kN}$$

d) $F_{R0\,max} = F_{NA}\,\mu_0 = 80{,}27\,\text{kN}\cdot 0{,}25 = 20{,}07\,\text{kN}$

e) Die Tragsicherheit ist das Verhältnis zwischen der größten Haftreibkraft $F_{R0\,max}$, die an den Klemmflächen wirken kann, und der wirklich erforderlichen Reibkraft F_R:

$$S = \frac{F_{R0\,max}}{F_R} = \frac{F_{NA}\,\mu_0}{\frac{F_G}{2}} = \frac{\frac{F_G}{2}\cdot\frac{l_1 + \frac{l_3}{2}\sin\alpha}{l_2\sin\alpha}\cdot\mu_0}{\frac{F_G}{2}}$$

$$S = \frac{l_1 + \frac{l_3}{2}\sin\alpha}{l_2\sin\alpha}\,\mu_0 = \frac{1\,\text{m} + 0{,}15\,\text{m}\cdot\sin 15^\circ}{0{,}3\,\text{m}\cdot\sin 15^\circ}\cdot 0{,}25 = 3{,}345$$

f) siehe Lösung c, Ansatz und Lageskizze 2:
I. $F_{Bx} = F_k\cos\alpha + F_{NA} = 23{,}18\,\text{kN}\cdot\cos 15^\circ + 80{,}27\,\text{kN}$
$F_{Bx} = 102{,}7\,\text{kN}$

g) nach Lösung e ist die Tragsicherheit nur von den Abmessungen l_1, l_2, l_3, dem Winkel α und der Reibzahl abhängig. Die Gewichtskraft F_G des Blockes hat also keinen Einfluß.

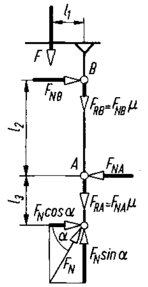
h) $\mu_{0\,\min} = \frac{F_R}{F_{NA}} = \frac{\frac{F_G}{2}}{\frac{F_G}{2} \cdot \frac{l_1 + \frac{l_3}{2} \cdot \sin\alpha}{l_2 \sin\alpha}}$ (siehe Lösung c)

$$\mu_{0\,\min} = \frac{l_2 \sin\alpha}{l_1 + \frac{l_3}{2}\sin\alpha} = \frac{0{,}3\,\text{m} \cdot \sin 15^\circ}{1\,\text{m} + 0{,}15\,\text{m} \cdot \sin 15^\circ} = 0{,}0747$$

325.

a) *Rechnerische Lösung:*

Lageskizze



I. $\Sigma F_x \quad = 0 = F_{NB} - F_{NA} + F_N \cos\alpha$

II. $\Sigma F_y \quad = 0 = F_N \sin\alpha - F - F_{NA}\,\mu - F_{NB}\mu$

III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F l_1 + F_N \cos\alpha (l_2 + l_3) - F_{NA}\, l_2$

I. = II.: $F_{NB} = F_{NA} - F_N \cos\alpha = \frac{F_N \sin\alpha - F - F_{NA}\,\mu}{\mu}$

$$F_{NA}\,\mu - F_N\,\mu\cos\alpha = F_N \sin\alpha - F - F_{NA}\,\mu$$

$$2 F_{NA}\,\mu = F_N (\sin\alpha + \mu\cos\alpha) - F$$

$$F_{NA} = \frac{F_N(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) - F}{2\mu}$$

in Gleichung III. eingesetzt:

III. $0 = F l_1 + F_N \cos\alpha (l_2 + l_3) - \frac{F_N(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) - F}{2\mu}\, l_2$

$$F_N \cos\alpha (l_2 + l_3) - F_N(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\frac{l_2}{2\mu} = -F\frac{l_2}{2\mu} - F l_1$$

$$F_N \frac{(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\, l_2 - 2\mu\cos\alpha (l_2 + l_3)}{2\mu} = F\frac{l_2 + 2\mu l_1}{2\mu}$$

$$F_N = F\frac{l_2 + 2\mu l_1}{(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\, l_2 - 2\mu\cos\alpha(l_2 + l_3)}$$

$$F_N = 350\,\text{N}\frac{320\,\text{mm} + 2 \cdot 0{,}14 \cdot 110\,\text{mm}}{(\sin 60^\circ + 0{,}14\cos 60^\circ) \cdot 320\,\text{mm} - 2 \cdot 0{,}14 \cos 60^\circ \cdot 480\,\text{mm}} = 528{,}5\,\text{N}$$

$F_{NA} = \frac{F_N(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) - F}{2\mu}$ (s. oben!)

$$F_{NA} = \frac{528{,}5\,\text{N} \cdot (\sin 60^\circ + 0{,}14 \cdot \cos 60^\circ) - 350\,\text{N}}{2 \cdot 0{,}14}$$

$F_{NA} = 516{,}7\,\text{N}$

$F_{RA} = F_{NA}\,\mu = 516{,}7\,\text{N} \cdot 0{,}14 = 72{,}33\,\text{N}$

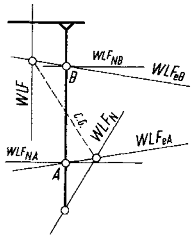
I. $F_{NB} = F_{NA} - F_N \cos\alpha = 516{,}7\,\text{N} - 528{,}5\,\text{N} \cdot \cos 60^\circ$

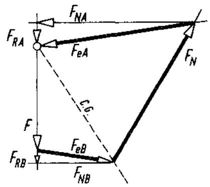
$F_{NB} = 252{,}4\,\text{N}$

$F_{RB} = F_{NB}\,\mu = 252{,}4 \cdot 0{,}14 = 35{,}34\,\text{N}$

Zeichnerische Lösung:

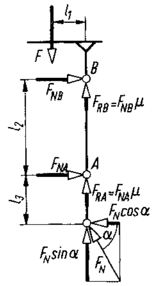
Lageplan ($M_L = 25\,\frac{\text{cm}}{\text{cm}}$) Kräfteplan ($M_K = 250\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$)





(vergleiche mit Lösung 130!)

b) Lageskizze



I. $\Sigma F_x \quad = 0 = F_{NA} + F_{NB} - F_N \cos\alpha$

II. $\Sigma F_y \quad = 0 = F_N \sin\alpha + F_{NA}\,\mu + F_{NB}\,\mu - F$

III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F l_1 + F_{NA} l_2 - F_N \cos\alpha (l_2 + l_3)$

I. = II. $F_{NB} = F_N \cos\alpha - F_{NA} = \frac{F - F_N \sin\alpha - F_{NA}\,\mu}{\mu}$

$$F_N\,\mu\cos\alpha - F_{NA}\,\mu = F - F_N \sin\alpha - F_{NA}\,\mu$$

$$F_N = \frac{F}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha} = \frac{350\,\text{N}}{\sin 60^\circ + 0{,}14 \cdot \cos 60^\circ}$$

$F_N = 373{,}9\,\text{N}$

III. $F_{NA} = \frac{F_N \cos\alpha (l_2 + l_3) - F l_1}{l_2}$

$$F_{NA} = \frac{373{,}9\,\text{N} \cdot \cos 60^\circ \cdot 480\,\text{mm} - 350\,\text{N} \cdot 110\,\text{mm}}{320\,\text{mm}}$$

$F_{NA} = 160{,}1\,\text{N}$

$F_{RA} = F_{NA}\,\mu = 160{,}1\,\text{N} \cdot 0{,}14 = 22{,}42\,\text{N}$

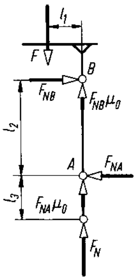
I. $F_{NB} = F_N \cos\alpha - F_{NA} = 373{,}9\,\text{N} \cdot \cos 60^\circ - 160{,}1\,\text{N}$

$F_{NB} = 26{,}83\,\text{N}$

$F_{RB} = F_{NB}\,\mu = 26{,}83\,\text{N} \cdot 0{,}14 = 3{,}756\,\text{N}$

(Kontrolle mit der zeichnerischen Lösung.)

c) Lageskizze



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{NB} - F_{NA}$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_N + F_{NA}\mu_0 + F_{NB}\mu_0 - F$
III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = Fl_1 - F_{NA} l_2$

III. $F_{NA} = \dfrac{Fl_1}{l_2} = \dfrac{350\,\text{N}\cdot 100\,\text{mm}}{320\,\text{mm}} = 120{,}3\,\text{N}$

I. $F_{NB} = F_{NA} = 120{,}3\,\text{N}$

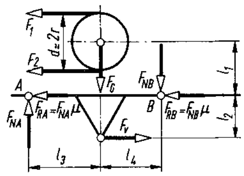
$F_{R0\max A} = F_{R0\max B} = F_{NA}\mu_0 = 120{,}3\,\text{N}\cdot 0{,}16 = 19{,}25\,\text{N}$

II. $F_N = F - F_{NA}\mu_0 - F_{NB}\mu_0 = 350\,\text{N} - 2\cdot 19{,}25\,\text{N}$
$F_N = 311{,}5\,\text{N}$

(Kontrolle mit der zeichnerischen Lösung)

326.

Lageskizze



I. $\Sigma F_x = 0 = F_v - F_1 - F_2 - F_{NA}\mu - F_{NA}\mu$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_{NA} - F_G - F_{NB}$
III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F_1(l_1 + r) + F_2(l_1 - r) + F_v l_2 + F_G l_4 - F_{NA}(l_3 + l_4)$

a) II. $F_{NB} = F_{NA} - F_G$; in I. eingesetzt:
I. $F_v = F_1 + F_2 + F_{NA}\mu + F_{NA}\mu - F_G\mu$

III. $F_v = \dfrac{F_{NA}(l_3 + l_4) - F_1(l_1 + r) - F_2(l_1 - r) - F_G l_4}{l_2}$

I. = III. gesetzt:

$F_1 l_2 + F_2 l_2 + 2F_{NA}\mu l_2 - F_G\mu l_2 = F_{NA}(l_3 + l_4) - F_1(l_1 + r) - F_2(l_1 - r) - F_G l_4$

$F_{NA}(l_3 + l_4 - 2\mu l_2) = F_1(l_1 + l_2 + r) + F_2(l_1 + l_2 - r) + F_G(l_4 - \mu l_2)$

$F_{NA} = \dfrac{F_1(l_1 + l_2 + r) + F_2(l_1 + l_2 - r) + F_G(l_4 - \mu l_2)}{l_3 + l_4 - 2\mu l_2}$

$$F_{NA} = \frac{180\,\text{N}\cdot 210\,\text{mm} + 60\,\text{N}\cdot 110\,\text{mm} + 150\,\text{N}\cdot(100\,\text{mm} - 0{,}22\cdot 70\,\text{mm})}{120\,\text{mm} + 100\,\text{mm} - 2\cdot 0{,}22\cdot 70\,\text{mm}} = 301{,}7\,\text{N}$$

$F_{RA} = F_{NA}\mu = 301{,}7\,\text{N}\cdot 0{,}22 = 66{,}28\,\text{N}$

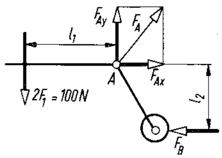
b) II. $F_{NB} = F_{NA} - F_G = 301{,}7\,\text{N} - 150\,\text{N} = 151{,}7\,\text{N}$
$F_{RB} = F_{NB}\mu = 151{,}7\,\text{N}\cdot 0{,}22 = 33{,}38\,\text{N}$

c) I. $F_v = F_1 + F_2 + F_{NA}\mu + F_{NB}\mu$
$F_v = 180\,\text{N} + 60\,\text{N} + 66{,}38\,\text{N} + 33{,}38\,\text{N}$
$F_v = 339{,}8\,\text{N}$

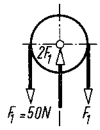
(Kontrolle mit der zeichnerischen Lösung: 4-Kräfte-Verfahren)

327.

a) Lageskizze 1 (freigemachter Spannrollenhebel)



Lageskizze 2 (freigemachte Spannrolle)



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{Ax} - F_B$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_{Ay} - 2F_1$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = 2F_1 l_1 - F_B l_2$

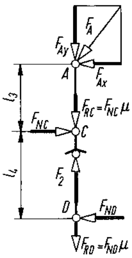
III. $F_B = \dfrac{2F_1 l_1}{l_2} = \dfrac{2\cdot 50\,\text{N}\cdot 120\,\text{mm}}{100\,\text{mm}} = 120\,\text{N}$

II. $F_{Ay} = 2F_1 = 100\,\text{N}$
I. $F_{Ax} = F_B = 120\,\text{N}$

$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(120\,\text{N})^2 + (100\,\text{N})^2} = 156{,}2\,\text{N}$

(Kontrolle: Zeichnerische Lösung mit dem 3-Kräfte-Verfahren)

b) Lageskizze 3 (freigemachte Hubstange)



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{NC} - F_{ND} - F_{Ax}$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_2 - F_{Ay} - F_{NC}\mu - F_{ND}\mu$
III. $\Sigma M_{(D)} = 0 = F_{Ax}(l_3 + l_4) - F_{NC} l_4$

III. $F_{NC} = \dfrac{F_{Ax}(l_3 + l_4)}{l_4} = \dfrac{120\,\text{N}\cdot 400\,\text{mm}}{220\,\text{mm}} = 218{,}2\,\text{N}$

$F_{RC} = F_{NC}\mu = 218{,}2\,\text{N}\cdot 0{,}19 = 41{,}45\,\text{N}$

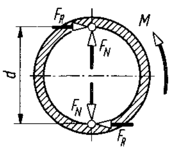
c) I. $F_{ND} = F_{NC} - F_{Ax} = 218{,}2\,\text{N} - 120\,\text{N} = 98{,}2\,\text{N}$
$F_{RD} = F_{ND}\mu = 98{,}2\,\text{N}\cdot 0{,}19 = 18{,}65\,\text{N}$

d) II. $F_2 = F_{Ay} + F_{NC}\mu + F_{ND}\mu = 100\,\text{N} + 41{,}45\,\text{N} + 18{,}65\,\text{N}$
$F_2 = 160{,}1\,\text{N}$

(Kontrolle: Zeichnerische Lösung mit dem 4-Kräfte-Verfahren)

328.

a) Lageskizze (freigemachte Kupplungshülse)

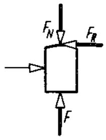


$M = F_R d$

$F_R = \dfrac{M}{d} = \dfrac{10\cdot 10^3\,\text{Nmm}}{1{,}1\cdot 10^2\,\text{mm}} = 9{,}091\cdot 10\,\text{N} = 90{,}91\,\text{N}$

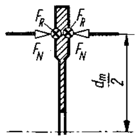
b) Lageskizze (freigemachte Reibbacke)

$$F = F_N = \frac{F_R}{\mu} = \frac{90{,}91\,\text{N}}{0{,}15} = 606{,}1\,\text{N}$$



329.

a) Lageskizze
(freigemachte Mitnehmerscheibe)



An jeder der 4 Mitnehmerscheiben wirkt die Anpreßkraft $F_N = 400\,\text{N}$ auf beide Seiten. Die Reibkraft $F_R = F_N\,\mu$ wirkt also an 8 Flächen.

$F_{R\,ges} = 8\,F_N\,\mu = 8 \cdot 400\,\text{N} \cdot 0{,}09 = 288\,\text{N}$

b) $M = F_{R\,ges}\,\dfrac{d_m}{2} = 288\,\text{N} \cdot 0{,}058\,\text{m} = 16{,}7\,\text{Nm}$

330.

a) (siehe Lageskizze Lösung 329!)

$$M = 2\,F_R\,\frac{d_m}{2} = F_R\,d_m$$

$$F_R = \frac{M}{d_m} = \frac{120 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{240\,\text{mm}} = 500\,\text{N}$$

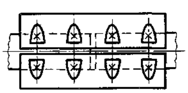
b) $F_N = \dfrac{F_R}{\mu} = \dfrac{500\,\text{N}}{0{,}42} = 1190\,\text{N}$

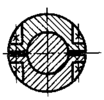
331.

a) $M = 9550\,\dfrac{P_{rot}}{n}$

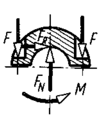
$$M = 9550 \cdot \frac{14{,}7}{120}\,\text{Nm} = 1170\,\text{Nm}$$

b)

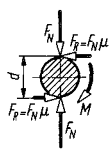




Lageskizze 1
(freigemachte Kupplungshälfte)



Lageskizze 2
(freigemachte Welle)



Hinweis: Die Kupplungsschalen werden auf jeden Wellenstumpf durch je 4 Schrauben gepreßt.

$M = F_R\,d = F_N\,\mu d = 4\,F\,\mu d$

$$F = \frac{M}{4\,\mu d} = \frac{1170 \cdot 10^2\,\text{Ncm}}{4 \cdot 0{,}2 \cdot 8\,\text{cm}} = 18280\,\text{N}$$

332.

a) $M = 9550\,\dfrac{P_{rot}}{n} = 9550 \cdot \dfrac{18{,}4}{220}\,\text{Nm} = 798{,}7\,\text{Nm}$

b) $M = F_{R\,ges}\,\dfrac{d}{2}$

$$F_{R\,ges} = \frac{2M}{d} = \frac{2 \cdot 798{,}7\,\text{Nm}}{0{,}14\,\text{m}} = 11410\,\text{N}$$

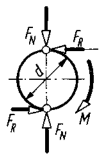
c) Schraubenlängskraft F = der von ihr hervorgerufenen Normalkraft F_N.

$F_{R\,ges} = 6\,F_N\,\mu = 6\,F\mu$

$$F = \frac{F_{R\,ges}}{6\,\mu} = \frac{11410\,\text{N}}{6 \cdot 0{,}22} = 8644\,\text{N}$$

333.

Lageskizze (freigemachte Welle)



$$M = 9550\,\frac{P_{rot}}{n} = 9550 \cdot \frac{11}{250}\,\text{Nm} = 420{,}2\,\text{Nm}$$

$$M = F_R\,d = F_N\,\mu d$$

$$F_N = \frac{M}{\mu d} = \frac{420{,}2 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{0{,}15 \cdot 60\,\text{mm}} = 46{,}69 \cdot 10^3\,\text{N}$$

334.

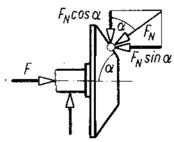
a) $M = 9550\,\dfrac{P_{rot}}{n}$

$$M = 9550 \cdot \frac{1{,}5}{630}\,\text{Nm} = 22{,}74\,\text{Nm}$$

b) $M = F_R\,\dfrac{d}{2} = F_N\,\mu\,\dfrac{d}{2}$

$$F_N = \frac{2M}{\mu d} = \frac{2 \cdot 2274\,\text{N cm}}{0{,}33 \cdot 18\,\text{cm}} = 765{,}6\,\text{N}$$

c) Lageskizze



$F = F_N \sin\alpha = 765{,}6\,\text{N} \cdot \sin 55°$

$F = 627{,}1\,\text{N}$

Schiefe Ebene

335.

a) $F = F_G\,(\sin\alpha + \mu_0 \cos\alpha)$
$F = 8\,\text{kN}\,(\sin 22° + 0{,}2 \cos 22°) = 4{,}48\,\text{kN}$

b) $F = F_G\,(\sin\alpha + \mu \cos\alpha)$
$F = 8\,\text{kN}\,(\sin 22° + 0{,}1 \cos 22°) = 3{,}739\,\text{kN}$

c) $F = F_G\,(\sin\alpha - \mu \cos\alpha)$
$F = 8\,\text{kN}\,(\sin 22° - 0{,}1 \cos 22°) = 2{,}255\,\text{kN}$

336.

a) Es liegt der zweite Grundfall vor.

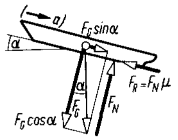
$$F = F_G(\sin\alpha - \mu_0\cos\alpha) = mg(\sin\alpha - \mu_0\cos\alpha)$$

$$= 7{,}5\cdot 10^6\,\text{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}(\sin 4^\circ - 0{,}13\cdot\cos 4^\circ)$$

$$F = -4{,}409\cdot 10^6\,\text{N} = -4{,}409\,\text{MN}$$

(Minus bedeutet: F wirkt nicht aufwärts, sondern muß abwärts schieben)

b)



$$F_{res} = F_G\sin\alpha - F_N\mu$$
$$= mg\sin\alpha - mg\cos\alpha\,\mu$$
$$= mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

$$F_{res} = 7{,}5\cdot 10^6\,\text{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot(\sin 4^\circ - 0{,}06\cdot\cos 4^\circ)$$

$$F_{res} = 0{,}7286\cdot 10^6\,\text{N} = 728{,}6\,\text{kN}$$

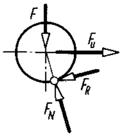
c) $F_{res} = ma = mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$

$$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

$$a = 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot(\sin 4^\circ - 0{,}06\cdot\cos 4^\circ) = 0{,}0971\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

337.

Es liegt der dritte Grundfall vor.



$$F_u = F\tan(\alpha+\rho)$$
$$= 180\,\text{N}\cdot\tan(15^\circ + 6{,}843^\circ)$$
$$F_u = 72{,}15\,\text{N}$$

338.

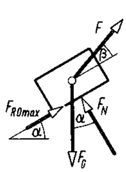
a) $F = F_G\tan(\alpha+\rho) = 1\,\text{kN}\cdot\tan(7^\circ + 9{,}09^\circ) = 288{,}5\,\text{N}$

b) $F = F_G\tan(\alpha-\rho) = 1\,\text{kN}\cdot\tan(7^\circ - 9{,}09^\circ) = -36{,}5\,\text{N}$ (vierter Grundfall)

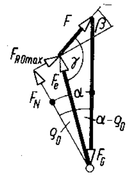
c) Da $\rho_0 = \arctan 0{,}19 = 10{,}76^\circ > \alpha$ ist, liegt Selbsthemmung vor. Der Körper bleibt ohne Haltekraft in Ruhe.

339.

a) Lageskizze



Krafteckskizze



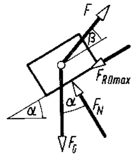
$$\gamma = 90^\circ + \rho_0 + \beta = 120{,}17^\circ$$
$$\alpha - \rho_0 = 2{,}8278^\circ$$

Sinussatz:

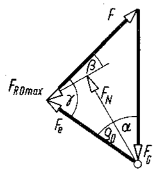
$$\frac{F}{\sin(\alpha-\rho_0)} = \frac{F_G}{\sin\gamma} \longrightarrow F = F_G\,\frac{\sin(\alpha-\rho_0)}{\sin\gamma}$$

$$F = 6{,}9\,\text{kN}\cdot\frac{\sin 2{,}8278^\circ}{\sin 120{,}17^\circ} = 393{,}8\,\text{N}$$

b) Lageskizze



Krafteckskizze



$$\gamma = 90^\circ - \rho_0 + \beta = 87{,}83^\circ$$
$$\alpha + \rho_0 = 35{,}17^\circ$$

$$\frac{F}{\sin(\alpha+\rho_0)} = \frac{F_G}{\sin\gamma} \longrightarrow F = F_G\,\frac{\sin(\alpha+\rho_0)}{\sin\gamma}$$

$$F = 6{,}9\,\text{kN}\cdot\frac{\sin 35{,}17^\circ}{\sin 87{,}38^\circ} = 3{,}978\,\text{kN}$$

c) Lageskizze und Krafteckskizze wie Teillösung b. An die Stelle von $F_{R0\,max}$ und ρ_0 treten F_R und ρ.

$$\gamma = 90^\circ - \rho + \beta = 92{,}14^\circ; \qquad \alpha + \rho = 30{,}86^\circ$$

$$F = F_G\,\frac{\sin(\alpha+\rho)}{\sin\gamma} = 6{,}9\,\text{kN}\cdot\frac{\sin 30{,}86^\circ}{\sin 92{,}14^\circ} = 3{,}542\,\text{kN}$$

d) Lageskizze und Krafteckskizze wie Teillösung a. An die Stelle von $F_{R0\,max}$ und ρ_0 treten F_R und ρ.

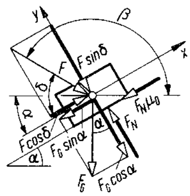
$$\gamma = 90^\circ + \rho + \beta = 115{,}86^\circ; \qquad \alpha - \rho = 7{,}14^\circ$$

$$F = F_G\,\frac{\sin(\alpha-\rho)}{\sin\gamma} = 6{,}9\,\text{kN}\cdot\frac{\sin 7{,}14^\circ}{\sin 115{,}86^\circ} = 953{,}3\,\text{N}$$

(Kontrollen mit den analytischen Lösungen.)

340.

a) Lageskizze 1 zur Ermittlung des Winkels β



$$\text{I. } \Sigma F_x = 0 = F\cos\delta - F_N\mu_0 - F_G\sin\alpha$$
$$\text{II. } \Sigma F_y = 0 = F_N - F\sin\delta - F_G\cos\alpha$$

$$\text{I. = II.: } F_N = \frac{F\cos\delta - F_G\sin\alpha}{\mu_0} = F\sin\delta + F_G\cos\alpha$$

$$F\cos\delta - F_G\sin\alpha = F\mu_0\sin\delta + F_G\mu_0\cos\alpha$$

$$\cos\delta - \mu_0\sin\delta = \frac{F_G}{F}(\sin\alpha + \mu_0\cos\alpha)$$

$$\cos\delta - \frac{\sin\rho_0\sin\delta}{\cos\rho_0} = \frac{F_G}{F}\left(\sin\alpha + \frac{\sin\rho_0\cos\alpha}{\cos\rho_0}\right)$$

$$\frac{\cos\delta\cos\rho_0 - \sin\delta\sin\rho_0}{\cos\rho_0} = \frac{F_G}{F}\,\frac{\sin\alpha\cos\rho_0 + \cos\alpha\sin\rho_0}{\cos\rho_0}$$

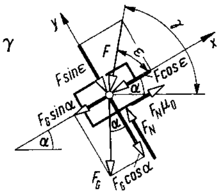
$$\cos(\delta+\rho_0) = \frac{F_G}{F}\sin(\alpha+\rho_0)$$

weiter ist $\delta = 180^\circ + \alpha - \beta = 185^\circ - \beta$

$$\cos(185^\circ - \beta + \rho_0) = \frac{F_G}{F}\sin(\alpha+\rho_0)$$

$$\cos(197{,}95^\circ - \beta) = \frac{F_G}{F}\sin 17{,}95^\circ = 0{,}30823\,\frac{F_G}{F}$$

Lageskizze 2
zur Ermittlung des Winkels γ



I. $\Sigma F_x = 0 = F_N \mu_0 - F_G \sin\alpha - F \cos\epsilon$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_N - F_G \cos\alpha - F \sin\epsilon$

$$\text{I.} = \text{II.}: F_N = \frac{F\cos\epsilon + F_G \sin\alpha}{\mu_0} = F\sin\epsilon + F_G\cos\alpha$$

$$F\cos\epsilon + F_G\sin\alpha = F\mu_0\sin\epsilon + F_G\mu_0\cos\alpha$$

$$\cos\epsilon - \mu_0\sin\epsilon = \frac{F_G}{F}(\mu_0\cos\alpha - \sin\alpha)$$

$$\cos\epsilon - \frac{\sin\rho_0\sin\epsilon}{\cos\rho_0} = \frac{F_G}{F}\left(\frac{\sin\rho_0\cos\alpha}{\cos\rho_0} - \sin\alpha\right)$$

$$\frac{\cos\epsilon\cos\rho_0 - \sin\epsilon\sin\rho_0}{\cos\rho_0} = \frac{F_G}{F}\cdot\frac{\sin\rho_0\cos\alpha - \cos\rho_0\sin\alpha}{\cos\rho_0}$$

$$\cos(\epsilon + \rho_0) = \frac{F_G}{F}\sin(\rho_0 - \alpha)$$

weiter ist $\epsilon = \gamma - \alpha$

$$\cos(\gamma - \alpha + \rho_0) = \frac{F_G}{F}\sin(\rho_0 - \alpha)$$

$$\cos(\gamma + 7{,}95^\circ) = \frac{F_G}{F}\sin 7{,}95^\circ = 0{,}1386\,\frac{F_G}{F}$$

b) je größer F_G, desto größer wird β und desto kleiner wird γ.

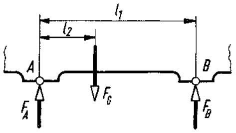
c) je größer F, desto kleiner wird β und desto größer wird γ.

Symmetrische Prismenführung, Zylinderführung

345.

a) $\mu' = \dfrac{\mu}{\sin\alpha} = \dfrac{0{,}11}{\sin 45^\circ} = 0{,}1556$

b) Lageskizze 1 (Ausführung nach 311)

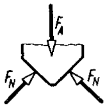


II. $\Sigma F_y = 0 = F_A + F_B - F_G$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_B l_1 - F_G l_2$

III. $F_B = F_G \dfrac{l_2}{l_1} = 1650\,\text{N} \cdot \dfrac{180\,\text{mm}}{520\,\text{mm}} = 571{,}2\,\text{N}$

II. $F_A = F_G - F_B = 1650\,\text{N} - 571{,}2\,\text{N} = 1078{,}8\,\text{N}$

Lageskizze 2 (Führungsbahn A, neu)



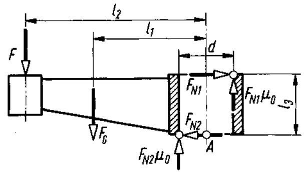
$F_{RA} = F_A\mu' = 1078{,}8\,\text{N}\cdot 0{,}1556 = 167{,}83\,\text{N}$

Verschiebekraft $F = F_{RA} + F_{RB} = F_{RA} + F_B\mu$
$F = 167{,}83\,\text{N} + 571{,}2\,\text{N}\cdot 0{,}1\bar{1} = 230{,}7\,\text{N}$

346.

Rechnerische Lösung:

a) Lageskizze



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{N1} - F_{N2}; \quad F_{N1} = F_{N2} = F_N$
II. $\Sigma F_y = 0 = 2F_N\mu_0 - F_G - F$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_G l_1 + F l_2 - F_N l_3 - F_N\mu_0 \dfrac{d}{2} + F_N\mu_0\dfrac{d}{2}$

II. $F_N = \dfrac{F_G + F}{2\mu_0}$; in III. eingesetzt:

III. $0 = F_G l_1 + F l_2 - \dfrac{F_G + F}{2\mu_0} l_3$

$$l_3 = 2\mu_0\frac{F_G l_1 + F l_2}{F_G + F}$$

$$l_3 = 2\cdot 0{,}15\cdot\frac{400\,\text{N}\cdot 250\,\text{mm} + 350\,\text{N}\cdot 400\,\text{mm}}{400\,\text{N} + 350\,\text{N}} = 96\,\text{mm}$$

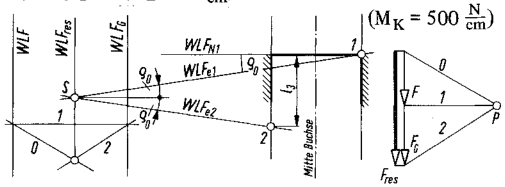
b) $l_3 = 2\mu_0\dfrac{F_G l_1 + 0}{F_G + 0} = 2\mu_0 l_1 = 2\cdot 0{,}15\cdot 250\,\text{mm} = 75\,\text{mm}$

Die Buchse ist mit 96 mm zu lang für Selbsthemmung, also rutscht der Tisch.

c) je länger die Führungsbuchse ist, desto leichter gleitet sie.

Zeichnerische Lösung:

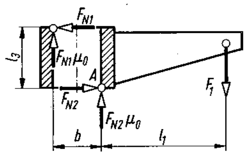
a) Lageplan ($M_L = 10\,\frac{\text{cm}}{\text{cm}}$) Kräfteplan ($M_K = 500\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$)



Lösungsweg:
Mitte Buchse festlegen.
Buchsen-Innenwände, WL F_G und WL F maßstäblich aufzeichnen.
Kräfteplan zeichnen, mit Seileckverfahren WLF_{res} ermitteln.
Punkt 1 auf der rechten Innenwand beliebig festlegen (= Oberkante Buchse).
WL F_{N1} durch Punkt 1 legen.
Unter $\rho_0 = 8{,}53^\circ$ dazu WLF_{e1} durch Punkt 1 legen und mit WLF_{res} zum Schnitt S bringen.
WLF_{e2} unter dem Winkel ρ_0 zur Waagerechten durch S legen und zum Schnitt 2 mit der linken Innenwand bringen.

347.

a) Lageskizze



I. $\Sigma F_x \;= 0 = F_{N2} - F_{N1}\;;\; F_{N1} = F_{N2} = F_N$
II. $\Sigma F_y \;= 0 = 2 F_N \mu_0 - F_1$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_N l_3 - F_N \mu_0 b - F_1 l_1$

II. $F_N = \dfrac{F_1}{2\mu_0}$; in III. eingesetzt:

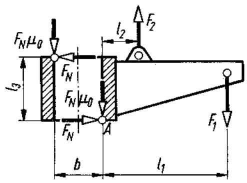
$$\text{III.}\quad 0 = F_1 \frac{l_3}{2\mu_0} - F_1 \frac{\mu_0 b}{2\mu_0} - F_1 l_1 \quad \Big| : F_1$$

$$0 = \frac{l_3}{2\mu_0} - \frac{b}{2} - l_1$$

$$l_1 = \frac{l_3 - \mu_0 b}{2\mu_0} = \frac{50\,\text{mm} - 0{,}15 \cdot 30\,\text{mm}}{2 \cdot 0{,}15} = 151{,}7\,\text{mm}$$

Prüfen Sie mit der zeichnerischen Lösung nach!

b) Lageskizze



Wie in Lösung a) sind beide Normalkräfte F_N gleich groß. Die Reibkräfte wirken beim Anheben nach unten.

II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_2 - F_1 - 2 F_N \mu_0$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_2 l_2 + F_N l_3 + F_N \mu_0 b - F_1 l_1$

II. $F_N = \dfrac{F_2 - F_1}{2\mu_0}$; in III. eingesetzt:

$$\text{III.}\quad 0 = F_2 l_2 + (F_2 - F_1)\frac{l_3}{2\mu_0} + (F_2 - F_1)\frac{b}{2} - F_1 l_1$$

$$0 = F_2 l_2 + F_2 \frac{l_3}{2\mu_0} - F_1 \frac{l_3}{2\mu_0} + F_2 \frac{b}{2} - F_1 \frac{b}{2} - F_1 l_1$$

$$F_2 \left(l_2 + \frac{l_3}{2\mu_0} + \frac{b}{2}\right) = F_1 \left(l_1 + \frac{l_3}{2\mu_0} + \frac{b}{2}\right)$$

$$= F_1 \left(\frac{l_3 - \mu_0 b}{2\mu_0} + \frac{l_3}{2\mu_0} + \frac{b}{2}\right)$$

$$F_2 = F_1 \frac{2 l_3}{2\mu_0 l_2 + l_3 + \mu_0 b}$$

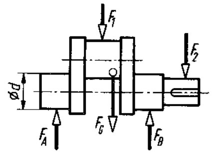
$$F_2 = 500\,\text{N} \cdot \frac{2 \cdot 50\,\text{mm}}{2 \cdot 0{,}15 \cdot 20\,\text{mm} + 50\,\text{mm} + 0{,}15 \cdot 30\,\text{mm}}$$

$$F_2 = 826{,}4\,\text{N}$$

Tragzapfen (Querlager)

349.

a) Lageskizze



$\Sigma F_y = 0 = F_A + F_B - F_G - F_1 - F_2$
$F_A + F_B = F_G + F_1 + F_2$

Da beide Lagerzapfen den gleichen Durchmesser haben, dürfen beide Zapfenreibkräfte zur Gesamtreibkraft zusammengefaßt werden.

$F_{R\,ges} = F_{RA} + F_{RB} = F_A \mu + F_B \mu = (F_A + F_B)\mu$
$F_{R\,ges} = (F_G + F_1 + F_2)\mu = 133\,\text{kN} \cdot 0{,}08 = 10{,}64\,\text{kN}$

b) $M = F_{R\,ges} \dfrac{d}{2} = 10{,}64\,\text{kN} \cdot 0{,}205\,\text{m} = 2{,}181\,\text{kNm}$

350.

a) $M_R = F_{ges} r = 4 F \mu r = 4 \cdot 1{,}5 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot 9 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}036\,\text{m}$
$M_R = 1{,}944\,\text{Nm}$

b) $P_{rot} = \dfrac{M n}{9550} = \dfrac{1{,}944 \cdot 3200}{9550}\,\text{kW} = 0{,}6514\,\text{kW}$

c) $P = \dfrac{W}{t} = \dfrac{P_{rot}}{4}$

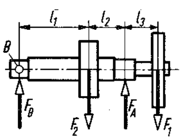
$$Q = \frac{P_{rot}\, t}{4} = \frac{651{,}4\,\text{W} \cdot 60\,\text{s}}{4} = 9771\,\text{J}$$

351.

a) $P_{ab} = P_{an}\, \eta = 150\,\text{kW} \cdot 0{,}989 = 148{,}35\,\text{kW}$
$P_R = P_{an} - P_{ab} = 150\,\text{kW} - 148{,}35\,\text{kW} = 1{,}65\,\text{kW}$

b) $M_R = 9550 \dfrac{P_R}{n} = 9550 \cdot \dfrac{1{,}65}{355} = 44{,}39\,\text{Nm}$

c) Lageskizze



II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_A + F_B - F_1 - F_2$
III. $\Sigma M_{(B)} = 0 = F_A (l_1 + l_2) - F_1 (l_1 + l_2 + l_3) - F_2 l_1$

$$\text{III.}\quad F_A = \frac{F_1 (l_1 + l_2 + l_3) + F_2 l_1}{l_1 + l_2}$$

$$F_A = \frac{10{,}2\,\text{kN} \cdot 0{,}46\,\text{m} + 25\,\text{kN} \cdot 0{,}23\,\text{m}}{0{,}35\,\text{m}} = 29{,}83\,\text{kN}$$

II. $F_B = F_1 + F_2 - F_A = 10{,}2\,\text{kN} + 25\,\text{kN} - 29{,}83\,\text{kN}$
$F_B = 5{,}37\,\text{kN}$

d) $M_R = M_{RA} + M_{RB} = F_{RA} r_A + F_{RB} r_B = F_A \mu r_A + F_B \mu r_B$
$M_R = \mu(F_A r_A + F_B r_B)$
$$\mu = \frac{M_R}{F_A r_A + F_B r_B}$$
$$\mu = \frac{44{,}39 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{29{,}83 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot 30\,\text{mm} + 5{,}37 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot 25\,\text{mm}}$$
$\mu = 0{,}04313$

e) $M_A = F_A \mu r_A = 29{,}83 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot 0{,}04313 \cdot 30 \cdot 10^{-3}\,\text{m}$
$M_A = 38{,}60\,\text{Nm}$
$M_B = F_B \mu r_B = 5{,}37 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot 0{,}04313 \cdot 25 \cdot 10^{-3}\,\text{m}$
$M_B = 5{,}785\,\text{Nm}$

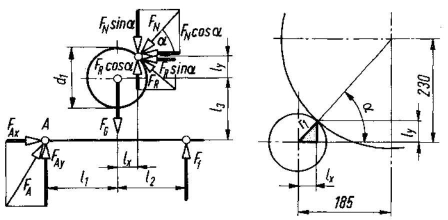
f) $Q_A = M_{RA}\,\varphi = M_{RA} \cdot 2\pi z$
$Q_A = 38{,}60\,\text{Nm} \cdot 2\pi \cdot 355 = 86103\,\text{J}$
$Q_B = M_{RB} \cdot 2\pi z = 5{,}785\,\text{Nm} \cdot 2\pi \cdot 355 = 12905\,\text{J}$

352.

a) $M_R = 9550 \frac{P}{n} = 9550 \cdot \frac{3}{2860}\,\text{Nm} = 10{,}02\,\text{Nm}$
$$F_R = \frac{2M_R}{d_1} = \frac{2 \cdot 10{,}02\,\text{Nm}}{0{,}14\,\text{m}} = 143{,}1\,\text{N}$$

b) $F_R = F_N \mu \longrightarrow F_N = \frac{F_R}{\mu} = \frac{143{,}1\,\text{N}}{0{,}175} = 817{,}8\,\text{N}$

c), d) Lageskizze



$$\alpha = \arctan \frac{230\,\text{mm}}{185\,\text{mm}} = 51{,}19°$$

$l_x = r_1 \cos\alpha = 70\,\text{mm} \cdot \cos 51{,}19° = 43{,}87\,\text{mm}$
$l_y = r_1 \sin\alpha = 70\,\text{mm} \cdot \sin 51{,}19° = 54{,}54\,\text{mm}$

I. $\Sigma F_x = 0 = F_{Ax} - F_N \cos\alpha - F_R \sin\alpha$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_{Ay} + F_f - F_G - F_N \sin\alpha + F_R \cos\alpha$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_f(l_1 + l_2) + F_R \cos\alpha (l_1 + l_x) + F_R \sin\alpha (l_3 + l_y) + F_N \cos\alpha (l_3 + l_y) - F_G l_1 - F_N \sin\alpha (l_1 + l_x)$

III. $$F_f = \frac{F_G l_1 + (F_N \sin\alpha - F_R \cos\alpha)(l_1 + l_x) - (F_N \cos\alpha + F_R \sin\alpha)(l_3 + l_y)}{l_1 + l_2}$$

$F_f = 190{,}4\,\text{N}$

I. $F_{Ax} = F_N \cos\alpha + F_R \sin\alpha$
$F_{Ax} = 817{,}8\,\text{N} \cdot \cos 51{,}19° + 143{,}1\,\text{N} \cdot \sin 51{,}19°$
$F_{Ax} = 624\,\text{N}$

II. $F_{Ay} = F_G + F_N \sin\alpha - F_f - F_R \cos\alpha$
$F_{Ay} = 430\,\text{N} + 817{,}8\,\text{N} \cdot \sin 51{,}19° - 190{,}4\,\text{N} - 143{,}1\,\text{N} \cdot \cos 51{,}19° = 787{,}1\,\text{N}$
$$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(624\,\text{N})^2 + (787{,}1\,\text{N})^2}$$
$F_A = 1004\,\text{N}$

e) $i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1}$
$$n_2 = n_1 \frac{d_1}{d_2} = 2860\,\text{min}^{-1} \cdot \frac{140\,\text{mm}}{450\,\text{mm}} = 889{,}8\,\text{min}^{-1}$$

f) In den Lagern der Gegenradwelle wird die Resultierende aus Normalkraft F_N und Reibkraft F_R abgestützt:
$$F_{res} = \sqrt{F_N^2 + F_R^2} = \sqrt{(817{,}8\,\text{N})^2 + (143{,}1\,\text{N})^2} = 830{,}2\,\text{N}$$
$M_R = F_{res}\,\mu r_3 = 830{,}2\,\text{N} \cdot 0{,}06 \cdot 0{,}02\,\text{m} = 0{,}9962\,\text{Nm}$

g) $P_R = \frac{M_R n_2}{9550} = \frac{0{,}9962 \cdot 889{,}8}{9550}\,\text{kW} = 0{,}09282\,\text{kW} = 92{,}82\,\text{W}$

h) $\frac{92{,}82\,\text{W}}{3000\,\text{W}} \cdot 100\,\% = 3{,}094\,\%$

Spurzapfen (Längslager)

353.

a) $P_R = \frac{M_R n}{9550} = \frac{F \mu r_m n}{9550}$
$$P_R = \frac{160 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot 0{,}06 \cdot 0{,}165\,\text{m} \cdot 120}{9550}\,\text{kW} = 19{,}9\,\text{kW}$$

b) $\frac{P_R}{P} \cdot 100\,\% = \frac{19{,}9\,\text{kW}}{1320\,\text{kW}} \cdot 100\,\% = 1{,}508\,\%$

354.

a) $M_R = F \mu r_m = 20\,000\,\text{N} \cdot 0{,}08 \cdot 0{,}04\,\text{m} = 64\,\text{Nm}$

b) $P_R = \frac{M_R n}{9550} = \frac{64 \cdot 150}{9550}\,\text{kW} = 1{,}005\,\text{kW}$

c) $Q = P_R t = 1005\,\text{W} \cdot 60\,\text{s} = 60314\,\text{J} \approx 60{,}31\,\text{kJ}$

355.

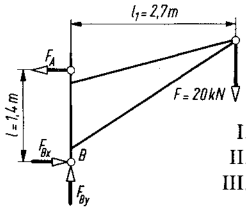
a) $M_R = F \mu r_m = 4500\,\text{N} \cdot 0{,}07 \cdot 0{,}025\,\text{m} = 7{,}875\,\text{Nm}$

b) $P_R = \frac{M_R n}{9550} = \frac{7{,}875 \cdot 355}{9550} = 0{,}2927\,\text{kW}$

c) $Q = P_R t = 0{,}2927\,\text{kW} \cdot 3600\,\text{s} = 1054\,\text{kJ} = 1{,}054\,\text{MJ}$

356.

Lageskizze



$$\begin{aligned} &\text{I. } \Sigma F_x = 0 = F_{Bx} - F_A \\ &\text{II. } \Sigma F_y = 0 = F_{By} - F \\ &\text{III. } \Sigma M_{(B)} = 0 = F_A l - F l_1 \end{aligned}$$

a) III. $F_A = \frac{F l_1}{l} = \frac{20\,\text{kN} \cdot 2{,}7\,\text{m}}{1{,}4\,\text{m}} = 38{,}57\,\text{kN}$

b) I. $F_{Bx} = F_A = 38{,}57\,\text{kN}$

c) II. $F_{By} = F = 20\,\text{kN}$

d) $F_{RA} = F_A \mu = 38{,}57\,\text{kN} \cdot 0{,}12 = 4{,}629\,\text{kN}$
$F_{RBx} = F_{Bx} \mu = 38{,}57\,\text{kN} \cdot 0{,}12 = 4{,}629\,\text{kN}$
$F_{RBy} = F_{By} \mu = 20\,\text{kN} \cdot 0{,}12 = 2{,}4\,\text{kN}$

e) $M_A = F_{RA} r = 4629\,\text{N} \cdot 0{,}04\,\text{m} = 185{,}1\,\text{Nm}$
$M_{Bx} = M_A = 185{,}1\,\text{Nm}$
$M_{By} = F_{RBy} r_m = 2400\,\text{N} \cdot 0{,}02\,\text{m} = 48\,\text{Nm}$

f) $M = M_A + M_{Bx} + M_{By} = 418{,}3\,\text{Nm}$

g) $M = F_z l_1 \longrightarrow F_z = \frac{M}{l_1}$

$F_z = \frac{418{,}2\,\text{Nm}}{2{,}7\,\text{m}} = 154{,}9\,\text{N}$

Bewegungsschraube

357.

a) $\rho' = \arctan \mu' = \arctan 0{,}08 = 4{,}574°$

b) $M_A = F_T \frac{D}{2} = \frac{400\,\text{N} \cdot 86\,\text{cm}}{2} = 17200\,\text{Ncm}$

$\alpha = \arctan \frac{P}{2\pi r_2} = \arctan \frac{10\,\text{mm}}{2\pi \cdot 37{,}5\,\text{mm}}$

$\alpha = 2{,}43°$

$M_{RG} = F r_2 \tan(\alpha + \rho') = M_A$

$F = \frac{M_A}{r_2 \tan(\alpha + \rho')} = \frac{17200\,\text{Ncm}}{3{,}75\,\text{cm} \cdot \tan(2{,}43° + 4{,}574°)}$

$F = 37333\,\text{N}$

358.

a) $\mu' = \frac{\mu}{\cos\frac{\beta}{2}} = \frac{0{,}12}{\cos 15°} = 0{,}1242$

$\rho' = \arctan \mu' = \arctan 0{,}1242 = 7{,}082°$

b) $F = pA = 25 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 8^2 \cdot 10^{-4}\,\text{m}^2 = 12566\,\text{N}$

c) $M_{RG} = F r_2 \tan(\alpha + \rho') = F_h \frac{d_{kr}}{2}$

$\alpha = \arctan \frac{P}{2\pi r_2} = \arctan \frac{5\,\text{mm}}{2\pi \cdot 12{,}75\,\text{mm}}$

$\alpha = 3{,}571°$

$F_h = \frac{2 F r_2 \tan(\alpha + \rho')}{d_{kr}}$

$F_h = \frac{2 \cdot 12566\,\text{N} \cdot 12{,}75\,\text{mm} \cdot \tan(3{,}571° + 7{,}082°)}{225\,\text{mm}}$

$F_h = 267{,}9\,\text{N}$

d) $F_h = \frac{2 F r_2 \tan(\alpha - \rho')}{d_{kr}}$

$F_h = \frac{2 \cdot 12566\,\text{N} \cdot 12{,}75\,\text{mm} \cdot \tan(3{,}571° - 7{,}082°)}{225\,\text{mm}}$

$F_h = -87{,}37\,\text{N}$

(Minusvorzeichen wegen Selbsthemmung)

359.

a) $\mu' = \frac{\mu}{\cos\frac{\beta}{2}} = \frac{0{,}12}{\cos 15°} = 0{,}1242$

$\rho' = \arctan \mu' = \arctan 0{,}1242 = 7{,}082°$

b) $\alpha = \arctan \frac{P}{2\pi r_2} = \arctan \frac{7\,\text{mm}}{2\pi \cdot 18{,}25\,\text{mm}} = 3{,}493°$

$M_{RG} = F r_2 \tan(\alpha + \rho')$
$M_{RG} = 11 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot 18{,}25 \cdot 10^{-3}\,\text{m} \cdot \tan(3{,}493° + 7{,}082°)$
$M_{RG} = 37{,}48\,\text{Nm}$

c) $M_{RA} = F \mu_a r_a = 11 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot 0{,}12 \cdot 30 \cdot 10^{-3}\,\text{m} = 39{,}6\,\text{Nm}$

d) $M_A = M_{RG} + M_{RA} = 37{,}48\,\text{Nm} + 39{,}6\,\text{Nm} = 77{,}08\,\text{Nm}$

e) $M_A = F_h r_h$

$F_h = \frac{M_A}{r_h} = \frac{77{,}08\,\text{Nm}}{0{,}38\,\text{m}} = 202{,}8\,\text{N}$

360.

a) $\mu' = \frac{\mu}{\cos\frac{\beta}{2}} = \frac{0{,}08}{\cos 15°} = 0{,}0828$

$\rho' = \arctan \mu' = \arctan 0{,}0828 = 4{,}735°$

b) $\alpha = \arctan \frac{3P}{2\pi r_2} = \arctan \frac{3 \cdot 12\,\text{mm}}{2\pi \cdot 52\,\text{mm}}$

$\alpha = 6{,}288°$ (*Hinweis*: Das Gewinde ist 3-gängig.)

$M_{RG} = F_1 r_2 \tan(\alpha + \rho')$
$M_{RG} = 240 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot 52 \cdot 10^{-3}\,\text{m} \cdot \tan(6{,}288° + 4{,}735°)$
$M_{RG} = 2431\,\text{Nm}$

c) $M_A = M_{RG} = F_{R2} \frac{d}{2} \longrightarrow F_{R2} = \frac{2 M_{RG}}{d}$

$F_{R2} = \frac{2 \cdot 2431\,\text{Nm}}{0{,}85\,\text{m}} = 5720\,\text{N}$

d) $F_2 = \frac{F_{R2}}{\mu} = \frac{5720\,\text{N}}{0{,}28} = 20428\,\text{N}$

e) $\eta = \frac{\tan\alpha}{\tan(\alpha + \rho')}$

$\eta = \frac{\tan 6{,}288°}{\tan(6{,}288° + 4{,}735°)} = 0{,}5657$

f) nein, weil der Reibwinkel ρ' kleiner als der Steigungswinkel α ist.

361.

a) $\mu' = \dfrac{\mu}{\cos\frac{\beta}{2}} = \dfrac{0{,}12}{\cos 15^\circ} = 0{,}1242$

$\rho' = \arctan \mu' = \arctan 0{,}1242 = 7{,}082^\circ$

b) $\alpha = \arctan \dfrac{2P}{2\pi r_2} = \arctan \dfrac{2 \cdot 10\,\text{mm}}{2\pi \cdot 35\,\text{mm}} = 5{,}197^\circ$

$M_{RG} = F r_2 \tan(\alpha + \rho')$

$M_{RG} = 25 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot 35 \cdot 10^{-3}\,\text{m} \cdot \tan(5{,}197^\circ + 7{,}082^\circ)$

$M_{RG} = 190{,}4\,\text{Nm}$

c) $F_u = F \tan(\alpha + \rho') = 25000\,\text{N} \cdot \tan(5{,}197^\circ + 7{,}082^\circ)$

$F_u = 5441\,\text{N}$

d) $\eta = \dfrac{\tan\alpha}{\tan(\alpha + \rho')} = \dfrac{\tan 5{,}197^\circ}{\tan(5{,}197^\circ + 7{,}082^\circ)} = 0{,}4179$

e) $M_A = F[r_2 \tan(\alpha + \rho') + \mu_a r_a]$

$M_A = 25 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot [35 \cdot 10^{-3}\,\text{m} \cdot \tan 12{,}279^\circ + 0{,}15 \cdot 70 \cdot 10^{-3}\,\text{m}]$

$M_A = 452{,}9\,\text{Nm}$

f) Der Wirkungsgrad von Schraube + Auflage ist das Verhältnis der Hubarbeit je Umdrehung (Nutzarbeit) zur Dreharbeit an der Spindel je Umdrehung (aufgewendete Arbeit):

$$\eta_{S+A} = \frac{F \cdot 2P}{M_s \cdot 2\pi} = \frac{25 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot 2 \cdot 10 \cdot 10^{-3}\,\text{m}}{452{,}9\,\text{Nm} \cdot 2\pi\,\text{rad}} = 0{,}1757$$

g) $\eta_{ges} = \eta_{Getr} \cdot \eta_{S+A} = 0{,}65 \cdot 0{,}1757 = 0{,}1142$

h) Hubleistung = Hubkraft X Hubgeschwindigkeit:

$P_h = 4 F v = 4 \cdot 25 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot \dfrac{1}{60}\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}} = 1{,}667\,\text{kW}$

i) $\eta_{ges} = \dfrac{P_h}{P_{mot}} \longrightarrow P_{mot} = \dfrac{P_h}{\eta_{ges}} = \dfrac{1{,}667\,\text{kW}}{0{,}1142} = 14{,}59\,\text{kW}$

Befestigungsschraube

362.

a) $F = 2 F_R = 2 F_N \mu$

$F_N = \dfrac{F}{2\mu} = \dfrac{4\,\text{kN}}{2 \cdot 0{,}15} = 13{,}33\,\text{kN}$

b) $M_A = F_N [r_2 \tan(\alpha + \rho') + \mu_a r_a]$

$\alpha = \arctan \dfrac{P}{2\pi r_2} = \arctan \dfrac{1{,}75\,\text{mm}}{2\pi \cdot 5{,}4315\,\text{mm}}$

$\alpha = 2{,}935^\circ$

$\rho' = \arctan \mu' = \arctan 0{,}25 = 14{,}036^\circ$

$r_a = 0{,}7\,d = 0{,}7 \cdot 12\,\text{mm} = 8{,}4\,\text{mm}$

$M_A = 13{,}33 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot (5{,}4315 \cdot 10^{-3}\,\text{m} \cdot \tan 16{,}972^\circ + 0{,}15 \cdot 8{,}4 \cdot 10^{-3}\,\text{m})$

$M_A = 38{,}89\,\text{Nm}$

363.

$M_A = F[r_2 \tan(\alpha + \rho') + \mu_a r_a]$

$\alpha = \arctan \dfrac{P}{2\pi r_2} = \arctan \dfrac{1{,}5\,\text{mm}}{2\pi \cdot 4{,}513\,\text{mm}} = 3{,}028^\circ$

$\rho' = \arctan \mu' = \arctan 0{,}25 = 14{,}036^\circ$

$r_a = 0{,}7\,d = 0{,}7 \cdot 10\,\text{mm} = 7\,\text{mm}$

$F = \dfrac{M_A}{r_2 \tan(\alpha + \rho') + \mu_a r_a}$

$F = \dfrac{60\,\text{Nm}}{4{,}513 \cdot 10^{-3}\,\text{m} \cdot \tan 17{,}064^\circ + 0{,}15 \cdot 7 \cdot 10^{-3}\,\text{m}}$

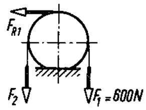
$F = 24{,}64 \cdot 10^3\,\text{N} = 24{,}64\,\text{kN}$

Seilreibung

364.

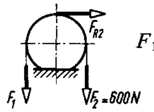
a) $e^{\mu\alpha} = e^{0{,}55\pi} = 5{,}629$

b) Lageskizze 1



$F_2 = \dfrac{F_1}{e^{\mu\alpha}} = \dfrac{600\,\text{N}}{5{,}629} = 106{,}6\,\text{N}$

Lageskizze 2



$F_1 = F_2\, e^{\mu\alpha} = 600\,\text{N} \cdot 5{,}629 = 3377\,\text{N}$

c) $F_{R1} = F_1 - F_2 = 600\,\text{N} - 106{,}6\,\text{N} = 493{,}4\,\text{N}$

$F_{R2} = F_1 - F_2 = 3377\,\text{N} - 600\,\text{N} = 2777\,\text{N}$

365.

a) $\alpha = \dfrac{160^\circ}{57{,}3\,\frac{^\circ}{\text{rad}}} = 2{,}793\,\text{rad}$

b) $e^{\mu\alpha} = e^{0{,}3 \cdot 2{,}793} = 2{,}311$

c) $F_2 = \dfrac{F_1}{e^{\mu\alpha}} = \dfrac{890\,\text{N}}{2{,}311} = 385{,}1\,\text{N}$

d) $F_R = F_1 - F_2 = 890\,\text{N} - 385{,}1\,\text{N} = 504{,}9\,\text{N}$

e) $P = F_R\, v = 504{,}9\,\text{N} \cdot 18{,}8\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}} = 9492\,\text{W}$

366.

a) Erforderliche Reibkraft:

$F_R = \dfrac{P}{v} = \dfrac{11500\,\text{W}}{18{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 611{,}7\,\text{N}$

Spannkraft im ablaufenden Trum:

$F_2 = F_1 - F_R = 890\,\text{N} - 611{,}7\,\text{N} = 278{,}3\,\text{N}$

b) $e^{\mu\alpha} = \dfrac{F_1}{F_2} = \dfrac{890\,\text{N}}{278{,}3\,\text{N}} = 3{,}198$

$\ln e^{\mu\alpha} = \mu\alpha \ln e \longrightarrow \alpha = \dfrac{\ln e^{\mu\alpha}}{\mu \ln e}$

$\alpha = \dfrac{\ln 3{,}198}{0{,}3} = 3{,}875\,\text{rad}$

$\alpha = 3{,}875\,\text{rad} \cdot \dfrac{180^\circ}{\pi\,\text{rad}} = 222^\circ$

367.

a) $\alpha = 2\pi$ rad; $\quad e^{\mu\alpha} = 2{,}566$

$$F_2 = \frac{F_1}{e^{\mu\alpha}} = \frac{25\,\text{kN}}{2{,}566} = 9{,}742\,\text{kN}$$

b) $\alpha = 6\pi$ rad; $\quad e^{\mu\alpha} = 16{,}9$

$$F_2 = \frac{25\,\text{kN}}{16{,}9} = 1{,}479\,\text{kN}$$

c) $\alpha = 10\pi$ rad; $\quad e^{\mu\alpha} = 111{,}32$

$$F_2 = \frac{25\,\text{kN}}{111{,}32} = 0{,}2246\,\text{kN}$$

368.

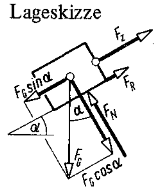
a) $\alpha = 4\pi\,\text{rad} = 12{,}57\,\text{rad}$

b) $e^{\mu\alpha} = e^{0{,}18\cdot 4\pi} = 9{,}6$

c) $F_2 = \dfrac{F_1}{e^{\mu\alpha}} = \dfrac{1600\,\text{N}}{9{,}6} = 166{,}6\,\text{N}$

369.

a) Lageskizze



$$\Sigma F_y = 0 = F_N - F_G\cos\alpha$$
$$F_N = F_G\cos\alpha = 36\,\text{kN}\cdot\cos 30^\circ$$
$$F_N = 31{,}18\,\text{kN}$$

b) $F_z = F_G(\sin\alpha - \mu_r\cos\alpha)$

$$F_z = 36\,\text{kN}(\sin 30^\circ - 0{,}18\cdot\cos 30^\circ) = 12{,}39\,\text{kN}$$

c) $e^{\mu\alpha} = \dfrac{F_1}{F_2} = \dfrac{F_z}{F_2} = \dfrac{12390\,\text{N}}{400\,\text{N}} = 30{,}97$

d) $\ln e^{\mu\alpha} = \mu_s\,\alpha\ln e$

$$\alpha = \frac{\ln e^{\mu\alpha}}{\mu_s\ln e} = \frac{\ln 30{,}97}{0{,}22} = 15{,}6\,\text{rad}$$

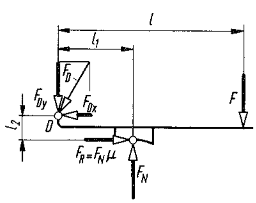
$$\alpha = 15{,}6\,\text{rad}\cdot\frac{180^\circ}{\pi\,\text{rad}} = 894{,}1^\circ$$

e) $z = \dfrac{\alpha}{2\pi} = \dfrac{15{,}6\,\text{rad}}{2\pi\,\text{rad}} = 2{,}484$ Windungen

Backen- oder Klotzbremse

370.

a) Lageskizze (freigemachter Bremshebel)



I. $\Sigma F_x = 0 = F_N\mu - F_{Dx}$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_N - F - F_{Dy}$

III. $\Sigma M_{(D)} = 0 = F_N l_1 + F_N\mu l_2 - Fl$

III. $F_N = F\dfrac{l}{l_1 + \mu l_2}$

$$F_N = 150\,\text{N}\cdot\frac{620\,\text{mm}}{250\,\text{mm} + 0{,}4\cdot 80\,\text{mm}} = 329{,}8\,\text{N}$$

$$F_R = F_N\mu = 329{,}8\,\text{N}\cdot 0{,}4 = 131{,}9\,\text{N}$$

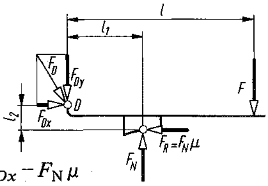
I. $F_{Dx} = F_N\mu = 131{,}9\,\text{N}$

II. $F_{Dy} = F_N - F = 329{,}8\,\text{N} - 150\,\text{N} = 179{,}8\,\text{N}$

$$F_D = \sqrt{F_{Dx}^2 + F_{Dy}^2} = \sqrt{(131{,}9\,\text{N})^2 + (179{,}8\,\text{N})^2} = 223\,\text{N}$$

b) $M = F_R\dfrac{d}{2} = 131{,}9\,\text{N}\cdot 0{,}15\,\text{m} = 19{,}79\,\text{Nm}$

c) Lageskizze (freigemachter Bremshebel)



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{Dx} - F_N\mu$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_N - F - F_{Dy}$

III. $\Sigma M_{(D)} = 0 = F_N l_1 - F_N\mu l_2 - Fl$

III. $F_N = F\dfrac{l}{l_1 - \mu l_2} = 150\,\text{N}\cdot\dfrac{620\,\text{mm}}{250\,\text{mm} - 0{,}4\cdot 80\,\text{mm}}$

$$F_N = 426{,}6\,\text{N}$$

$$F_R = F_N\mu = 426{,}6\,\text{N}\cdot 0{,}4 = 170{,}6\,\text{N}$$

I. $F_{Dx} = F_N\mu = 170{,}6\,\text{N}$

II. $F_{Dy} = F_N - F = 426{,}6\,\text{N} - 150\,\text{N} = 276{,}6\,\text{N}$

$$F_D = \sqrt{F_{Dx}^2 + F_{Dy}^2} = \sqrt{(170{,}6\,\text{N})^2 + (276{,}6\,\text{N})^2} = 325\,\text{N}$$

d) $M = F_R\dfrac{d}{2} = 170{,}6\,\text{N}\cdot 0{,}15\,\text{m} = 25{,}60\,\text{Nm}$

e) $l_2 = 0$ (Backenbremse mit tangentialem Drehpunkt)

f) $l_1 \leqq \mu l_2$

$$l_2 \geqq \frac{l_1}{\mu} = \frac{250\,\text{mm}}{0{,}4} = 625\,\text{mm}$$

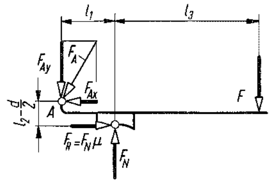
371.

a) $M_R = 9550\dfrac{P}{n} = 9550\cdot\dfrac{1}{400}\,\text{Nm} = 23{,}88\,\text{Nm}$

b) $F_R = \dfrac{M_R}{d/2} = \dfrac{23{,}88\,\text{Nm}}{0{,}19\,\text{m}} = 125{,}7\,\text{N}$

c) $F_N = \dfrac{F_R}{\mu} = \dfrac{125{,}7\,\text{N}}{0{,}5} = 251{,}3\,\text{N}$

d) Lageskizze



I. $\Sigma F_x = 0 = F_N\mu - F_{Ax}$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_N - F_{Ay} - F$

III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_N l_1 + F_N\mu(l_2 - \frac{d}{2}) - F(l_1 + l_3)$

III. $F = F_N \dfrac{l_1 + \mu(l_2 - \frac{d}{2})}{l_1 + l_3} = 251{,}3\,\mathrm{N} \cdot \dfrac{120\,\mathrm{mm} + 0{,}5 \cdot 80\,\mathrm{mm}}{870\,\mathrm{mm}}$

$F = 46{,}22\,\mathrm{N}$

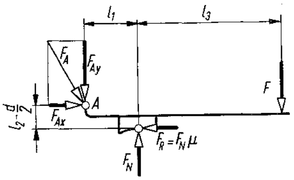
I. $F_{Ax} = F_N\,\mu = F_R = 125{,}7\,\mathrm{N}$

II. $F_{Ay} = F_N - F = 251{,}3\,\mathrm{N} - 46{,}22\,\mathrm{N} = 205{,}1\,\mathrm{N}$

$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(125{,}7\,\mathrm{N})^2 + (205{,}1\,\mathrm{N})^2} = 240{,}5\,\mathrm{N}$

372.

Lageskizze



I. $\Sigma F_x \;= 0 = F_{Ax} - F_N\,\mu$

II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_N - F - F_{Ay}$

III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_N\,l_1 - F_N\,\mu(l_2 - \frac{d}{2}) - F(l_1 + l_3)$

b) III. $F_N = F \dfrac{l_1 + l_3}{l_1 - \mu(l_2 - \frac{d}{2})}$

$F_N = 46{,}22\,\mathrm{N} \cdot \dfrac{8700\,\mathrm{mm}}{120\,\mathrm{mm} - 0{,}5 \cdot 80\,\mathrm{mm}} = 502{,}6\,\mathrm{N}$

$F_R = F_N\,\mu = 502{,}6\,\mathrm{N} \cdot 0{,}5 = 251{,}3\,\mathrm{N}$

a) I. $F_{Ax} = F_N\,\mu = 251{,}3\,\mathrm{N}$

II. $F_{Ay} = F_N - F = 502{,}6\,\mathrm{N} - 46{,}22\,\mathrm{N} = 456{,}4\,\mathrm{N}$

$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(251{,}3\,\mathrm{N})^2 + (456{,}4\,\mathrm{N})^2} = 521\,\mathrm{N}$

c) $M = F_R \dfrac{d}{2} = 251{,}3\,\mathrm{N} \cdot 0{,}19\,\mathrm{m} = 47{,}75\,\mathrm{Nm}$

d) $P = \dfrac{M n}{9550} = \dfrac{47{,}75 \cdot 400}{9550}\,\mathrm{kW} = 2\,\mathrm{kW}$

373.

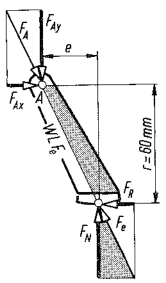
a) $M = F_R\,r \longrightarrow F_R = \dfrac{M}{r} = \dfrac{80 \cdot 10^3\,\mathrm{Nmm}}{60\,\mathrm{mm}} = 1333\,\mathrm{N}$

b) $F_N = \dfrac{F_R}{\mu} = \dfrac{1{,}333\,\mathrm{kN}}{0{,}1} = 13{,}33\,\mathrm{kN}$

c) Die Belastung der Gehäusewelle ist gleich der Ersatzkraft F_e aus Reibkraft und Normalkraft:

$F_e = \sqrt{F_N^2 + F_R^2} = \sqrt{(13{,}33\,\mathrm{kN})^2 + (1{,}333\,\mathrm{kN})^2} = 13{,}4\,\mathrm{kN}$

d) Lageskizze
(freigemachter Klemmhebel)



Die Ersatzkraft F_e aus Normalkraft F_N und Reibkraft F_R darf am Klemmhebel kein lösendes (linksdrehendes) Moment hervorrufen, d.h. ihre Wirklinie darf nicht *rechts* vom Hebeldrehpunkt A liegen. Bei Selbsthemmung muß ihre Wirklinie durch den Drehpunkt A verlaufen (Grenzfall, $M = 0$) oder *links* davon liegen. Aus der Ähnlichkeit der dunklen Dreiecke ergibt sich:

$\dfrac{e}{r} = \dfrac{F_R}{F_N} \rightarrow e = r\dfrac{F_R}{F_N} = r\,\mu = 60\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}1 = 6\,\mathrm{mm}$

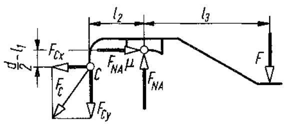
e) Die Stützkraft F_A am Hebelbolzen ist gleich der Ersatzkraft aus Normalkraft F_N und Reibkraft F_R:

$F_A = F_e = 13{,}4\,\mathrm{kN}$ (siehe Teillösung c)

f) Aus Teillösung d ($e = r\mu$) folgt, daß die Selbsthemmung nur vom Gehäuseradius und der Reibzahl beeinflußt wird, also *nicht* vom Bremsmoment.

374.

a) Lageskizze (oberer Bremshebel)



I. $\Sigma F_x \;= 0 = F_{NA}\,\mu - F_{Cx}$

II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_{NA} - F - F_{Cy}$

III. $\Sigma M_{(C)} = 0 = F_{NA}\,l_2 - F_{NA}\,\mu(\frac{d}{2} - l_1) - F(l_2 + l_3)$

III. $F_{NA} = F \dfrac{l_2 + l_3}{l_2 - \mu(\frac{d}{2} - l_1)}$

$F_{NA} = 500\,\mathrm{N} \cdot \dfrac{600\,\mathrm{mm}}{180\,\mathrm{mm} - 0{,}48 \cdot 50\,\mathrm{mm}} = 1923\,\mathrm{N}$

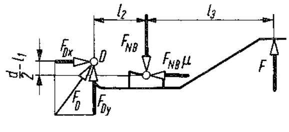
$F_{RA} = F_{NA}\,\mu = 1923\,\mathrm{N} \cdot 0{,}48 = 923{,}1\,\mathrm{N}$

I. $F_{Cx} = F_{NA}\,\mu = 923{,}1\,\mathrm{N}$

II. $F_{Cy} = F_{NA} - F = 1923\,\mathrm{N} - 500\,\mathrm{N} = 1423\,\mathrm{N}$

$F_C = \sqrt{F_{Cx}^2 + F_{Cy}^2} = \sqrt{(923{,}1\,\mathrm{N})^2 + (1423\,\mathrm{N})^2} = 1696\,\mathrm{N}$

b) Lageskizze (unterer Bremshebel)



I. $\Sigma F_x \;= 0 = F_{Dx} - F_{NB}\,\mu$

II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_{Dy} + F - F_{NB}$

III. $\Sigma M_{(D)} = 0 = F(l_2 + l_3) - F_{NB}\,l_2 - F_{NB}\,\mu(\frac{d}{2} - l_1)$

III. $F_{NB} = F \dfrac{l_2 + l_3}{l_2 + \mu(\frac{d}{2} - l_1)}$

$F_{NB} = 500\,\mathrm{N} \cdot \dfrac{600\,\mathrm{mm}}{180\,\mathrm{mm} + 0{,}48 \cdot 50\,\mathrm{mm}} = 1471\,\mathrm{N}$

$F_{RB} = F_{NB}\,\mu = 1471\,\mathrm{N} \cdot 0{,}48 = 705{,}9\,\mathrm{N}$

I. $F_{Dx} = F_{NB}\,\mu = 705{,}9\,\text{N}$
II. $F_{Dy} = F_{NB} - F = 1471\,\text{N} - 500\,\text{N} = 971\,\text{N}$

$$F_D = \sqrt{F_{Dx}^2 + F_{Dy}^2} = \sqrt{(705{,}9\,\text{N})^2 + (971\,\text{N})^2} = 1200\,\text{N}$$

c) $M_A = F_{RA}\,\frac{d}{2} = 923{,}1\,\text{N} \cdot 0{,}16\,\text{m} = 147{,}7\,\text{N}$

$M_B = F_{RB}\,\frac{d}{2} = 705{,}9\,\text{N} \cdot 0{,}16\,\text{m} = 112{,}9\,\text{Nm}$

d) $M_{ges} = M_A + M_B = 260{,}6\,\text{Nm}$

e) Sowohl die Normalkräfte als auch die Reibkräfte sind an den Bremsbacken A und B verschieden groß, und demzufolge auch die Ersatzkräfte F_{eA} und F_{eB} (zeichnen Sie eine Lageskizze der Bremsscheibe mit Welle!). Die Bremsscheibenwelle wird mit der Differenz der beiden Ersatzkräfte belastet.

$$F_{eA} = \sqrt{F_{NA}^2 + F_{RA}^2} = \sqrt{(1923\,\text{N})^2 + (923{,}1\,\text{N})^2} = 2133{,}1\,\text{N}$$
$$F_{eB} = \sqrt{F_{NB}^2 + F_{RB}^2} = \sqrt{(1471\,\text{N})^2 + (705{,}9\,\text{N})^2} = 1631{,}2\,\text{N}$$
$$F_w = F_{eA} - F_{eB} = 501{,}9\,\text{N}$$

375.

a) *Lösungshinweis:* Die Bremsscheibe sitzt auf der Antriebswelle des Hubgetriebes. Beim Lasthalten sind Antriebs- und Abtriebsseite vertauscht: Das Lastdrehmoment ist das Antriebsmoment $M_1 = 3700\,\text{Nm}$, das Übersetzungsverhältnis kehrt sich um $(i_r = \frac{1}{i} = \frac{1}{34{,}2})$.

$M_2 = M_b = M_1\,i_r\,\eta$

$M_b = 3700\,\text{Nm} \cdot \frac{1}{34{,}2} \cdot 0{,}86 = 93{,}04\,\text{Nm}$

b) $M_{b\,max} = \nu\,M_b = 3 \cdot 93{,}04\,\text{Nm} = 279{,}1\,\text{Nm}$

c) $M_{b\,max} = F_R\,d \longrightarrow F_R = \dfrac{M_{b\,max}}{d}$

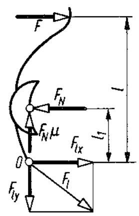
$F_R = \dfrac{279{,}1\,\text{Nm}}{0{,}32\,\text{m}} = 872{,}3\,\text{N}$

d) $F_N = \dfrac{F_R}{\mu} = \dfrac{872{,}3\,\text{N}}{0{,}5} = 1745\,\text{N}$

e) Lageskizze

Beide Bremshebel haben tangentialen Drehpunkt.

I. $\Sigma F_x = 0 = F - F_N + F_{lx}$
II. $\Sigma F_y = 0 = F_N\,\mu - F_{ly}$
III. $\Sigma M_{(O)} = 0 = F_N\,l_1 - F\,l$



III. $F = F_N\,\dfrac{l_1}{l} = 1745\,\text{N} \cdot \dfrac{180\,\text{mm}}{480\,\text{mm}} = 654{,}2\,\text{N}$

f) I. $F_{lx} = F_N - F = 1745\,\text{N} - 654{,}2\,\text{N} = 1090{,}3\,\text{N}$
II. $F_{ly} = F_N\,\mu = 872{,}3\,\text{N}$

$$F_l = \sqrt{F_{lx}^2 + F_{ly}^2} = \sqrt{(1090{,}3\,\text{N})^2 + (872{,}3\,\text{N})^2} = 1396\,\text{N}$$

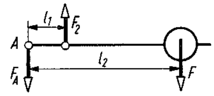
Bandbremse

376.

a) $\alpha = \dfrac{225^\circ}{360^\circ} \cdot 2\,\pi\,\text{rad} = 3{,}927\,\text{rad}$

b) $e^{\mu\alpha} = e^{0{,}3 \cdot 3{,}927} = 3{,}248$

c) Lageskizze (freigemachter Bremshebel)



$\Sigma M_{(A)} = 0 = F_2\,l_1 - F\,l_2$

$F_2 = F\,\dfrac{l_2}{l_1} = 150\,\text{N} \cdot \dfrac{500\,\text{mm}}{120\,\text{mm}} = 625\,\text{N}$

d) $F_1 = F_2\,e^{\mu\alpha} = 625\,\text{N} \cdot 3{,}248 = 2030\,\text{N}$

e) $F_R = F_1 - F_2 = 2030\,\text{N} - 625\,\text{N} = 1405\,\text{N}$

f) $M = F_R\,r = 1405\,\text{N} \cdot 0{,}15\,\text{m} = 210{,}8\,\text{Nm}$

377.

a) $M = F_R\,r \qquad F_R = \dfrac{M}{r} = \dfrac{70\,\text{Nm}}{0{,}15\,\text{m}} = 466{,}7\,\text{N}$

b) $\alpha = \dfrac{270^\circ \cdot \pi\,\text{rad}}{180^\circ} = 4{,}712\,\text{rad}$

$e^{\mu\alpha} = e^{0{,}25 \cdot 4{,}712} = 3{,}248$

c) $F_1 = F_R\,\dfrac{e^{\mu\alpha}}{e^{\mu\alpha} - 1}$

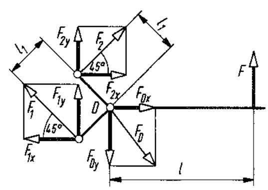
$F_1 = 466{,}7\,\text{N} \cdot \dfrac{3{,}248}{3{,}248 - 1} = 674{,}2\,\text{N}$

d) $F_2 = F_1 - F_R = 674{,}2\,\text{N} - 466{,}7\,\text{N} = 207{,}6\,\text{N}$

e) $F_R = F\,\dfrac{l}{l_1} \cdot \dfrac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha} + 1}$

$F = F_R\,\dfrac{l_1}{l} \cdot \dfrac{e^{\mu\alpha} + 1}{e^{\mu\alpha} - 1} = 466{,}7\,\text{N} \cdot \dfrac{100\,\text{mm}}{450\,\text{mm}} \cdot \dfrac{4{,}248}{2{,}248} = 196\,\text{N}$

f) Lageskizze (freigemachter Bremshebel)



I. $\Sigma F_x = 0 = F_{2x} - F_{1x} + F_{Dx}$
II. $\Sigma F_y = 0 = F + F_{1y} + F_{2y} - F_{Dy}$
I. $F_{Dx} = F_{1x} - F_{2x} = F_1 \cos 45^\circ - F_2 \cos 45^\circ$
$F_{Dx} = (674{,}2\,\text{N} - 207{,}6\,\text{N}) \cdot \cos 45^\circ = 330\,\text{N}$

II. $F_{Dy} = F + F_{1y} + F_{2y} = F + F_1 \sin 45^\circ + F_2 \sin 45^\circ$
$F_{Dy} = 196\,\text{N} + 674{,}3\,\text{N} \cdot \sin 45^\circ + 207{,}6\,\text{N} \cdot \sin 45^\circ$
$F_{Dy} = 819{,}5\,\text{N}$

$$F_D = \sqrt{F_{Dx}^2 + F_{Dy}^2} = \sqrt{(330\,\text{N})^2 + (819{,}5\,\text{N})^2}$$

$F_D = 883{,}4\,\text{N}$

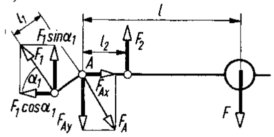
g) Die Drehrichtung der Bremsscheibe hat keinen Einfluß auf die Bremswirkung.

378.

a) $\alpha = \dfrac{215^\circ \cdot \pi\,\text{rad}}{180^\circ} = 3{,}752\,\text{rad}$

$e^{\mu\alpha} = e^{0{,}18 \cdot 3{,}752} = 1{,}965$

b) Lageskizze



I. $\Sigma F_x \;= 0 = F_{Ax} - F_1 \cos\alpha_1$
II. $\Sigma F_y \;= 0 = F_2 + F_1 \sin\alpha_1 - F_{Ay} - F$
III. $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_2\, l_2 - F l - F_1\, l_1$

III. $0 = \dfrac{F_1}{e^{\mu\alpha}}\, l_2 - F l - F_1\, l_1$

$$F_1 = F \frac{l\, e^{\mu\alpha}}{l_2 - l_1\, e^{\mu\alpha}} = 100\,\text{N} \cdot \frac{350\,\text{mm} \cdot 1{,}965}{90\,\text{mm} - 30\,\text{mm} \cdot 1{,}965}$$

$F_1 = 2215\,\text{N}$

$$F_2 = \frac{F_1}{e^{\mu\alpha}} = \frac{2215\,\text{N}}{1{,}965} = 1127\,\text{N}$$

c) $F_R = F_1 - F_2 = 2215\,\text{N} - 1127\,\text{N} = 1088\,\text{N}$
d) $M = F_R\, r = 1088\,\text{N} \cdot 0{,}1\,\text{m} = 108{,}8\,\text{Nm}$
e) I. $F_{Ax} = F_1 \cos\alpha_1 = 2215\,\text{N} \cdot \cos 55^\circ = 1270\,\text{N}$
II. $F_{Ay} = F_2 + F_1 \sin\alpha_1 - F$
$F_{Ay} = 1127\,\text{N} + 2215\,\text{N} \cdot \sin 55^\circ - 100\,\text{N} = 2841\,\text{N}$

$$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(1270\,\text{N})^2 + (2841\,\text{N})^2} = 3112\,\text{N}$$

f) $M = F r l \dfrac{e^{\mu\alpha} - 1}{l_2 - l_1\, e^{\mu\alpha}}$

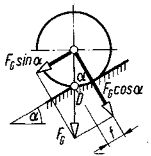
$$F = \frac{M(l_2 - l_1\, e^{\mu\alpha})}{r\, l(e^{\mu\alpha} - 1)} = \frac{70\,\text{Nm}\,(90\,\text{mm} - 30\,\text{mm} \cdot 1{,}965)}{0{,}1\,\text{m} \cdot 350\,\text{mm} \cdot 0{,}965}$$

$F = 64{,}36\,\text{N}$

Rollwiderstand (Rollreibung)

379.

a) Lageskizze



$\Sigma M_{(D)} = 0 = F_G \sin\alpha \cdot r - F_G \cos\alpha \cdot f$

$$f = r \frac{F_G \sin\alpha}{F_G \cos\alpha} = r \tan\alpha = 5\,\text{cm} \cdot \tan 1{,}1^\circ = 0{,}096\,\text{cm}$$

b) $f = r \tan\alpha \longrightarrow \tan\alpha = \dfrac{f}{r}$

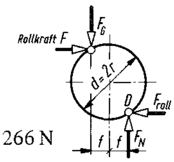
$$\alpha = \arctan \frac{f}{r} = \arctan \frac{0{,}096\,\text{cm}}{2{,}5\,\text{cm}} = 2{,}199^\circ$$

380.

$$F_s = F \frac{f}{r} = 2\,\text{kN} \cdot \frac{0{,}06\,\text{cm}}{20\,\text{cm}} = 0{,}006\,\text{kN} = 6\,\text{N}$$

381.

a) Lageskizze



$F_G \cdot 2f = F \cdot 2r$

$$F = F_G \frac{f}{r} = 3800\,\text{N} \cdot \frac{0{,}07\,\text{cm}}{1\,\text{cm}} = 266\,\text{N}$$

b) Die Diskussion der Gleichung $F = F_G \dfrac{f}{r}$ ergibt für kleineren Rollenradius r größere Verschiebekraft F.

382.

a) siehe Lösung 381 a!

$$F_{\text{roll}} = F_G \frac{f}{r} = 4200\,\text{N} \cdot \frac{0{,}005\,\text{cm}}{0{,}6\,\text{cm}} = 35\,\text{N}$$

b) $M = F_{\text{roll}} \dfrac{d}{2} = 35\,\text{N} \cdot 0{,}34\,\text{m} = 11{,}9\,\text{Nm}$

383.

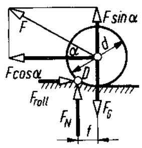
a) $M_R = F_R \dfrac{d_1}{2} = F\mu \dfrac{d_1}{2} = 30000\,\text{N} \cdot 0{,}12 \cdot 0{,}025\,\text{m} = 90\,\text{Nm}$

b) $M_{\text{roll}} = F_{\text{roll}} \dfrac{d_1}{2} = F \dfrac{f}{r} \cdot \dfrac{d_1}{2}$

$$M_{\text{roll}} = 30000\,\text{N} \cdot \frac{0{,}05\,\text{cm}}{0{,}5\,\text{cm}} \cdot 0{,}025\,\text{m} = 75\,\text{Nm}$$

384.

a) Lageskizze



$\Sigma M_{(D)} = 0 = F \sin\alpha\; f + F \cos\alpha\; r - F_G\, f$

$$F_G = F \frac{f \sin\alpha + r \cos\alpha}{f}$$

$$F_G = 500\,\text{N} \cdot \frac{5{,}4\,\text{cm} \cdot \sin 30^\circ + 25\,\text{cm} \cdot \cos 30^\circ}{5{,}4\,\text{cm}} = 2255\,\text{N}$$

b) siehe Ansatzgleichung in Teillösung a!

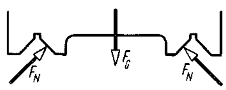
$F \cos\alpha\, r = F_G\, f - F \sin\alpha\, f$

$$r = f \frac{F_G - F \sin\alpha}{F \cos\alpha} = 5{,}4\,\text{cm} \cdot \frac{3000\,\text{N} - 500\,\text{N} \cdot \sin 30^\circ}{500\,\text{N} \cdot \cos 30^\circ}$$

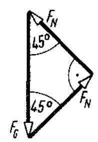
$r = 34{,}3\,\text{cm}; \quad d = 2r = 686\,\text{mm}$

385.

a) Lageskizze



Krafteckskizze



$F_N = F_G \sin 45^\circ = 18\,\text{kN} \cdot \sin 45^\circ = 12{,}73\,\text{kN}$

b) $F = 2F_N \dfrac{f}{r} = 2 \cdot 12730\,\text{N} \cdot \dfrac{0{,}07\,\text{cm}}{1{,}8\,\text{cm}} = 990\,\text{N}$

4. Dynamik

Übungen mit dem v,t-Diagramm

400. bis **404.** siehe Aufgabensammlung S. 201!

Gleichförmig geradlinige Bewegung

405.

$$v=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{1500\,\text{sm}\cdot 1{,}852\,\frac{\text{km}}{\text{sm}}}{7\cdot 24\,\text{h}+19\,\text{h}+0{,}2\,\text{h}}=14{,}84\,\frac{\text{km}}{\text{h}}=4{,}122\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(sm = Seemeile)

406.

$$v=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{h}{\sin\alpha\,\Delta t}=\frac{40\,\text{m}}{\sin 60^\circ\cdot 45\,\text{s}}=1{,}026\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

407.

$$v=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{92\,\text{m}}{138\,\text{s}}=0{,}6667\,\frac{\text{m}}{\text{s}}=40\,\frac{\text{m}}{\text{min}}$$

408.

$$c=2{,}998\cdot 10^{10}\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}=2{,}998\cdot 10^{8}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$c=\frac{\Delta s}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=\frac{\Delta s}{c}=\frac{1{,}5\cdot 10^{9}\,\text{m}}{2{,}998\cdot 10^{8}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}=5{,}003\,\text{s}$$

409.

a) $v=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{1\,\text{m}}{12\,\text{min}}=0{,}0833\,\frac{\text{m}}{\text{min}}$

b) $\Delta t=\frac{\Delta s}{v}=\frac{3{,}75\,\text{m}}{0{,}0833\,\frac{\text{m}}{\text{min}}}=45\,\text{min}$

410.

$$q_V=\frac{\pi d^2}{4}\,v\longrightarrow v=\frac{4\,q_V}{\pi d^2}$$

$$v=\frac{4\cdot 4{,}8\cdot 10^2\,\frac{\text{m}^3}{\text{h}}}{\pi\,(0{,}4\,\text{m})^2}=3819{,}7\,\frac{\text{m}}{\text{h}}=1{,}061\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

411.

$$v=\frac{2\,\Delta s}{\Delta t}\longrightarrow \Delta s=\frac{v\,\Delta t}{2}=\frac{3\cdot 10^5\,\frac{\text{km}}{\text{s}}\cdot 200\cdot 10^{-6}\,\text{s}}{2}$$

$\Delta s=30\,\text{km}$

412.

a) $V=A\,l=\frac{\pi d^2 l_B}{4}\longrightarrow l=\frac{\pi d^2 l_B}{4A}$

$$l=\frac{\pi\,(30\,\text{cm})^2\cdot 60\,\text{cm}}{4\cdot 25\,\text{cm}^2}=1696\,\text{cm}=16{,}96\,\text{m}$$

b) $v=\frac{l}{\Delta t}\longrightarrow \cancel{\Delta t=\frac{l}{v}}=\frac{16{,}96\,\text{m}}{1{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{min}}}=13{,}05\,\text{min}$

•c) $v=\frac{l_B}{\Delta t}=\frac{0{,}6\,\text{m}}{13{,}05\,\text{min}}=0{,}046\,\frac{\text{m}}{\text{min}}$

413.

$$\frac{\pi d_2^2}{4}\,v_2=\frac{\pi d_1^2}{4}\,v_1$$

$$v_2=v_1\,\frac{d_1^2}{d_2^2}=2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\left(\frac{2{,}5\,\text{mm}}{2\,\text{mm}}\right)^2=3{,}125\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\frac{\pi d_3^2}{4}\,v_3=\frac{\pi d_1^2}{4}\,v_1$$

$$v_3=v_1\,\frac{d_1^2}{d_3^2}=2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\left(\frac{2{,}5\,\text{mm}}{1{,}6\,\text{mm}}\right)^2=4{,}883\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

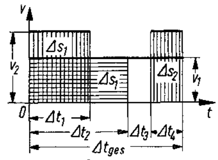
414.

a) $m=V\rho=A^2 l\rho\longrightarrow l=\frac{m}{A^2\rho}$

$$l=\frac{60000\,\text{kg}}{(0{,}11\,\text{m})^2\cdot 7850\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}=631{,}7\,\text{m}$$

b) $v=\frac{l}{8\,\Delta t}=\frac{631{,}7\,\text{m}}{8\cdot 50\,\text{min}}=1{,}579\,\frac{\text{m}}{\text{min}}$

415.



a) $\Delta s_1=v_2\,\Delta t_1$

$$\Delta t_1=\frac{\Delta s_1}{v_2}=\frac{20\,\text{km}}{30\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}$$

$$\Delta t_1=\frac{2}{3}\,\text{h}=40\,\text{min}$$

b) $\Delta s_1=v_1\,\Delta t_2$

$$\Delta t_2=\frac{\Delta s_1}{v_1}=\frac{20\,\text{km}}{18\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}$$

$$\Delta t_2=1{,}111\,\text{h}=66{,}67\,\text{min}$$

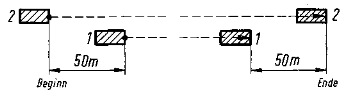
c) $\Delta t_3=\Delta t_{\text{ges}}-\Delta t_2-\Delta t_4$

$$\Delta t_4=\frac{\Delta s_2}{v_2}=\frac{10\,\text{km}}{30\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}=\frac{1}{3}\,\text{h}=20\,\text{min}$$

$$\Delta t_{\text{ges}}=\frac{\Delta s_{\text{ges}}}{v_1}=\frac{30\,\text{km}}{18\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}=1{,}667\,\text{h}=100\,\text{min}$$

$$\Delta t_3=100\,\text{min}-66{,}67\,\text{min}-20\,\text{min}=13{,}33\,\text{min}$$

416.



Wagen 2 muß in der Zeit Δt einen um $\Delta s=2\cdot 50\,\text{m}=100\,\text{m}$ längeren Weg zurücklegen.

$\Delta s_2=\Delta s_1+\Delta s$

$$v_2\,\Delta t=v_1\,\Delta t+\Delta s\longrightarrow \Delta t=\frac{\Delta s}{v_2-v_1}$$

$$\Delta t=\frac{0{,}1\,\text{km}}{5\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}=0{,}02\,\text{h}=72\,\text{s}$$

Gleichmäßig beschleunigte oder verzögerte Bewegung

417.

$$\Delta s = \frac{\Delta v \, \Delta t}{2} = \frac{6 \, \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 12 \, \text{s}}{2} = 36 \, \text{m}$$

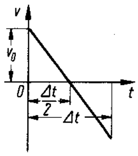
418.

$$\Delta s = \frac{\Delta v \, \Delta t}{2} \longrightarrow \Delta t = \frac{2 \, \Delta s}{\Delta v} = \frac{2 \cdot 100 \, \text{m}}{10 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 20 \, \text{s}$$

419.

$$a = \frac{\Delta v}{\frac{\Delta t}{2}} = \frac{18 \, \frac{\text{m}}{\text{min}}}{0{,}25 \, \text{s}} = \frac{0{,}3 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}25 \, \text{s}}$$

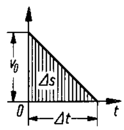
$$a = 1{,}2 \, \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



420.

$$\text{I.} \; a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_0}{\Delta t}$$

$$\text{II.} \; \Delta s = \frac{v_0 \, \Delta t}{2}$$



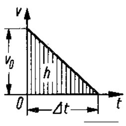
a) I. $v_0 = a \, \Delta t = 3{,}3 \, \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8{,}8 \, \text{s} = 29{,}04 \, \frac{\text{m}}{\text{s}} = 104{,}5 \, \frac{\text{km}}{\text{h}}$

b) I. in II. $\Delta s = \frac{a \, (\Delta t)^2}{2} = \frac{3{,}3 \, \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (8{,}8 \, \text{s})^2}{2} = 127{,}8 \, \text{m}$

421.

$$\text{I.} \; a = g = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_0}{\Delta t} \longrightarrow v_0 = g \, \Delta t$$

$$\text{II.} \; \Delta s = h = \frac{v_0 \, \Delta t}{2} \longrightarrow \Delta t = \frac{2h}{v_0}$$



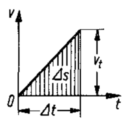
II. in I. $v_0 = g \, \frac{2h}{v_0} \longrightarrow v_0^2 = 2gh$

$$v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \, \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 30 \, \text{m}} = 24{,}26 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

422.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_t}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{v_t}{a} = \frac{\frac{70}{3{,}6} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}18 \, \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 108 \, \text{s}$$



423.

v, t-Diagramm s. Lösung 420!

$$\text{I.} \; a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_0}{\Delta t}$$

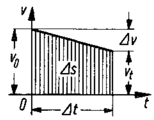
$$\text{II.} \; \Delta s = \frac{v_0 \, \Delta t}{2} \longrightarrow \Delta t = \frac{2 \, \Delta s}{v_0}$$

$$\text{II. in I.} \; a = \frac{v_0^2}{2 \, \Delta s} = \frac{1 \, \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 0{,}5 \, \text{m}} = 1 \, \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

424.

$$\text{I.} \; a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_0 - v_t}{\Delta t}$$

$$\text{II.} \; \Delta s = \frac{(v_0 + v_t) \, \Delta t}{2}$$



a) II. $v_t = \frac{2 \, \Delta s}{\Delta t} - v_0$

$$v_t = \frac{2 \cdot 5 \, \text{m}}{2{,}5 \, \text{s}} - 3{,}167 \, \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0{,}8333 \, \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3 \, \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

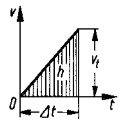
b) II. in I. $a = \frac{v_0 - \left(\frac{2 \, \Delta s}{\Delta t} - v_0\right)}{\Delta t} = \frac{2 \, (v_0 \, \Delta t - \Delta s)}{(\Delta t)^2}$

$$a = \frac{2 \, (3{,}167 \, \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2{,}5 \, \text{s} - 5 \, \text{m})}{(2{,}5 \, \text{s})^2} = 0{,}9333 \, \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

425.

$$\text{I.} \; a = g = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_t}{\Delta t}$$

$$\text{II.} \; h = \frac{v_t \, \Delta t}{2}$$



a) I. $\Delta t = \frac{v_t}{g} = \frac{40 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9{,}81 \, \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 4{,}077 \, \text{s}$

b) II. $h = \frac{40 \, \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4{,}077 \, \text{s}}{2} = 81{,}55 \, \text{m}$

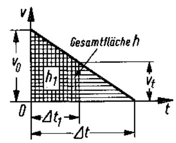
426.

$$\text{I.} \; a = g = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_0}{\Delta t}$$

$$\text{II.} \; g = \frac{v_0 - v_t}{\Delta t_1}$$

$$\text{III.} \; h = \frac{v_0 \, \Delta t}{2}$$

$$\text{IV.} \; h_1 = \frac{(v_0 + v_t) \, \Delta t_1}{2}$$



a) I. in III. $h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(1200 \, \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 9{,}81 \, \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 73395 \, \text{m}$

b) I. $\Delta t = \frac{v_0}{g} = \frac{1200 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9{,}81 \, \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 122{,}3 \, \text{s}$

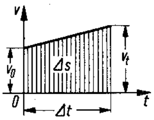
c) II. $v_t = v_0 - g \, \Delta t_1$; in IV. $h_1 = v_0 \, \Delta t_1 - \frac{g \, (\Delta t_1)^2}{2}$

$$(\Delta t_1)^2 - \frac{2 v_0}{g} \, \Delta t_1 + \frac{2 h_1}{g} = 0$$

$$(\Delta t_1)^2 - 244{,}6 \, \text{s} \cdot \Delta t_1 + 2039 \, \text{s}^2 = 0$$

Diese gemischt-quadratische Gleichung führt zu zwei Ergebnissen: $\Delta t_1 = 8{,}64$ s und $\Delta t_2 = 236$ s. Beide sind richtig, denn nach 8,64 s erreicht das Geschoss die Höhe von 10 000 m beim Steigen, und nach 236 s befindet es sich beim Fallen wieder in 10 000 m Höhe.

427.



$$\text{I. } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_t - v_0}{\Delta t}$$

$$\text{II. } \Delta s = \frac{(v_0 + v_t)\,\Delta t}{2}$$

a) Nach Δt auflösen, gleichsetzen:

$$\text{I. = II. } \Delta t = \frac{v_t - v_0}{a} = \frac{2\,\Delta s}{v_0 + v_t}$$

$$v_t = \sqrt{v_0^2 + 2\,a\,\Delta s}$$

$$v_t = \sqrt{\left(\frac{30}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 2\cdot 1{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 400\,\text{m}}$$

$$v_t = 30{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 110{,}9\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\text{b) I. } \Delta t = \frac{v_t - v_0}{a} = \frac{30{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - \frac{30}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{1{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 20{,}44\,\text{s}$$

428.

v, t-Diagramm s. Lösung 424!

$$\text{I. } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_0 - v_t}{\Delta t}$$

$$\text{II. } \Delta s = \frac{(v_0 + v_t)\,\Delta t}{2}$$

$$\text{a) I. } \Delta t = \frac{v_0 - v_t}{a} = \frac{1{,}4\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 0{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1{,}375\,\text{s}$$

$$\text{b) II. } l = \Delta s = \frac{(1{,}4\,\frac{\text{m}}{\text{s}} + 0{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{s}})\,1{,}375\,\text{s}}{2}$$

$$l = 1{,}169\,\text{m}$$

429.

v, t-Diagramm s. Lösung 424!

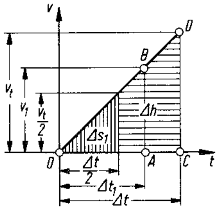
$$\text{I. } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_0 - v_t}{\Delta t}$$

$$\text{II. } \Delta s = \frac{(v_0 + v_t)\,\Delta t}{2}$$

$$\text{b) II. } \Delta t = \frac{2\,\Delta s}{v_0 + v_t} = \frac{2\cdot 2\,\text{m}}{1{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}} + 0{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2{,}222\,\text{s}$$

$$\text{a) I. } a = \frac{v_0 - v_t}{\Delta t} = \frac{1{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 0{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2{,}222\,\text{s}} = 0{,}54\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

430.



$$\text{I. } a = g = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_t}{\Delta t}$$

$$\text{II. } h = \frac{v_t\,\Delta t}{2}$$

a) I. $v_t = g\,\Delta t$

$$\text{I. in II. } h = \frac{g\,(\Delta t)^2}{2} \longrightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2\,h}{g}}$$

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2\cdot 45\,\text{m}}{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \sqrt{9{,}174\,\text{s}^2} = 3{,}029\,\text{s}$$

$$\text{b) I. } v_t = 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 3{,}029\,\text{s} = 29{,}71\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) Nach der halben Fallzeit $\frac{\Delta t}{2}$ ist der Weg Δs_1 (senkrecht schraffiert) zurückgelegt, die Höhe Δh über dem Boden entspricht der rechts davon liegenden Trapezfläche (waagerecht schraffiert).

$$\text{III. } \Delta h = \frac{(v_t + 0{,}5\,v_t)}{2}\cdot\frac{\Delta t}{2} = \frac{1{,}5\,v_t\,\Delta t}{4}$$

$$\Delta h = \frac{1{,}5\cdot 29{,}71\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 3{,}029\,\text{s}}{4} = 33{,}75\,\text{m}$$

d) wie c) nach v, t-Diagramm

e) Nach Δt_1 ist der zurückgelegte Weg (Dreieck 0-A-B) gleich dem Abstand zum Boden (Trapez A-C-D-B).

$$g = \frac{v_1}{\Delta t_1} \longrightarrow v_1 = g\,\Delta t_1$$

$$\frac{h}{2} = \frac{v_1\,\Delta t_1}{2} \longrightarrow h = g\,(\Delta t_1)^2$$

$$\Delta t_1 = \sqrt{\frac{h}{g}} = \sqrt{\frac{45\,\text{m}}{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 2{,}142\,\text{s}$$

431.

v, t-Diagramm s. Lösung 427!

$$\text{I. } a = g = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_t - v_0}{\Delta t} \longrightarrow v_0 = v_t - g\,\Delta t$$

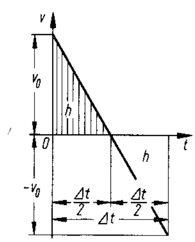
$$\text{II. } \Delta s = \frac{(v_t + v_0)\,\Delta t}{2} \longrightarrow v_0 = \frac{2\,\Delta s}{\Delta t} - v_t$$

$$\text{a) I. = II. } v_t = \frac{\Delta s}{\Delta t} + \frac{g\,\Delta t}{2} = \frac{28\,\text{m}}{1{,}5\,\text{s}} + \frac{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 1{,}5\,\text{s}}{2}$$

$$v_t = 26{,}02\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{b) I. } v_0 = v_t - g\,\Delta t = 26{,}02\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 1{,}5\,\text{s} = 11{,}31\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

432.



$$\text{I. } a = g = \frac{\Delta v}{\frac{\Delta t}{2}} = \frac{2\,v_0}{\Delta t}$$

$$\text{II. } h = \frac{v_0\,\Delta t}{4}$$

$$\text{a) I. } v_0 = \frac{g\,\Delta t}{2} = \frac{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 8\,\text{s}}{2} = 39{,}24\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

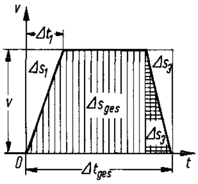
$$\text{b) II. } h = \frac{39{,}24\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 8\,\text{s}}{4} = 78{,}48\,\text{m}$$

433.

I. $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v}{\Delta t_1}$; $\longrightarrow \Delta t_1 = \dfrac{v}{a}$

II. $\Delta s_{\text{ges}} = v\,\Delta t_{\text{ges}} - \Delta s_1 - \Delta s_3$

III. $\Delta s_1 = \dfrac{v\,\Delta t_1}{2}$



I. in III. $\Delta s_1 = \dfrac{v^2}{2a}$

II. $\Delta s_{\text{ges}} = v\,\Delta t_{\text{ges}} - \dfrac{v^2}{2a} - \Delta s_3$

$$\frac{v^2}{2a} - v\,\Delta t_{\text{ges}} + \Delta s_{\text{ges}} + \Delta s_3 = 0$$

$$v^2 - 2a\,\Delta t_{\text{ges}}\,v + 2a(\Delta s_{\text{ges}} + \Delta s_3) = 0$$

$$v^2 - 144\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot v + 2200\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 0$$

$$v = 72\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 54{,}63\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 17{,}37\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 62{,}55\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

434.

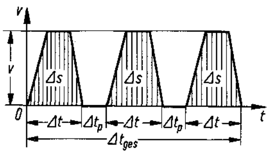
Vorüberlegung:

$\Delta t_{\text{ges}} = 3\,\Delta t + 2\,\Delta t_{\text{p}}$

$\Delta t = \dfrac{\Delta t_{\text{ges}} - 2\,\Delta t_{\text{p}}}{3}$

$\Delta t = \dfrac{60\text{ min} - 6\text{ min}}{3}$

$\Delta t = 18\text{ min} = 1080\text{ s}$



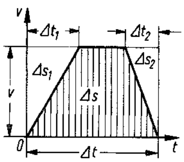
Teilstrecke $\Delta s = \dfrac{60\text{ km}}{3} = 20\text{ km}$

I. $a_1 = \dfrac{v}{\Delta t_1}$ II. $a_2 = \dfrac{v}{\Delta t_2}$

III. $\Delta s = v\,\Delta t - \Delta s_1 - \Delta s_2$

IV. $\Delta s_1 = \dfrac{v\,\Delta t_1}{2} = \dfrac{v^2}{2a_1}$

V. $\Delta s_2 = \dfrac{v\,\Delta t_2}{2} = \dfrac{v^2}{2a_2}$



IV. + V. in III. $\Delta s = v\,\Delta t - \dfrac{v^2}{2a_1} - \dfrac{v^2}{2a_2}$

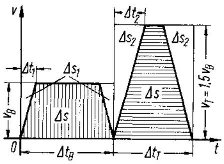
$$v^2\left(\frac{a_2 + a_1}{2a_1a_2}\right) - v\,\Delta t + \Delta s = 0$$

$$v^2 - \frac{2\,\Delta t\,a_1a_2}{a_1 + a_2}\,v + \frac{2a_1a_2\,\Delta s}{a_1 + a_2} = 0$$

$$v^2 - 243\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,v + 4500\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 0$$

$$v = 121{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 101{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 20{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 72{,}71\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

435.



I. $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_{\text{B}}}{\Delta t_1} \rightarrow \Delta t_1 = \dfrac{v_{\text{B}}}{a}$

II. $\Delta s = v_{\text{B}}\,\Delta t_{\text{B}} - 2\,\Delta s_1$

III. $\Delta s_1 = \dfrac{v_{\text{B}}\Delta t_1}{2}$; I. in III. $\Delta s_1 = \dfrac{v_{\text{B}}^2}{2a}$

a) III. in II. $\Delta s = v_{\text{B}}\Delta t_{\text{B}} - \dfrac{v_{\text{B}}^2}{a}$

$$\Delta t_{\text{B}} = \frac{\Delta s + \dfrac{v_{\text{B}}^2}{a}}{v_{\text{B}}} = \frac{\Delta s}{v_{\text{B}}} + \frac{v_{\text{B}}}{a}$$

$$\Delta t_{\text{B}} = \frac{200\text{ m}}{1\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}} + \frac{1\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}1\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 210\text{ s}$$

b) Talfahrt $\hat{=}$ rechter Trapezfläche, Auswertung erfolgt in gleicher Weise:

$$\Delta s_2 = \frac{v_{\text{T}}^2}{2a};\ \Delta s = v_{\text{T}}\,\Delta t_{\text{T}} - 2\,\Delta s_2 = v_{\text{T}}\,\Delta t_{\text{T}} - \frac{v_{\text{T}}^2}{a}$$

$$\Delta t_{\text{T}} = \frac{\Delta s}{v_{\text{T}}} + \frac{v_{\text{T}}}{a} = \frac{200\text{ m}}{1{,}5\text{ m/s}} + \frac{1{,}5\text{ m/s}}{0{,}1\text{ m/s}^2} = 148{,}3\text{ s}$$

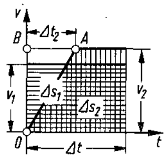
436.

I. $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_2}{\Delta t_2} \longrightarrow \Delta t_2 = \dfrac{v_2}{a}$

II. $\Delta s_1 = v_1\,\Delta t$

III. $\Delta s_2 = v_2\,\Delta t - \Delta s_3$

Die Wege Δs_1 (Rechteck) und Δs_2 (Trapez) sind gleichgroß.



IV. $\Delta s_3 = \dfrac{v_2^2}{2a}$ (Dreieck *0-A-B*)

a) IV. in III. $\Delta s_2 = v_2\,\Delta t - \dfrac{v_2^2}{2a}$

II. = III. $v_1\,\Delta t = v_2\,\Delta t - \dfrac{v_2^2}{2a}$

$$\Delta t = \frac{v_2^2}{2a(v_2 - v_1)} = \frac{(55{,}56\,\frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2\cdot 3{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}(55{,}56\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 50\,\frac{\text{m}}{\text{s}})} = 73{,}1\text{ s}$$

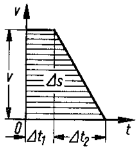
b) II. $\Delta s_1 = \Delta s_2 = v_1\,\Delta t = 50\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 73{,}1\text{ s} = 3655\text{ m}$

437.

I. $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{\Delta t_2} \longrightarrow \Delta t_2 = \frac{v}{a}$

II. $\Delta s = v\,\Delta t_1 + \frac{v\,\Delta t_2}{2}$

I. in II. $\Delta s = v\,\Delta t_1 + \frac{v^2}{2a}$



$v^2 + 2a\,\Delta t_1\,v - 2a\,\Delta s = 0$

$v^2 + 6{,}12\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,v - 408\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = 0$

$v = -3{,}06\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 20{,}43\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 17{,}37\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 62{,}53\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

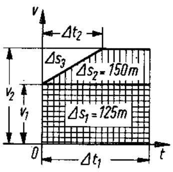
438.

I. $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t_2}$

II. $\Delta s_1 = v_1\,\Delta t_1$

III. $\Delta s_3 = \frac{(v_2 - v_1)\,\Delta t_2}{2}$

IV. $\Delta s_2 = v_2\,\Delta t_1 - \Delta s_3$



a) II. $\Delta t_1 = \frac{\Delta s_1}{v_1} = \frac{125\,\mathrm{m}}{20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 6{,}25\,\mathrm{s}$

b) I. $\Delta t_2 = \frac{v_2 - v_1}{a}$; in III: $\Delta s_3 = \frac{(v_2 - v_1)^2}{2a}$

III. = IV. $\Delta s_3 = \frac{(v_2 - v_1)^2}{2a} = v_2\,\Delta t_1 - \Delta s_2$

$a = \frac{(v_2 - v_1)^2}{2(v_2\,\Delta t_1 - \Delta s_2)} = \frac{(5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2}{2(25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot 6{,}25\,\mathrm{s} - 150\,\mathrm{m})} = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

439.

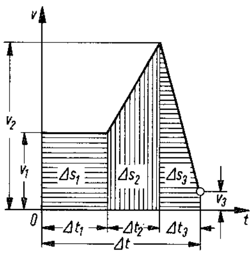
I. $a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t_2}$

II. $a_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_3}{\Delta t_3}$

III. $\Delta s_1 = v_1\,\Delta t_1$

IV. $\Delta s_2 = \frac{v_1 + v_2}{2}\,\Delta t_2$

V. $\Delta s_3 = \frac{v_2 + v_3}{2}\,\Delta t_3$



a) I. $\Delta t_2 = \frac{v_2 - v_1}{a_2}$

in IV. $\Delta s_2 = \frac{(v_2 + v_1)(v_2 - v_1)}{2a_2} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a_2}$

$v_2 = \sqrt{2a_2\,\Delta s_2 + v_1^2} = \sqrt{2\cdot 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 7\,\mathrm{m} + (1{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2}$

$v_2 = 5{,}426\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

b) II. $\Delta t_3 = \frac{v_2 - v_3}{a_3}$

in V. $\Delta s_3 = \frac{(v_2 + v_3)(v_2 - v_3)}{2a_3} = \frac{v_2^2 - v_3^2}{2a_3}$

$\Delta s_3 = \frac{(5{,}426\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2 - (0{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2}{2\cdot 3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 4{,}9\,\mathrm{m}$

c) $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3$

III. $\Delta t_1 = \frac{\Delta s_1}{v_1} = \frac{36\,\mathrm{m}}{1{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 30\,\mathrm{s}$

I. $\Delta t_2 = \frac{v_2 - v_1}{a_2} = \frac{5{,}426\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 1{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 2{,}113\,\mathrm{s}$

II. $\Delta t_3 = \frac{v_2 - v_3}{a_3} = \frac{5{,}426\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 0{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 1{,}742\,\mathrm{s}$

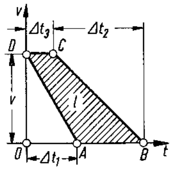
$\Delta t = 30\,\mathrm{s} + 2{,}113\,\mathrm{s} + 1{,}742\,\mathrm{s} = 33{,}85\,\mathrm{s}$

440.

Abstand $l = \Delta s_2 - \Delta s_1$

Bremsweg Δs_1 (Fläche *0-A-D*):

I. $a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{\Delta t_1} \longrightarrow \Delta t_1 = \frac{v}{a_1}$



II. $\Delta s_1 = \frac{v\,\Delta t_1}{2} = \frac{v^2}{2a_1} = \frac{(16{,}67\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2}{2\cdot 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}$

$\Delta s_1 = 27{,}78\,\mathrm{m}$

Bremsweg Δs_2 (Fläche *0-B-C-D*):

I. $a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{\Delta t_2} \longrightarrow \Delta t_2 = \frac{v}{a_2}$

II. $\Delta s_2 = v\,\Delta t_3 + \frac{v\,\Delta t_2}{2}$

I. in II. $\Delta s_2 = v\,\Delta t_3 + \frac{v^2}{2a_2} = 16{,}67\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot 1\,\mathrm{s} + \frac{(16{,}67\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2}{2\cdot 3{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}$

$\Delta s_2 = 56{,}35\,\mathrm{m}$

$l = \Delta s_2 - \Delta s_1 = 56{,}35\,\mathrm{m} - 27{,}78\,\mathrm{m} = 28{,}57\,\mathrm{m}$

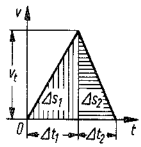
441.

I. $a_1 = g = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_t}{\Delta t_1}$

II. $a_2 = \frac{v_t}{\Delta t_2}$

III. $\Delta s_1 = \frac{v_t\,\Delta t_1}{2}$

IV. $\Delta s_2 = \frac{v_t\,\Delta t_2}{2}$



V. $\Delta s_2 = h - \Delta s_1$; Summe beider Wege = Fallhöhe h

I. $\Delta t_1 = \frac{v_t}{g}$; in III. $\Delta s_1 = \frac{v_t^2}{2g}$; in V. einsetzen

V. $\Delta s_2 = h - \frac{v_t^2}{2g}$; v_t^2 durch II. und IV. ersetzen

II. $\Delta t_2 = \frac{v_t}{a_2}$; in IV. $\Delta s_2 = \frac{v_t^2}{2a_2} \longrightarrow v_t^2 = 2a_2\,\Delta s_2$

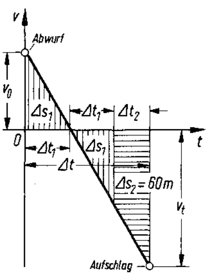
in V. einsetzen

$$\text{V. } \Delta s_2 = h - \frac{2a_2 \Delta s_2}{2g} \longrightarrow \Delta s_2 \left(1 + \frac{a_2}{g}\right) = h$$

$$\Delta s_2 = \frac{h}{1 + \frac{a_2}{g}} = \frac{18\,\text{m}}{1 + \frac{40\,\text{m/s}^2}{9{,}81\,\text{m/s}^2}} = 3{,}545\,\text{m}$$

442.

I. $g = \frac{v_0}{\Delta t_1}$	x		x		
II. $g = \frac{v_t - v_0}{\Delta t_2}$		x	x	x	
III. $\Delta s_1 = \frac{v_0 \Delta t_1}{2}$	x		x		x
IV. $\Delta s_2 = \frac{v_0 + v_t}{2} \Delta t_2$		x	x	x	
V. $\Delta t = 2\Delta t_1 + \Delta t_2$	x	x			
5 Unbekannte:	Δt_1	Δt_2	v_0	v_t	s_1



Die Tabelle zeigt, daß II. und IV. die gleichen Variablen enthalten und daß v_0 am häufigsten (in I., II., III. und IV.) auftritt.

Folgerung: II. und IV. müssen übrigbleiben, nachdem Δt_2 mit Hilfe der anderen substituiert worden ist. Als erste Variable ist v_0 zu bestimmen. III. kann zunächst nicht verwendet werden, da sie die Variable s_1 enthält, die in keiner anderen Gleichung auftritt.

I. $\Delta t_1 = \frac{v_0}{g}$; in V. einsetzen:

V. $\Delta t = \frac{2v_0}{g} + \Delta t_2 \longrightarrow \Delta t_2 = \Delta t - \frac{2v_0}{g}$; in II. und IV. einsetzen:

II. $g = \frac{v_t - v_0}{\Delta t - \frac{2v_0}{g}} \longrightarrow v_t = g\Delta t - v_0$; in IV. einsetzen:

$$\text{IV. } \Delta s_2 = \frac{v_0 + g\Delta t - v_0}{2}\left(\Delta t - \frac{2v_0}{g}\right)$$

$$\Delta s_2 = \frac{g\Delta t}{2}\left(\Delta t - \frac{2v_0}{g}\right) = \frac{g\Delta t^2}{2} - v_0 \Delta t$$

a) IV. $v_0 = \frac{g\Delta t}{2} - \frac{\Delta s_2}{\Delta t} = \frac{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6\,\text{s}}{2} - \frac{60\,\text{m}}{6\,\text{s}} = 19{,}43\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) II. $v_t = g\Delta t - v_0 = 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6\,\text{s} - 19{,}43\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 39{,}43\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

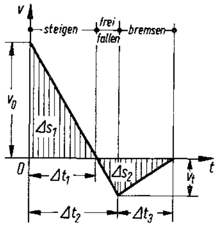
c) $h = \Delta s_1 + \Delta s_2$

III. $\Delta s_1 = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(19{,}43\,\frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 19{,}24\,\text{m}$

$h = 19{,}24\,\text{m} + 60\,\text{m} = 79{,}24\,\text{m}$

443.

Steigen:



I. $g = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_0}{\Delta t_1}$

II. $\Delta s_1 = \frac{v_0 \Delta t_1}{2}$

a) I. $\Delta t_1 = \frac{v_0}{g} = \frac{4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$

$\Delta t_1 = 0{,}4077\,\text{s}$

II. $\Delta s_1 = \frac{4\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0{,}4077\,\text{s}}{2}$

$\Delta s_1 = 0{,}8155\,\text{m}$

Fallen:

b) $g = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_t}{\Delta t_2 - \Delta t_1}$

$v_t = g(\Delta t_2 - \Delta t_1) = 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}(0{,}5\,\text{s} - 0{,}4077\,\text{s})$

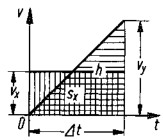
$v_t = 0{,}905\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ (abwärts)

c) $\Delta s_2 = \frac{v_t(\Delta t_2 + \Delta t_3 - \Delta t_1)}{2} = \frac{0{,}905\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0{,}3423\,\text{s}}{2}$

$\Delta s_2 = 0{,}1549\,\text{m}$

Waagerechter Wurf

444.



I. $g = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_y}{\Delta t}$

II. $h = \frac{v_y \Delta t}{2}$

III. $s_x = v_x \Delta t$

a) III. $\Delta t = \frac{s_x}{v_x}$; in I. und II. eingesetzt:

I. $v_y = \frac{g s_x}{v_x}$

II. $h = \frac{v_y s_x}{2 v_x}$

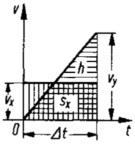
I. in II. $h = \frac{g s_x^2}{2 v_x^2} = \frac{g}{2}\left(\frac{s_x}{v_x}\right)^2$

$$h = \frac{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2} \cdot \left(\frac{100\,\text{m}}{500\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}\right)^2 = 0{,}1962\,\text{m}$$

b) $h' = \frac{g}{2}\left(\frac{s_x}{2v_x}\right)^2 = \frac{g}{8}\left(\frac{s_x}{v_x}\right)^2 = \frac{1}{4}h$;

d.h. der Abstand h' beträgt nur noch ein Viertel des vorher berechneten Abstandes h.

445.



I. $g = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_y}{\Delta t}$

II. $h = \frac{v_y \Delta t}{2}$

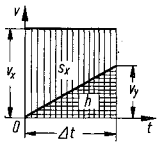
III. $s_x = v_x \Delta t$

I. = II. $v_y = g\Delta t = \frac{2h}{\Delta t} \longrightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

a) III. $s_x = v_x \Delta t = v_x \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 4\,\text{m}}{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 1{,}806\,\text{m}$

b) $l_2 = l_1 - s_x = 4\,\text{m} - 1{,}806\,\text{m} = 2{,}194\,\text{m}$

446.



I. $g = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_y}{\Delta t} \longrightarrow v_y = g\Delta t$

II. $h = \frac{v_y \Delta t}{2}$

III. $s_x = v_x \Delta t$

I. in II. $h = \frac{g(\Delta t)^2}{2} \longrightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

a) III. $s_x = v_x \sqrt{\frac{2h}{g}} = \frac{250\,\text{m}}{3{,}6\,\text{s}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 50\,\text{m}}{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 221{,}7\,\text{m}$

b) I. $v_y = g\Delta t = g\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 50\,\text{m}}$

$v_y = 31{,}32\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(69{,}44\,\frac{\text{m}}{\text{s}})^2 + (31{,}32\,\frac{\text{m}}{\text{s}})^2} = 76{,}18\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$v = 274{,}3\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{31{,}32\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{69{,}44\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0{,}4510; \quad \alpha = 24{,}28°$

447.

v,t-Diagramm s. Lösung 445!

I. $g = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_y}{\Delta t}$

II. $h = \frac{v_y \Delta t}{2}$

III. $s_x = v_x \Delta t$

Δt in III. mit Hilfe von I. und II. ersetzen:

I. $v_y = g\Delta t$; II. $v_y = \frac{2h}{\Delta t}$

I. = II. $g\Delta t = \frac{2h}{\Delta t} \longrightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

a) III. $v_x = \frac{s_x}{\Delta t} = \frac{s_x}{\sqrt{\frac{2h}{g}}}$

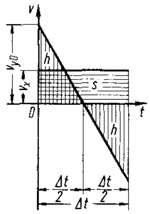
$v_x = s_x \sqrt{\frac{g}{2h}} = 0{,}6\,\text{m} \sqrt{\frac{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2 \cdot 1\,\text{m}}} = 1{,}329\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) $v_x = \sqrt{2gh_2} \longrightarrow h_2 = \frac{v_x^2}{2g} = \frac{(1{,}329\,\frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$

$h_2 = 0{,}0900\,\text{m} = 9\,\text{cm}$

Schräger Wurf

448.



I. $g = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{y0}}{\frac{\Delta t}{2}} = \frac{2v_{y0}}{\Delta t}$

II. $s = v_x \Delta t$

gleiche Zeit Δt für beide Bewegungen!

I. $\Delta t = \frac{2v_{y0}}{g}$ II. $\Delta t = \frac{s}{v_x}$

I. = II. $\frac{2v_{y0}}{g} = \frac{s}{v_x}$; $\left.\begin{array}{l} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_{y0} = v_0 \sin\alpha \end{array}\right\}$ einsetzen

$2v_0^2 \sin\alpha\cos\alpha = gs$ III. $2\sin\alpha\cos\alpha = \sin 2\alpha$

III. in I. = II. $\sin 2\alpha = \frac{gs}{v_0^2}$

$2\alpha = \arcsin\left(\frac{gs}{v_0^2}\right) = \arcsin\left(\frac{9{,}81\,\text{m/s}^2 \cdot 5\,\text{m}}{225\,\text{m}^2/\text{s}^2}\right)$

$2\alpha = \arcsin 0{,}218 = 12{,}6°$ und $167{,}4°$

$\alpha = 6{,}3°$ und $\alpha_2 = 83{,}7°$

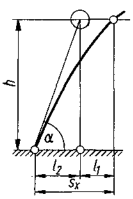
Lösung ist $\alpha_2 = 83{,}7°$, der kleinere Winkel ist die zweite Lösung der goniometrischen Gleichung aber keine Lösung des physikalischen Problems.

449.

$s_{max} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

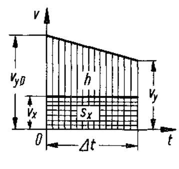
$v_0 = \sqrt{\frac{g s_{max}}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 90\,\text{m}}{\sin 80°}} = 29{,}94\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

450.



$l_1 = s_x - l_2$

$l_2 = h\cot\alpha = 1455{,}9\,\text{m}$



I. $g = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{y0} - v_y}{\Delta t}$

II. $h = \frac{v_{y0} + v_y}{2}\Delta t$

III. $s_x = v_x \Delta t$

I. = II. $v_y = v_{y0} - g\,\Delta t = \dfrac{2h}{\Delta t} - v_{y0}$

$$(\Delta t)^2 - \frac{2 v_{y0}}{g}\Delta t + \frac{2h}{g} = 0$$

$$\Delta t = \frac{v_{y0}}{g} - \sqrt{\left(\frac{v_{y0}}{g}\right)^2 - \frac{2h}{g}} = \frac{v_{y0} - \sqrt{v_{y0}^2 - 2gh}}{g}$$

in III. eingesetzt:

III. $s_x = \dfrac{v_0 \cos\alpha}{g}\left(v_0 \sin\alpha - \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha - 2gh}\right)$

II. $v_y = v_0 \sin\alpha - g\,\Delta t = v_0 \sin\alpha - g\left(\dfrac{2 v_0 \sin\alpha}{g} - \Delta t_{ges}\right)$

$v_y = g\,\Delta t_{ges} - v_0 \sin\alpha$ in III. einsetzen:

III. $h = \dfrac{v_0 \sin\alpha + g\,\Delta t_{ges} - v_0 \sin\alpha}{2}\left(\dfrac{2 v_0 \sin\alpha}{g} - \Delta t_{ges}\right)$

$$h = v_0 \sin\alpha\,\Delta t_{ges} - \frac{g}{2}(\Delta t_{ges})^2$$

$$h = 100\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin 60° \cdot 15\,\text{s} - \frac{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (15\,\text{s})^2}{2}$$

$$h = 195{,}4\,\text{m}$$

$$s_x = \frac{600\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \cos 70°}{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}\left(600\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin 70° - \sqrt{\left(600\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \cdot \sin^2 70° - 2 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4000\,\text{m}}\right)$$

$$s_x = 1558{,}9\,\text{m}$$

$$l_1 = s_x - l_2 = 1558{,}9\,\text{m} - 1455{,}9\,\text{m} = 103\,\text{m}$$

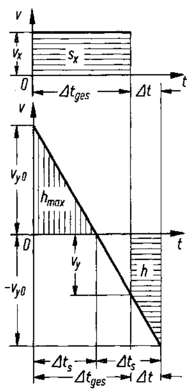
451.

a) $s_x = v_x\,\Delta t_{ges} = v_0 \cos\alpha\,\Delta t_{ges}$

$s_x = 100\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \cos 60° \cdot 15\,\text{s}$

$s_x = 750\,\text{m}$

b)



I. $g = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_{y0}}{\Delta t_s}$	x			x	
II. $g = \dfrac{v_{y0} - v_y}{\Delta t}$	x	x			x
III. $h = \dfrac{(v_{y0} + v_y)\,\Delta t}{2}$	x	x	x		x
IV. $v_{y0} = v_0 \sin\alpha$	x				
V. $\Delta t_{ges} + \Delta t = 2\,\Delta t_s$				x	x
5 Unbekannte	v_{y0}	v_y	h	Δt_s	Δt

Zielgröße h nur in III. enthalten: Hauptgleichung; weitere unbekannte Größen mit Hilfe der anderen Gleichungen ausdrücken. IV. enthält nur v_{y0} und kann in I., II. und III. eingesetzt werden. V. liefert mit I. einen Ausdruck für Δt, der in II. und III. eingesetzt wird.

I. $\Delta t_s = \dfrac{v_0 \sin\alpha}{g}$ in V.: $\Delta t = 2\,\Delta t_s - \Delta t_{ges}$

$\Delta t = \dfrac{2 v_0 \sin\alpha}{g} - \Delta t_{ges}$ in II., III. einsetzen:

Gleichförmige Drehbewegung

453.

$$v_u = \pi d n = \pi \cdot 0{,}035\,\text{m} \cdot 2800\,\text{min}^{-1} = 307{,}9\,\frac{\text{m}}{\text{min}}$$

$$v_u = 5{,}131\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

454.

$$v_u = 2\pi r n;\quad n = \frac{z}{\Delta t} = \frac{1}{24\,\text{h}} = \frac{1}{24 \cdot 3600\,\text{s}}$$

$$v_u = 2\pi \cdot 6{,}38 \cdot 10^6\,\text{m} \cdot \frac{1}{24 \cdot 3600\,\text{s}} = 464\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

455.

$$v_u = \pi d n = \pi \cdot 1{,}65\,\text{m} \cdot 3000\,\text{min}^{-1} = 15\,550\,\frac{\text{m}}{\text{min}}$$

$$v_u = 259{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

456.

a) Die Umfangsgeschwindigkeit v_u ist gleich der Mittelpunktsgeschwindigkeit v_M:

$$v_u = v_M = 25\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 25 \cdot \frac{10^3\,\text{m}}{3{,}6 \cdot 10^3\,\text{s}} = 6{,}944\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) $v_u = 2\pi r n = \pi d n \qquad 1'' = 25{,}4\,\text{mm} = 0{,}0254\,\text{m}$

$$n = \frac{v_u}{\pi d} = \frac{6{,}944\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\pi \cdot 28'' \cdot \frac{0{,}0254\,\text{m}}{1''}} = 3{,}108\,\frac{1}{\text{s}} = 186{,}5\,\text{min}^{-1}$$

457.

$$v = \frac{\pi d n}{1000} \longrightarrow d = \frac{1000\,v}{\pi n} = \frac{1000 \cdot 37}{\pi \cdot 250}\,\text{mm} = 47{,}11\,\text{mm}$$

458.

$$v = \frac{\pi d n}{60\,000} \longrightarrow d = \frac{60000\,v}{\pi n} = \frac{60000 \cdot 40}{\pi \cdot 2800}\,\text{mm} = 272{,}8\,\text{mm}$$

459.

a) $V_{nutz} = 2\,V_{teil}$

$$\frac{\pi s}{4}(d_a^2 - d_i^2) = 2\,\frac{\pi s}{4}(d_m^2 - d_i^2)$$

$$d_m = \sqrt{\frac{d_a^2 + d_i^2}{2}} = \sqrt{\frac{(400\text{mm})^2 + (180\text{mm})^2}{2}} = 310\text{mm}$$

b) $v = \frac{\pi d n}{60\,000}$

$n_1 = \frac{60000\,v}{\pi d_a} = \frac{60000 \cdot 30}{\pi \cdot 400} \text{min}^{-1} = 1432\ \text{min}^{-1}$

$n_2 = \frac{60000\,v}{\pi d_m} = \frac{60000 \cdot 30}{\pi \cdot 310} \text{min}^{-1} = 1848\ \text{min}^{-1}$

460.

$\omega_1 = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi\ \text{rad}}{12\ \text{h}} = 0{,}5236\ \frac{\text{rad}}{\text{h}} = 1{,}454 \cdot 10^{-4}\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$\omega_2 = \frac{2\pi\ \text{rad}}{1\ \text{h}} = 1{,}745 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$\omega_3 = \frac{2\pi\ \text{rad}}{60\ \text{s}} = 1{,}047 \cdot 10^{-1}\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

461.

$v_{u1} = r_1 \omega = 0{,}06\ \text{m} \cdot 18{,}7\ \frac{1}{\text{s}} = 1{,}122\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$v_{u2} = r_2 \omega = 0{,}09\ \text{m} \cdot 18{,}7\ \frac{1}{\text{s}} = 1{,}683\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$v_{u3} = r_3 \omega = 0{,}12\ \text{m} \cdot 18{,}7\ \frac{1}{\text{s}} = 2{,}244\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

462.

a) $v_M = v_u = \frac{120}{3{,}6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 33{,}33\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$v_u = \pi d n \longrightarrow n = \frac{v_u}{\pi d}$

$n = \frac{33{,}33\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\pi \cdot 0{,}62\ \text{m}} = 17{,}11\ \frac{1}{\text{s}} = 1027\ \text{min}^{-1}$

b) $\omega = \frac{v_u}{r} = \frac{33{,}33\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}31\ \text{m}} = 107{,}5\ \frac{1}{\text{s}} = 107{,}5\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

463.

a) $v_u = v_M = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{3600\ \text{m}}{4 \cdot 60\ \text{s}} = 15\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 54\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$

b) $\Delta s = \pi d z \longrightarrow d = \frac{\Delta s}{\pi z} = \frac{3600\ \text{m}}{\pi \cdot 1750} = 0{,}6548\ \text{m}$

c) $\omega = \frac{v_u}{r} = \frac{15\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}3274\ \text{m}} = 45{,}81\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

464.

a) $n = \frac{z}{\Delta t} = \frac{0{,}5}{8\ \text{s}} = 0{,}0625\ \frac{1}{\text{s}} = 3{,}75\ \text{min}^{-1}$

b) $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\pi\ \text{rad}}{8\ \text{s}} = 0{,}3927\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

c) $v_u = \omega r = 0{,}3927\ \frac{1}{\text{s}} \cdot 5{,}4\ \text{m} = 2{,}121\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

465.

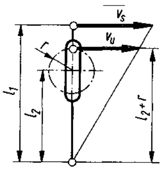
a) $\omega_k = \frac{\pi n}{30} = \frac{\pi \cdot 24}{30}\ \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 2{,}513\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

b) $v_u = \omega_k\ r = 2{,}513\ \frac{1}{\text{s}} \cdot 0{,}15\ \text{m} = 0{,}377\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

c) $\omega_a = \frac{v_u}{l_2 + r} = \frac{0{,}377\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}6\ \text{m} + 0{,}15\ \text{m}} = 0{,}5027\ \frac{1}{\text{s}} = 0{,}5027\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$\omega_r = \frac{v_u}{l_2 - r} = \frac{0{,}377\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}6\ \text{m} - 0{,}15\ \text{m}} = 0{,}8378\ \frac{1}{\text{s}} = 0{,}8378\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

d) Strahlensatz: $\frac{v_s}{v_u} = \frac{l_1}{l_2 + r}$



$v_s = \frac{0{,}377\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0{,}9\ \text{m}}{0{,}75\ \text{m}}$

$v_s = 0{,}4524\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 27{,}14\ \frac{\text{m}}{\text{min}}$

466.

a) $v_r = v_u = \pi d_1 n_1 = \pi \cdot 0{,}111\ \text{m} \cdot 900\ \frac{1}{\text{min}} = 313{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{min}}$

$v_r = 5{,}231\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) $\omega_1 = \frac{v_u}{r_1} = \frac{2 v_u}{d_1} = \frac{2 \cdot 5{,}231\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}111\ \text{m}} = 94{,}25\ \frac{1}{\text{s}} = 94{,}25\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

c) $i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} \longrightarrow d_2 = d_1 \frac{n_1}{n_2} = \frac{0{,}111\ \text{m} \cdot 900\ \text{min}^{-1}}{225\ \text{min}^{-1}}$

$d_2 = 0{,}444\ \text{m} = 444\ \text{mm}$

467.

a) $v_u = \pi d n \longrightarrow n_{Sch} = \frac{v_u}{\pi d} = \frac{26\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\pi \cdot 0{,}28\ \text{m}} = 29{,}56\ \frac{1}{\text{s}}$

$n_{Sch} = 1773\ \frac{1}{\text{min}} = 1773\ \text{min}^{-1}$

b) $i = \frac{n_M}{n_{Sch}} = \frac{d_2}{d_1} \longrightarrow d_1 = d_2\ \frac{n_{Sch}}{n_M} = \frac{100\ \text{mm} \cdot 1773\ \text{min}^{-1}}{960\ \text{min}^{-1}}$

$d_1 = 184{,}7\ \text{mm}$

c) $v_r = v_u = \pi d_1 n_M = \pi \cdot 0{,}1847\ \text{m} \cdot 960\ \frac{1}{\text{min}} = 557{,}1\ \frac{\text{m}}{\text{min}}$

$v_r = 9{,}286\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

468.

a) $i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} \longrightarrow n_2 = \frac{n_1}{i} = \frac{1420\ \text{min}^{-1}}{3{,}5} = 405{,}7\ \text{min}^{-1}$

b) $d_1 = \frac{d_2}{i} = \frac{320\ \text{mm}}{3{,}5} = 91{,}43\ \text{mm}$

c) $v_r = v_u = \pi d_1 n_1 = \pi \cdot 0{,}09143\ \text{m} \cdot 1420\ \frac{1}{\text{min}} = 407{,}9\ \frac{\text{m}}{\text{min}}$

$v_r = 6{,}798\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

469.

$i = \frac{z_k}{z_s} = \frac{u_s}{u_k}$ (z Zähnezahlen, u Umdrehungen);

$u_s = \frac{80^\circ}{360^\circ} = 0{,}2222$

$z_s = 85 \cdot 4 = 340$ (für vollen Zahnkranz)

$u_k = u_s \cdot \frac{z_s}{z_k} = \frac{0{,}2222 \cdot 340}{14} = 5{,}397$

470.

$$i = \frac{n_M}{n_{1,2,3}} = \frac{d_T}{d_{1,2,3}}$$

$$d_1 = \frac{d_T}{n_M} \cdot n_1 = \frac{200\text{ mm}}{1500\,\frac{1}{\text{min}}} \cdot 33{,}33\,\frac{1}{\text{min}}$$

$$d_1 = 0{,}1333\text{ mm}\cdot\text{min}\cdot 33{,}33\,\frac{1}{\text{min}} = 4{,}444\text{ mm}$$

$$d_2 = 0{,}1333\text{ mm}\cdot\text{min}\cdot 45\,\frac{1}{\text{min}} = 6\text{ mm}$$

$$d_3 = 0{,}1333\text{ mm}\cdot\text{min}\cdot 78\,\frac{1}{\text{min}} = 10{,}40\text{ mm}$$

471.

$$v = v_u = \pi d n_4 \longrightarrow n_4 = \frac{v}{\pi d} = \frac{180\,\frac{\text{m}}{\text{min}}}{\pi\cdot 0{,}6\text{ m}} = 95{,}49\text{ min}^{-1}$$

$$i_{ges} = \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{n_1}{n_4} \longrightarrow z_2 = \frac{n_1 z_1 z_3}{n_4 z_4}$$

$$z_2 = \frac{1430\text{ min}^{-1}\cdot 17\cdot 17}{95{,}49\text{ min}^{-1}\cdot 86} = 50{,}32 \approx 50\text{ Zähne}$$

472.

a) $i = \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{60\cdot 80}{15\cdot 20} = 16$

b) $i = \frac{n_M}{n_T} \longrightarrow n_T = \frac{n_M}{i} = \frac{960\text{ min}^{-1}}{16} = 60\text{ min}^{-1}$

c) $v = v_{uT} = \pi d_T n_T = \pi\cdot 0{,}3\text{ m}\cdot 60\,\frac{1}{\text{min}} = 56{,}55\,\frac{\text{m}}{\text{min}}$

473.

a) $v = v_u = \pi d n$

$$n = \frac{v}{\pi d} = \frac{\frac{22}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\pi\cdot 0{,}78\text{ m}} = 2{,}494\,\frac{1}{\text{s}} = 149{,}6\text{ min}^{-1}$$

b) $v_u = \pi d_2 n = \pi\cdot 0{,}525\text{ m}\cdot 149{,}6\,\frac{1}{\text{min}} = 246{,}79\,\frac{\text{m}}{\text{min}}$

$$v_u = 4{,}113\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\omega_2 = \frac{v_u}{r_2} = \frac{4{,}113\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}2625\text{ m}} = 15{,}67\,\frac{1}{\text{s}} = 15{,}67\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_1 = \frac{v_u}{r_1} = \frac{4{,}113\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}075\text{ m}} = 54{,}84\,\frac{1}{\text{s}} = 54{,}84\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

c) $v_u = \pi d_1 n_M$

$$n_M = \frac{v_u}{\pi d_1} = \frac{4{,}113\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\pi\cdot 0{,}15\text{ m}} = 8{,}729\,\frac{1}{\text{s}} = 523{,}7\text{ min}^{-1}$$

d) $i = \frac{d_2}{d_1} = \frac{525\text{ mm}}{150\text{ mm}} = 3{,}5$

Kontrolle der Drehzahlen: $i = \frac{n_M}{n} = \frac{523{,}7\text{ min}^{-1}}{149{,}6\text{ min}^{-1}}$

$i = 3{,}50$

474.

$$i = \frac{d_2}{d_1} = \frac{200\text{ mm}}{40\text{ mm}} = 5$$

$z_2 = \frac{h}{P} = \frac{350\text{ mm}}{9\text{ mm}} = 38{,}89$ (z_2 Anzahl der Spindelumdrehungen)

$i = \frac{z_1}{z_2} \longrightarrow z_1 = i z_2 = 5\cdot 38{,}89 = 194{,}4$ (Anzahl der Kurbelumdrehungen)

475.

$$u = nP \longrightarrow n = \frac{u}{P} = \frac{420\,\frac{\text{mm}}{\text{min}}}{4\text{ mm}} = 105\,\frac{1}{\text{min}} = 105\text{ min}^{-1}$$

476.

$$u = sn = 0{,}05\,\frac{\text{mm}}{\text{U}}\cdot 1420\,\frac{\text{U}}{\text{min}} = 71\,\frac{\text{mm}}{\text{min}}$$

477.

a) $v = \frac{\pi d n}{1000}$

$$n = \frac{1000\,v}{\pi d} = \frac{1000\cdot 18}{\pi\cdot 25}\text{min}^{-1} = 229{,}2\text{ min}^{-1}$$

b) $u = sn = 0{,}35\,\frac{\text{mm}}{\text{U}}\cdot 229{,}2\,\frac{\text{U}}{\text{min}} = 80{,}21\,\frac{\text{mm}}{\text{min}}$

478.

a) $v = \frac{\pi d n}{1000} = \frac{\pi\cdot 100\cdot 630}{1000}\,\frac{\text{m}}{\text{min}} = 197{,}9\,\frac{\text{m}}{\text{min}}$

b) $u = sn = 0{,}8\,\frac{\text{mm}}{\text{U}}\cdot 630\,\frac{\text{U}}{\text{min}} = 504\,\frac{\text{mm}}{\text{min}}$

c) $u = \frac{l}{\Delta t} \longrightarrow \Delta t = \frac{l}{u} = \frac{160\text{ mm}}{504\,\frac{\text{mm}}{\text{min}}} = 0{,}3175\text{ min} = 19{,}05\text{ s}$

479.

a) $v = \frac{\pi d n}{1000} \longrightarrow n = \frac{1000\,v}{\pi d} = \frac{1000\cdot 40}{\pi\cdot 38}\text{min}^{-1}$

$v = 335{,}1\text{ min}^{-1}$

b) $s = \frac{u}{n} = \frac{\frac{l}{\Delta t}}{n} = \frac{l}{\Delta t\, n} = \frac{280\text{ mm}}{7\text{ min}\cdot 335{,}1\,\frac{\text{U}}{\text{min}}} = 0{,}1194\,\frac{\text{mm}}{\text{U}}$

480.

$$u = \frac{l}{\Delta t} \longrightarrow \Delta t = \frac{l}{u} = \frac{l}{sn} = \frac{l}{s\,\frac{v}{\pi d}}$$

$$\Delta t = \frac{\pi l d}{s v} = \frac{\pi\cdot 280\text{ mm}\cdot 85\text{ mm}}{0{,}25\,\frac{\text{mm}}{\text{U}}\cdot 5500\,\frac{\text{mm}}{\text{min}}} = 5{,}438\text{ min} = 326{,}3\text{ s}$$

Mittlere Geschwindigkeit

481.

a) $v_u = \pi d n = \pi\cdot 0{,}33\text{ m}\cdot 500\,\frac{1}{\text{min}} = 518{,}4\,\frac{\text{m}}{\text{min}} = 8{,}639\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\,l_h z}{\Delta t} = \frac{2\cdot 0{,}33\text{ m}\cdot 500}{60\text{ s}} = 5{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

482.

a) $v_u = \pi d n = \pi \cdot 0{,}095\ \text{m} \cdot 3300 \frac{1}{\text{min}} = 984{,}9 \frac{\text{m}}{\text{min}}$

$v_u = 16{,}41 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) $v_m = \frac{2 l_h z}{\Delta t} = \frac{1 \cdot 0{,}095\ \text{m} \cdot 3300}{60\ \text{s}} = 10{,}45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

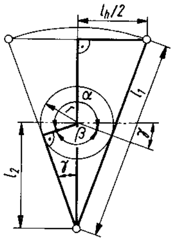
483.

$v_m = \frac{2 l_h z}{\Delta t}$

$l_h = \frac{v_m \Delta t}{2z} = \frac{7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 60\ \text{s}}{2 \cdot 4000} = 0{,}0525\ \text{m} = 52{,}5\ \text{mm}$

484.

a) $\gamma = \arcsin \frac{r}{l_2} = \arcsin \frac{150\ \text{mm}}{600\ \text{mm}}$



$\gamma = 14{,}48° \approx 14{,}5°$

$\alpha = 180° + 2\gamma = 209{,}0°$

$\beta = 180° - 2\gamma = 151{,}0°$

b) $\sin\gamma = \frac{l_h}{2 l_1} \longrightarrow l_h = 2 l_1 \sin\gamma = 2 \cdot 900\text{mm} \cdot \sin 14{,}5°$

$l_h = 450\ \text{mm}$

c) $v_{ma} = \frac{l_h}{\Delta t_a}$ $\quad \Delta t_a$ Zeit für Kurbeldrehwinkel α

$T = \frac{1}{n}$ Zeit für 1 Umdrehung

$\frac{\Delta t_a}{T} = \frac{\alpha}{360°} \longrightarrow \Delta t_a = T \frac{\alpha}{360°}$

$\Delta t_a = \frac{\alpha}{n \cdot 360°} = \frac{209°}{24 \frac{1}{\text{min}} \cdot 360°} = 0{,}02419\ \text{min}$

$v_{ma} = \frac{0{,}45\ \text{m}}{0{,}02419\ \text{min}} = 18{,}60 \frac{\text{m}}{\text{min}}$

d) $\Delta t_r = \frac{\beta}{n \cdot 360°} = \frac{151°}{24 \frac{1}{\text{min}} \cdot 360°} = 0{,}01748\ \text{min}$

$v_{mr} = \frac{0{,}45\ \text{m}}{0{,}01748\ \text{min}} = 25{,}75 \frac{\text{m}}{\text{min}}$

485.

a) $\sin\gamma = \frac{r}{l_2} = \frac{l_h}{2 l_1}$ (s. Lösung 484a und c)

$r = \frac{l_2 l_h}{2 l_1} = \frac{600\ \text{mm} \cdot 300\ \text{mm}}{2 \cdot 900\ \text{mm}} = 100\ \text{mm}$

b) $v_{ma} = \frac{l_h}{\Delta t_a} = \frac{l_h \cdot n \cdot 360°}{\alpha} \longrightarrow n = \frac{\alpha v_{ma}}{360°\ l_h}$

$\alpha = 180° + 2\gamma; \quad \sin\gamma = \frac{r}{l_2}$

$\gamma = \arcsin \frac{r}{l_2} = \arcsin \frac{100\ \text{mm}}{600\ \text{mm}} = 9{,}6°$

$\alpha = 180° + 2 \cdot 9{,}6° = 199{,}2°$

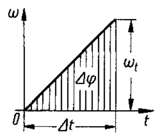
$n = \frac{199{,}2° \cdot 20 \frac{\text{m}}{\text{min}}}{360° \cdot 0{,}3\ \text{m}} = 36{,}89 \frac{1}{\text{min}} = 36{,}89\ \text{min}^{-1}$

Gleichmäßig beschleunigte oder verzögerte Drehbewegung

486.

I. $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_t}{\Delta t}$

II. $\Delta\varphi = \frac{\omega_t \Delta t}{2} = 2\pi z$



a) $\omega_t = \frac{\pi n}{30} = \frac{\pi \cdot 1200}{30} \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 125{,}7 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

I. $\alpha = \frac{125{,}7 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{5\ \text{s}} = 25{,}13 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$

b) $a_T = \alpha r = 25{,}13 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}1\ \text{m} = 2{,}513 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

c) II. $z = \frac{\omega_t \Delta t}{4\pi} = \frac{125{,}7 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 5\ \text{s}}{4\pi\ \text{rad}} = 50$ Umdrehungen

487.

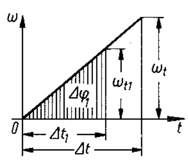
a) I. $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_t}{\Delta t}; \quad \omega_t = \alpha \Delta t = 2{,}3 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \cdot 15\ \text{s} = 34{,}5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$\omega_t = \frac{\pi n}{30}$

$n = \frac{30\,\omega_t}{\pi} = \frac{30 \cdot 34{,}5}{\pi} = 329{,}5 \frac{1}{\text{min}} = 329{,}5\ \text{min}^{-1}$

b) I. $\alpha = \frac{\omega_{t1}}{\Delta t_1}$

II. $\Delta\varphi_1 = 2\pi z_1 = \frac{\omega_{t1} \Delta t_1}{2}$



I. $\Delta t_1 = \frac{\omega_{t1}}{\alpha}$ in II. eingesetzt: $2\pi z_1 = \frac{(\omega_{t1})^2}{2\alpha}$

II. $\omega_{t1} = \sqrt{4\pi\alpha z_1} = \sqrt{4\pi\ \text{rad} \cdot 2{,}3 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \cdot 10} = 17 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

488.

a) $\omega_t = \frac{\pi n}{30} = \frac{3000\pi}{30} = 314{,}2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

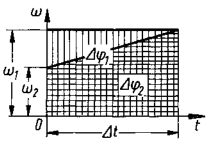
b) $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_t}{\Delta t}; \quad \Delta t = \frac{\omega_t}{\alpha} = \frac{314{,}2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{11{,}2 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}} = 28{,}05\ \text{s}$

489.

I. $\alpha = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{\omega_1 - \omega_2}{\Delta t}$

II. $\Delta\varphi_2 = \dfrac{(\omega_1 + \omega_2)\,\Delta t}{2}$

III. $\Delta\varphi_1 = \omega_1\,\Delta t$



a) $\omega_1 = \dfrac{\pi n_1}{30} = 90{,}06\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$

$\omega_2 = \dfrac{\pi n_2}{30} = 60\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$

I. $\Delta t = \dfrac{\omega_1 - \omega_2}{\alpha} = \dfrac{30{,}06\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}{15\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}} = 2{,}004\,\text{s}$

b) III. $\Delta\varphi_1 = 90{,}06\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 2{,}004\,\text{s} = 180{,}5\,\text{rad}$

c) II. $\Delta\varphi_2 = \dfrac{150{,}06\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}{2} \cdot 2{,}004\,\text{s} = 150{,}4\,\text{rad}$

d) $\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2 = 30{,}1\,\text{rad}$

490.

I. $\alpha_1 = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{\omega}{\Delta t_1}$

II. $\alpha_3 = \dfrac{\omega}{\Delta t_3}$

III. $\Delta\varphi_1 = \dfrac{\omega\,\Delta t_1}{2}$

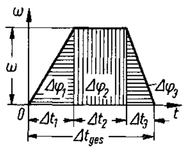
IV. $\Delta\varphi_2 = \omega\,\Delta t_2$

V. $\Delta\varphi_3 = \dfrac{\omega\,\Delta t_3}{2}$

VI. $\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 + \Delta\varphi_3$

VII. $\Delta t_2 = \Delta t_{\text{ges}} - \Delta t_1 - \Delta t_3$

$\Delta t_2 = 42\,\text{s} - 4\,\text{s} - 3\,\text{s} = 35\,\text{s}$



a) III., IV., V. in VI. eingesetzt:

$\Delta\varphi = \dfrac{\omega\,\Delta t_1}{2} + \omega\,\Delta t_2 + \dfrac{\omega\,\Delta t_3}{2}$

$\omega = \dfrac{\Delta\varphi}{\frac{\Delta t_1}{2} + \Delta t_2 + \frac{\Delta t_3}{2}} = \dfrac{\pi\,\text{rad}}{2\,\text{s} + 35\,\text{s} + 1{,}5\,\text{s}} = 0{,}0816\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$

b) I. $\alpha_1 = \dfrac{0{,}0816\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}{4\,\text{s}} = 0{,}0204\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}^2}$

II. $\alpha_3 = \dfrac{0{,}0816\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}{3\,\text{s}} = 0{,}0272\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}^2}$

491.

ω, t-Diagramm siehe Lösung 490!

I. $\alpha_1 = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{\omega}{\Delta t_1}$ II. $\alpha_3 = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{\omega}{\Delta t_3}$

III. $\Delta\varphi_1 = \dfrac{\omega\,\Delta t_1}{2}$ IV. $\Delta\varphi_2 = \omega\,\Delta t_2$ V. $\Delta\varphi_3 = \dfrac{\omega\,\Delta t_3}{2}$

VI. $\Delta\varphi_{\text{ges}} = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 + \Delta\varphi_3$ VII. $\Delta t_{\text{ges}} = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3$

a) $\omega = \dfrac{v_u}{r} = \dfrac{15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2{,}5\,\text{m}} = 6\,\dfrac{1}{\text{s}} = 6\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$

b) $\Delta\varphi_1 = 10 \cdot 2\pi\,\text{rad} = 62{,}83\,\text{rad}$

III. $\Delta t_1 = \dfrac{2\,\Delta\varphi_1}{\omega}$ in I. eingesetzt:

I. $\alpha_1 = \dfrac{\omega^2}{2\,\Delta\varphi_1} = \dfrac{36\,\frac{\text{rad}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 62{,}83\,\text{rad}} = 0{,}2865\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}^2}$

III. $\Delta t_1 = \dfrac{2 \cdot 62{,}83\,\text{rad}}{6\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 20{,}94\,\text{s}$

c) $\Delta\varphi_3 = 7 \cdot 2\pi\,\text{rad} = 43{,}98\,\text{rad}$

V. $\Delta t_3 = \dfrac{2\,\Delta\varphi_3}{\omega}$ in II. eingesetzt:

II. $\alpha_3 = \dfrac{\omega^2}{2\,\Delta\varphi_3} = \dfrac{36\,\frac{\text{rad}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 43{,}98\,\text{rad}} = 0{,}4093\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}^2}$

V. $\Delta t_3 = \dfrac{2 \cdot 43{,}98\,\text{rad}}{6\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 14{,}66\,\text{s}$

d) VII. $\Delta t_2 = \Delta t_{\text{ges}} - \Delta t_1 - \Delta t_3$

$\Delta t_2 = 45\,\text{s} - 20{,}94\,\text{s} - 14{,}66\,\text{s} = 9{,}4\,\text{s}$

IV. $\Delta\varphi_2 = \omega\,\Delta t_2 = 6\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 9{,}4\,\text{s} = 56{,}4\,\text{rad}$

VI. $\Delta\varphi_{\text{ges}} = 62{,}83\,\text{rad} + 56{,}4\,\text{rad} + 43{,}98\,\text{rad}$

$\Delta\varphi_{\text{ges}} = 163{,}2\,\text{rad}$

e) Förderhöhe = Umfangsweg der Treibscheibe

$h = \Delta s = r\,\Delta\varphi_{\text{ges}} = 2{,}5\,\text{m} \cdot 163{,}2\,\text{rad} = 408\,\text{m}$

492.

ω, t-Diagramm siehe Lösung 486!

a) $\alpha = \dfrac{a_t}{r} = \dfrac{1\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0{,}4\,\text{m}} = 2{,}5\,\dfrac{1}{\text{s}^2} = 2{,}5\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}^2}$

b) $\alpha = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{\omega_t}{\Delta t}$

$\omega_t = \alpha\,\Delta t = 2{,}5\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}^2} \cdot 10\,\text{s} = 25\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$

c) $v_M = v_u = \omega_t\,r = 25\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 0{,}4\,\text{m} = 10\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

493.

ω, t-Diagramm siehe Lösung 486!

a) $\omega_t = \dfrac{v}{r} = \dfrac{\frac{70}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}3\,\text{m}} = 64{,}81\,\dfrac{1}{\text{s}} = 64{,}81\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$

b) $\Delta\varphi = 2\pi z = 2\pi\,\text{rad} \cdot 65 = 408{,}4\,\text{rad}$

c) I. $\alpha = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{\omega_t}{\Delta t}$; II. $\Delta\varphi = \dfrac{\omega_t\,\Delta t}{2} \longrightarrow \Delta t = \dfrac{2\,\Delta\varphi}{\omega_t}$

II. in I. $\alpha = \dfrac{\omega_t^2}{2\,\Delta\varphi} = \dfrac{(64{,}81\,\frac{\text{rad}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 408{,}4\,\text{rad}} = 5{,}143\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}^2}$

d) II. $\Delta t = \dfrac{2\,\Delta\varphi}{\omega_t} = \dfrac{2 \cdot 408{,}4\,\text{rad}}{64{,}81\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 12{,}60\,\text{s}$

Dynamisches Grundgesetz und Prinzip von d'Alembert

495.

a) $F_{res} = ma \longrightarrow a = \dfrac{F_{res}}{m}$

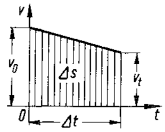
$F_{res} = 10\,\text{kN}$, da keine weiteren Kräfte in Verzögerungsrichtung wirken

$$a = \frac{10000\,\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}}{28000\,\text{kg}} = 0{,}3571\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(Kontrolle mit d'Alembert)

b) I. $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_0 - v_t}{\Delta t}$

II. $\Delta s = \dfrac{v_0 + v_t}{2}\,\Delta t$



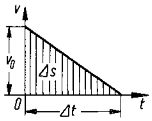
$$\text{I.} = \text{II.}\ \Delta t = \frac{v_0 - v_t}{a} = \frac{2\,\Delta s}{v_0 + v_t} \longrightarrow v_t = \sqrt{v_0^2 - 2\,a\,\Delta s}$$

$$v_t = \sqrt{(3{,}8\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}})^2 - 2 \cdot 0{,}3571\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10\,\text{m}} = 2{,}702\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

496.

a) I. $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_0}{\Delta t}$

II. $\Delta s = \dfrac{v_0\,\Delta t}{2} \longrightarrow \Delta t = \dfrac{2\,\Delta s}{v_0}$

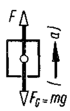


$$\text{II. in I.}\ a = \frac{v_0^2}{2\,\Delta s} = \frac{(\frac{60}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 2\,\text{m}} = 69{,}44\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b) $F = ma = 75\,\text{kg} \cdot 69{,}44\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2} = 5208\,\text{N}$

497.

$F_{res} = ma \longrightarrow a = \dfrac{F_{res}}{m}$

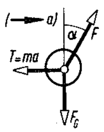


$$a = \frac{F - F_G}{m} = \frac{(F - F_G)g}{mg} = \frac{(F - F_G)g}{F_G}$$

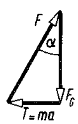
$$a = \frac{(65\,\text{N} - 50\,\text{N}) \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{50\,\text{N}} = 2{,}943\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

498.

Lageskizze



Krafteckskizze



$$\tan\alpha = \frac{T}{F_G} = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g}$$

$$a = g\,\tan\alpha = 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \tan 18^\circ = 3{,}187\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

499.

v,t-Diagramm siehe Lösung 496!

I. $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_0}{\Delta t}$ II. $\Delta s = \dfrac{v_0\,\Delta t}{2}$

a) II. $\Delta t = \dfrac{2\,\Delta s}{v_0}$ in I. eingesetzt:

$$\text{I.}\quad a = \frac{v_0^2}{2\,\Delta s} = \frac{(0{,}05\,\frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 0{,}1\,\text{m}} = 0{,}0125\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b) $F_{res} = ma = 1250 \cdot 10^3\,\text{kg} \cdot 0{,}0125\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2} = 15{,}63\,\text{kN}$

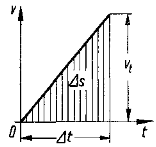
500.

a) $F_{res} = ma \longrightarrow a = \dfrac{F_{res}}{m} = \dfrac{1000\,\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}}{3800\,\text{kg}} = 0{,}2632\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$

(Kontrolle mit d'Alembert)

b) I. $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_t}{\Delta t}$

II. $\Delta s = \dfrac{v_t\,\Delta t}{2}$



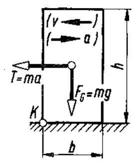
I. $\Delta t = \dfrac{v_t}{a}$

II. $\Delta s = \dfrac{v_t^2}{2a}$

$$v_t = \sqrt{2\,a\,\Delta s} = \sqrt{2 \cdot 0{,}2632\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1\,\text{m}} = 0{,}7255\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

501.

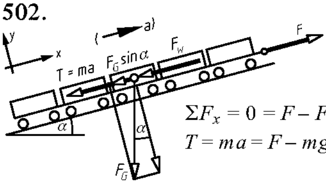
$$S = \frac{mg\,\frac{b}{2}}{ma\,\frac{h}{2}} = 1$$



$$a = \frac{gb}{Sh} = \frac{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}8\,\text{m}}{1 \cdot 2\,\text{m}}$$

$$a = 3{,}924\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

502.



$$\Sigma F_x = 0 = F - F_G \sin\alpha - F_w - T$$

$$T = ma = F - mg\sin\alpha - F_w m$$

$$a = \frac{F}{m} - (g\sin\alpha + F_w)$$

$$\sin\alpha \approx \tan\alpha = \frac{30}{1000} = 0{,}03$$

$$F_w = \frac{40\,\text{N}}{1000\,\text{kg}} = 0{,}04\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

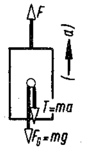
$$a = \frac{280000\,\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}}{580000\,\text{kg}} - \left(9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}03 + 0{,}04\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$$

$$a = 0{,}1485\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(Kontrolle mit dem Dynamischen Grundgesetz)

503.

Lösung nach d'Alembert



I. $\Sigma F_y = 0 = F - mg - ma$

$F = m(g + a)$

v, t-Diagramm siehe Lösung 496!

II. $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_0}{\Delta t}$

III. $\Delta s = \dfrac{v_0 \, \Delta t}{2} \longrightarrow \Delta t = \dfrac{2\,\Delta s}{v_0}$

III. in II. $a = \dfrac{v_0^2}{2\,\Delta s} = \dfrac{(18\,\frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 40\,\text{m}} = 4{,}05\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$

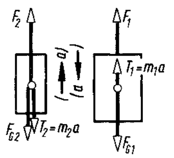
$F = 11000\,\text{kg}\,(9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 4{,}05\frac{\text{m}}{\text{s}^2}) = 152460\,\text{N}$

Ansatz nach dem Dynamischen Grundgesetz:

$F_{res} = F - F_G = ma$

$F = F_G + ma = mg + ma = m(g + a)$

504.



Rolle und Seil masselos und reibungsfrei bedeutet: Seilkräfte F_1 und F_2 haben gleichen Betrag: $F_1 = F_2$

Körper 1: $\Sigma F_y = 0 = F_1 + T_1 - F_{G1}$

$F_1 = F_{G1} - T_1 = m_1 g - m_1 a$

Körper 2: $\Sigma F_y = 0 = F_2 - F_{G2} - T_2$

$F_2 = F_{G2} + T_2 = m_2 g + m_2 a$

$m_1 g - m_1 a = m_2 g + m_2 a$

$m_2 a + m_1 a = m_1 g - m_2 g$

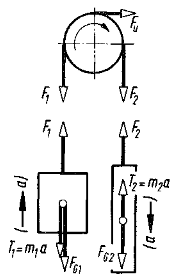
$$a = g\,\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = g\,\frac{1 - \frac{m_2}{m_1}}{1 + \frac{m_2}{m_1}}$$

$$a = \frac{1 - 0{,}25}{1 + 0{,}25} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 5{,}886\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(Kontrolle mit dem Dyn. Grundgesetz; s. Lösung 505b!)

505.

a) Lösung nach d'Alembert.



Trommel:

$F_1 = F_2 + F_u$

I. $F_u = F_1 - F_2$

Fahrkorb:

$\Sigma F_y = 0 = F_1 - F_{G1} - m_1 a$

II. $F_1 = m_1 g + m_1 a = m_1(g + a)$

Gegengewicht:

$\Sigma F_y = 0 = F_2 + m_2 a - F_{G2}$

III. $F_2 = m_2 g - m_2 a = m_2(g - a)$

III. und II. in I. eingesetzt:

$F_u = m_1(g + a) - m_2(g - a)$

$F_u = g(m_1 - m_2) + a\,(m_1 + m_2)$

Beschleunigung $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{1{,}25\,\text{s}} = 0{,}8\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$F_u = 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}(3000\,\text{kg} - 1800\,\text{kg})$

$\quad + 0{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,(3000\,\text{kg} + 1800\,\text{kg})$

$F_u = 15612\,\text{N}$

b) Lösung mit dem Dynamischen Grundgesetz:
Fahrkorb abwärts: F_{G1} wirkt in Richtung der Beschleunigung;
Gegengewicht aufwärts: F_{G2} wirkt der Beschleunigung entgegen.

$F_{res} = F_{G1} - F_{G2} = g(m_1 - m_2)$

Die resultierende Kraft muß die Massen beider Körper beschleunigen.

$F_{res} = ma$

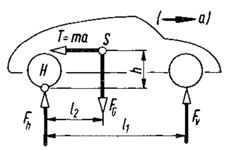
$$a = \frac{F_{res}}{m} = \frac{g(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} = g\,\frac{\frac{m_1}{m_2} - 1}{\frac{m_1}{m_2} + 1}$$ (vgl. Lösung 504!)

$$a = g\,\frac{\frac{3000\,\text{kg}}{1800\,\text{kg}} - 1}{\frac{3000\,\text{kg}}{1800\,\text{kg}} + 1} = \frac{g}{4}$$

$$a = \frac{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{4} = 2{,}453\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(Kontrolle mit d'Alembert; s. Lösung 504!)

506.



a) $\Sigma M_{(H)} = 0 = F_v l_1 - F_G l_2$

$F_v = \dfrac{F_G l_2}{l_1} = 1100\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \dfrac{0{,}95\,\text{m}}{2{,}35\,\text{m}}$

$F_v = 4362\,\text{N}$

$\Sigma F_y = 0 = F_h + F_v - F_G$

$F_h = F_G - F_v = 10791\,\text{N} - 4362\,\text{N} = 6429\,\text{N}$

b) Lösung nach d'Alembert

$\Sigma M_{(H)} = 0 = F_v l_1 + mah - F_G l_2$

$F_v = \dfrac{F_G l_2 - mah}{l_1}$; $\quad a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{\frac{20}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{1{,}8\,\text{s}} = 3{,}086\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$F_v = \dfrac{m}{l_1}\,(g l_2 - a h)$

$F_v = \dfrac{1100\,\text{kg}}{2{,}35\,\text{m}}\,(9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}95\,\text{m} - 3{,}086\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}58\,\text{m})$

$F_v = 3524\,\text{N}; \quad F_h = F_G - F_v = 7267\,\text{N}$

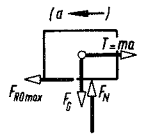
507.

a) $\Sigma F_x = 0 = ma - F_{R0\,max}$

$ma = F_N \mu_0 = F_G \mu_0$

$a = \frac{mg\mu_0}{m} = \mu_0 g$

$a = 0{,}3 \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} = 2{,}943 \frac{m}{s^2}$



b) $\Sigma F_x = 0 = F_{R0\,max} - F_{Gx} - ma$

$ma = F_{R0\,max} - F_{Gx}$

I. $ma = F_N \mu_0 - mg \sin\alpha$

$\Sigma F_y = 0 = F_N - F_{Gy}$

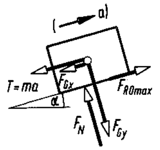
II. $F_N = F_{Gy} = mg \cos\alpha$

II. in I. $ma = mg\mu_0 \cos\alpha - mg \sin\alpha$

$\alpha = \arctan 0{,}1 = 5{,}71°$

$a = g(\mu_0 \cos\alpha - \sin\alpha) = 9{,}81 \frac{m}{s^2}(0{,}3 \cdot \cos 5{,}71° - \sin 5{,}71°)$

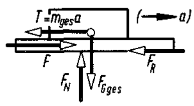
$a = 1{,}952 \frac{m}{s^2}$



508.

Lösung nach d'Alembert

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_r}{\Delta t} = \frac{0{,}5 \frac{m}{s}}{1\,s} = 0{,}5 \frac{m}{s^2}$



Tisch und Werkstück können als *ein* Körper mit der Masse $m_{ges} = m_1 + m_2$ und der Gewichtskraft $F_{G\,ges} = F_{G1} + F_{G2} = m_{ges} g$ betrachtet werden.

$\Sigma F_x = 0 = F - m_{ges} a - F_R$

$F_R = F_N \mu = (F_{G1} + F_{G2})\mu$

$F = m_{ges} a + F_R = m_{ges} a + m_{ges} g \mu$

$F = (m_1 + m_2)(a + \mu g) = 5000\,kg\,(0{,}5 \frac{m}{s^2} + 0{,}08 \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2})$

$F = 6424\,N$

(Kontrolle mit dem Dynamischen Grundgesetz)

509.

Lösung mit dem Dynamischen Grundgesetz.

$F_{res} = ma$; F_{res} = Summe aller Kräfte, die längs des Seiles wirken: Gewichtskraft F_G des rechten Körper beschleunigend (+), Reibkraft $F_R = F_G \mu$ des linken Körpers verzögernd (–). F_{res} muß beide Körper mit der Gesamtmasse $2m$ beschleunigen.

$a = \frac{F_{res}}{m} = \frac{F_G - F_R}{2m} = \frac{mg - mg\mu}{2m} = g \frac{1-\mu}{2}$

$a = 9{,}81 \frac{m}{s^2} \frac{1 - 0{,}15}{2} = 4{,}169 \frac{m}{s^2}$

(Kontrolle mit d'Alembert)

510.

a) $\Sigma F_x = 0 = F - F_w$

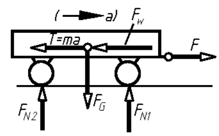
$F = F_w = F_w' m = 350 \frac{N}{t} \cdot 3{,}6\,t = 1260\,N$

b) $\Sigma F_x = 0 = F - F_w - ma$

$F = F_w + ma$

$= F_w' m + ma$

$F = m(F_w' + a)$



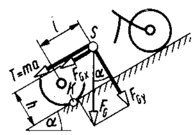
Beschleunigung a nach Lösung 423:

$a = \frac{v^2}{2\Delta s} = \frac{\left(\frac{15}{3{,}6} \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 6\,m} = 1{,}447 \frac{m}{s^2}$

$F = 3600\,kg \left(\frac{350 \frac{kgm}{s^2}}{1000\,kg} + 1{,}447 \frac{m}{s^2} \right) = 6468\,N$

511.

Standsicherheit beim Ankippen $S = 1$



$S = \frac{M_s}{M_k} = \frac{F_{Gy}\, l}{(ma + F_{Gx})h} = \frac{mgl \cos\alpha}{mah + mgh \sin\alpha} = 1$

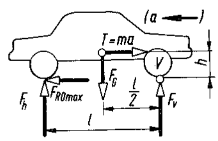
$mah = m(gl \cos\alpha - gh \sin\alpha)$

$a = g \frac{l \cos\alpha - h \sin\alpha}{h} = g\left(\frac{l}{h} \cos\alpha - \sin\alpha\right)$

$a = 9{,}81 \frac{m}{s^2} \left(\frac{0{,}7\,m}{0{,}5\,m} \cdot \cos 35° - \sin 35° \right) = 5{,}623 \frac{m}{s^2}$

512.

Lösung nach d'Alembert



I. $\Sigma F_x = 0 = ma - F_{R0\,max} = ma - F_h \mu_0$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_v + F_h - F_G$

III. $\Sigma M_{(V)} = 0 = F_G \cdot \frac{l}{2} - mah - F_h l$

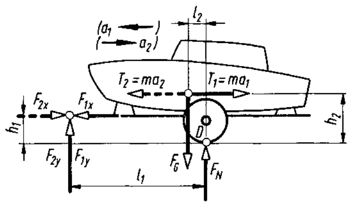
I. = III. $F_h = \frac{ma}{\mu_0} = \frac{mg \frac{l}{2} - mah}{l}$

$mal = mg\mu_0 \frac{l}{2} - ma\mu_0 h$

$a = \frac{g\mu_0 \frac{l}{2}}{l + \mu_0 h} = g \frac{\mu_0 l}{2(l + \mu_0 h)}$

$a = 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{0{,}6 \cdot 3\,m}{2(3\,m + 0{,}6 \cdot 0{,}6\,m)} = 2{,}628 \frac{m}{s^2}$

513.



a) $\Sigma M_{(D)} = 0 = F_G l_2 - F_{1y} l_1$
(waagerechte Kräfte treten im Stillstand nicht auf.)

$$F_{1y} = \frac{F_G l_2}{l_1} = \frac{10^3\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}1\,\mathrm{m}}{3\,\mathrm{m}} = 327\,\mathrm{N}$$

Richtungssinn auf Pkw ↓ (Reaktion)

b) Nach d'Alembert. Es gelten die Kräfte mit dem Index 1.

$\Sigma F_x = 0 = ma_1 - F_{1x}$; $F_{1x} = ma_1 = 1000\,\mathrm{kg} \cdot 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$F_{1x} = 2000\,\mathrm{N}$, Richtungssinn auf Pkw → (Reaktion)

$\Sigma M_{(D)} = 0 = F_G l_2 + F_{1x} h_1 - ma_1 h_2 - F_{1y} l_1$

$$F_{1y} = \frac{mgl_2 + ma_1 h_1 - ma_1 h_2}{l_1}$$

$$F_{1y} = \frac{m}{l_1}[gl_2 - a_1(h_2 - h_1)]$$

$$F_{1y} = \frac{10^3\,\mathrm{kg}}{3\,\mathrm{m}}\left[9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}1\,\mathrm{m} - 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}(1\,\mathrm{m} - 0{,}4\,\mathrm{m})\right]$$

$F_{1y} = -73\,\mathrm{N}$ Richtungssinn in Skizze falsch angenommen;
Richtungssinn auf Pkw ↑ (Reaktion).

c) Es gelten die Kräfte mit dem Index 2.

$\Sigma F_x = 0 = F_{2x} - ma_2$; $F_{2x} = ma_2$

$F_{2x} = 1000\,\mathrm{kg} \cdot 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 5000\,\mathrm{N}$

Richtungssinn auf Pkw ← (Reaktion)

$\Sigma M_{(D)} = 0 = F_G l_2 + ma_2 h_2 - F_{2x} h_1 - F_{2y} l_1$

$$F_{2y} = \frac{mgl_2 + ma_2 h_2 - ma_2 h_1}{l_1}$$

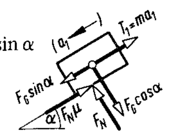
$$F_{2y} = \frac{m}{l_1}[gl_2 + a_2(h_2 - h_1)]$$

$$F_{2y} = \frac{10^3\,\mathrm{kg}}{3\,\mathrm{m}}\left[9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}1\,\mathrm{m} + 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}6\,\mathrm{m}\right] = 1327\,\mathrm{N}$$

Richtungssinn auf Pkw ↓ (Reaktion)

514.

a) Lösung nach d'Alembert



I. $\Sigma F_x = 0 = ma_1 + F_N\mu - F_G \sin\alpha$
$ma_1 = mg\sin\alpha - F_N\mu$

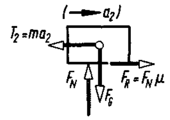
II. $\Sigma F_y = 0 = F_N - F_G\cos\alpha$
$F_N = mg\cos\alpha$

II. in I. $ma_1 = mg\sin\alpha - mg\mu\cos\alpha$

$$a_1 = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}(\sin 30^\circ - 0{,}3 \cdot \cos 30^\circ)$$

$a_1 = 2{,}356\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

b)



I. $\Sigma F_x = 0 = F_N\mu - ma_2$
$ma_2 = F_N\mu$

II. $\Sigma F_y = 0 = F_N - F_G$
$F_N = F_G = mg$

I. = II. $ma_2 = mg\mu$

$$a_2 = \mu g = 0{,}3 \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 2{,}943\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

c) Vergleiche Lösung 427: Beschleunigte Bewegung mit Anfangsgeschwindigkeit $v_1 = 1{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ und Beschleunigung $a_1 = 2{,}356\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ längs des Weges Δs.

$$\Delta s = \frac{h}{\sin\alpha} = \frac{4\,\mathrm{m}}{\sin 30^\circ} = 8\,\mathrm{m}$$

$$v_t = \sqrt{v_1^2 + 2a_1\Delta s}$$

$$v_t = \sqrt{1{,}44\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} + 2 \cdot 2{,}356\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 8\,\mathrm{m}} = 6{,}256\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

d) Länge l aus den Größen v_t, a_2 und v_2 mit Hilfe eines v,t-Diagramms wie in Lösung 424.

$$l = \frac{v_t^2 - v_2^2}{2a_2} = \frac{(6{,}256\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2 - (1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2}{2 \cdot 2{,}943\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 6{,}479\,\mathrm{m}$$

Impuls

515.

$F_{res}\Delta t = m\Delta v$

$$\Delta t = \frac{m\Delta v}{F_{res}} = \frac{2 \cdot 18000\,\mathrm{kg} \cdot 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{6000\,\frac{\mathrm{kgm}}{\mathrm{s}^2}} = 12\,\mathrm{s}$$

516.

a) Weg $\Delta s \mathrel{\hat=}$ Dreiecksfläche im v,t-Diagramm:

$$\Delta s = \frac{\Delta v\,\Delta t}{2}$$

$$\Delta t = \frac{2\Delta s}{\Delta v} = \frac{2 \cdot 6{,}5\,\mathrm{m}}{800\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 0{,}01625\,\mathrm{s}$$

b) $F_{res}\Delta t = m\Delta v \longrightarrow F_{res} = \dfrac{m\Delta v}{\Delta t}$

$$F_{res} = \frac{15\,\mathrm{kg} \cdot 800\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}01625\,\mathrm{s}} = 738\,500\,\mathrm{N} = 738{,}5\,\mathrm{kN}$$

517.

a) $F_{res}\Delta t = m\Delta v \longrightarrow F_{res} = \dfrac{m\Delta v}{\Delta t}$

$$F_{res} = \frac{5000\,\mathrm{kg} \cdot \frac{40}{3{,}6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{6\,\mathrm{s}} = 9{,}259\,\mathrm{kN}$$

b) Bremsweg $\mathrel{\hat=}$ Dreiecksfläche im v,t-Diagramm:

$$\Delta s = \frac{\Delta v\,\Delta t}{2} = \frac{\frac{40}{3{,}6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 6\,\mathrm{s}}{2} = 33{,}33\,\mathrm{m}$$

518.

a) $F_{res}\Delta t = m\,\Delta v;\quad F_{res} = F - F_G$

$$\Delta v = \frac{(F - F_G)\,\Delta t}{m} = \frac{(F - mg)\,\Delta t}{m}$$

$$\Delta v = \frac{\left(600\,\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} - 40\,\text{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)\cdot 100\,\text{s}}{40\,\text{kg}}$$

$$\Delta v = 519\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) $F_{res} = ma \longrightarrow a = \dfrac{F_{res}}{m} = \dfrac{207{,}6\,\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}}{40\,\text{kg}}$

$a = 5{,}19\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ (Kontrolle mit $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$)

c) Steighöhe $h \mathrel{\hat{=}}$ Dreiecksfläche im v,t-Diagramm

$$h = \frac{\Delta v\,\Delta t}{2} = \frac{519\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 100\,\text{s}}{2} = 25\,950\,\text{m}$$

$h = 25{,}95\,\text{km}$

519.

a) $F_{res}\Delta t = m\,\Delta v;\quad F_{res} = F_w$

$$\Delta t = \frac{m\,\Delta v}{F_w} = \frac{100\,\text{kg}\cdot\frac{43}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{20\,\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}} = 59{,}72\,\text{s}$$

b) Ausrollweg $\Delta s \mathrel{\hat{=}}$ Dreiecksfläche im v,t-Diagramm

$$\Delta s = \frac{\Delta v\,\Delta t}{2} = \frac{\frac{43}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 59{,}72\,\text{s}}{2} = 356{,}7\,\text{m}$$

520.

$F_{res}\,\Delta t = m\,\Delta v;\quad F_{res} = F_{br}$

$$\Delta v = \frac{F_{br}\,\Delta t}{m} = \frac{12\,000\,\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}\cdot 4\,\text{s}}{10\,000\,\text{kg}} = 4{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 17{,}28\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$v_t = v_0 - \Delta v = 30\,\frac{\text{km}}{\text{h}} - 17{,}28\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$v_t = 12{,}72\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 3{,}533\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

521.

a) $F_{res}\,\Delta t = m\,\Delta v;\quad F_{res} = F_z$

$$F_z = \frac{m\,\Delta v}{\Delta t} = \frac{210\,000\,\text{kg}\cdot\frac{72}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{60\,\text{s}} = 70\,\text{kN}$$

b) $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{\frac{72}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{60\,\text{s}} = 0{,}3333\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$

c) Weg $\Delta s \mathrel{\hat{=}}$ Dreiecksfläche im v,t-Diagramm

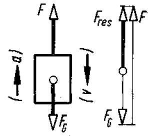
$$\Delta s = \frac{\Delta v\,\Delta t}{2} = \frac{\frac{72}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 60\,\text{s}}{2} = 600\,\text{m}$$

522.

a) $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t_1} \longrightarrow \Delta v = a\,\Delta t_1 = 4\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 2{,}5\,\text{s} = 10\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

b) I. $F_{res}\Delta t_2 = m\,\Delta v$

II. $F_{res} = F - F_G$



I. = II. $\dfrac{m\,\Delta v}{\Delta t_2} = F - F_G$

$$F = m\left(\frac{\Delta v}{\Delta t_2} + g\right) = 150\,\text{kg}\left(\frac{10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{1\,\text{s}} + 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$$

$F = 2972\,\text{N}$

523.

a) v,t-Diagramm siehe Lösung 500!

I. $g = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_t}{\Delta t}$

II. $\Delta s = \dfrac{v_t\,\Delta t}{2}$

I. $v_t = g\,\Delta t$; II. $v_t = \dfrac{2\,\Delta s}{\Delta t}$

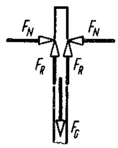
I. = II. $g\,\Delta t = \dfrac{2\,\Delta s}{\Delta t} \longrightarrow \Delta t = \sqrt{\dfrac{2\,\Delta s}{g}}$

$$\Delta t_f = \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}6\,\text{m}}{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 0{,}5711\,\text{s}$$

b) $F_{res}\,\Delta t_b = m\,\Delta v = m v_u$

$F_{res} = 2F_R - F_G = 2F_N\,\mu - mg$

$\Delta t_b = \dfrac{m v_u}{2\,F_N\,\mu - mg}$



$$\Delta t_b = \frac{1000\,\text{kg}\cdot 3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\cdot 20\,000\,\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}\cdot 0{,}4 - 1000\,\text{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0{,}4847\,\text{s}$$

c) Senkrechter Wurf mit $v = 3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ als Anfangsgeschwindigkeit.

$$g = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_u}{\Delta t_v} \longrightarrow \Delta t_v = \frac{v_u}{g} = \frac{3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0{,}3058\,\text{s}$$

d) Zeit Δt_{ges} für ein Arbeitsspiel. Teilzeiten bis auf Δt_h bekannt.

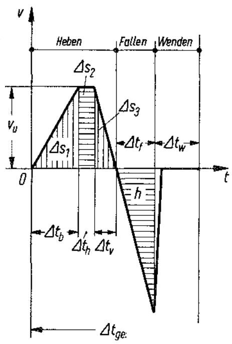
I. $\Delta t_h = \dfrac{\Delta s_2}{v_u}$

II. $h = \Delta s_1 + \Delta s_2 + \Delta s_3$

$\Delta s_2 = h - \Delta s_1 - \Delta s_3$

III. $\Delta s_1 = \dfrac{v_u\,\Delta t_b}{2}$

IV. $\Delta s_3 = \dfrac{v_u\,\Delta t_v}{2}$



III. u. IV. in II. $\Delta s_2 = h - \frac{v_u}{2}(\Delta t_b + \Delta t_v)$

in I. eingesetzt:

$$\text{I. } \Delta t_h = \frac{h - \frac{v_u}{2}(\Delta t_b + \Delta t_v)}{v_u} = \frac{h}{v_u} - \frac{\Delta t_b + \Delta t_v}{2}$$

$$\Delta t_h = \frac{1{,}6\,\text{m}}{3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} - \frac{0{,}4847\,\text{s} + 0{,}3058\,\text{s}}{2} = 0{,}1381\,\text{s}$$

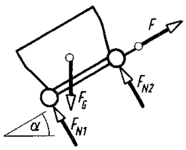
$\Delta t_{ges} = \Delta t_b + \Delta t_h + \Delta t_v + \Delta t_f + \Delta t_w$
$\Delta t_{ges} = 0{,}4847\,\text{s} + 0{,}1381\,\text{s} + 0{,}3058\,\text{s} + 0{,}5711\,\text{s} + 0{,}5\,\text{s}$
$\Delta t_{ges} = 1{,}9997\,\text{s}$

Schlagzahl $n = \frac{1}{\Delta t_{ges}} = \frac{1}{2\,\text{s}} = 0{,}5\,\frac{1}{\text{s}} = 30\,\frac{1}{\text{min}} = 30\,\text{min}^{-1}$

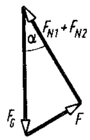
Arbeit, Leistung und Wirkungsgrad bei geradliniger Bewegung

526.

Lageskizze



Krafteckskizze



a) $\sin\alpha = \frac{F}{F_G} \longrightarrow F = mg\sin\alpha$

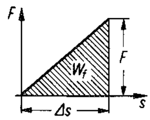
$F = 2500\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 23° = 9{,}583\,\text{kN}$

b) $W = Fs = 9{,}583\,\text{kN} \cdot 38\,\text{m} = 364{,}1\,\text{kJ}$

527.

a) $R = \frac{\Delta F}{\Delta s} \longrightarrow F = R\,\Delta s$

$F = 8\,\frac{\text{N}}{\text{mm}} \cdot 70\,\text{mm} = 560\,\text{N}$



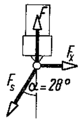
b) $W_f \mathrel{\hat{=}}$ Dreiecksfläche

$$W_f = \frac{F\,\Delta s}{2} = \frac{R(\Delta s)^2}{2}$$

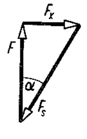
$$W_f = \frac{8\,\frac{\text{N}}{\text{mm}} \cdot (70\,\text{mm})^2}{2} = 19600\,\text{Nmm} = 19{,}6\,\text{J}$$

528.

Lageskizze



Krafteckskizze



$\cos\alpha = \frac{F}{F_s}$
$F = F_s\cos\alpha$
$F = 8000\,\text{N} \cdot \cos 28°$
$F = 7{,}064\,\text{kN}$

a) $W = Fs = 7{,}064\,\text{kN} \cdot 3000\,\text{m}$
$W = 21\,190\,\text{kJ} = 21{,}19\,\text{MJ}$

b) $P = Fv = 7064\,\text{N} \cdot \frac{9}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$P = 17660\,\frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 17{,}66\,\text{kW}$

529.

a) $W = Fs = zF_z\,l = 3 \cdot 120\,000\,\text{N} \cdot 20\,\text{m}$
$W = 7\,200\,000\,\text{Nm} = 7{,}2\,\text{MJ}$

b) $P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{7200000\,\text{Nm}}{30\,\text{s}} = 240\,000\,\text{W}$

$P = 240\,\text{kW}$

530.

$P = Fv$

Antriebskraft F = Hangabtriebskomponente $F_G\sin\alpha$

$$v = \frac{P}{F} = \frac{P}{mg\sin\alpha}$$

$\alpha = \arctan 0{,}12 = 6{,}843°$

$$v = \frac{4500\,\frac{\text{Nm}}{\text{s}}}{1800\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 6{,}843°} = 2{,}139\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

531.

$$P = \frac{W_h}{\Delta t} = \frac{F_G h}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{V\rho g h}{\Delta t}$$

(W_h Hubarbeit)

$$P = \frac{160\,\text{m}^3 \cdot 1200\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 12\,\text{m}}{3600\,\text{s}}$$

$P = 6278\,\frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 6278\,\text{W} = 6{,}278\,\text{kW}$

532.

$$P_h = \frac{W_h}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{10000\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1050\,\text{m}}{95\,\text{s}}$$

$P_h = 1\,084\,000\,\frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 1084\,\text{kW}$

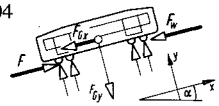
533.

a) $P_n = F_w\,v$; $\quad P_n = P_a\,\eta$

$$F_w = \frac{P_n}{v} = \frac{P_a\,\eta}{v} = \frac{25\,000\,\frac{\text{Nm}}{\text{s}} \cdot 0{,}83}{\frac{30}{3{,}6} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2{,}490\,\text{kN}$$

b) Steigung 4 % $\hat{=}$ $\tan\alpha = 0{,}04$

$\sin\alpha \approx \tan\alpha = 0{,}04$



$$P_a = \frac{Fv}{\eta}$$

$$\Sigma F_x = 0 = F - F_{Gx} - F_w$$

$$F = F_{Gx} + F_w = mg\sin\alpha + F_w$$

$$P_a = \frac{(mg\sin\alpha + F_w)v}{\eta}$$

$$P_a = \frac{(10000\,\text{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 0{,}04 + 2490\,\text{N})\cdot\frac{30}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}83}$$

$$P_a = 64400\,\frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 64{,}40\,\text{kW}$$

534.

a) $P_R = F_R v = (F_{GT} + F_{GW})\mu v$

$$P_R = (m_T + m_W)g\mu v$$

$$P_R = (2600 + 1800)\,\text{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 0{,}15\cdot 0{,}25\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$P_R = 1619\,\frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 1{,}619\,\text{kW}$$

b) $P_s = F_s v = 20\,\text{kN}\cdot 0{,}25\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 5\,\text{kW}$

c) $P_{mot} = \frac{P_n}{\eta} = \frac{P_r + P_s}{\eta} = \frac{1{,}619\,\text{kW} + 5\,\text{kW}}{0{,}96} = 6{,}89\,\text{kW}$

535.

$P_h = P_{mot}\,\eta = mgv \longrightarrow v = \frac{P_{mot}\,\eta}{mg}$

(P_h Hubleistung)

$$v = \frac{445\,000\,\frac{\text{Nm}}{\text{s}}\cdot 0{,}78}{30000\,\text{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1{,}179\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 70{,}76\,\frac{\text{m}}{\text{min}}$$

536.

$$P_h = P_{mot}\,\eta = \frac{W_h}{\Delta t} = \frac{F_G h}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{V\rho g h}{\Delta t}$$

$$P_{mot} = \frac{V\rho g h}{\eta\,\Delta t} = \frac{1250\,\text{m}^3\cdot 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 830\,\text{m}}{0{,}72\cdot 86400\,\text{s}}$$

$$P_{mot} = 163600\,\frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 163{,}6\,\text{kW}$$

537.

$$P_h = P_{mot}\,\eta = \frac{W_h}{\Delta t} \longrightarrow P_{mot} = \frac{mgh}{\eta\,\Delta t}$$

$$P_{mot} = \frac{5000\,\text{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 4{,}5\,\text{m}}{0{,}96\cdot 12\,\text{s}} = 19200\,\frac{\text{Nm}}{\text{s}}$$

$$P_{mot} = 19{,}2\,\text{kW}$$

538.

$$P_h = P_a\,\eta = \frac{W_h}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{V\rho g h}{\Delta t}$$

$$V = \frac{P_a\,\eta\,\Delta t}{\rho g h} = \frac{44\,000\,\frac{\text{Nm}}{\text{s}}\cdot 0{,}77\cdot 3600\,\text{s}}{1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 50\,\text{m}} = 248{,}7\,\text{m}^3$$

539.

a) $P_n = P_{mot}\,\eta = Fv$

Antriebskraft F = Hangabtriebskomponente $F_G \sin\alpha$ des Fördergutes

$$F = mg\sin\alpha$$

$$P_{mot}\,\eta = mg\sin\alpha\cdot v \longrightarrow m = \frac{P_{mot}\,\eta}{vg\sin\alpha}$$

$$m = \frac{4400\,\frac{\text{Nm}}{\text{s}}\cdot 0{,}65}{1{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\sin 12^\circ} = 779\,\text{kg}$$

b) $q_m = m'v = \frac{mv}{l} = \frac{779\,\text{kg}\cdot 1{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{10\,\text{m}}$

(m' Masse je Meter Bandlänge = $\frac{m}{l}$)

$$q_m = 140{,}22\,\frac{\text{kg}}{\text{s}} = 504\,800\,\frac{\text{kg}}{\text{h}} = 504{,}8\,\frac{\text{t}}{\text{h}}$$

540.

a) $P_s = F_s v = 6500\,\text{N}\cdot\frac{34}{60}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$P_s = 3683\,\frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 3{,}683\,\text{kW}$$

b) $\eta = \frac{P_n}{P_a} = \frac{P_s}{P_{mot}} = \frac{3{,}683\,\text{kW}}{4\,\text{kW}} = 0{,}9208$

541.

a) $P_n = P_{mot}\,\eta = F v_s \longrightarrow F = \frac{P_{mot}\,\eta}{v_s}$

$$F = \frac{10000\,\frac{\text{Nm}}{\text{s}}\cdot 0{,}55}{\frac{16\,\text{m}}{60\,\text{s}}} = 20630\,\text{N} = 20{,}63\,\text{kN}$$

b) $v_{max} = \frac{P_n}{F} = \frac{P_{mot}\,\eta}{F} = \frac{10000\,\frac{\text{Nm}}{\text{s}}\cdot 0{,}55}{13800\,\text{N}} = 0{,}3986\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$v_{max} = 23{,}91\,\frac{\text{m}}{\text{min}}$$

542.

a) $\eta_{ges} = \frac{P_n}{P_a} = \frac{F_G h}{\Delta t P_a} = \frac{mgh}{\Delta t P_a} = \frac{V\rho g h}{\Delta t P_a}$

$$\eta_{ges} = \frac{60\,\text{m}^3\cdot 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 7\,\text{m}}{600\,\text{s}\cdot 11500\,\frac{\text{Nm}}{\text{s}}} = 0{,}5971$$

b) $\eta_{ges} = \eta_{mot}\,\eta_P \longrightarrow \eta_P = \frac{\eta_{ges}}{\eta_{mot}} = \frac{0{,}5971}{0{,}85} = 0{,}7025$

Arbeit, Leistung und Wirkungsgrad bei Drehbewegung

543.

a) $W_{rot} = M\varphi = M\,2\pi z$

$$W_{rot} = 45\,\text{Nm}\cdot 2\,\pi\cdot 127{,}5\,\text{rad} = 36050\,\text{J} = 36{,}05\,\text{kJ}$$

b) $W_h = W_{rot} = F_s\,s \longrightarrow F_s = \frac{W_{rot}}{s} = \frac{36{,}05\,\text{kJ}}{25\,\text{m}}$

$$F_s = 1{,}442\,\text{kN}$$

544.

a) $i = \dfrac{M_2}{M_1} = \dfrac{M_{tr}}{M_k} \quad \rightarrow M_{tr} = i M_k$

$M_{tr} = F_G \dfrac{d}{2} \longrightarrow F_G = \dfrac{2 M_{tr}}{d} = mg$

$m = \dfrac{2 i M_k}{dg} = \dfrac{2 \cdot 6 \cdot 40\,\text{Nm}}{0{,}24\,\text{m} \cdot 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 203{,}9\,\text{kg}$

b) Dreharbeit = Hubarbeit

$M_k \varphi = F_G h$

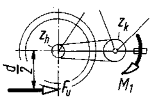
$\varphi = 2 \pi z = \dfrac{F_G h}{M_k}$

$z = \dfrac{F_G h}{2 \pi M_k} = \dfrac{2000\,\text{N} \cdot 10\,\text{m}}{2 \pi \cdot 40\,\text{Nm}} = 79{,}58$ Umdrehungen

545.

a) $\eta = \dfrac{M_2}{M_1} \cdot \dfrac{1}{i}$

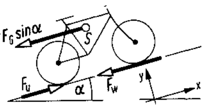
$i = \dfrac{z_h}{z_k}$ ($i < 1$, ins Schnelle)



$M_2 = F_u \dfrac{d}{2} = i \eta M_1 = \dfrac{z_h \eta M_1}{z_k}$

$F_u = \dfrac{2 z_h \eta M_1}{d z_k} = \dfrac{2 \cdot 23 \cdot 0{,}7 \cdot 18\,\text{Nm}}{0{,}65\,\text{m} \cdot 48} = 18{,}58\,\text{N}$

b) $\Sigma F_x = 0 = F_u - F_w - F_G \sin\alpha$



$mg \sin\alpha = F_u - F_w$

$\sin\alpha = \dfrac{F_u - F_w}{mg} = \dfrac{18{,}58\,\text{N} - 10\,\text{N}}{100\,\text{kg} \cdot 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$

$\sin\alpha = 0{,}008743 \approx \tan\alpha$

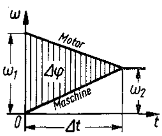
Steigung 8,7 : 1000 = 0,87 %

546.

a) $\omega_1 = \dfrac{\pi n_1}{30} = \dfrac{\pi \cdot 1500}{30} \dfrac{\text{rad}}{\text{s}} = 157{,}08 \dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$

$\Delta\varphi = \dfrac{\omega_1 \Delta t}{2} = \dfrac{157{,}08 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 10\,\text{s}}{2}$

$\Delta\varphi = 785{,}4\,\text{rad}$



b) $W_R = M_R \Delta\varphi = 100\,\text{Nm} \cdot 785{,}4\,\text{rad}$

$W_R = 78540\,\text{J} = 78{,}54\,\text{kJ}$

547.

$P_{rot} = \dfrac{Mn}{9550} = \dfrac{F_s \frac{d}{2} n}{9550}$

$P_{rot} = \dfrac{1800 \cdot 0{,}03 \cdot 250}{9550}\,\text{kW} = 1{,}414\,\text{kW}$

548.

$P_{rot} = M \omega = M \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t}$

$P_{rot} = \dfrac{30000\,\text{Nm} \cdot \pi\,\text{rad}}{40\,\text{s}} = 2356 \dfrac{\text{Nm}}{\text{s}}$

$P_{rot} = 2{,}356\,\text{kW}$

549.

$P_{rot} = \dfrac{Mn}{9550} = \dfrac{F_u \frac{d}{2} n}{9550}$

$F_u = \dfrac{9550 P_{rot} \cdot 2}{dn} = \dfrac{9550 \cdot 22 \cdot 2}{0{,}3 \cdot 120}\,\text{N} = 11670\,\text{N}$

550.

$P_{rot} = \dfrac{Mn}{9550} = \dfrac{F_u \frac{d}{2} n}{9550}$

$F_u = \dfrac{9550 \cdot P_{rot} \cdot 2}{dn} = \dfrac{9550 \cdot 900 \cdot 2}{12 \cdot 3{,}8}\,\text{N} = 377\,000\,\text{N}$

$F_u = 377\,\text{kN}$

551.

$P_{rot} = \dfrac{Mn}{9550}$

$P_{rot1} = \dfrac{100 \cdot 1800}{9550}\,\text{kW} = 18{,}85\,\text{kW}$

$P_{rot2} = \dfrac{100 \cdot 2800}{9550}\,\text{kW} = 29{,}32\,\text{kW}$

552.

$i_{I,II,III} = \dfrac{n_{mot}}{n_{I,II,III}} \longrightarrow n_I = \dfrac{n_{mot}}{i_I} = \dfrac{3600\,\text{min}^{-1}}{3{,}5} = 1029\,\text{min}^{-1}$

$n_{II} = \dfrac{n_{mot}}{i_{II}} = \dfrac{3600\,\text{min}^{-1}}{2{,}2} = 1636\,\text{min}^{-1}$

$n_{III} = n_{mot} = 3600\,\text{min}^{-1}$

$P = M_{mot}\,\omega \qquad \omega = \dfrac{\pi n}{30} = \dfrac{3600 \pi}{30} \dfrac{\text{rad}}{\text{s}} = 377 \dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$

$M_{mot} = \dfrac{P}{\omega} = \dfrac{65\,000 \frac{\text{Nm}}{\text{s}}}{377 \frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 172{,}4\,\text{Nm} = M_{III}$

Momente verhalten sich umgekehrt wie die Drehzahlen:

$\dfrac{M_I}{M_{mot}} = \dfrac{n_{mot}}{n_I} \longrightarrow M_I = M_{mot} \dfrac{n_{mot}}{n_I} = M_{mot}\, i_I$

$M_I = 172{,}4\,\text{Nm} \cdot 3{,}5 = 603{,}5\,\text{Nm}$

$M_{II} = 172{,}4\,\text{Nm} \cdot 2{,}2 = 379{,}3\,\text{Nm}$

553.

a) $v = \dfrac{\pi d n}{1000}$

$n = \dfrac{1000\, v}{\pi d} = \dfrac{1000 \cdot 78{,}6}{\pi \cdot 50}\,\text{min}^{-1} = 500{,}4\,\text{min}^{-1}$

b) $P_s = F_s v_s = 12000\,\text{N} \cdot 78{,}6 \dfrac{\text{m}}{\text{min}} = 943\,200 \dfrac{\text{Nm}}{\text{min}}$

$P_s = 15\,720 \dfrac{\text{Nm}}{\text{s}} = 15{,}72\,\text{kW}$

c) $P_v = F_v u = \dfrac{F_s}{4} s' n$

$P_v = 3000\,\text{N} \cdot 0{,}2 \dfrac{\text{mm}}{\text{U}} \cdot 500{,}4 \dfrac{\text{U}}{\text{min}} = 300\,200 \dfrac{\text{Nmm}}{\text{min}}$

$P_v = 5004 \dfrac{\text{Nmm}}{\text{s}} = 5{,}004 \dfrac{\text{Nm}}{\text{s}} = 5{,}004\,\text{W}$

554.

a) $P_n = \frac{Mn}{9550} = \frac{F_u \frac{d}{2} n}{9550}$

$P_n = \frac{150 \cdot 0{,}07 \cdot 1400}{9550} \text{ kW} = 1{,}539 \text{ kW}$

b) $\eta_m = \frac{P_n}{P_a} = \frac{1{,}539 \text{ kW}}{2 \text{ kW}} = 0{,}7696$

555.

$\eta = \frac{P_n}{P_a} = \frac{M\omega}{P_{mot}}$; $\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{125\,\pi}{30} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ $13{,}09 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$\eta = \frac{700 \text{ Nm} \cdot 13{,}09 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{11\,000 \frac{\text{Nm}}{\text{s}}} = 0{,}833$

556.

a) $i_{ges} = i_1\, i_2\, i_3 = 15 \cdot 3{,}1 \cdot 4{,}5 = 209{,}25$

b) $\eta_{ges} = \eta_1\, \eta_2\, \eta_3 = 0{,}73 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}95 = 0{,}6588$

c) $M_I = \frac{9550\, P_{rot}}{n} = \frac{9550 \cdot 0{,}85}{1420} \text{ Nm} = 5{,}717 \text{ Nm}$

$M_{II} = M_I\, i_1\, \eta_1 = 5{,}717 \text{ Nm} \cdot 15 \cdot 0{,}73 = 62{,}6 \text{ Nm}$

$n_{II} = \frac{n_m}{i_1} = \frac{1420 \text{ min}^{-1}}{15} = 94{,}67 \text{ min}^{-1}$

$M_{III} = M_I\, i_1\, i_2\, \eta_1\, \eta_2 = 5{,}717 \cdot 15 \cdot 3{,}1 \cdot 0{,}73 \cdot 0{,}95$

$M_{III} = 184{,}3 \text{ Nm}$

$n_{III} = \frac{n_m}{i_1 i_2} = \frac{1420 \text{ min}^{-1}}{15 \cdot 3{,}1} = 30{,}54 \text{ min}^{-1}$

$M_{IV} = M_I\, i_{ges}\, \eta_{ges} = 5{,}717 \text{ Nm} \cdot 209{,}25 \cdot 0{,}6588$

$M_{IV} = 788{,}1 \text{ Nm}$

$n_{IV} = \frac{n_m}{i_{ges}} = \frac{1420 \text{ min}^{-1}}{209{,}25} = 6{,}786 \text{ min}^{-1}$

557.

a) $\eta = \frac{P_n}{P_a} \longrightarrow P_a = \frac{P_n}{\eta} = \frac{1 \text{ kW}}{0{,}8} = 1{,}25 \text{ kW}$

b) $P_n = \frac{Mn}{9550} = \frac{F_u \frac{d}{2} n}{9550}$

$F_u = \frac{2 \cdot 9550 \cdot P_n}{dn} = \frac{2 \cdot 9550 \cdot 1}{0{,}16 \cdot 1000} \text{ N} = 119{,}4 \text{ N}$

558.

a) $M_{mot} = 9550 \frac{P_{mot}}{n_{mot}} = 9550 \cdot \frac{2{,}6}{1420} \text{ Nm} = 17{,}49 \text{ Nm}$

$M_{tr} = F_s \frac{d}{2} = 3000 \text{ N} \cdot 0{,}2 \text{ m} = 600 \text{ Nm}$

b) $i = \frac{M_{tr}}{M_{mot}\, \eta} = \frac{600 \text{ Nm}}{17{,}49 \text{ Nm} \cdot 0{,}96} = 35{,}7$

559.

$v = v_M = v_u = \pi\, d_r\, n_r$

Raddrehzahl $n_r = \frac{v}{\pi d_r}$

$i = \frac{n_k}{n_r} \longrightarrow n_k = i\, n_r$

a) $n_k = \frac{i v}{\pi d_r} = \frac{5{,}2 \cdot \frac{20}{3{,}6} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\pi \cdot 1{,}05 \text{ m}} = 8{,}758 \frac{1}{\text{s}} = 525{,}5 \frac{1}{\text{min}}$

$n_k = 525{,}5 \text{ min}^{-1}$

b) $M = F_u \frac{d_k}{2} = 9550 \frac{P_n}{n_k} = 9550 \frac{P_{mot}\,\eta}{n_k}$

$F_u = \frac{2 \cdot 9550 P_{mot}\,\eta}{d_k n_k} = \frac{2 \cdot 9550 \cdot 66 \cdot 0{,}7}{0{,}06 \cdot 525{,}5} \text{ N} = 27989 \text{ N}$

$F_u = 27{,}99 \text{ kN}$

560.

a) $i = \frac{n_{mot}}{n_r}$

n_r aus $v = v_M = v_u = \pi\, d\, n_r$

$n_r = \frac{v_u}{\pi d} = \frac{20000 \frac{\text{m}}{\text{h}}}{\pi \cdot 0{,}65 \text{ m}} = 9794 \frac{1}{\text{h}} = 163{,}2 \frac{1}{\text{min}} = 163{,}2 \text{ min}^{-1}$

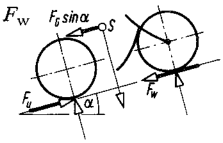
$i = \frac{3600 \text{ min}^{-1}}{163{,}2 \text{ min}^{-1}} = 22{,}05$

b) „Steigung 8 %" bedeutet:

$\tan\alpha = 0{,}08;\ \alpha = 4{,}574°$

$\sin\alpha = 0{,}07975$

$\Sigma F_x = 0 = F_u - F_G \sin\alpha - F_w$



$F_u = F_w + F_G \sin\alpha = F_w + mg \sin\alpha$

$F_u = 20 \text{ N} + 100 \text{ kg} \cdot 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 4{,}574° = 98{,}23 \text{ N}$

c) $\eta = \frac{M_n}{i M_{mot}} = \frac{F_u \frac{d}{2}}{i M_{mot}}$

$M_{mot} = \frac{F_u d}{2 \eta i} = \frac{98{,}23 \text{ N} \cdot 0{,}65 \text{ m}}{2 \cdot 0{,}7 \cdot 22{,}05} = 2{,}068 \text{ Nm}$

d) $P_{mot} = \frac{M_{mot}\, n_{mot}}{9550} = \frac{2{,}068 \cdot 3600}{9550} \text{ kW} = 0{,}7795 \text{ kW}$

Energie und Energieerhaltungssatz

561.

a) $\Delta E_{kin} = \frac{m}{2} (v_1^2 - v_2^2)$

$\Delta E_{kin} = \frac{8000 \text{ kg}}{2} \left[\left(\frac{80}{3{,}6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - \left(\frac{30}{3{,}6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right]$

$$\Delta E_{\text{kin}} = 1\,698\,000\ \text{kg}\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 1{,}698\ \text{MJ}$$

b) $\Delta E_{\text{kin}} = W_a = F_u\, s \longrightarrow F_u = \dfrac{\Delta E_{\text{kin}}}{s}$

$$F_u = \frac{1\,698\,000\ \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^2}}{150\ \text{m}} = 11\,320\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} = 11{,}32\ \text{kN}$$

562.

a) Schlagarbeit $W = E_{\text{pot}} = mgh$

$$h = \frac{E_{\text{pot}}}{mg} = \frac{70000\ \text{Nm}}{1500\ \text{kg}\cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 4{,}757\ \text{m}$$

b) $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 4{,}757\ \text{m}} = 9{,}661\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

563.

a) $E_E = E_A - W_{ab}$

$$0 = \frac{mv^2}{2} - F_w\, s$$

b) $s = \dfrac{mv^2}{2F_w} = \dfrac{mv^2}{2F'_w m} = \dfrac{v^2}{2F'_w}$

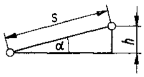
$$s = \frac{(\frac{9{,}5}{3{,}6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2\cdot \frac{40\ \text{N}}{1000\ \text{kg}}} = 87{,}05\ \text{m}$$

564.

$E_E = E_A - W_{ab}$

$E_E = E_{\text{pot}} = mgh = mgs \sin\alpha$

$\tan\alpha = 0{,}003 \approx \sin\alpha$



$$E_A = \frac{mv^2}{2}$$

$$W_{ab} = F_w\, s$$

$$mgs \sin\alpha = \frac{mv^2}{2} - F_w\, s$$

$$s\,(mg \sin\alpha + F_w) = \frac{mv^2}{2}$$

$$s = \frac{mv^2}{2\,(mg\sin\alpha + F_w)}$$

$$s = \frac{34000\ \text{kg}\cdot(\frac{10}{3{,}6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2\,(34000\ \text{kg}\cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 0{,}003 + 1360\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2})}$$

$$s = 55{,}57\ \text{m}$$

565.

a) $W = E_{\text{pot}} + Fh$

$W = mgh + Fh = h\,(mg + F)$

$W = 1{,}5\ \text{m}\,(500\ \text{kg}\cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 65\,000\ \text{N})$

$W = 104\,900\ \text{J} = 104{,}9\ \text{kJ}$

b) $E_E = E_A + W_{zu}$

$$\frac{mv^2}{2} = mgh + Fh$$

$$v = \sqrt{\frac{2h}{m}\,(mg + F)}$$

$$v = \sqrt{\frac{3\ \text{m}}{500\ \text{kg}}\,(500\ \text{kg}\cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 65\,000\ \text{N})}$$

$$v = 20{,}48\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

566.

$E_E = E_A - W_{ab}$

$0 = \dfrac{mv^2}{2} - 2\,W_f$ (W_f Federarbeit für einen Puffer)

$W_f = \dfrac{R}{2}\,(s_2^2 - s_1^2) = \dfrac{Rs^2}{2}$; ($s_1 = 0$)

$$0 = \frac{mv^2}{2} - Rs^2 \longrightarrow v^2 = \frac{2Rs^2}{m}$$

$v = s\sqrt{\dfrac{2R}{m}}$; $\qquad R = 3\ \dfrac{\text{kN}}{\text{cm}} = \dfrac{3000\ \text{N}}{0{,}01\ \text{m}} = 300\,000\ \dfrac{\text{N}}{\text{m}}$

$$v = 0{,}08\ \text{m}\sqrt{\frac{2\cdot 300\,000\ \frac{\text{N}}{\text{m}}}{25000\ \text{kg}}}$$

$$v = 0{,}3919\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1{,}411\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

567.

$$R = 2\ \frac{\text{N}}{\text{mm}} = 2000\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

a) Federkraft F_f = Gewichtskraft F_G

$F_f = R\,\Delta s = mg$

$$\Delta s = \frac{mg}{R} = \frac{10\ \text{kg}\cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2000\ \frac{\text{N}}{\text{m}}}$$

$$\Delta s = 0{,}04905\ \text{m} = 4{,}905\ \text{cm}$$

b) $E_E = E_A - W_{ab}$ $\qquad$ ($W_{ab} = W_f$)

$0 = mg\,\Delta s - \dfrac{R\,\Delta s^2}{2}$; quadratische Gleichung ohne absolutes Glied

$$0 = \Delta s\left(mg - \frac{R\,\Delta s}{2}\right)$$

$$\Delta s = 0 \quad \text{oder} \quad mg - \frac{R\,\Delta s}{2} = 0$$

$$\Delta s = \frac{2mg}{R}$$

$\Delta s = 9{,}81\ \text{cm}$ $\qquad$ (doppelt so groß wie bei a)

568.

$E_E = E_A - W_{ab}$

$E_E = 0;\; E_A = mgh = mgs_1 \sin\alpha$

$W_{ab} = W_{r1} + W_{r2} + W_f$

$W_{r1} = mg\mu s_1 \cos\alpha$ ($mg\cos\alpha$ Normalkraft = Normalkomponente der Gewichtskraft F_G)

$W_{r2} = mg\mu(s_2 + \Delta s)$

$$W_f = \frac{R(\Delta s)^2}{2}$$

$$0 = mgs_1 \sin\alpha - mg\mu s_1 \cos\alpha - mg\mu(s_2 + \Delta s) - \frac{R(\Delta s)^2}{2}$$

$$s_1(mg\sin\alpha - mg\mu\cos\alpha) = mg\mu(s_2 + \Delta s) + \frac{R(\Delta s)^2}{2}$$

$$s_1 = \frac{2mg\mu(s_2+\Delta s) + R(\Delta s)^2}{2mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} = \frac{\mu(s_2+\Delta s) + \frac{R(\Delta s)^2}{2mg}}{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}$$

569.

$E_E = E_A - W_{r1} - W_{r2}$ (siehe Lösung 568!)

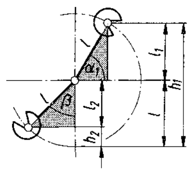
$$\frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + mgh - mg\mu\cos\alpha\,\frac{h}{\sin\alpha} - mg\mu l$$

$$\mu lg = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} + gh - \frac{\mu gh\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$l = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2\mu g} + \frac{h}{\mu} - h\cot\alpha = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2\mu g} + h\left(\frac{1}{\mu} - \cot\alpha\right)$$

$$l = \frac{(1{,}2\,\frac{m}{s})^2 - (1\,\frac{m}{s})^2}{2\cdot 0{,}3\cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}} + 4\,m\left(\frac{1}{0{,}3} - \cot 30°\right) = 6{,}48\,m$$

570.



a) $\alpha_1 = \alpha - 90° = 61°$

$h_1 = l + l_1 = l + l\sin\alpha_1$

$h_1 = l(1 + \sin\alpha_1)$

$h_1 = 0{,}655\,m\,(1 + \sin 61°)$

$h_1 = 1{,}228\,m$

$h_2 = l - l_2 = l - l\cos\beta = l(1 - \cos\beta)$

$h_2 = 0{,}655\,m\,(1 - \cos 48{,}5°) = 0{,}221\,m$

b) $E_A = F_G h_1 = mgh_1$

$$E_A = 8{,}2\,kg\cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}\cdot 1{,}228\,m = 98{,}77\,J$$

c) $W = E_A - E_E$

$$E_E = mgh_2 = 8{,}2\,kg\cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}\cdot 0{,}221\,m = 17{,}78\,J$$

$W = 98{,}77\,J - 17{,}78\,J = 81\,J$

571.

$E_E = E_A \pm 0$ (reibungsfrei)

$$\frac{mv^2}{2} + mgh = mgl$$

$v^2 = 2gl - 2gh$

$v = \sqrt{2g(l-h)}$

572.

$E = E_{pot}\eta = mgh\eta$ (Hinweis: 1kWh = $3{,}6\cdot 10^6$ Ws)

$$m = \frac{E}{gh\eta} = \frac{10000\cdot 3{,}6\cdot 10^6\,Ws\,(=\frac{kgm^2}{s^2})}{9{,}81\,\frac{m}{s^2}\cdot 24\,m\cdot 0{,}87}$$

$m = 175{,}8\cdot 10^6\,kg = 175\,800\,t$

$V = 175\,800\,m^3$

573.

Energieerhaltungssatz für das durchströmende Wasser je Minute:

$$\frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} - W_a$$

$$W_a = \frac{m}{2}(v_1^2 - v_2^2) = \frac{45\,000\,kg}{2}\left(225\,\frac{m^2}{s^2} - 4\,\frac{m^2}{s^2}\right)$$

$$W_a = 4972500\,J \rightarrow P_a = 4972500\,\frac{J}{min} = 82880\,\frac{J}{s}$$

$P_n = P_a\,\eta = 82{,}88\,kW\cdot 0{,}84 = 69{,}62\,kW$

574.

$$\eta = \frac{W_n}{Q} = \frac{1\,kWh}{10{,}4\,MJ} = \frac{3{,}6\cdot 10^6\,Ws}{10{,}4\cdot 10^6\,J} = 0{,}3462$$

(Hinweis: 1 Ws = 1 J)

575.

$$\eta = \frac{W_n}{W_a} = \frac{P_n\,\Delta t}{mH} \longrightarrow m = \frac{P_n\,\Delta t}{\eta H}$$

$$m = \frac{120000\,\frac{Nm}{s}\cdot 45\cdot 60\,s}{0{,}35\cdot 42000000\,\frac{Nm}{kg}} = 22{,}04\,kg$$

576.

$$\eta = \frac{W_n}{W_a} = \frac{W_n}{mH}$$

$$\eta = \frac{3{,}6\cdot 10^6\,Ws}{0{,}224\,kg\cdot 42\cdot 10^6\,\frac{J}{kg}} = 0{,}3827 \quad (1\,Ws = 1\,J)$$

Gerader, zentrischer Stoß

577.

a) $$c_1 = 0 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 - m_2(v_1 - v_2)k}{m_1 + m_2}$$

$v_2(m_2 k + m_2) = v_1(m_2 k - m_1)$

$$v_2 = v_1\,\frac{m_2 k - m_1}{m_2 k + m_2} = v_1\,\frac{m_2 k - m_1}{m_2(k+1)}$$

$$v_2 = 0{,}5\,\frac{m}{s}\cdot\frac{20\,g\cdot 0{,}7 - 100\,g}{20\,g(0{,}7+1)} = -1{,}265\,\frac{m}{s}$$

(v_2 ist *gegen* v_1 gerichtet)

b) $c_1 = 0 = \dfrac{(m_1 - m_2)\,v_1 + 2\,m_2\,v_2}{m_1 + m_2}$

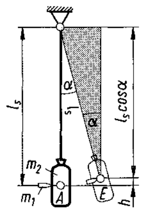
$$v_2 = v_1\,\frac{m_2 - m_1}{2\,m_2} = 0{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\;\frac{20\,\text{g} - 100\,\text{g}}{40\,\text{g}} = -1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) $c = 0 = \dfrac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$

$$v_2 = -v_1\,\frac{m_1}{m_2} = -0{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{100\,\text{g}}{20\,\text{g}} = -2{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

578.

Unelastischer Stoß mit $v_2 = 0$. Beide Körper schwingen mit der Geschwindigkeit c aus der Ruhelage des Sandsacks in die Endlage.



$E_E = E_A$

$$(m_1 + m_2)\,g\,h = \frac{(m_1 + m_2)\,c^2}{2}$$

$$h = l_s - l_s \cos\alpha = l_s\,(1 - \cos\alpha)$$

$$c^2 = 2\,g\,h = 2\,g\,l_s\,(1 - \cos\alpha)$$

$$c = \sqrt{2\,g\,l_s\,(1 - \cos\alpha)}$$

c aus unelastischem Stoß:

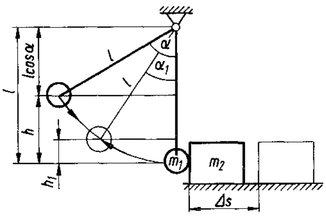
$$c = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} \qquad (v_2 = 0!)$$

$$v_1 = c\,\frac{m_1 + m_2}{m_1} = \frac{m_1 + m_2}{m_1}\,\sqrt{2\,g\,l_s\,(1 - \cos\alpha)}$$

$$v_1 = \frac{10{,}01\,\text{kg}}{0{,}01\,\text{kg}}\,\sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2{,}5\,\text{m}\,(1 - \cos 10^\circ)}$$

$$v_1 = 864{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

579.



a) $v_1 = \sqrt{2\,g\,h} = \sqrt{2\,g\,(l - l\cos\alpha)} = \sqrt{2\,g\,l\,(1 - \cos\alpha)}$

$$v_1 = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1\,\text{m}\,(1 - \cos 60^\circ)} = 3{,}132\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) $c_1 = \dfrac{(m_1 - m_2)\,v_1 + 2\,m_2\,v_2}{m_1 + m_2} \qquad (v_2 = 0!)$

$$c_1 = \frac{(m_1 - m_2)\,v_1}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 - 4\,m_1}{5\,m_1}\,v_1 = -\frac{3}{5}\,v_1$$

$$c_1 = -0{,}6 \cdot 3{,}132\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = -1{,}879\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$c_2 = \frac{(m_2 - m_1)\,v_2 + 2\,m_1 v_1}{m_1 + m_2} \qquad (v_2 = 0!)$$

$$c_2 = \frac{2\,m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{2\,m_1 v_1}{m_1 + 4\,m_1} = \frac{2}{5}\,v_1$$

$$c_2 = 0{,}4 \cdot 3{,}132\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 1{,}253\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) Energieerhaltungssatz für Rückprall der Kugel

$E_E = E_A$

$$m_1\,g\,h_1 = \frac{m_1 c_1^2}{2} \longrightarrow h_1 = \frac{c_1^2}{2g} = \frac{(0{,}6\,v_1)^2}{2g}$$

$$h_1 = \frac{0{,}36 \cdot 2\,g\,l\,(1 - \cos\alpha)}{2g} = 0{,}36\,l\,(1 - \cos\alpha)$$

$$h_1 = 0{,}36 \cdot 1\,\text{m}\,(1 - \cos 60^\circ) = 0{,}18\,\text{m}$$

$$h_1 = l\,(1 - \cos\alpha_1) \longrightarrow \cos\alpha_1 = 1 - \frac{h_1}{l}$$

$$\alpha_1 = \arccos\left(1 - \frac{h_1}{l}\right) = \arccos\left(1 - \frac{0{,}18\,\text{m}}{1\,\text{m}}\right) = 34{,}92^\circ$$

d) $m_2\,\dfrac{c_2^2}{2} = m_2\,g\,\mu\,\Delta s$

$$\Delta s = \frac{m_2\,c_2^2}{2\,m_2\,g\,\mu} = \frac{c_2^2}{2\,g\,\mu}$$

$$\Delta s = \frac{(0{,}4\,v_1)^2}{2\,g\,\mu} = \frac{0{,}16 \cdot 2\,g\,h}{2\,g\,\mu} = \frac{0{,}16\,h}{\mu}$$

$h = l\,(1 - \cos\alpha)$ eingesetzt:

$$\Delta s = \frac{0{,}16\,l\,(1 - \cos\alpha)}{\mu} = \frac{0{,}16 \cdot 1\,\text{m}\,(1 - \cos 60^\circ)}{0{,}15} = 0{,}5333\,\text{m}$$

e) Energieerhaltungssatz für beide Körper als Probe:

$$m_1\,g\,h_1 = m_1\,g\,h - m_2\,g\,\mu\,\Delta s$$

$$m_1\,g\,h_1 = m_1\,g\,h - 4\,m_1\,g\,\mu\,\Delta s$$

$$h_1 = h - 4\,\mu\,\Delta s$$

$$0{,}18\,\text{m} = 0{,}5\,\text{m} - 4 \cdot 0{,}15 \cdot 0{,}5333\,\text{m}$$

$$0{,}18\,\text{m} = 0{,}18\,\text{m}$$

580.

a) $v_1 = \sqrt{2\,g\,h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,3{,}262\,\text{m}} = 8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) $c = \dfrac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \dfrac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} \qquad (v_2 = 0!)$

$$c = \frac{3000\,\text{kg} \cdot 8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{3600\,\text{kg}} = 6{,}667\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) $\Delta W = \dfrac{m_1 m_2\,v_1^2}{2\,(m_1 + m_2)} \qquad (v_2 = 0!)$

$$\Delta W = \frac{1000\,\text{kg} \cdot 600\,\text{kg} \cdot 64\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 3600\,\text{kg}}$$

$$\Delta W = 16000\,\frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^2} = 16\,\text{kJ}$$

d) Energieerhaltungssatz für beide Körper vom Ende des ersten Stoßabschnittes bis zum Stillstand:

$$0 = (m_1 + m_2)\,\frac{c^2}{2} + (m_1 + m_2)\,g\,\Delta s - F_R\,\Delta s$$

$$F_R = \frac{(m_1 + m_2)\left(\frac{c^2}{2} + g\,\Delta s\right)}{\Delta s}$$

$$F_R = \frac{3600\,\text{kg}\left(22{,}22\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} + 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}3\,\text{m}\right)}{0{,}3\,\text{m}}$$

$$F_R = 302000\,\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} = 302\,\text{kN}$$

e) $\eta = \dfrac{1}{1+\dfrac{m_2}{m_1}}$

$$\eta = \frac{1}{1+\dfrac{600\,\text{kg}}{3600\,\text{kg}}} = 0{,}8571 = 85{,}71\,\%$$

581.

a) Arbeitsvermögen = Energieabnahme beim unelastischen Stoß.

$$\Delta W = \frac{m_1 m_2}{2(m_1+m_2)} v_1^2 \quad (v_2 = 0!)$$

$$m_1 = \frac{2\,\Delta W m_2}{m_2 v_1^2 - 2\,\Delta W} = \frac{2\,\Delta W m_2}{2 m_2 g h - 2\,\Delta W} = \frac{\Delta W m_2}{g h m_2 - \Delta W}$$

$$m_1 = \frac{1000\,\text{Nm}\cdot 1000\,\text{kg}}{1000\,\text{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 1{,}8\,\text{m} - 1000\,\text{Nm}}$$

$$m_1 = 60{,}03\,\text{kg}$$

b) $\eta = \dfrac{1}{1+\dfrac{m_1}{m_2}} = \dfrac{1}{1+\dfrac{60{,}03\,\text{kg}}{1000\,\text{kg}}}$

$$\eta = 0{,}9434 = 94{,}34\,\%$$

Dynamik der Drehbewegung

582.

a) $\alpha = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{20\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}{2{,}6\cdot 60\,\text{s}}$

$$\alpha = 0{,}4028\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

b) $M_R = M_{res} = \mathrm{J}\,\alpha$

$$M_R = 3\,\text{kg}\,\text{m}^2\cdot 0{,}4028\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$M_R = 1{,}208\,\text{Nm}$$

583.

Bremsmoment = resultierendes Moment

$$M_{res}\,\Delta t = J\,\Delta\omega \longrightarrow J = \frac{M_{res}\,\Delta t}{\Delta\omega}$$

$$\Delta\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{\pi\cdot 300}{30}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} = 10\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$J = \frac{100\,\text{Nm}\cdot 100\,\text{s}}{10\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 318{,}3\,\text{kgm}^2$$

584.

a) $\alpha = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}$; $\quad \Delta\omega = \dfrac{\pi n}{30} = \dfrac{\pi\cdot 1500}{30}\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}} = 50\pi\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$

$$\alpha = \frac{50\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}{10\,\text{s}} = 15{,}71\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

b) $M_{mot} = M_{res} = J\,\alpha$

$$M_{mot} = 15\,\text{kg}\,\text{m}^2\cdot 15{,}71\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = 235{,}6\,\text{Nm}$$

585.

a) $\alpha = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{12\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}{5\,\text{s}} = 7{,}54\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}^2}$

b) $M_{res} = M_a - M_R \longrightarrow M_a = M_{res} + M_R$

$$M_a = J\,\alpha + M_R = 3{,}5\,\text{kg}\,\text{m}^2\cdot 7{,}54\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2} + 0{,}5\,\text{Nm}$$

$$M_a = 26{,}89\,\text{Nm}$$

c) $P = M_a\,\omega = 26{,}89\,\text{Nm}\cdot 12\pi\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$

$$P = 1014\,\frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 1{,}014\,\text{kW}$$

586.

a) Bremsmoment = resultierendes Moment aus Impulserhaltungssatz

$$M_{res}\,\Delta t = J\,\Delta\omega \longrightarrow M_{res} = \frac{J\,\Delta\omega}{\Delta t}$$

$$\Delta\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{1500\pi}{30}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} = 50\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$M_{res} = M_R = \frac{0{,}18\,\text{kg}\,\text{m}^2\cdot 50\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}{235\,\text{s}} = 0{,}1203\,\text{Nm}$$

b) $M_R = F_G\,\mu\,\dfrac{d}{2} = m g \mu\,\dfrac{d}{2} \longrightarrow \mu = \dfrac{2 M_R}{m g d}$

$$\mu = \frac{2\cdot 0{,}1203\,\text{Nm}}{10\,\text{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 0{,}020\,\text{m}} = 0{,}1226$$

587.

a) $M_{res} = F\,\dfrac{l}{2} = J\,\alpha \longrightarrow \alpha = \dfrac{F l}{2 J}$

$$\alpha = \frac{400\,\text{N}\cdot 40\,\text{m}}{2\cdot 10^7\,\text{kgm}^2} = 8\cdot 10^{-4}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

b) $\alpha = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{\omega_t}{\Delta t} \longrightarrow \omega_t = \alpha\,\Delta t$

$$\omega_t = 8\cdot 10^{-4}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\cdot 30\,\text{s} = 2{,}4\cdot 10^{-2}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

c) Bremskraft F_1 aus $M_{res} = F_1\,\dfrac{d}{2} = J\,\alpha_1$

$$F_1 = \frac{2 J \alpha_1}{d}$$

I. $\alpha_1 = \dfrac{\omega_t}{\Delta t}$ $\qquad$ II. $\Delta\varphi = \dfrac{\omega_t\,\Delta t}{2}$ $\qquad$ ω,t-Diagramm s. Lösung 486!

I. $\Delta t = \frac{\omega_t}{\alpha_1}$ in II. eingesetzt: $\Delta\varphi = \frac{\omega_t^2}{2\alpha_1}$

$$\alpha_1 = \frac{\omega_t^2}{2\Delta\varphi} = \frac{5{,}76 \cdot 10^{-4}\,\frac{\text{rad}^2}{\text{s}^2}}{2\left(\frac{5\,\text{m}}{20\,\text{m}}\right)\text{rad}}$$

$$\alpha_1 = 11{,}52 \cdot 10^{-4}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$F_1 = \frac{2 \cdot 10^7\,\text{kg}\,\text{m}^2 \cdot 11{,}52 \cdot 10^{-4}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}}{40\,\text{m}} = 576\,\text{N}$$

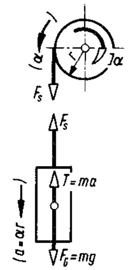
oder mit Energieerhaltungssatz für Bremsvorgang:

$E_{\text{rot E}} = E_{\text{rot A}} - W_{\text{ab}}$

$0 = E_{\text{rot A}} - F_1\Delta s \longrightarrow F_1 = \frac{E_{\text{rot A}}}{\Delta s}$

$$F_1 = \frac{J\omega_t^2}{2\Delta s} = \frac{10^7\,\text{kg}\,\text{m}^2 \cdot 5{,}76 \cdot 10^{-4}\,\frac{\text{rad}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 5\,\text{m}} = 576\,\text{N}$$

588.



a) Trommel:

$\Sigma M = 0 = F_s r - J\alpha$

$F_s = \frac{J\alpha}{r}$

Last:

$\Sigma F_y = 0 = F_s + ma - mg$

$F_s = mg - ma = mg - m\alpha r$

$F_s = \frac{J\alpha}{r} = mg - m\alpha r$

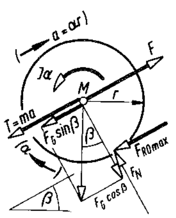
$\alpha = \frac{mgr}{J + mr^2}$

$$\alpha = \frac{2500\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}2\,\text{m}}{4{,}8\,\text{kgm}^2 + 2500\,\text{kg} \cdot (0{,}2\,\text{m})^2} = 46{,}8\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

b) $a = \alpha r = 46{,}8\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}2\,\text{m} = 9{,}361\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

c) $v = \sqrt{2a\,\Delta s} = \sqrt{2 \cdot 9{,}361\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3\,\text{m}} = 7{,}494\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

589.



a) $M_{\text{res}} = \Sigma M_{(M)} = J\alpha - F_{\text{R0 max}} r$

$\alpha = \frac{a}{r}$

$\frac{a}{r} = \frac{F_{\text{R0 max}} r}{J}$

$a = \frac{F_{\text{R0 max}} r^2}{J}$

$$a = \frac{mg\cos\beta\,\mu_0\,r^2}{\frac{mr^2}{2}} = 2g\mu_0\cos\beta$$

$a = 2 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}2 \cdot \cos 30^\circ = 3{,}398\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

b) $F_{\text{res}} = \Sigma F_x = F - F_G \sin\beta - ma - F_{\text{R0 max}}$

$F = F_G \sin\beta + ma + F_{\text{R0 max}}$

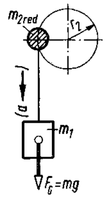
$F = mg\sin\beta + ma + mg\mu_0\cos\beta$

$F = m[a + g(\sin\beta + \mu_0\cos\beta)]$

$F = 10\,\text{kg}\,[3{,}398\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}(\sin 30^\circ + 0{,}2 \cdot \cos 30^\circ)]$

$F = 100\,\text{N}$

590.



a) $m_{2\,\text{red}} = \frac{J_2}{r_2^2}$

$m_{2\,\text{red}} = \frac{0{,}05\,\text{kg}\,\text{m}^2}{(0{,}1\,\text{m})^2}$

$m_{2\,\text{red}} = 5\,\text{kg}$

b) $m_{\text{ges}} = m_1 + m_{2\,\text{red}} = 7\,\text{kg}$

c) $F_{\text{res}} = F_{G1} = m_1 g = 2\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 19{,}62\,\text{N}$

d) $F_{\text{res}} = m_{\text{ges}}\,a \longrightarrow a = \frac{F_{\text{res}}}{m_{\text{ges}}}$

$$a = \frac{m_1 g}{m_1 + \frac{J_2}{r_2^2}} = g\,\frac{m_1 r_2^2}{m_1 r_2^2 + J_2}$$

$a = \frac{19{,}62\,\text{N}}{7\,\text{kg}} = 2{,}803\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Wird nach der Kraft F_S im Seil während des Beschleunigungsvorgangs mit $a = 2{,}803\,\text{m/s}^2$ gefragt, führt ein gedachter Schnitt unterhalb der (eingezeichneten) reduzierten Masse $m_{2\,\text{red}}$ zum Ziel. Mit dem dynamischen Grundgesetz gilt dann:

$F_S = m_{2\,\text{red}} \cdot a$

$F_S = 5\,\text{kg} \cdot 2{,}803\,\text{m/s}^2$

$F_S = 14{,}015\,\text{kg}\,\text{m/s}^2 = 14{,}015\,\text{N}$

591.

a) $J = \frac{mr^2}{2} = \frac{V\rho r^2}{2} = \frac{\pi r^2 s \rho r^2}{2}$

$$J = \frac{\pi r^4 s \rho}{2} = \frac{\pi (0{,}15\,\text{m})^4 \cdot 0{,}002\,\text{m} \cdot 7850\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2}$$

$J = 0{,}012\,484\,\text{kg}\,\text{m}^2$

$i = \sqrt{\frac{r^2}{2}} = \sqrt{\frac{(0{,}15\,\text{m})^2}{2}} = 0{,}1061\,\text{m}$

$i = 106{,}1\,\text{mm}$

b) $J = \frac{m}{2}(R^2 + r^2) = \frac{(R^2 - r^2)\,\pi s \rho\,(R^2 + r^2)}{2}$

$J = \frac{\pi s \rho}{2}(R^4 - r^4)$

$$J = \frac{\pi \cdot 0{,}002\,\text{m} \cdot 7850\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2}(0{,}15^4 - 0{,}02^4)\,\text{m}^4$$

$J = 0{,}012481\,\text{kg}\,\text{m}^2$ (d.h. Bohrung ist vernachlässigbar)

$$i = \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{2}} = \sqrt{\frac{(0{,}15\,\text{m})^2 + (0{,}02\,\text{m})^2}{2}} = 0{,}107\,\text{m}$$

$i = 107\,\text{mm}$

592.

Einteilung: Große Scheibe 1, kleine Scheibe 2, Wellenrest 3, $J_{ges} = J_1 + J_2 + J_3$; $J = \dfrac{mr^2}{2}$

$m = \pi \rho r^2 h$; mit $k = \pi \rho = \pi \cdot 7850 \dfrac{kg}{m^3} = 24\,660 \dfrac{kg}{m^3}$ wird $m = kr^2 h = 24\,660 \dfrac{kg}{m^3} r^2 h$ (für Bauteile aus Stahl). Damit können die Massen zylindrischer Körper schneller berechnet werden (auch in den folgenden Aufgaben).

Teil	r 10^{-2} m	r^2 10^{-4} m²	h 10^{-2} m	m kg	J 10^{-4} kgm²
1	10	100	2	4,932	246,61
2	5	25	2	1,233	15,41
3	1	1	5	0,1233	0,062
					262,1

$J_{ges} = 0{,}02621$ kgm²

593.

Einteilung: Außenzylinder 1, Innenzylinder 6
2 Vollscheiben 2, 2 Bohrungen 5, Wellenmittelstück 3, 2 Lagerzapfen 4.

$J_{ges} = J_1 + 2J_2 + J_3 + 2J_4 - 2J_5 - J_6$

$m = 24660 \dfrac{kg}{m^3} r^2 h$ (siehe 592.); $J = \dfrac{mr^2}{2}$

Teil	r 10^{-1} m	r^2 10^{-2} m²	h 10^{-1} m	m kg	J kg m²	
1	10	100	9	22195	11097,7	
2	9,85	97,0225	2·0,2	957,1	464,3	2 Scheiben
3	1	1	6	148,0	0,74	
4	0,8	0,64	2·3	94,7	0,30	2 Zapfen
5	0,8	0,64	2·0,2	- 6,3	- 0,02	2 Bohrungen
6	9,85	97,0225	9	-21534,5	-10446,6	
				1854,3	1116,3	

a) $J_{ges} = 1116$ kg m²
b) $m = 1854$ kg
c) $i = \sqrt{\dfrac{J}{m}} = \sqrt{\dfrac{1116\ \text{kgm}^2}{1854\ \text{kg}}} = 0{,}7759$ m

594.

Einteilung:
1: 1 Vollscheibe ϕ 0,5 m × 0,06 m
2: 1 Vollzylinder ϕ 0,5 m × 0,14 m
3: 1 Vollzylinder ϕ 0,19 m × 0,24 m
davon abziehen:
4: 1 Zylinder ϕ 0,46 m × 0,14 m
5: 1 Bohrung ϕ 0,1 m × 0,3 m
6: 6 Bohrungen ϕ 0,08 m × 0,06 m
(Steinerscher Verschiebesatz)

$m = 24660 \dfrac{kg}{m^3} r^2 h$; (siehe 592.) $J = \dfrac{mr^2}{2}$

Teil	r 10^{-1} m	r^2 10^{-2} m	h 10^{-1} m	m kg	l 10^{-1} m	l^2 10^{-2} m	$J_s + ml^2$ 10^{-2} kgm²
1	2,5	6,25	0,6	92,48	–	–	289,00
2	2,5	6,25	1,4	215,79	–	–	674,34
3	0,95	0,9025	2,4	53,42	–	–	24,10
4	2,3	5,29	1,4	-182,64	–	–	- 483,09
5	0,5	0,25	3,0	- 18,50	–	–	- 2,31
6	0,4	0,16	6·0,6	- 14,21	1,65	2,723	- 39,81
				146,34			462,23

$$J_6 = m_6\left(\frac{r^2}{2} + l^2\right) = 14{,}21\ \text{kg}\,(0{,}08 + 2{,}723) \cdot 10^{-2}\ \text{m}^2$$

$$J_6 = 39{,}81 \cdot 10^{-2}\ \text{kgm}^2$$

a) $J_{ges} = 4{,}622$ kg m²
b) $m = 146{,}3$ kg
c) $i = \sqrt{\dfrac{J_{ges}}{m}} = \sqrt{\dfrac{4{,}622\ \text{kg m}^2}{146{,}3\ \text{kg}}} = 0{,}1777\ \text{m} = 177{,}7$ mm

595.

Einteilung: Vollscheibe 1, Zentralbohrung 2, exzentrische Bohrung 3.

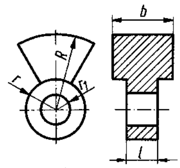
$J_{ges} = J_1 - J_2 - 3J_3$

$m = 24660 \dfrac{kg}{m^3} r^2 h$ (siehe 592.); $J = m\dfrac{r^2}{2}$

Teil	r 10^{-2} m	r^2 10^{-4} m²	h 10^{-2} m	m kg	J_s 10^{-4} kgm²	l 10^{-2} m	l^2 10^{-4} m²	ml^2 10^{-4} kgm²	$J_s + ml^2$ 10^{-4} kgm²
1	9	81	3	5,9928	242,71	–	–	–	+ 242,71
2	2	4	3	0,2959	0,592	–	–	–	- 0,592
3	2,5	6,25	3·3	1,3872	4,335	5,5	30,25	41,96	- 46,298
									195,816

$J_{ges} = 195{,}8 \cdot 10^{-4}\ \text{kgm}^2 = 0{,}01958\ \text{kgm}^2$

596.



Einteilung: Nabe 1,
Segmentstück 2

$m_1 = \pi l \rho (r^2 - r_1^2)$

$m_1 = \pi \cdot 0{,}02\ \text{m} \cdot 7850 \dfrac{kg}{m^3} (0{,}02^2 - 0{,}0125^2)\ \text{m}^2$

$m_1 = 0{,}1202$ kg

$$J_1 = m\,\frac{r^2 + r_1^2}{2} = 0{,}1202\text{ kg}\,\frac{(2^2 + 1{,}25^2)\cdot 10^{-4}\text{ m}^2}{2}$$

$$J_1 = 0{,}3344 \cdot 10^{-4}\text{ kg m}^2$$

$$m_2 = \frac{\pi\, b\, \rho\,(R^2 - r^2)}{6} \quad (\tfrac{1}{6}\text{ Hohlzylinder})$$

$$m_2 = \frac{\pi \cdot 0{,}04\text{ m} \cdot 7850\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot (0{,}06^2 - 0{,}02^2)\text{ m}^2}{6}$$

$$m_2 = 0{,}5261\text{ kg}$$

$$J_2 = m_2\,\frac{R^2 + r^2}{2} = 0{,}5261\text{ kg}\,\frac{(6^2 + 2^2)\cdot 10^{-4}\text{ m}^2}{2}$$

$$J_2 = 10{,}52 \cdot 10^{-4}\text{ kg m}^2$$

$$J_{ges} = J_1 + J_2 = (0{,}3344 + 10{,}52)\cdot 10^{-4}\text{ kg m}^2$$
$$J_{ges} = 10{,}86 \cdot 10^{-4}\text{ kg m}^2 = 0{,}001086\text{ kg m}^2$$

Energie bei Drehbewegung

597.

$$\Delta E_{rot} = \frac{J}{2}(\omega_1^2 - \omega_2^2)$$

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{\pi \cdot 2800}{30}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} = 293{,}2\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_2^2 = \frac{J\omega_1^2 - 2\,\Delta W_{rot}}{J}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{145\text{ kg m}^2 \cdot (293{,}2\,\frac{\text{rad}}{\text{s}})^2 - 2 \cdot 1\,200\,000\text{ Nm}}{145\text{ kg m}^2}}$$

$$\omega_2 = 263{,}5\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$n_2 = \frac{30\,\omega_2}{\pi} = 2516\,\frac{1}{\text{min}} = 2516\text{ min}^{-1}$$

598.

a) $\Delta E_{rot} = \frac{J}{2}(\omega_1^2 - \omega_2^2)$

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = 100\,\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}; \quad \omega_2 = \frac{\pi n_2}{30} = 66{,}67\,\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$J = \frac{2\,\Delta E_{rot}}{\omega_1^2 - \omega_2^2} = \frac{2 \cdot 200\,000\text{ Nm}}{\pi^2\,(100^2 - 66{,}67^2)\,\frac{\text{rad}^2}{\text{s}^2}}$$

$$J = 7{,}295\text{ kg m}^2$$

b) $J_k = 0{,}9\,J = m\,\frac{R^2 + r^2}{2}$

$$m = \frac{2 \cdot 0{,}9\,J}{R^2 + r^2} = \frac{2 \cdot 0{,}9 \cdot 7{,}295\text{ kg m}^2}{(0{,}4\text{ m})^2 + (0{,}38\text{ m})^2} = 43{,}14\text{ kg}$$

599.

a) $E_E = E_A - W_{ab}$

$$0 = \frac{m v^2}{2} - F_w'\, m\,\Delta s$$ (F_w' Fahrwiderstand in N je t Waggonmasse)

$$\Delta s = \frac{m v^2}{2 F_w' m} = \frac{v^2}{2 F_w'}$$

$$F_w' = \frac{40\text{ N}}{10^3\text{ kg}} = \frac{40\text{ kg m}}{1000\text{ kg s}^2} = 0{,}04\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Delta s = \frac{(\frac{18}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 0{,}04\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 312{,}5\text{ m}$$

b) $0 = \frac{m v^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} - F_w'\, m\,\Delta s$

$$J = \frac{m_r r^2}{2}; \quad \omega^2 = \frac{v^2}{r^2}$$

$$0 = \frac{m v^2}{2} + \frac{m_r r^2 v^2}{2 \cdot 2 r^2} - F_w'\, m\,\Delta s$$

$$\Delta s = \frac{v^2}{2F_w'} \cdot \frac{m + \frac{m_r}{2}}{m} = \frac{v^2}{2F_w'}\left(1 + \frac{m_r}{2m}\right)$$

Masse m_r für 4 Räder:

$$m_r = \frac{4\,\pi\, d^2\, s\,\rho}{4} = \pi \cdot (0{,}9\text{ m})^2 \cdot 0{,}1\text{ m} \cdot 7850\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$m_r = 1997{,}6\text{ kg}$$

$$\Delta s = \frac{(5\,\frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 0{,}04\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}\left(1 + \frac{1{,}998\text{ t}}{2 \cdot 40\text{ t}}\right) = 320{,}3\text{ m}$$

600.

Energie der Kugel an der Ablaufkante = Energie am Startpunkt:

$E_E = E_A$; E_E mit $v_x = 1{,}329\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ nach Lösung 447 berechnet.

$$\frac{m v_x^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} = m g h_2$$

$$\frac{m v_x^2}{2} + \frac{2\, m r^2}{2 \cdot 5} \cdot \frac{v_x^2}{r^2} = m g h_2$$

$$\frac{v_x^2}{2} + \frac{v_x^2}{5} = g h_2$$

$$h_2 = \frac{7\, v_x^2}{10\, g} = 0{,}7\,\frac{v_x^2}{g}$$

$$h_2 = 0{,}7\,\frac{(1{,}329\,\frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0{,}126\text{ m}$$

Rechnung ohne Kenntnis des Betrages von v_x:
Kugel fällt während Δt im freien Fall $h = 1\text{ m}$ tief, gleichzeitig legt sie gleichförmig den Weg $s_x = 0{,}6\text{ m}$ zurück.

$$s_x = v_x \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$s_x^2 = v_x^2\,\frac{2h}{g} \longrightarrow v_x^2 = s_x^2\,\frac{g}{2h}$$

(weiter wie oben, vorletzte Zeile:)

$$h_2 = \frac{0{,}7\, g\, s_x^2}{2 g h} = \frac{0{,}7\, s_x^2}{2h} = \frac{0{,}7 \cdot (0{,}6\text{ m})^2}{2 \cdot 1\text{ m}} = 0{,}126\text{ m}$$

601.

a) $E_E = E_A \pm 0$

$$\frac{m_1 v^2}{2} + \frac{J_2 \omega^2}{2} = m_1 g h$$

b) $\omega = \dfrac{v}{r_2}$ eingesetzt

$$v^2 \left(\frac{m_1}{2} + \frac{J_2}{2 r_2^2} \right) = m_1 g h$$

$$v = \sqrt{\frac{2 m_1 g h}{m_1 + \frac{J_2}{r_2^2}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1\,\text{m}}{2\,\text{kg} + \frac{0{,}05\,\text{kgm}^2}{(0{,}1\,\text{m})^2}}}$$

$$v = 2{,}368\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

602.

a) $E_E = E_A \pm 0$

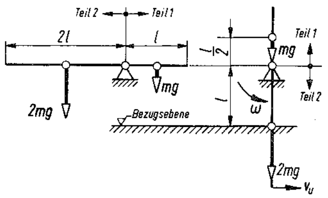
$$\frac{J_1 \omega^2}{2} + \frac{J_2 \omega^2}{2} + mg\left(l + \frac{l}{2}\right) = 3\,mgl$$

$$\frac{\omega^2}{2}\left(\frac{m l^2}{3} + \frac{2m\,(2\,l)^2}{3}\right) = mg\left(3\,l - l - \frac{l}{2}\right)$$

$$\frac{m \omega^2}{2}\left(\frac{l^2}{3} + \frac{8\,l^2}{3}\right) = \frac{3}{2}\,m g l$$

$$\frac{3\,\omega^2 l^2}{2} = \frac{3 g l}{2} \longrightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

b) $v_u = 2\,l\,\omega = 2\,l\sqrt{\dfrac{g}{l}} = 2\sqrt{g\,l}$



603.

a) $E_E = E_A + W_{zu}$

$$\frac{J \omega_2^2}{2} = 0 + M_k\,\Delta\varphi$$

b) $M_k = F r; \quad \Delta\varphi = 2\,\pi z$

$$\frac{J \omega_2^2}{2} = 2\,\pi z F r$$

$$z = \frac{J \omega_2^2}{4 \pi F r}; \qquad \omega = \frac{1000\,\pi}{30}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} = 33{,}33\,\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$z = \frac{3\,\text{kg}\,\text{m}^2\,(33{,}33\,\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}})^2}{4\,\pi \cdot 150\,\text{N} \cdot 0{,}4\,\text{m}} = 43{,}63$$

c) $M_2\,\Delta t = J\,\Delta\omega; \quad i = \dfrac{n_1}{n_2} = \dfrac{M_2}{M_k} \longrightarrow M_2 = i M_k$

$$\Delta t = \frac{J\,\omega_2}{i M_k} = \frac{3\,\text{kgm}^2 \cdot 33{,}33\,\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}{0{,}1 \cdot 150\,\text{N} \cdot 0{,}4\,\text{m}} = 52{,}36\,\text{s}$$

604.

a) $\Delta W = \dfrac{J}{2}\,(\omega_1^2 - \omega_2^2); \; n_1 = \dfrac{n_{mot}}{i} = \dfrac{960\,\text{min}^{-1}}{8} = 120\,\text{min}^{-1}$

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{\pi \cdot 120}{30}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} = 4\,\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_2 = \frac{\pi n_2}{30} = \frac{\pi \cdot 100}{30}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} = 3{,}333\,\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\Delta W = 8\,\text{kg}\,\text{m}^2 \cdot \pi^2 \left[\left(4\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 - \left(3{,}333\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2\right]$$

$$\Delta W = 386\,\text{J}$$

b) $P_{mot} = M_{mot}\,\omega_{mot}$

$$\omega_{mot} = \frac{\pi n_{mot}}{30} = \frac{\pi \cdot 960}{30}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} = 32\,\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$M_{mot} = \frac{P_{mot}}{\omega_{mot}} = \frac{1000\,\frac{\text{Nm}}{\text{s}}}{32\,\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 9{,}947\,\text{Nm}$$

$$M_s = i M_{mot} = 8 \cdot 9{,}947\,\text{Nm} = 79{,}58\,\text{Nm}$$

c) $M_s\,\Delta t = J\,\Delta\omega$

$$\Delta t = \frac{J(\omega_1 - \omega_2)}{M_s} = \frac{16\,\text{kg}\,\text{m}^2 \cdot \pi\,(4\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} - 3{,}333\,\frac{\text{rad}}{\text{s}})}{79{,}58\,\text{Nm}}$$

$$\Delta t = 0{,}4211\,\text{s}$$

605.

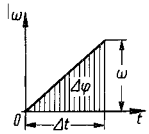
a) $M_{res}\,\Delta t = J\,\Delta\omega \longrightarrow \Delta t = \dfrac{J\,\omega}{M_{res}}$

$$\Delta t = \frac{0{,}8\,\text{kg}\,\text{m}^2 \cdot 33{,}33\,\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}{50\,\text{Nm}} = 1{,}676\,\text{s}$$

b) $\Delta\varphi = \dfrac{\omega\,\Delta t}{2} = 2\,\pi z$

$$z = \frac{\omega\,\Delta t}{2 \cdot 2\,\pi} = \frac{33{,}33 \cdot \pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 1{,}676\,\text{s}}{4\,\pi}$$

$z = 13{,}96$ Umdrehungen



c) $W_R = M_R\,\Delta\varphi = 2\,\pi z M_{res}$ $\qquad (M_R = M_{res})$

$W_R = 2 \cdot 13{,}96\,\pi\,\text{rad} \cdot 50\,\text{Nm} = 4386\,\text{J}$

d) $Q = 4386\,\text{J} \cdot 40\,\dfrac{1}{\text{h}} = 175{,}5\,\dfrac{\text{kJ}}{\text{h}}$

Fliehkraft

610.

a) $v_u = r_s\,\omega = 0{,}42\,\text{m} \cdot \dfrac{80\,\pi}{30}\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}} = 3{,}519\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

b) $F_z = m\,r_s\,\omega^2 = m\,\dfrac{v_u^2}{r_s} = 110\,\text{kg}\,\dfrac{(3{,}519\,\frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{0{,}42\,\text{m}} = 3242\,\text{N}$

611.

$$F_z = m\,r\,\omega^2 = 1300\,\text{kg} \cdot 7{,}2\,\text{m}\left(\frac{250\,\pi}{30}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2$$

$$F_z = 6\,415\,000\,\text{N} = 6{,}415\,\text{MN}$$

612.

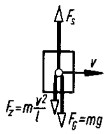
$$F_z = \frac{m\,r_s\,\omega^2}{2}; \qquad r_s = \frac{2\,r_m}{\pi}$$

$$F_z = \frac{m \cdot 2\,r_m\,\omega^2}{2\,\pi} = \frac{m\,r_m\,\omega^2}{\pi}$$

$$F_z = \frac{120\,\text{kg} \cdot 0{,}5\,\text{m}}{\pi} \cdot \left(20\,\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2$$

$$F_z = 75\,398\,\text{N} = 75{,}4\,\text{kN}$$

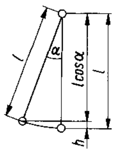
613.



$$\Sigma F_y = 0 = F_s - F_G - F_z$$

$$F_s = m\,g + \frac{m\,v^2}{l}$$

$$F_s = m\left(g + \frac{v^2}{l}\right)$$



$$v = \sqrt{2\,g\,h}$$

$$h = l - l\cos\alpha$$

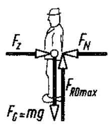
$$v = \sqrt{2\,g\,l\,(1 - \cos\alpha)}$$

$$F_s = m\left(g + \frac{2\,g\,l\,(1-\cos\alpha)}{l}\right) = m\,[\,g + 2\,g\,(1 - \cos\alpha)]$$

$$F_s = mg\,(3 - 2\cos\alpha) = 2000\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,(3 - 2\cdot\cos 20°)$$

$$F_s = 21\,986\,\text{N} = 21{,}99\,\text{kN}$$

614.



I. $\Sigma F_y = 0 = F_{R0\,max} - F_G$

II. $\Sigma F_x = 0 = F_z - F_N$

I. $F_{R0\,max} = F_N\,\mu_0 = F_G$

II. $F_N = F_z = m r\,\omega^2$, in I. eingesetzt:

$F_{R0\,max} = m r\,\omega^2\,\mu_0 = F_G$

$$m\,r\,\omega^2\,\mu_0 = m\,g \longrightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{r\,\mu_0}}$$

$$n = \frac{30\,\omega}{\pi} = \frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{2\,g}{d\,\mu_0}}$$

(Zahlenwertgleichung!)

n	g	d	μ_0
min^{-1}	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	m	1

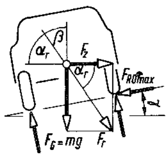
$$n = \frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81}{3 \cdot 0{,}4}}\ \text{min}^{-1} = 38{,}61\ \text{min}^{-1}$$

615.

a) $F_z = \dfrac{m\,v^2}{r}$

$$F_z = \frac{900\,\text{kg}\,\left(\frac{40}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{20\,\text{m}}$$

$$F_z = 5556\,\text{N}$$



b) $F_r = \sqrt{F_G^2 + F_z^2} = m\,\sqrt{g^2 + \left(\dfrac{v^2}{r}\right)^2}$

$$F_r = 900\,\text{kg} \cdot \sqrt{\left(9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2 + \left(\frac{123{,}5\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{20\,\text{m}}\right)^2}$$

$$F_r = 10{,}43\,\text{kN}$$

$$\tan\alpha_r = \frac{F_G}{F_z} = \frac{mg}{\frac{mv^2}{r}} = \frac{gr}{v^2}$$

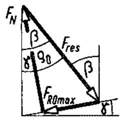
$$\alpha_r = \arctan\frac{gr}{v^2} = \arctan\frac{9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20\,\text{m}}{\left(\frac{40}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}$$

$$\alpha_r = 57{,}82° \longrightarrow \beta = 32{,}18°$$

c) $\rho_0 = \beta - \gamma = 32{,}18° - 4° = 28{,}18°$

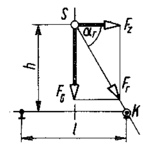
$\mu_0 = \tan\rho_0 = \tan 28{,}18° = 0{,}5357$

$\mu_0 \geqq 0{,}5357$



616.

a) WL der Resultierenden aus F_G und F_z verläuft durch die Kippkante K.



$$\tan\alpha_r = \frac{F_G}{F_z} = \frac{2h}{l}$$

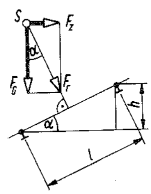
$$F_z = \frac{F_G\,l}{2h} = \frac{mgl}{2h}$$

$$\frac{m\,v^2}{r_s} = \frac{m\,g\,l}{2\,h} \longrightarrow v = \sqrt{\frac{g\,l\,r_s}{2\,h}}$$

$$v = \sqrt{\frac{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1{,}435\,\text{m} \cdot 200\,\text{m}}{2 \cdot 1{,}35\,\text{m}}}$$

$$v = 32{,}29\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 116{,}3\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

b) Überhöhungswinkel α tritt zwischen den WL der Kraft F_G und der Resultierenden aus F_G und F_z auf.



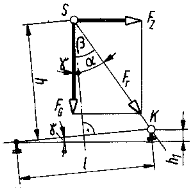
$$\tan\alpha = \frac{F_z}{F_G} = \frac{mv^2}{mgr} = \frac{v^2}{gr}$$

$$\alpha = \arctan\frac{v^2}{g\,r} = \arctan\frac{\left(\frac{50}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 200\,\text{m}} = 5{,}615°$$

$$\sin\alpha = \frac{h}{l} \longrightarrow h = l\sin\alpha = 1{,}435\,\text{m} \cdot \sin 5{,}615°$$

$$h = 0{,}1404\,\text{m} = 140{,}4\,\text{mm}$$

617.



a) $\beta = \alpha + \gamma$

$$\tan\alpha = \frac{l}{2h} = \frac{1{,}5\,\text{m}}{2\cdot 1{,}5\,\text{m}} = 0{,}5$$

$$\alpha = \arctan 0{,}5 = 26{,}57°$$

$$\sin\gamma = \frac{h_1}{l}$$

$$\gamma = \arcsin\frac{h_1}{l} = \arcsin\frac{30\,\text{mm}}{1500\,\text{mm}} = 1{,}146°$$

$$\beta = \alpha + \gamma = 27{,}71°$$

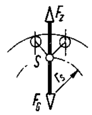
b) $\tan\beta = \dfrac{F_z}{F_G} = \dfrac{m a_z}{mg} = \dfrac{a_z}{g}$

$$a_z = g\tan\beta = 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\tan 27{,}71° = 5{,}153\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

c) $a_z = \dfrac{v^2}{r_s} \longrightarrow v = \sqrt{a_z r_s}$

$$v = \sqrt{5{,}153\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 150\,\text{m}} = 27{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 100{,}1\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

618.

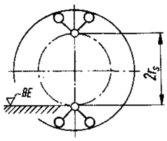


a) $\Sigma F_y = 0 = F_z - F_G = \dfrac{m v_o^2}{r_s} - mg$

$$\frac{m v_o^2}{r_s} = mg$$

$$v_o = \sqrt{g r_s}$$

$$v_o = \sqrt{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 2{,}9\,\text{m}} = 5{,}334\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 19{,}2\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$



b) $E_E = E_A \pm 0$

$$E_{\text{pot o}} + E_{\text{kin o}} = E_{\text{kin u}}$$

$$mg\,2r_s + \frac{m v_o^2}{2} = \frac{m v_u^2}{2}$$

$$v_u^2 = 4 g r_s + v_o^2 = 4 g r_s + g r_s$$

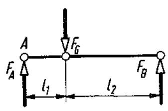
$$v_u = \sqrt{5 g r_s} = \sqrt{5\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 2{,}9\,\text{m}}$$

$$v_u = 11{,}93\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 42{,}94\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

c) $v_u = \sqrt{2gh} \longrightarrow h = \dfrac{v_u^2}{2g} = \dfrac{5 g r_s}{2g}$

$$h = 2{,}5\,r_s = 2{,}5\cdot 2{,}9\,\text{m} = 7{,}25\,\text{m}$$

619.



a) $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_B(l_1 + l_2) - F_G l_1$

$$F_B = \frac{F_G l_1}{l_1 + l_2}$$

$$F_G = mg = 1100\,\text{kg}\cdot 9{,}81\,\text{N} = 10{,}79\,\text{kN}$$

$$F_B = \frac{10{,}79\,\text{kN}\cdot 0{,}45\,\text{m}}{0{,}45\,\text{m} + 1{,}05\,\text{m}} = 3{,}237\,\text{kN}$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_A + F_B - F_G \longrightarrow F_A = mg - F_B$$

$$F_A = 1100\,\text{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 3237\,\text{N}$$

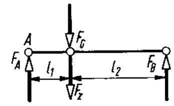
$$F_A = 7554\,\text{N} = 7{,}554\,\text{kN}$$

b) $F_z = m r_s \omega^2$; $\quad \omega = \dfrac{\pi n}{30} = \dfrac{\pi\cdot 180}{30}\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}} = 6\pi\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$

$$F_z = 1100\,\text{kg}\cdot 0{,}0023\,\text{m}\left(6\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2$$

$$F_z = 898{,}9\,\text{N} = 0{,}8989\,\text{kN}$$

c)



$$\Sigma M_{(A)} = 0 = F_B(l_1 + l_2) - (F_G + F_z)\,l_1$$

$$F_B = \frac{(F_G + F_z)\,l_1}{l_1 + l_2} = \frac{(10{,}79 + 0{,}8989)\,\text{kN}\cdot 0{,}45\,\text{m}}{1{,}5\,\text{m}}$$

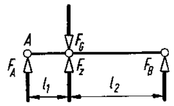
$$F_B = 3{,}507\,\text{kN}$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_A + F_B - F_G - F_z$$

$$F_A = F_G + F_z - F_B = 10{,}79\,\text{kN} + 0{,}8989\,\text{kN} - 3{,}507\,\text{kN}$$

$$F_A = 8{,}183\,\text{kN}$$

d)



$$\Sigma M_{(A)} = 0 = F_B(l_1 + l_2) + (F_G - F_z)\,l_1$$

$$F_B = \frac{(F_G - F_z)\,l_1}{l_1 + l_2} = \frac{(10{,}79 - 0{,}8989)\,\text{kN}\cdot 0{,}45\,\text{m}}{1{,}5\,\text{m}}$$

$$F_B = 2{,}968\,\text{kN}$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_A + F_B - F_G + F_z$$

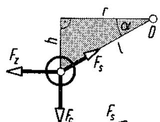
$$F_A = F_G - F_B - F_z$$

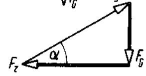
$$F_A = 10{,}79\,\text{kN} - 2{,}968\,\text{kN} - 0{,}8989\,\text{kN} = 6{,}924\,\text{kN}$$

Beide Stützkräfte sind, wie in der Skizze angenommen, nach oben gerichtet.

620.

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{\pi\cdot 250}{30}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} = 26{,}18\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$





a) $\tan\alpha = \dfrac{F_G}{F_z} = \dfrac{mg}{mr\omega^2} = \dfrac{h}{r}$

$$h = \frac{g}{\omega^2} = \frac{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\left(26{,}18\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2}$$

$$h = 0{,}01431\,\text{m} = 14{,}31\,\text{mm}$$

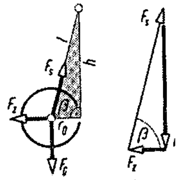
b) $\omega^2 = \dfrac{g}{h} \longrightarrow \omega = \sqrt{\dfrac{g}{h}}$

$$\omega = \sqrt{\frac{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0{,}1\,\text{m}}} = 9{,}9045\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$n = \frac{30\,\omega}{\pi} = \frac{30\cdot 9{,}9045}{\pi}\,\text{min}^{-1} = 94{,}58\,\text{min}^{-1}$$

c) $\tan\beta = \dfrac{F_G}{F_z} = \dfrac{mg}{m r_0 \omega_0^2} = \dfrac{g}{r_0 \omega_0^2}$

$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{r_0 \tan\beta}}$



Mit den gegebenen Längen l und r_0 kann im Dreieck die cos-Funktion angesetzt werden.

$\cos\beta = \dfrac{r_0}{l}$ Jetzt muss $\tan\beta$ mit Hilfe von $\cos\beta$ ausgedrückt werden.

$$\tan\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{\sqrt{1-\cos^2\beta}}{\cos\beta} = \frac{\sqrt{1-(\frac{r_0}{l})^2}}{\frac{r_0}{l}}$$

$$\tan\beta = \frac{l}{r_0}\sqrt{\frac{l^2-r_0^2}{l^2}} = \frac{1}{r_0}\sqrt{l^2-r_0^2}$$

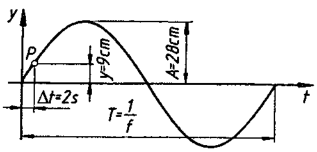
$$\frac{r_0}{\tan\beta} = \sqrt{l^2-r_0^2}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\sqrt{l^2-r_0^2}}} = \sqrt{\frac{9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\sqrt{(0{,}2\ \text{m})^2-(0{,}05\ \text{m})^2}}}$$

$$\omega_0 = 7{,}117\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$n_0 = \frac{30\omega_0}{\pi} = \frac{30\cdot 7{,}117}{\pi}\ \text{min}^{-1} = 67{,}97\ \text{min}^{-1}$$

621.



$$y = A\sin\Delta\varphi = A\sin(2\pi f\Delta t\cdot\frac{180°}{\pi})$$

$$\sin\Delta\varphi = \frac{y}{A} = \frac{9\ \text{cm}}{28\ \text{cm}} = 0{,}321 \Rightarrow \Delta\varphi = 18{,}72°$$

$$2\pi f\Delta t\cdot\frac{180°}{\pi} = 18{,}72°$$

$$f = \frac{18{,}72°}{2\cdot 180°\cdot 2\ \text{s}} = 0{,}026\frac{1}{\text{s}};\quad T = \frac{1}{f} = 38{,}46\ \text{s}$$

622.

a) $T = \dfrac{\Delta t}{z} = \dfrac{10\ \text{s}}{25} = 0{,}4\ \text{s}$

b) $f = \dfrac{z}{\Delta t} = \dfrac{1}{T} = 2{,}5\dfrac{1}{\text{s}} = 2{,}5\ \text{Hz}$

c) $\omega = 2\pi f = 2\pi\cdot 2{,}5\dfrac{1}{\text{s}} = 15{,}71\dfrac{1}{\text{s}}$

623.

$$y = A\sin(2\pi f t) = 30\ \text{mm}\cdot\sin\left(2\pi\cdot 50\frac{1}{\text{s}}\cdot 2\cdot 10^{-2}\text{s}\right)$$

$$y = 30\ \text{mm}\cdot\sin(2\pi)$$

$y = 30\ \text{mm}\cdot\sin 360° = 30\ \text{mm}\cdot 0 = 0$ (Nulllage)

$$v_y = A\omega\cos(2\pi f t)$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi\cdot 50\frac{1}{\text{s}} = 100\pi\frac{1}{\text{s}}$$

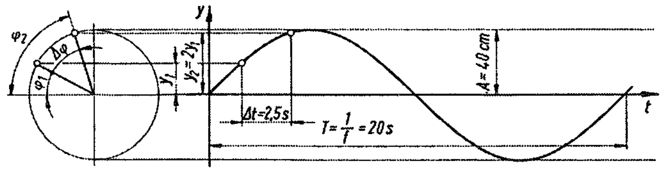
$$v_y = 30\ \text{mm}\cdot 100\frac{1}{\text{s}}\cos\left(2\pi\cdot 50\frac{1}{\text{s}}\cdot 2\cdot 10^{-2}\text{s}\right)$$

$$v_y = 30\ \text{mm}\cdot 100\cdot\pi\cdot\frac{1}{s}\cdot\cos(2\pi) = 9{,}425\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_y = -y\omega^2 = -0\cdot\omega^2 = 0$$

624.

Aus dem Bild der harmonischen Schwingung lesen wir ab:



$y_2 = 2y_1$

$A\sin\varphi_2 = 2A\sin\varphi_1;\quad \varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi$

$\sin(\varphi_1+\Delta\varphi) = 2\sin\varphi_1$

$\sin\varphi_1\cos\Delta\varphi + \cos\varphi_1\sin\Delta\varphi = 2\sin\varphi_1 \,\|\, :\sin\varphi_1$

$\cos\Delta\varphi + \dfrac{1}{\tan\varphi_1}\sin\Delta\varphi = 2;\quad \tan\varphi_1 = \dfrac{\sin\Delta\varphi}{2-\cos\Delta\varphi}$

$\sin\Delta\varphi$ und $\cos\Delta\varphi$ sind gegebene Größen, denn es ist

$$\sin\Delta\varphi = \sin\left(2\pi\frac{\Delta t}{T}\right) = \sin\left(2\pi\frac{2{,}5\ \text{s}}{20\ \text{s}}\cdot\frac{180°}{\pi}\right) =$$
$$= \sin 45° = 0{,}707 = \cos 45°$$

Damit wird

$$\tan\varphi_1 = \frac{\sin\Delta\varphi}{2-\cos\Delta\varphi} = \frac{0{,}707}{2-0{,}707} = 0{,}5468$$

$\Rightarrow \varphi_1 = 28{,}7°$

$y_1 = A\sin\varphi_1 = A\sin 28{,}7° = 40\ \text{cm}\cdot 0{,}48 = 19{,}2\ \text{cm}$

$y_2 = A\sin(\varphi_1+\Delta\varphi) = 40\ \text{cm}\cdot\sin(28{,}7°+45°) =$
$= 40\ \text{cm}\cdot\sin 73{,}7°$

$y_2 = 40\ \text{cm}\cdot 0{,}96 = 38{,}4\ \text{cm} = 2y_1$

625.

a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{R}} = 2\pi\sqrt{\frac{6{,}5\,\text{kg}\cdot\text{s}^2\cdot\text{m}}{0{,}8\cdot 10^4\,\text{kg}\cdot\text{m}}} = 0{,}179\,\text{s}$

b) $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}179\,\text{s}} = 5{,}587\frac{1}{\text{s}} = 5{,}587\,\text{Hz}$

c) $v_0 = A\sqrt{\frac{R}{m}} = 0{,}25\sqrt{\frac{0{,}8\cdot 10^4\,\text{kgm}}{6{,}5\,\text{kg}\,\text{s}^2\,\text{m}}} = 8{,}771\frac{\text{m}}{\text{s}}$

626.

a) $R_0 = \frac{F_G}{\Delta s} = \frac{mg}{\Delta s} = \frac{225\,\text{kg}\cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{22\cdot 10^{-3}\text{m}} = 10{,}03\cdot 10^4\frac{\text{N}}{\text{m}}$

b) $f_0 = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{R_0}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mg}{m\Delta s}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{22\cdot 10^{-3}\text{m}}}$

$f_0 = 3{,}317\,\text{Hz}$

627.
Für hintereinander geschaltete Federn wird die resultierende Federrate R_0 berechnet aus:

$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_2 + R_2} + \frac{1}{R_1} = \frac{1}{2R_2} + \frac{1}{R_1} = \frac{1\cdot\text{cm}}{190\,\text{N}} + \frac{1\cdot\text{cm}}{60\,\text{N}} =$

$= 0{,}02193\frac{\text{cm}}{\text{N}};\quad R_0 = 45{,}6\frac{\text{N}}{\text{cm}}$

Für die Periodendauer T gilt damit:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{R_0}} = 2\pi\sqrt{\frac{15\,\text{kg}\cdot\text{s}^2\cdot 10^{-2}\text{m}}{45{,}6\,\text{kgm}}} = 0{,}36\,\text{s}$

Die Anzahl z der Perioden ist dann:

$z = \frac{\Delta t}{T} = \frac{60\,\text{s}}{0{,}36\,\text{s}} = 166{,}7$

628.

$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{R_{01}}};\quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{R_{02}}}$

Bei hintereinander geschalteten Federn gilt für die resultierende Federrate R_{01}:

$R_{01} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2R_1^2}{3R_1} = \frac{2}{3}R_1$

Für parallel geschaltete Federn ist

$R_{02} = R_1 + R_2 = 3R_1$

Setzen wir $T_1 = T_2 = T$ und teilen beide Gleichungen durcheinander, so ergibt sich:

$\frac{T^2}{T^2} = \frac{4\pi^2\cdot m_1\cdot 3R_1}{4\pi^2\cdot\frac{2}{3}R_1\cdot m_2} = \frac{9}{2}\cdot\frac{m_1}{m_2};\quad m_1 : m_2 = 2:9$

629.
Die Periodendauer T eines Schwingkörpers vom Trägheitsmoment J beträgt beim Torsionsfederpendel

$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{R}}$.

Mit dem Quotienten aus der Periodendauer für beide Schwingungsvorgänge erhält man eine Gleichung zur Berechnung des gesuchten Trägheitsmoments:

$\frac{T_1^2}{T_{KS}^2} = \frac{4\pi^2\frac{J_1}{R}}{4\pi^2\frac{J_1 + J_{KS}}{R}} = \frac{J_1}{J_1 + J_{KS}}$ und daraus

$J_{KS} = J_1\frac{T_{KS}^2 - T_1^2}{T_1^2} = 4{,}622\,\text{kg}\,\text{m}^2\cdot\frac{0{,}8^2\,\text{s}^2 - 0{,}5^2\,\text{s}^2}{0{,}5^2\,\text{s}^2}$

$J_{KS} = 7{,}21032\,\text{kg}\,\text{m}^2$

630.
Die Federrate R des Torsionsstabes ist der Quotient aus dem Rückstellmoment M_R und dem Drehwinkel $\Delta\varphi$: $R = M_R / \Delta\varphi$.
Mit den in der Festigkeitslehre im Lehrbuch Kapitel 5.8.3 hergeleiteten Beziehungen kann eine Gleichung für die Federrate R des Torsionsstabes entwickelt werden:

$R = \frac{M_R}{\Delta\varphi} = \frac{M_T}{\Delta\varphi};\quad M_T = \frac{\Delta\varphi I_p G}{l};\quad I_p = \frac{\pi d^4}{32}$

$R = \frac{\pi d^4 G}{32\cdot l}$ und mit Gleitmodul $G = 80000\,\text{N/mm}^2$:

$R = \frac{\pi\,(4\,\text{mm})^4\cdot 80000\,\text{N}}{32\cdot 1000\,\text{mm}\cdot\text{mm}^2} = 2010{,}62\,\text{Nmm} = 2{,}011\frac{\text{kg}\,\text{m}^2}{\text{s}^2}$

(*Beachte*: 1 N = 1 kg m/s², siehe Lehrbuch, Kap. 4.4.4)
Mit der Gleichung für die Periodendauer T aus dem Lehrbuch, Kap. 4.10.5.1, kann nun das Trägheitsmoment berechnet werden:

$J_{RS} = \frac{RT^2}{4\pi^2} = \frac{2{,}011\frac{\text{kg}\,\text{m}^2}{\text{s}^2}\cdot 0{,}2^2\,\text{s}^2}{4\pi^2} = 2{,}038\cdot 10^{-3}\text{kg}\,\text{m}^2$

631.

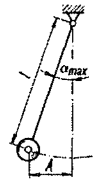
I. $T_1^2 = 4\pi^2\frac{l_1}{g};\ \Rightarrow\ l_1 = \frac{T_1^2 g}{4\pi^2}$

II. $T_2^2 = 4\pi^2\frac{l_1 - \Delta l}{g} = \frac{4\pi^2}{g}\left(\frac{T_1^2 g}{4\pi^2} - \Delta l\right)$

$T_2 = \sqrt{T_1^2 - \frac{4\pi^2\Delta l}{g}} = \sqrt{2^2\,\text{s}^s - \frac{4\cdot\pi^2\cdot 0{,}4\,\text{m}}{9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 1{,}55\,\text{s}$

632.

a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{8\,\text{m}}{9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 5{,}674\,\text{s}$



b) $f = \frac{1}{T} = 0{,}176\,\text{Hz}$

c) $\arcsin\alpha_{\max} = \arcsin\frac{A}{l} = \arcsin\frac{1{,}5\,\text{m}}{8\,\text{m}} = 10{,}8$

$$\cos\alpha_{max} = 0{,}9823$$

$$v_0 = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha_{max})} = 1{,}67\,\frac{m}{s}$$

d) Es gilt mit $y = y_{max} = A$ und $\omega = \frac{2\pi}{T} =$

$$= \frac{2\pi}{5{,}674\,s} = 1{,}107\,\frac{1}{s}:$$

$$a_{max} = A\omega^2 = 1{,}5\,m \cdot 1{,}107^2 \cdot \frac{1}{s^2} = 1{,}838\,\frac{m}{s^2}$$

e) $y_1 = A \cdot \sin\frac{2\pi t_1 \cdot 180°}{T \cdot \pi} = 1{,}5\,m \cdot \sin\frac{2 \cdot 2{,}5\,s \cdot 180°}{5{,}674\,s}$

$$y_1 = 0{,}547\,m$$

633.

Es gilt $T_1 = 2\pi\sqrt{l_1/g}$ und $T_2 = 2\pi\sqrt{l_2/g}$; also auch

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{5}} = 0{,}8944 = \frac{f_2}{f_1}$$

Mit z_1, z_2 als Anzahl der Perioden und $\Delta t = 60$ s wird

$$f_1 = \frac{z_1}{\Delta t}; \quad f_2 = \frac{z_2}{\Delta t} = \frac{z_1 - 20}{\Delta t}; \quad \frac{f_2}{f_1} = \frac{z_1 - 20}{z_1} = 0{,}9844;$$

daraus

$$z_1 = \frac{20}{0{,}1056} = 189{,}4 \text{ Perioden},$$

$$z_2 = z_1 - 20 = 169{,}4 \text{ Perioden}.$$

$$f_1 = \frac{z_1}{\Delta t} = \frac{169{,}4}{60\,s} = 3{,}157\text{ Hz};$$

$$f_2 = \frac{z_2}{\Delta t} = \frac{169{,}4}{60\,s} = 2{,}823\text{ Hz}$$

634.

Beim U-Rohr ist die Periodendauer T unabhängig von der Art der Flüssigkeit (Dichte ρ), sie ist an ein und demselben Ort nur abhängig von der Länge l der Flüssigkeitssäule.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}2\,m}{2 \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}}} = 0{,}634\,s$$

635.

$$E_p = \frac{R}{2}A^2 = E_{th} = m_F \cdot c_{Stahl}\,\Delta T$$

Beachte: R ist die Federrate, $c_{Stahl} = 460$ J/kg K ist die spezifische Wärmekapazität!

$$\Delta T = \frac{RA^2}{2 \cdot m_F\,c_{Stahl}} = \frac{36{,}5\,\frac{N}{m} \cdot 0{,}12^2\,m^2}{2 \cdot 0{,}18\,kg \cdot 460\,\frac{J}{kg\,K}} = 0{,}32 \cdot 10^{-2}\,K$$

Die Periodendauer hat also keinen Einfluss!

636.

Für die Eigenfrequenz eines Federpendels gilt:

$$f_0 = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{R_0}{m}};$$

m Masse des Schwingers, R_0 resultierende Federrate

Für Biegeträger ist

$$R = \frac{F}{f} = \frac{48 \cdot E \cdot I}{l^3}; \quad E = 2{,}1 \cdot 10^7\,N/cm^2$$

$$I = I_y = 62{,}7\,cm^4$$

Für zwei parallel geschaltete Federn wird die resultierende Federrate:

$$R_0 = 2R = 2 \cdot \frac{48 \cdot E \cdot I}{l^3} = 15800\,\frac{N}{cm}$$

Damit wird die Eigenfrequenz f_0:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{15800 \cdot 10^2\,\frac{N}{m}}{500\,kg}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{3160\,s^{-2}} = 8{,}947\,\frac{1}{s}$$

$$n_{krit} = 60\,f_0 = 536{,}8\,min^{-1}$$

637.

Für Torsionsschwingungen gilt:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{R}};$$

J Trägheitsmoment, $R = R_0$ resultierende Federrate

$$J = \frac{1}{2}\rho\pi r^4 b = 2{,}89\,kg\,m^2$$

$$R_1 = \frac{G \cdot d_1^4}{10\,l_1} = \frac{0{,}81 \cdot 10^7\,\frac{N}{cm^2} \cdot 5^4\,cm^4}{10 \cdot 25\,cm} = 2{,}025 \cdot 10^7\,Ncm$$

Ebenso berechnet wird $R_2 = 10{,}49 \cdot 10^7$ Ncm und $R_3 = 3{,}456 \cdot 10^7$ Ncm.

Für hintereinander geschaltete Federn gilt:

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_0} = \left(\frac{1}{2{,}025} + \frac{1}{10{,}49} + \frac{1}{3{,}456}\right) \cdot 10^{-7}\,\frac{1}{Ncm}$$

$$R_0 = 1{,}138 \cdot 10^7\,Ncm = 1{,}138 \cdot 10^5\,Nm$$

Damit wird die Eigenperiodendauer T_0:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{R_0}} = 2\pi\sqrt{\frac{2{,}89\,kg\,m^2}{1{,}138 \cdot 10^5\,Nm}} = 0{,}0317\,s$$

$$z = \frac{t}{T} = \frac{60\,s}{0{,}0317\,s} = 1895$$

Die Eigenfrequenz f_0 dieses Schwingungssystems beträgt:

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{0{,}0317\,s} = 31{,}58\,\frac{1}{s} = 31{,}58\text{ Hz}$$

Die kritische Drehzahl n_{kr} entspricht der Anzahl z der Eigenperioden in der Minute:

$$n_{kr} = 60 \cdot f_0 = (60 \cdot 31{,}58)\,min^{-1} = 1895\,min^{-1}$$

5. Festigkeitslehre

Inneres Kräftesystem und Beanspruchungsarten

Die Lösungen der Aufgaben 651–656 sind im Ergebnisteil der Aufgabensammlung angegeben.

Beanspruchung auf Zug

661.

$$\sigma_{z\,\text{vorh}} = \frac{F}{S} = \frac{12\,000\,\text{N}}{60\,\text{mm}\cdot 6\,\text{mm}} = 33{,}3\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

662.

$$S_{\text{erf}} = \frac{F}{\sigma_{z\,\text{zul}}} = \frac{25\,000\,\text{N}}{140\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 178{,}57\,\text{mm}^2$$

$d_{\text{erf}} = 15{,}1$ mm; $d = 16$ mm gewählt (Normmaß)
oder zusammenfassend:

$$\sigma_z = \frac{F}{S} = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4F}{\pi d^2}$$

$$d_{\text{erf}} = \sqrt{\frac{4F}{\pi\,\sigma_{z\,\text{zul}}}} = \sqrt{\frac{4\cdot 25\,000\,\text{N}}{\pi\cdot 140\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 15{,}1\,\text{mm}$$

$d = 16$ mm gewählt (Normmaß)

663.

Spannungsquerschnitt $A_S = 157\,\text{mm}^2$

$$F_{\max} = \sigma_{z\,\text{zul}} A_S = 90\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot 157\,\text{mm}^2 = 14\,130\,\text{N}$$

664.

$$S_{\text{erf}} = \frac{F}{\sigma_{z\,\text{zul}}} = \frac{4\,800\,\text{N}}{70\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 68{,}57\,\text{mm}^2$$

gewählt M 12 mit $A_S = 84{,}3\,\text{mm}^2$

665.

$$\sigma_z = \frac{F}{S} = \frac{F}{n\cdot\frac{d^2\pi}{4}};$$ n Anzahl der Drähte

$$n_{\text{erf}} = \frac{4F}{\pi d^2\sigma_{z\,\text{zul}}} = \frac{4\cdot 90\,000\,\text{N}}{\pi\cdot 1{,}6^2\,\text{mm}^2\cdot 200\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 224 \text{ Drähte}$$

666.

$$\sigma_z = \frac{F+F_G}{S}$$

$$F_G = mg = V\rho g = Sl\rho g = n\,\frac{\pi d^2}{4}\,l\rho g$$

$$\sigma_z = \frac{F + n\,\frac{\pi d^2}{4}\,l\rho g}{n\,\frac{\pi d^2}{4}}$$

n Anzahl der Drähte
ρ Dichte des Werkstoffes (7850 kg/m³ für Stahl)
g Fallbeschleunigung (9,81 m/s²)

$$\sigma_z n\pi d^2 = 4F + n\pi d^2 l\rho g$$

$$d^2(n\,\sigma_z\pi - n\pi l\rho g) = 4F$$

$$d_{\text{erf}} = \sqrt{\frac{4F}{\pi n(\sigma_{z\,\text{zul}} - l\rho g)}}$$

$$\sigma_{z\,\text{zul}} = \frac{1600\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{8} = 200\,\frac{\text{N}}{10^{-6}\,\text{m}^2}$$

$$d_{\text{erf}} = \sqrt{\frac{4\cdot 40\,000\,\text{N}}{\pi\cdot 222\,(200\cdot 10^6\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2} - 600\,\text{m}\cdot 7{,}85\cdot 10^3\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2})}}$$

$d_{\text{erf}} = 1{,}22\cdot 10^{-3}\,\text{m} = 1{,}22\,\text{mm}$
$d = 1{,}4\,\text{mm}$ ausgeführt (Normmaß)

667.

$$\sigma_z = \frac{F}{S} = \frac{F}{n\,\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4F}{\pi n d^2}$$

$$F = \frac{\pi n d^2\sigma_{z\,\text{vorh}}}{4} = \frac{\pi\cdot 114\cdot 1\,\text{mm}^2\cdot 300\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{4} = 26\,861\,\text{N}$$

668.

$$\sigma_z = \frac{F}{S} = \frac{F}{2\,\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{2F}{\pi d^2}$$

$$d_{\text{erf}} = \sqrt{\frac{2F}{\pi\,\sigma_{z\,\text{zul}}}} = \sqrt{\frac{2\cdot 20\,000\,\text{N}}{\pi\cdot 50\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}$$

$d_{\text{erf}} = 15{,}96$ mm
$d = 16\,\text{mm}$ ausgeführt (Normmaß)

669.

$$S_{\text{erf}} = \frac{F}{\sigma_{z\,\text{zul}}} = \frac{40\,000\,\text{N}}{65\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 615{,}4\,\text{mm}^2$$

gewählt M 33 mit $A_S = 694\,\text{mm}^2$

670.

$$\sigma_z = \frac{F}{S} = \frac{F}{S_I - 4d_1 s}$$

$S_I = 2850\,\text{mm}^2$
$d_1 = 17$ mm
$s = 5{,}6$ mm

$$F_{\max} = \sigma_{z\,\text{zul}}(S_I - 4d_1 s)$$

$$= 140\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\,(2850\,\text{mm}^2 - 4\cdot 17\,\text{mm}\cdot 5{,}6\,\text{mm})$$

$$F_{\max} = 345\,700\,\text{N} = 345{,}7\,\text{kN}$$

671.

$P = F_R\, v_R$ (F_R Riemenzugkraft, v_R Riemengeschwindigkeit)

$$F_R = \frac{P}{v_R}$$

$$\sigma_z = \frac{F_R}{S_R} = \frac{P}{v_R\, S_R} = \frac{7350\,\frac{\text{Nm}}{\text{s}}}{8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 0{,}12\,\text{m}\cdot 0{,}006\,\text{m}}$$

$$\sigma_z = 1{,}276\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

672.

$F_{\text{vorh}} = \sigma_{z\,\text{vorh}}\, S$; $S = 2\cdot 32{,}2\cdot 10^2\,\text{mm}^2$

$$F_{\text{vorh}} = 100\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot 6\,440\,\text{mm}^2 = 644\,\text{kN}$$

673.

$$\sigma_{z\,\text{vorh}} = \frac{F}{S} = \frac{F}{2\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{2F}{\pi d^2} = \frac{2\cdot 5000\,\text{N}}{\pi\cdot 64\,\text{mm}^2} = 49{,}74\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

674.

$F_K = p\,A$ $\quad F_K$ Kolbenkraft $\quad$ | $1\,\text{bar} = 10^5\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

$F_K = p\,\frac{\pi d^2}{4}$ $\quad p$ Dampfdruck, A Zylinderfläche

$$F_K = 20\,\text{bar}\cdot\frac{\pi}{4}\cdot(0{,}38\,\text{m})^2 = 20\cdot 10^5\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}\cdot\frac{\pi}{4}(0{,}38\,\text{m})^2$$

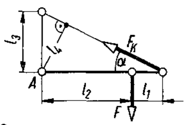
$$F_B = 1{,}5\,F_K$$

$$S_{\text{erf}} = \frac{F_B}{16\,\sigma_{z\,\text{zul}}} = \frac{1{,}5\cdot 20\cdot 10^5\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}\,\frac{\pi}{4}(0{,}38\,\text{m})^2}{16\cdot 60\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

$S_{\text{erf}} = 354{,}4\,\text{mm}^2$

gewählt M24 mit $A_S = 353\,\text{mm}^2$ (ist nur geringfügig kleiner als S_{erf})

675.



$$\tan\alpha = \frac{l_3}{l_1 + l_2} = \frac{2\,\text{m}}{4\,\text{m}} = 0{,}5$$

$\alpha = \arctan 0{,}5 = 26{,}57°$

$l_4 = (l_1 + l_2)\cdot\sin\alpha = 4\,\text{m}\cdot\sin 26{,}57° = 1{,}7889\,\text{m}$

$\Sigma M_{(A)} = 0 = F_K\, l_4 - F\, l_2$

$$F_K = \frac{F\, l_2}{l_4} = \frac{8000\,\text{N}\cdot 3\,\text{m}}{1{,}7889\,\text{m}} = 13416\,\text{N}$$

$$\sigma_z = \frac{F_N}{S} = \frac{F_K}{2\cdot\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{2F_K}{\pi d^2}$$

$$d_{\text{erf}} = \sqrt{\frac{2F_K}{\pi\,\sigma_{z\,\text{zul}}}} = \sqrt{\frac{2\cdot 13416\,\text{N}}{\pi\cdot 60\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 11{,}9\,\text{mm}$$

$d = 12\,\text{mm}$ ausgeführt (Normmaß)

676.

a) $F_{\max,1} = \sigma_{z\,\text{zul}}\, S_{\text{JL, voll}} = 140\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot 3020\,\text{mm}^2$

$F_{\max,1} = 422\,800\,\text{N}$

b) $F_{\max,2} = \sigma_{z\,\text{zul}}\, S_{\text{JL, geschwächt}}$

$$= 140\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot(3020 - 4\cdot 17\cdot 10)\,\text{mm}^2$$

$F_{\max,2} = 327\,600\,\text{N}$

677.

a) $\Sigma M_{(D)} = 0 = F_z\, l_2\cos\alpha - F\, l_1$

$$F_z = \frac{F\, l_1}{l_2\cos\alpha} = \frac{50\,\text{N}\cdot 80\,\text{mm}}{25\,\text{mm}\cdot\cos 20°} = 170{,}3\,\text{N}$$

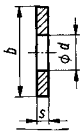
b) $$\sigma_{z\,\text{vorh}} = \frac{F_z}{S} = \frac{F_z}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4F_z}{\pi d^2} = \frac{4\cdot 170{,}3\,\text{N}}{\pi\cdot 2{,}25\,\text{mm}^2} = 96{,}4\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

678.

$$\sigma_z = \frac{F}{S} = \frac{F}{b\,s}$$

$$b_{\text{erf}} = \frac{F}{s\,\sigma_{z\,\text{zul}}} = \frac{3\,200\,\text{N}}{8\,\text{mm}\cdot 2{,}5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 160\,\text{mm}$$

679.



$S_{\text{gef}} = s(b - d)$

entweder $b = 10\,s$ oder $s = \frac{b}{10}$ einsetzen:

$$S_{\text{gef}} = \frac{b}{10}(b - d)$$

$$\sigma_z = \frac{F}{S_{\text{gef}}} = \frac{F}{\frac{b}{10}(b - d)} = \frac{10F}{b^2 - bd}$$

$(b^2 - bd)\,\sigma_z - 10F = 0 \qquad |: \sigma_z$

$$b^2 - bd - \frac{10F}{\sigma_z} = 0$$

$$b_{\text{erf}} = \frac{d}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \frac{10F}{\sigma_{z\,\text{zul}}}}$$

$b_{\text{erf}} = 12{,}5\,\text{mm} \pm \sqrt{156{,}25\,\text{mm}^2 + 2\,000\,\text{mm}^2}$

$b_{\text{erf}} = 12{,}5\,\text{mm} + 46\,\text{mm} = 58{,}5\,\text{mm}$

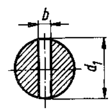
gewählt ▭ 60 X 6

$$\sigma_{z\,\text{vorh}} = \frac{F}{S} = \frac{F}{s(b - d)} = 85{,}7\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < \sigma_{\text{zul}}$$

680.

a) $$\sigma_{z\,\text{vorh}} = \frac{F}{\frac{\pi}{4}d_1^2} = \frac{4F}{\pi d_1^2} = \frac{4\cdot 14\,500\,\text{N}}{\pi\cdot(25\,\text{mm})^2} = 29{,}5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

b) $S_{\text{gef}} = \frac{\pi}{4}\,d_1^2 - b\,d_1$



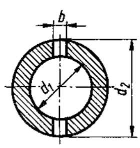
$$S_{\text{gef}} = \frac{\pi}{4}(25\,\text{mm})^2 - 6\,\text{mm}\cdot 25\,\text{mm} = 340{,}87\,\text{mm}^2$$

$$\sigma_{z\,\text{vorh}} = \frac{F}{S_{\text{gef}}} = \frac{14\,500\,\text{N}}{340{,}87\,\text{mm}^2} = 42{,}5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

c) $S_{\text{gef}} = \frac{\pi}{4}(d_2^2 - d_1^2) - b(d_2 - d_1)$

$= \frac{\pi}{4}(45^2\,\text{mm}^2 - 25^2\,\text{mm}^2)$

$- 6\,\text{mm}\,(45\,\text{mm} - 25\,\text{mm})$



$S_{\text{gef}} = 979{,}56\,\text{mm}^2$

$$\sigma_{z\,\text{vorh}} = \frac{F}{S_{\text{gef}}} = \frac{14\,500\,\text{N}}{979{,}56\,\text{mm}^2} = 14{,}8\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

681.

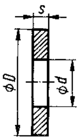
a) $\sigma_z = \dfrac{F}{S} = \dfrac{F}{hs}$; $\quad h = 4s$ eingesetzt

$$\sigma_z = \frac{F}{4s \cdot s} = \frac{F}{4s^2}$$

$$s_{erf} = \sqrt{\frac{F}{4\,\sigma_{z\,zul}}} = \sqrt{\frac{16\,000\,\text{N}}{4 \cdot 40\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 10\,\text{mm}$$

b) $h = 4\,s = 4 \cdot 10\,\text{mm} = 40\,\text{mm}$

c)



$$S_{gef} = Ds - ds = s(D - d)$$

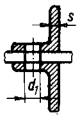
$$\sigma_z = \frac{F}{S_{gef}} = \frac{F}{s(D-d)}$$

$$D - d = \frac{F}{s\,\sigma_z}$$

$$D_{erf} = \frac{F}{s\,\sigma_{z\,zul}} + d$$

$$D_{erf} = \frac{16\,000\,\text{N}}{10\,\text{mm} \cdot 40\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} + 30\,\text{mm} = 70\,\text{mm}$$

682.



$$S_{gef} = S_{\text{JL}} - 2d_1 s$$
$$= 860\,\text{mm}^2 - 2 \cdot 11\,\text{mm} \cdot 5\,\text{mm}$$
$$= 750\,\text{mm}^2$$

$$\sigma_{z\,vorh} = \frac{F}{S_{gef}} = \frac{85 \cdot 10^3\,\text{N}}{0{,}75 \cdot 10^3\,\text{mm}^2} = 113{,}33\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

683.

a) $\sigma_z = \dfrac{F}{v S_{\text{JL}}} = \dfrac{F}{v \cdot 2 S_{\text{L}}}$

$$S_{\text{L}\,erf} = \frac{F}{2 v\,\sigma_{z\,zul}} = \frac{120\,000\,\text{N}}{2 \cdot 0{,}8 \cdot 160\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 468{,}75\,\text{mm}^2$$

gewählt $\text{L}\,45 \times 6$ mit $S_{\text{L}} = 509\,\text{mm}^2$

b) $\sigma_{z\,vorh} = \dfrac{F}{S_{\text{JL}} - 2d_1 s} = \dfrac{120\,000\,\text{N}}{1018\,\text{mm}^2 - 2 \cdot 13\,\text{m} \cdot 6\,\text{mm}}$

$$\sigma_{z\,vorh} = 139\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < \sigma_{zul}$$

684.

$$\sigma_z = \frac{F}{S} = \frac{F}{\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)} = \frac{4F}{\pi(D^2 - d^2)}$$

$$D^2 - d^2 = \frac{4F}{\pi\,\sigma_z}$$

$$d_{erf} = \sqrt{D^2 - \frac{4F}{\pi \cdot \sigma_{z\,zul}}} = \sqrt{400\,\text{mm}^2 - \frac{4 \cdot 13\,500\,\text{N}}{\pi \cdot 80\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}$$

$d_{erf} = 13{,}6\,\text{mm}$

$d = 13\,\text{mm}$ ausgeführt

685.

a) $\sigma_{z\,vorh} = \dfrac{F}{S} = \dfrac{F}{\frac{\pi}{4}d^2} = \dfrac{4F}{\pi d^2}$

$$\sigma_{z\,vorh} = \frac{4 \cdot 20\,000\,\text{N}}{\pi \cdot 18^2\,\text{mm}^2} = 78{,}6\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

b) Sicherheit $\nu = \dfrac{R_m}{\sigma_{z\,vorh}} = \dfrac{420\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{78{,}6\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 5{,}3$

686.

$$R_m = \frac{F_{max}}{S} = \frac{153\,000\,\text{N}}{\frac{\pi}{4}(20\,\text{mm})^2} = 487\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

687.

Sicherheit $\nu = \dfrac{R_m}{\sigma_{z\,vorh}} = \dfrac{R_m}{\frac{F}{S}} = \dfrac{R_m S}{F}$

$$\nu = \frac{420\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot (120 \cdot 12)\,\text{mm}^2}{150\,000\,\text{N}} = 4$$

688.

$\sigma_z = \dfrac{F}{S} = \dfrac{F_G}{S} = \dfrac{mg}{S}$; $\quad m = V\rho = Sl\rho$

$$\sigma_z = \frac{Sl\rho g}{S} = l\rho g$$

$$R_m = 340\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 340\,\frac{\text{N}}{10^{-6}\,\text{m}^2} = 340 \cdot 10^6\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$l_{zB} = \dfrac{R_m}{\rho g} = \dfrac{340 \cdot 10^6\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{7{,}85 \cdot 10^3\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$; $\quad 1\,\text{N} = 1\,\dfrac{\text{kgm}}{\text{s}^2}$

$$l_{zB} = \frac{340 \cdot 10^6}{7{,}85 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81} \cdot \frac{\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2\,\text{m}^2}}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 4\,415\,\frac{\text{kgm} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^2}{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{m}^2}$$

$l_{zB} = 4\,415\,\text{m} = 4{,}415\,\text{km}$

689.

$\sigma_z = \dfrac{F}{S} = \dfrac{F_{Nutz} + F_G}{S}$; $\quad F_G = mg = V\rho g = Sl\rho g$

$$F_{Nutz} = \sigma_{z\,zul} S - Sl\rho g = S(\sigma_{z\,zul} - l\rho g)$$

$$F_{Nutz} = 320 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^2 \left(180\,\frac{\text{N}}{10^{-6}\,\text{m}^2} - 900\,\text{m} \cdot 7{,}85 \cdot 10^3\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$$

Hinweis für die Klammer:

$\dfrac{\text{N}}{\text{m}^2} = \dfrac{\text{kgm}}{\text{s}^2\,\text{m}^2} = \dfrac{\text{kg}}{\text{s}^2\,\text{m}}$, d.h. beide Glieder haben dieselbe Einheit.

$$F_{Nutz} = 320 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^2 \left(180 \cdot 10^6\,\frac{\text{kg}}{\text{s}^2\,\text{m}} - 69{,}31 \cdot 10^6\,\frac{\text{kg}}{\text{s}^2\,\text{m}}\right)$$

$F_{Nutz} = 35\,421\,\text{N} \approx 35{,}4\,\text{kN}$

690.

a) Reibkraft $F_R = F_N \mu = F = 3{,}5\,\text{kN}$

$$F_N = \frac{F_R}{\mu} = \frac{F}{\mu} = \frac{3500\,\text{N}}{0{,}15} = 23333\,\text{N}$$

Schraubenzugkraft $F_S = \frac{F_N}{4} = 5833\,\text{N}$ je Schraube

Spannungsquerschnitt $A_{S\,\text{erf}} = \frac{F_S}{\sigma_{z\,\text{zul}}} = \frac{5\,833\,\text{N}}{80\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$

$$A_{S\,\text{erf}} = 72{,}9\,\text{mm}^2$$

gewählt M 12 mit $A_S = 84{,}3\,\text{mm}^2$

b) $\sigma_{z\,\text{vorh}} = \frac{F}{S} = \frac{F}{bs - 2ds}$; $d = 13\,\text{mm}$ für M 12

$$\sigma_{z\,\text{vorh}} = \frac{3\,500\,\text{N}}{1\,\text{mm}\,(60\,\text{mm} - 26\,\text{mm})} = 103\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

691.

a) Reibkraft $F_R = F_N \mu = F = 5\,\text{kN}$; $F_N = \frac{F_R}{\mu} = \frac{F}{\mu}$

Schraubenzugkraft $F_S = \frac{F_N}{2} = \frac{F}{2\mu} = \frac{5000\,\text{N}}{2 \cdot 0{,}15} = 16667\,\text{N}$

b) $A_{S\,\text{erf}} = \frac{F_S}{\sigma_{z\,\text{zul}}} = \frac{16\,667\,\text{N}}{60\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 278\,\text{mm}^2$

gewählt M 22 mit $A_S = 303\,\text{mm}^2$

c) $\sigma_z = \frac{F}{S} = \frac{F}{bs - ds}$; $d = 23\,\text{mm}$ für M 22, $b = 6\,s$ eingesetzt

$$\sigma_z = \frac{F}{6\,s \cdot s - ds} = \frac{F}{6\,s^2 - ds}$$

$$(6\,s^2 - ds)\,\sigma_z - F = 0 \quad |:\sigma_z$$

$$6\,s^2 - ds - \frac{F}{\sigma_z} = 0 \quad |:6$$

$$s^2 - \frac{d}{6}s - \frac{F}{6\,\sigma_z} = 0$$

$$s_{\text{erf}} = \frac{d}{12} \pm \sqrt{\left(\frac{d}{12}\right)^2 + \frac{F}{6\,\sigma_{z\,\text{zul}}}}$$

$$s_{\text{erf}} = 1{,}92\,\text{mm} \pm \sqrt{3{,}69\,\text{mm}^2 + \frac{5\,000\,\text{N}}{6 \cdot 60\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 6{,}12\,\text{mm}$$

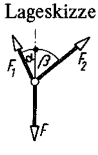
gewählt ▭ 40 X 6

Spannungsnachweis: $\sigma_{z\,\text{vorh}} = \frac{F}{bs - ds}$

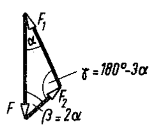
$$\sigma_{z\,\text{vorh}} = \frac{5\,000\,\text{N}}{(240 - 138)\,\text{mm}^2} = 49\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < \sigma_{z\,\text{zul}} = 60\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

692.

Lageskizze



Krafteckskizze



Sinussatz nach Krafteckskizze:

$$\frac{F}{\sin\gamma} = \frac{F_1}{\sin 2\alpha}; \qquad \frac{F}{\sin\gamma} = \frac{F_2}{\sin\alpha}$$

$$F_1 = F\,\frac{\sin 2\alpha}{\sin\gamma} = 20000\,\text{N}\,\frac{\sin 50°}{\sin 105°}$$

$F_1 = 15\,861\,\text{N}$

$$F_2 = F\,\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = 20000\,\text{N}\,\frac{\sin 25°}{\sin 105°}$$

$F_2 = 8\,751\,\text{N}$

Hinweis: Für Festigkeitsrechnungen reicht die Genauigkeit der zeichnerischen Lösung aus. Hier wird die rechnerische Lösung nur zur Kontrolle vorgeführt.

$$\sigma_{z1\,\text{vorh}} = \frac{F_1}{\frac{\pi}{4}d^2} = \frac{4F_1}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 15861\,\text{N}}{\pi \cdot (16\,\text{mm})^2} = 78{,}9\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{z2\,\text{vorh}} = \frac{4F_2}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 8751\,\text{N}}{\pi \cdot (16\,\text{mm})^2} = 43{,}5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

693.

a) $\sigma_{z\,\text{vorh}} = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 100\,000\,\text{N}}{\pi \cdot (72\,\text{mm})^2} = 24{,}6\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

b) $\sigma_{z\,\text{vorh}} = \frac{F}{A_S}$; $A_S = 3060\,\text{mm}^2$ für M 68

$$\sigma_{z\,\text{vorh}} = \frac{100\,000\,\text{N}}{3060\,\text{mm}^2} = 32{,}7\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

694.

a) $\sigma_{z\,\text{zul}} = \frac{\sigma_{z\,\text{Sch}}\,b_1 b_2}{\nu\,\beta_k}$

Zug-Schwellfestigkeit $\sigma_{z\text{Sch}} = 300\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Oberflächenbeiwert $b_1 = 0{,}95$

Größenbeiwert $b_2 = 1$

Sicherheit $\nu = 1{,}5$

$$\sigma_{z\,\text{zul}} = \frac{300\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 0{,}95 \cdot 1}{1{,}5 \cdot 2{,}8} = 67{,}9\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

b) $F_{\max} = \sigma_{z\,\text{zul}}\,S = \sigma_{z\,\text{zul}}\,(\frac{\pi}{4}d^2 - dd_1)$

$d = 8\,\text{mm}$; $d_1 = 2\,\text{mm}$

$$F_{\max} = 67{,}9\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\left(\frac{\pi}{4}\,8^2\,\text{mm}^2 - 8 \cdot 2\,\text{mm}^2\right) = 2327\,\text{N}$$

Hookesches Gesetz

696.

a) $\sigma_{z\,\text{vorh}} = \frac{F}{S} = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 60\,\text{N}}{\pi \cdot (0{,}8\,\text{mm})^2} = 119{,}4\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

b) $\epsilon = \frac{\sigma_z}{E} = \frac{119{,}4\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{2{,}1 \cdot 10^5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 56{,}9 \cdot 10^{-5}$

$\epsilon \approx 0{,}057 \cdot 10^{-2} = 0{,}057\,\%$

c) $\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$

$\Delta l = \epsilon\,l_0 = 56{,}9 \cdot 10^{-5} \cdot 120\,\text{mm} = 0{,}068\,\text{mm}$

697.

$$\sigma_z = \epsilon E = \frac{\Delta l}{l_0} E$$

$$\Delta l = \frac{\sigma_{z\,\text{vorh}}\, l_0}{E} = \frac{100 \frac{N}{mm^2} \cdot 6 \cdot 10^3\, mm}{2{,}1 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2}} = 2{,}857\, mm$$

698.

a) $$\sigma_z = \frac{F}{S} = \frac{F}{\frac{\pi}{4} d^2} = \frac{4F}{\pi d^2}$$

$$d_{\text{erf}} = \sqrt{\frac{4F}{\pi\, \sigma_{z\,\text{zul}}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 40\,000\, N}{\pi \cdot 100 \frac{N}{mm^2}}} = 22{,}6\, mm$$

$d = 30\,mm$ ausgeführt

b) $$\sigma_{z\,\text{vorh}} = \frac{F + F_G}{S} = \frac{F + Sl\rho g}{S} = 57{,}1 \frac{N}{mm^2}$$

c) $$\epsilon = \frac{\sigma_{z\,\text{vorh}}}{E} = \frac{57{,}1 \frac{N}{mm^2}}{2{,}1 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2}} = 27{,}2 \cdot 10^{-5} = 0{,}0272\,\%$$

d) $\Delta l = \epsilon\, l_0 = 27{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot 6 \cdot 10^3\, mm$
$\Delta l = 1{,}632\, mm$

e) $$W_f = \frac{F \Delta l}{2}$$

$$W_f = \frac{40\,000\, N \cdot 1{,}632 \cdot 10^{-3}\, m}{2} = 32{,}64\, J$$

699.

a) $$\epsilon = \frac{2 \Delta l}{l_0} = \frac{160\, mm}{2 \cdot 2\,000\, mm + \pi \cdot 600\, mm} = 0{,}0272$$

b) $$\sigma_{z\,\text{vorh}} = \epsilon E = 0{,}0272 \cdot 60 \frac{N}{mm^2} = 1{,}632 \frac{N}{mm^2}$$

c) $$F_{\text{vorh}} = \sigma_{z\,\text{vorh}} S = 1{,}632 \frac{N}{mm^2} \cdot 500\, mm^2 = 816\, N$$

700.

a) $$\sigma_{d\,\text{vorh}} = \epsilon E = \frac{\Delta l}{l_0} E = \frac{l_0 - l_1}{l_0} E$$

$$\sigma_{d\,\text{vorh}} = \frac{5\, mm}{30\, mm} \cdot 5 \frac{N}{mm^2} = 0{,}833 \frac{N}{mm^2}$$

b) $$d_{\text{erf}} = \sqrt{\frac{4F}{\pi\, \sigma_{d\,\text{vorh}}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 500\, N}{\pi \cdot 0{,}833 \frac{N}{mm^2}}} = 27{,}7\, mm$$

$d = 28\, mm$ ausgeführt

c) $$W_f = \frac{F \Delta l}{2} = \frac{500\, N \cdot 5\, mm}{2} = 1250\, Nmm = 1{,}25\, Nm$$

$W_f = 1{,}25\, J$

701.

a) $$\sigma_{z\,\text{vorh}} = \epsilon E = \frac{\Delta l}{l_0} E$$

$$\sigma_{z\,\text{vorh}} = \frac{6\, mm}{9200\, mm} \cdot 2{,}1 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2} = 137 \frac{N}{mm^2}$$

b) $F_{\max} = \sigma_{z\,\text{vorh}} S_{][}$
$S_{][} = 6440\, mm^2$

$$F_{\max} = 137 \frac{N}{mm^2} \cdot 6\,440\, mm^2 = 882\,280\, N \approx 882\, kN$$

702.

a) $$\sigma_{z\,\text{vorh}} = \epsilon E = \frac{\Delta l}{l_0} E$$

$$\sigma_{z\,\text{vorh}} = \frac{0{,}25\, mm}{400\, mm} \cdot 2{,}1 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2} = 131 \frac{N}{mm^2}$$

b) $$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{0{,}25\, mm}{400\, mm} = 0{,}625 \cdot 10^{-3}$$

703.

a) $$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{4\, mm}{2 \cdot 10^3\, mm} = 2 \cdot 10^{-3}$$

b) $$\sigma_{z\,\text{vorh}} = \epsilon E = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}1 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2} = 420 \frac{N}{mm^2}$$

c) $$F_{\text{vorh}} = \sigma_{z\,\text{vorh}} S = 420 \frac{N}{mm^2} \cdot 0{,}2\, mm^2 = 84\, N$$

704.

a) $$\sigma_{z\,\text{vorh}} = \frac{F}{S} = \frac{50\, N}{0{,}4\, mm^2} = 125 \frac{N}{mm^2}$$

b) $$\sigma = \epsilon E = \frac{\Delta l}{l_0} E$$

$$\Delta l = \frac{\sigma_{z\,\text{vorh}}\, l_0}{E} = \frac{125 \frac{N}{mm^2} \cdot 800\, mm}{2{,}1 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2}} = 0{,}476\, mm$$

705.

$$\sigma_{z\,\text{vorh}} = \frac{F}{S} = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 10\,000\, N}{\pi \cdot 144\, mm^2} = 88{,}4 \frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_z = \frac{\Delta l}{l_0} E$$

$$\Delta l = \frac{\sigma_{z\,\text{vorh}}\, l_0}{E} = \frac{88{,}4 \frac{N}{mm^2} \cdot 8 \cdot 10^3\, mm}{2{,}1 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2}} = 3{,}368\, mm$$

706.

a) $$F_{\text{vorh}} = \sigma_{z\,\text{vorh}} S = 140 \frac{N}{mm^2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 2500\, mm^2 = 274{,}9\, kN$$

b) $$\epsilon_{\text{vorh}} = \frac{\sigma_{z\,\text{vorh}}}{E} = \frac{140 \frac{N}{mm^2}}{2{,}1 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2}} = 0{,}67 \cdot 10^{-3} = 0{,}067\,\%$$

c) $$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

$\Delta l_{\text{vorh}} = \epsilon_{\text{vorh}}\, l_0 = 0{,}67 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^3\, mm = 5{,}36\, mm$

d) $$W_f = \frac{F_{\text{vorh}} \cdot \Delta l_{\text{vorh}}}{2} = \frac{274{,}9 \cdot 10^3\, N \cdot 5{,}36 \cdot 10^{-3}\, m}{2} = 736{,}7\, J$$

707.

a) $$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{400\, mm}{600\, mm} = 0{,}667 = 66{,}7\,\%$$

b) $$\sigma_{z\,\text{vorh}} = \frac{F}{S} = \frac{5\, N}{2\, mm^2} = 2{,}5 \frac{N}{mm^2}$$

c) $$E = \frac{\sigma_{z\,\text{vorh}}}{\epsilon} = \frac{2{,}5 \frac{N}{mm^2}}{0{,}667} = 3{,}75 \frac{N}{mm^2}$$

708.

a) $\sigma_{z\,vorh} = \varepsilon E = \frac{\Delta l}{l_0} E = \frac{1\,m}{5\,m} \cdot 8\,\frac{N}{mm^2} = 1{,}6\,\frac{N}{mm^2}$

b) $\sigma_z = \frac{F}{S} = \frac{F}{\frac{\pi}{4} d^2} = \frac{4F}{\pi d^2}$

$$d_{vorh} = \sqrt{\frac{4F}{\pi\,\sigma_{z\,vorh}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1\,000\,N}{\pi \cdot 1{,}6\,\frac{N}{mm^2}}} = 28{,}2\,mm$$

c) $W_f = \frac{F \Delta l}{2} = \frac{1000\,N \cdot 1\,m}{2} = 500\,J$

709.

a) $F_{max} = \sigma_{z\,zul} S = \frac{R_m}{\nu}\, n\, \frac{\pi}{4} d^2$

$$F_{max} = \frac{1600\,\frac{N}{mm^2}}{6} \cdot 86 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 1{,}2^2\,mm^2 = 25\,937\,N$$

$F_{max} \approx 25{,}9\,kN$

b) $\sigma_z = \varepsilon E = \frac{\Delta l}{l_0} E$

$$\Delta l_{vorh} = \frac{\sigma_{z\,zul} l_0}{E} = \frac{\frac{1600}{6}\,\frac{N}{mm^2} \cdot 22 \cdot 10^3\,mm}{2{,}1 \cdot 10^5\,\frac{N}{mm^2}} = 27{,}9\,mm$$

710.

a) $\sigma_{z\,vorh\,u} = \frac{F}{S} = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 22\,000\,N}{\pi \cdot 256\,mm^2} = 109{,}4\,\frac{N}{mm^2}$

$\sigma_{z\,vorh\,o} = \frac{F + F_G}{S}$;

$F_G = mg = V \rho g = S l \rho g = \frac{\pi}{4} d^2 l \rho g$

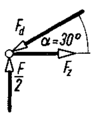
$$\sigma_{z\,vorh\,o}' = \frac{22\,000\,N + \frac{\pi}{4} \cdot 256 \cdot 10^{-6}\,m^2 \cdot 80\,m \cdot 7{,}85 \cdot 10^3\,\frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}}{\frac{\pi}{4} \cdot 16^2\,mm^2} = 115{,}6\,\frac{N}{mm^2}$$

b) $\sigma_{z\,mittl.} = \frac{\Delta l}{l_0} E = \frac{\sigma_{z\,vorh\,o} + \sigma_{z\,vorh\,u}}{2} = 112{,}5\,\frac{N}{mm^2}$

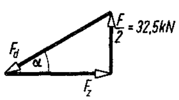
$$\Delta l = \frac{\sigma_{z\,mittl.}\, l_0}{E} = \frac{112{,}5\,\frac{N}{mm^2} \cdot 80 \cdot 10^3\,mm}{2{,}1 \cdot 10^5\,\frac{N}{mm^2}} = 42{,}86\,mm$$

711.

a)



Lageskizze



Krafteckskizze

$$\tan\alpha = \frac{\frac{F}{2}}{F_z}$$

$$F_z = \frac{F}{2\tan\alpha} = \frac{65000\,N}{\tan 30^\circ} = 56\,287\,N \approx 56{,}29\,kN$$

Hinweis: Bei Festigkeitsrechnungen würde die zeichnerische Lösung ausreichen.

b) $S_{erf} = \frac{F_z}{\sigma_{z\,zul}\, v} = \frac{56\,287\,N}{120\,\frac{N}{mm^2} \cdot 0{,}8} = 586{,}3\,mm^2$

gewählt ∟35 × 5 mit $S = 328\,mm^2$,
also $S_{\lrcorner\llcorner} = 656\,mm^2$

c) $\sigma_{z\,vorh} = \frac{F_z}{S_{\lrcorner\llcorner} - 2 d_1 s} = \frac{56\,287\,N}{656\,mm^2 - 2 \cdot 11\,mm \cdot 5\,mm}$

$\sigma_{z\,vorh} = 103\,\frac{N}{mm^2} < \sigma_{z\,zul} = 120\,\frac{N}{mm^2}$

d) $\sigma_z = \frac{\Delta l}{l_0} E$; $\sigma_{z\,vorh} = \frac{F_z}{S_u} = \frac{56\,287\,N}{656\,mm^2} = 85{,}8\,\frac{N}{mm^2}$

$$\Delta l_{vorh} = \frac{\sigma_{z\,vorh}\, l_0}{E} = \frac{85{,}8\,\frac{N}{mm^2} \cdot 3 \cdot 10^3\,mm}{2{,}1 \cdot 10^5\,\frac{N}{mm^2}} = 1{,}226\,mm$$

712.

Es liegt ein statisch unbestimmtes System vor, weil drei Unbekannten (Stabkräfte F_1, F_2, F_3 bzw. die entsprechenden Spannungen) nur zwei Gleichungen gegenüberstehen:

$\Sigma F_x = 0 = +F_3 \sin\alpha - F_1 \sin\alpha$

$\Sigma F_y = 0 = +F_2 + 2F_1 \cos\alpha - F$, also

$F = F_2 + 2F_1 \cos\alpha$.

Wegen Symmetrie ist $F_1 = F_3$.

Fehlende dritte Gleichung ist das Hooke'sche Gesetz für Zugbeanspruchung: $\sigma = \varepsilon E = F/S$.

Für Stab 2 ist $\varepsilon_2 = \Delta l / l_0$, für Stab 1 ist

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta l \cos\alpha}{\frac{l_0}{\cos\alpha}}$$

Damit wird:

$F = F_2 + 2F_1 \cos\alpha = \varepsilon_2 ES + 2\varepsilon_1 ES \cos\alpha$

$F = \frac{\Delta l}{l_0} ES(1 + 2\cos^3\alpha)$ und daraus

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{F}{ES(1 + 2\cos^3\alpha)}$$

$\sigma_2 = \frac{F_2}{S} = \frac{\Delta l}{l_0} E$ und $\sigma_1 = \sigma_3 = \frac{F_1}{S} = \frac{\Delta l}{l_0} E \cos^2\alpha$

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{F}{ES(1 + 2\cos^3\alpha)}$$

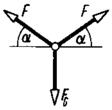
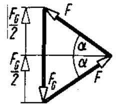
$\sigma_2 = \frac{\Delta l}{l_0} E = \frac{F}{S(1 + 2\cos^3\alpha)}$ (E kürzt sich heraus)

$$\sigma_2 = \frac{40\,000\,N}{314\,mm^2 (1 + 2 \cdot \cos^3 30^\circ)} = 55{,}4\,\frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_1 = \sigma_3 = \frac{F}{S(1 + 2\cos^3\alpha)} \cdot \cos^2\alpha$$

$\sigma_1 = \sigma_3 = 41{,}6\,\frac{N}{mm^2}$

713.

Lageskizze  Krafteckskizze 

$$F_G = F'_G\,l + 0{,}1\,F'_G\,l + F_{G\,\text{Wasser}}$$

$$F_G = 1{,}1 \cdot 94{,}6\,\frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 10\,\text{m} + \frac{\pi}{4}(0{,}1\,\text{m})^2 \cdot 10\,\text{m} \cdot 10^3\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_G = 1040{,}6\,\text{N} + 770{,}5\,\text{N} \approx 1811\,\text{N}$$

$$\tan\alpha = \frac{l_2 - l_1}{\frac{l}{2}}; \quad \alpha = \arctan\frac{(3{,}5-1)\,\text{m}}{5\,\text{m}} = 26{,}6°$$

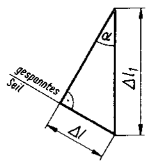
$$F = \frac{\frac{F_G}{2}}{\sin\alpha} = \frac{905{,}5\,\text{N}}{\sin 26{,}6°} = 2022\,\text{N}$$

a) $\sigma_z = \dfrac{F}{S} = \dfrac{F}{n\frac{\pi}{4}d^2} = \dfrac{4F}{n\pi d^2}$; n Anzahl der Drähte

$$n_{\text{erf}} = \frac{4F}{\pi d^2 \sigma_{z\,\text{zul}}} = \frac{4 \cdot 2022\,\text{N}}{\pi \cdot 1\,\text{mm}^2 \cdot 100\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 25{,}7$$

$n_{\text{erf}} = 26$ Drähte

b) *Annahme:* Winkel α bleibt bei Senkung konstant, also $\alpha = 26{,}6°$. Mit $l_0 = 5590\,\text{mm}$ als halbe Ursprungslänge des Seiles wird mit dem nach Δl aufgelösten Hookeschen Gesetz:



$$\Delta l = \frac{l_0 F}{SE} = \frac{5590\,\text{mm} \cdot 2022\,\text{N}}{26 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 1^2\,\text{mm}^2 \cdot 2{,}1 \cdot 10^5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 2{,}636\,\text{mm}$$

$$\Delta l_1 = \frac{\Delta l}{\sin\alpha} = \frac{2{,}636\,\text{mm}}{\sin 26{,}6°} \approx 5{,}9\,\text{mm}$$

Beanspruchung auf Druck und Flächenpressung

714.

$$p = \frac{F_N}{A} = \frac{F}{a^2}$$

$$a_{\text{erf}} = \sqrt{\frac{F}{p_{\text{zul}}}} = \sqrt{\frac{16 \cdot 10^4\,\text{N}}{4\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 200\,\text{mm}$$

715.

$$p = \frac{F_N}{A} = \frac{F}{bl} = \frac{F}{b \cdot 1{,}6b} = \frac{F}{1{,}6b^2}$$

$$b_{\text{erf}} = \sqrt{\frac{F}{1{,}6\,p_{\text{zul}}}} = \sqrt{\frac{20 \cdot 10^4\,\text{N}}{1{,}6 \cdot 1{,}2\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 322\,\text{mm}$$

$l = 1{,}6\,b = 1{,}6 \cdot 322\,\text{mm} = 515\,\text{mm}$

716.

$$p = \frac{F}{A_{\text{proj}}} = \frac{F}{dl} = \frac{F}{\frac{l}{1{,}6}\,l} = \frac{1{,}6F}{l^2}$$

$$l_{\text{erf}} = \sqrt{\frac{1{,}6F}{p_{\text{zul}}}} = \sqrt{\frac{1{,}6 \cdot 12\,500\,\text{N}}{10\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 44{,}7\,\text{mm}$$

$l = 45\,\text{mm}$ ausgeführt, damit $d = \dfrac{l}{1{,}6} = \dfrac{45\,\text{mm}}{1{,}6} \approx 28\,\text{mm}$

717.

a) $p = \dfrac{F}{A_{\text{proj}}} = \dfrac{F}{dl}$

$$l_{\text{erf}} = \frac{F}{d\,p_{\text{zul}}} = \frac{18\,000\,\text{N}}{30\,\text{mm} \cdot 10\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 60\,\text{mm}$$

b) $p_{\text{vorh}} = \dfrac{F}{A_{\text{proj}}} = \dfrac{F}{2ds} = \dfrac{18\,000\,\text{N}}{2 \cdot 30\,\text{mm} \cdot 6\,\text{mm}} = 50\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

718.

$$p = \frac{F_N}{A} = \frac{F}{\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)} = \frac{4F}{\pi(D^2 - d^2)}$$

$$D^2 - d^2 = \frac{4F}{\pi p}$$

$$D_{\text{erf}} = \sqrt{\frac{4F}{\pi\,p_{\text{zul}}} + d^2} = \sqrt{\frac{4 \cdot 8\,000\,\text{N}}{\pi \cdot 6\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} + 40^2\,\text{mm}^2}$$

$D_{\text{erf}} = 57{,}4\,\text{mm}$ $\qquad$ $D = 58\,\text{mm}$ ausgeführt

719.

a) $d_{\text{erf}} = \sqrt{\dfrac{4F}{\pi\,\sigma_{z\,\text{zul}}}} = \sqrt{\dfrac{4 \cdot 30\,000\,\text{N}}{\pi \cdot 80\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 21{,}9\,\text{mm}$

$d = 22\,\text{mm}$ ausgeführt

b) $D_{\text{erf}} = \sqrt{\dfrac{4F}{\pi\,p_{\text{zul}}} + d^2}$ $\qquad$ (siehe Herleitung in 718.)

$$D_{\text{erf}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 30\,000\,\text{N}}{\pi \cdot 60\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} + 22^2\,\text{mm}^2} = 33{,}5\,\text{mm}$$

$D = 34\,\text{mm}$ ausgeführt

720.

$$p = \frac{F}{A_{\text{proj}}} = \frac{F}{dl} = \frac{F}{d \cdot 1{,}2d} = \frac{F}{1{,}2d^2}$$

$$d_{\text{erf}} = \sqrt{\frac{F}{1{,}2\,p_{\text{zul}}}} = \sqrt{\frac{16\,000\,\text{N}}{1{,}2 \cdot 6\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 47{,}1\,\text{mm}$$

$d = 48\,\text{mm}$ ausgeführt, daher
$l = 1{,}2\,d = 1{,}2 \cdot 48\,\text{mm} = 57{,}6\,\text{mm}$
$l = 58\,\text{mm}$ ausgeführt

$D_{\text{erf}} = \sqrt{\dfrac{4F}{\pi\,p_{\text{zul}}} + d^2}$ $\qquad$ (siehe Herleitung in 718.)

$$D_{\text{erf}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 7\,500\,\text{N}}{\pi \cdot 6\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} + 48^2\,\text{mm}^2} = 62{,}4\,\text{mm}$$

$D = 63\,\text{mm}$ ausgeführt

721.

a) $p = \dfrac{F}{A_{\text{proj}}} = \dfrac{F}{\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)} = \dfrac{4F}{\pi(D^2 - d^2)}$

$$F_a = \frac{p_{\text{zul}}\,\pi(D^2 - d^2)}{4} = \frac{50\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \pi \cdot (60^2 - 44^2)\,\text{mm}^2}{4}$$

$F_a = 65\,345\,\text{N}$

b) $A_{S\,erf} = \dfrac{F_{max}}{\sigma_{z\,zul}} = \dfrac{65\,345\,N}{80\,\frac{N}{mm^2}} = 816{,}8\,mm^2$

gewählt M 36 mit $A_S = 817\,mm^2$

722.

a) $F_{max} = \sigma_{z\,zul} A_3$

$F_{max} = 120\,\dfrac{N}{mm^2} \cdot 398\,mm^2 = 47\,760\,N$

b) $m_{erf} = \dfrac{F_{max}\,P}{\pi\, d_2\, H_1\, p_{zul}}$

$m_{erf} = \dfrac{47\,760\,N \cdot 5\,mm}{\pi \cdot 25{,}5\,mm \cdot 2{,}5\,mm \cdot 30\,\frac{N}{mm^2}} = 39{,}75\,mm$

$m = 40\,mm$ ausgeführt

723.

a) $A_{3\,erf} = \dfrac{F}{\sigma_{z\,zul}} = \dfrac{36\,000\,N}{100\,\frac{N}{mm^2}} = 360\,mm^2$

gewählt Tr 28 X 5 mit $A_3 = 398\,mm^2$

b) $m_{erf} = \dfrac{FP}{\pi\, d_2\, H_1\, p_{zul}}$

$m_{erf} = \dfrac{36\,000\,N \cdot 5\,mm}{\pi \cdot 25{,}5\,mm \cdot 2{,}5\,mm \cdot 12\,\frac{N}{mm^2}} = 74{,}9\,mm$

$m = 75\,mm$ ausgeführt

724.

a) $\sigma_{d\,vorh} = \dfrac{F}{S} = \dfrac{F}{A_3}$

$\sigma_{d\,vorh} = \dfrac{100 \cdot 10^3\,N}{2\,734\,mm^2} = 36{,}6\,\dfrac{N}{mm^2}$

b) $m_{erf} = \dfrac{FP}{\pi\, d_2\, H_1\, p_{zul}}$

$m_{erf} = \dfrac{100\,kN \cdot 10\,mm}{\pi \cdot 65\,mm \cdot 5\,mm \cdot 10\,\frac{N}{mm^2}} = 97{,}9\,mm$

$m = 98\,mm$ ausgeführt

725.

a) $A_{3\,erf} = \dfrac{F}{\frac{R_m}{\nu}} = \dfrac{F\nu}{R_m} = \dfrac{200\,kN \cdot 4}{600\,\frac{N}{mm^2}} = 1333\,mm^2$

gewählt Tr 52 X 8 mit $A_3 = 1452\,mm^2$

b) $m_{erf} = \dfrac{FP}{\pi\, d_2\, H_1\, p_{zul}}$

$m_{erf} = \dfrac{200 \cdot 10^3\,N \cdot 8\,mm}{\pi \cdot 48\,mm \cdot 4\,mm \cdot 8\,\frac{N}{mm^2}} = 331{,}6\,mm$

$m = 332\,mm$ ausgeführt

726.

a) $F_{max} = \sigma_{z\,zul} A_S$

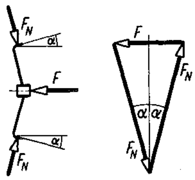
$F_{max} = 45\,\dfrac{N}{mm^2} \cdot 245\,mm^2 = 11\,025\,N$

b) $p_{vorh} = \dfrac{FP}{\pi\, d_2\, H_1\, m} = \dfrac{FP}{\pi\, d_2\, H_1 \cdot 0{,}8\,d}$

$p_{vorh} = \dfrac{11\,025\,N \cdot 2{,}5\,mm}{\pi \cdot 18{,}376\,mm \cdot 1{,}353\,mm \cdot 0{,}8 \cdot 20\,mm}$

$p_{vorh} = 22{,}1\,\dfrac{N}{mm^2}$

727.



Lageskizze Krafteckskizze

$\sin\alpha = \dfrac{\frac{F}{2}}{F_N} = \dfrac{F}{2F_N}$

$F_N = \dfrac{F}{2\sin\alpha}$

$M = F_R\, d = F_N\, \mu d = \dfrac{F}{2\sin\alpha}\,\mu d$

$F = \dfrac{2M\sin\alpha}{\mu d} = \dfrac{2 \cdot 110\,Nm \cdot \sin 15^\circ}{0{,}1 \cdot 0{,}4\,m} = 1424\,N$

$p_{vorh} = \dfrac{F}{\pi\, d\, b \sin\alpha}$

$p_{vorh} = \dfrac{1424\,N}{\pi \cdot 400\,mm \cdot 30\,mm \cdot \sin 15^\circ} = 0{,}146\,\dfrac{N}{mm^2}$

728.

a) $A_{S\,erf} = \dfrac{F}{\sigma_{z\,zul}} = \dfrac{5000\,N}{80\,\frac{N}{mm^2}} = 62{,}5\,mm^2$

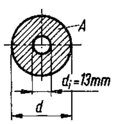
gewählt M 12 mit $A_S = 84{,}3\,mm^2$

b) $\sigma = \dfrac{F}{S} = \dfrac{\Delta l}{l_0} E$

$\Delta l_{vorh} = \dfrac{F l_0}{SE} = \dfrac{5\,000\,N \cdot 350\,mm}{\frac{\pi}{4} \cdot (12\,mm)^2 \cdot 2{,}1 \cdot 10^5\,\frac{N}{mm^2}}$

$\Delta l_{vorh} = 0{,}074\,mm \approx 0{,}1\,mm$

c)



$d_{erf} = \sqrt{\dfrac{4F}{\pi\, p_{zul}} + d_i^2}$ (Herleitung in 718.)

$d_{erf} = \sqrt{\dfrac{4 \cdot 5\,000\,N}{\pi \cdot 5\,\frac{N}{mm^2}} + 13^2\,mm^2} = 38\,mm$

d) $m_{erf} = \dfrac{FP}{\pi\, d_2\, H_1\, p_{zul}}$

$m_{erf} = \dfrac{5\,000\,N \cdot 1{,}75\,mm}{\pi \cdot 10{,}863\,mm \cdot 0{,}947\,mm \cdot 5\,\frac{N}{mm^2}} = 54{,}15\,mm$

$m = 55\,mm$ ausgeführt

729.

a) $\sigma_d = \frac{F}{S} = \frac{F}{\frac{\pi}{4}(d_a^2 - d_i^2)} = \frac{4F}{\pi(d_a^2 - d_i^2)}$

$$d_a^2 - d_i^2 = \frac{4F}{\pi\sigma_d}$$

$$d_{i\,erf} = \sqrt{d_a^2 - \frac{4F}{\pi\sigma_{d\,zul}}}$$

$$d_{i\,erf} = \sqrt{(200\,\text{mm})^2 - \frac{4 \cdot 320\,000\,\text{N}}{\pi \cdot 80\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 186{,}85\,\text{mm}$$

$d_i = 186\,\text{mm}$ ausgeführt

b) Gewichtskraft ohne Fuß und Rippen:

$$F_G = mg = V\rho g = Sh\rho g$$

$\rho_{GG} = 7{,}3 \cdot 10^3\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ angenommen

$$F_G = \frac{\pi}{4}(d_a^2 - d_i^2)h\rho g$$

$$F_G = \frac{\pi}{4}(0{,}2^2 - 0{,}186^2)\,\text{m}^2 \cdot 6\,\text{m} \cdot 7300\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_G = 1824\,\text{N}$$

$$p = \frac{F + F_G}{A} = \frac{F + F_G}{\frac{\pi}{4}(d_f^2 - d_i^2)}$$

$$d_{f\,erf} = \sqrt{\frac{4(F + F_G)}{\pi p_{zul}} + d_i^2}$$

$$d_{f\,erf} = \sqrt{\frac{4(320 + 1{,}824) \cdot 10^3\,\text{N}}{\pi \cdot 2{,}5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} + 186^2\,\text{mm}^2}$$

$$d_{f\,erf} = 445{,}5\,\text{mm}$$

$d_f = 446\,\text{mm}$ ausgeführt

730.

a) $d_{i\,erf} = \sqrt{d_a^2 - \frac{4F}{\pi\sigma_{d\,zul}}}$ (Herleitung in 729.)

$$d_{i\,erf} = \sqrt{400^2\,\text{mm}^2 - \frac{4 \cdot 1500 \cdot 10^3\,\text{N}}{\pi \cdot 65\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 360{,}2\,\text{mm}$$

$d_i = 360\,\text{mm}$ ausgeführt; $s = 20\,\text{mm}$

b) Annahme: Wegen der großen Belastung ($F = 1\,500\,\text{kN}$) kann die Gewichtskraft vernachlässigt werden.

$$p = \frac{F_N}{A} = \frac{F}{a^2}$$

$$a_{erf} = \sqrt{\frac{F}{p_{zul}}} = \sqrt{\frac{150 \cdot 10^4\,\text{N}}{4\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 612\,\text{mm}$$

731.

Mit Wasserdruck $p_W = 8{,}5\,\text{bar} = 8{,}5 \cdot 10^5\,\text{N/m}^2$ wird die Druckkraft

$F = \frac{\pi}{4}d_a^2 p_W$; also die Flächenpressung

$$p = \frac{F}{A_{proj}} = \frac{\frac{\pi}{4}d_a^2 p_W}{\frac{\pi}{4}(d_a^2 - d_i^2)}$$

$$p = \frac{d_a^2 p_W}{d_a^2 - d_i^2} = \frac{p_W}{1 - \frac{d_i^2}{d_a^2}}$$

$$p = \frac{8{,}5 \cdot 10^5\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{1 - \frac{65^2\,\text{mm}^2}{80^2\,\text{mm}^2}} = 25 \cdot 10^5\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 2{,}5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

732.

$D_{erf} = \sqrt{\frac{4F}{\pi p_{zul}} + d^2}$ (Herleitung in 718.)

$$D_{erf} = \sqrt{\frac{4 \cdot 5\,000\,\text{N}}{\pi \cdot 2{,}5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} + 6\,400\,\text{mm}^2} = 94{,}6\,\text{mm}$$

$D = 95\,\text{mm}$ ausgeführt

733.

a) $p = \frac{F_N}{A} = \frac{F}{\frac{\pi}{4}d^2} = \frac{4F}{\pi d^2}$

$$d_{erf} = \sqrt{\frac{4F}{\pi p_{zul}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10\,000\,\text{N}}{\pi \cdot 5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 50{,}45\,\text{mm}$$

$d = 50\,\text{mm}$ ausgeführt

b) $\sigma_{d\,vorh} = \frac{F}{S} = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 10000\,\text{N}}{\pi \cdot (50\,\text{mm})^2} \approx 5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

734.

a) $p = \frac{F_N}{A} = \frac{4F}{\pi(D^2 - d^2)}$

$$p = \frac{4F}{\pi\left[D^2 - \left(\frac{D}{2{,}8}\right)^2\right]} = \frac{4F}{\pi D^2\left(1 - \frac{1}{2{,}8^2}\right)}$$

$$D_{erf} = \sqrt{\frac{4F}{\pi\left(1 - \frac{1}{2{,}8^2}\right)p_{zul}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 20\,000\,\text{N}}{\pi \cdot \left(1 - \frac{1}{2{,}8^2}\right) \cdot 2{,}5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}$$

$$D_{erf} \approx 108\,\text{mm}$$

$D = 108\,\text{mm}$, also $d = \frac{108\,\text{mm}}{2{,}8} = 38{,}6\,\text{mm}$;

ausgeführt $d = 38\,\text{mm}$

b) $\sigma_{d\,vorh} = \frac{F}{A} = \frac{4F}{\pi(D^2 - d^2)} = \frac{4 \cdot 20\,000\,\text{N}}{\pi(108^2 - 38^2)\,\text{mm}^2}$

$$\sigma_{d\,vorh} \approx 2{,}5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

735.

$\sigma_{d\,vorh} = \frac{F}{S} = \frac{F}{S_{\text{I}} - 4d_1 s}$; $S_{\text{I}} = 4080\,\text{mm}^2$, $s = 7\,\text{mm}$

$$\sigma_{d\,vorh} = \frac{48\,000\,\text{N}}{4\,080\,\text{mm}^2 - 4 \cdot 17\,\text{mm} \cdot 7\,\text{mm}} = 13{,}3\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

736.

$$p = \frac{F_N}{A} = \frac{F}{z \cdot \pi d_m b} = \frac{F}{\pi z d_m \cdot 0{,}15\,d}$$

$d_m = d + b = d + 0{,}15\,d = d(1 + 0{,}15) = 1{,}15\,d$

$$p = \frac{F}{\pi z \cdot 1{,}15\,d \cdot 0{,}15\,d} = \frac{F}{0{,}1725\,\pi z d^2}$$

$$z_{erf} = \frac{F}{0{,}1725\,\pi d^2 p_{zul}} = \frac{12\,000\text{ N}}{0{,}1725 \cdot \pi \cdot 70^2\text{ mm}^2 \cdot 1{,}5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

$z_{erf} = 3{,}01$

$z = 3$ ausgeführt

(die Erhöhung der Flächenpressung wegen $z = 3 < 3{,}01$ ist vertretbar gering)

Beanspruchung auf Abscheren

738.

$F_{min} = \tau_{aB} S = \tau_{aB} \pi d s$

$$F_{min} = 310\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \pi \cdot 30\text{ mm} \cdot 2\text{ mm} = 58{,}4\text{ kN}$$

739.

$$\tau_a = \frac{F_{max}}{S} = \frac{\sigma_{d\,zul} S_{st}}{S_L} = \frac{\sigma_{d\,zul} \frac{\pi}{4} d^2}{\pi d s} = \frac{\sigma_{d\,zul}\, d}{4 s}$$

$$s_{max} = \frac{\sigma_{d\,zul}\, d}{4 \tau_{aB}} = \frac{600\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 25\text{ mm}}{4 \cdot 390\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 9{,}6\text{ mm}$$

740.

$F_{min} = \tau_{aB} S = \tau_{aB} 4 a s$

$$F_{min} = 425\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 4 \cdot 20\text{ mm} \cdot 6\text{ mm} = 204\text{ kN}$$

741.

a) $F_{max} = \sigma_{d\,zul} S = \sigma_{d\,zul} \frac{\pi}{4} d^2$

$$F_{max} = \frac{600\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \pi \cdot 30^2\text{ mm}^2}{4} = 424{,}1\text{ kN}$$

b) $\tau_a = \frac{F}{S} = \frac{F}{\pi d s}$; $\quad \tau_{aB} = 0{,}85\,R_m$

$$s_{max} = \frac{F_{max}}{\pi d \cdot 0{,}85\,R_m}$$

$$s_{max} = \frac{424\,100\text{ N}}{\pi \cdot 30\text{ mm} \cdot 0{,}85 \cdot 370\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 14{,}3\text{ mm} \approx 14\text{ mm}$$

742.

a) $\tau_a = \frac{F}{S} = \frac{F}{\pi d k} = \frac{F}{\pi d \cdot 0{,}7\,d} = \frac{F}{\pi \cdot 0{,}7\,d^2}$;

$F = \sigma_{z\,vorh} \frac{\pi}{4} d^2$

$$\tau_{a\,vorh} = \frac{\sigma_{z\,vorh} \frac{\pi}{4} d^2}{\pi \cdot 0{,}7\,d^2} = \frac{\sigma_{z\,vorh}}{4 \cdot 0{,}7} = \frac{80\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{2{,}8} = 28{,}6\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

b) $p = \frac{F_N}{A} = \frac{F}{\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)} = \frac{4F}{\pi(D^2 - d^2)}$

$$D_{erf} = \sqrt{\frac{4F}{\pi p_{zul}} + d^2} = \sqrt{\frac{4 \cdot \sigma_{z\,vorh} \frac{\pi}{4} d^2}{\pi p_{zul}} + d^2}$$

$$D_{erf} = \sqrt{d^2 \left(\frac{\sigma_{z\,vorh}}{p_{zul}} + 1\right)}$$

$$D_{erf} = d \sqrt{\frac{\sigma_{z\,vorh}}{p_{zul}} + 1} = 20\text{ mm} \cdot \sqrt{\frac{80\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{20\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} + 1}$$

$D_{erf} = 44{,}8\text{ mm}$

$D = 45\text{ mm}$ ausgeführt

743.

$\tau_a = \frac{F}{S} = \frac{F}{2 \frac{\pi}{4} d^2} = \frac{2F}{\pi d^2}$; *Hinweis:* $S_{gef} = 2 \cdot \frac{\pi}{4} d^2$

$$d_{erf} = \sqrt{\frac{2F}{\pi \tau_{a\,zul}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1900\text{ N}}{\pi \cdot 60\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 4{,}489\text{ mm}$$

$d = 4{,}5\text{ mm}$ ausgeführt

744.

a) $S_{gef} = bs - ds = s(b - d)$

$$\sigma_{z\,vorh} = \frac{\frac{F}{2}}{S_{gef}} = \frac{F}{2s(b-d)}$$

$$\sigma_{z\,vorh} = \frac{7\,000\text{ N}}{2 \cdot 1{,}5\text{ mm}\,(10 - 4)\text{ mm}} = 389\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

b) $\tau_a = \frac{F}{S} = \frac{F}{m \frac{\pi}{4} d^2} = \frac{4F}{m \pi d^2}$

m Schnittzahl (hier ist $m = 2$)

$$\tau_{a\,vorh} = \frac{4F}{m \pi d^2} = \frac{4 \cdot 7000\text{ N}}{2 \cdot \pi \cdot 4^2\text{ mm}^2} = 278{,}5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

c) $\sigma_{l\,vorh} = \frac{F}{2ds} = \frac{7\,000\text{ N}}{2 \cdot 4\text{ mm} \cdot 1{,}5\text{ mm}} = 583\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

745.

a) $\Sigma M_{(D)} = 0 = -F_G r_{Kurbel} + F_z r_{Kettenrad}$

$$F_z = \frac{F_G r_{Kurbel}}{r_{Kettenrad}} = \frac{1000\text{ N} \cdot 160\text{ mm}}{45\text{ mm}} = 3556\text{ N}$$

b) $\sigma_{z\,vorh} = \frac{F_z}{S} = \frac{F_z}{2\,bs} = \frac{3\,556\text{ N}}{2 \cdot 5\text{ mm} \cdot 0{,}8\text{ mm}} = 444\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

c) $p_{vorh} = \frac{F_z}{A_{proj}} = \frac{F_z}{2\,ds}$

$$p_{vorh} = \frac{3\,556\text{ N}}{2 \cdot 3{,}5\text{ mm} \cdot 0{,}8\text{ mm}} = 635\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

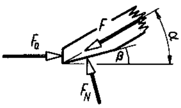
d) $\tau_{a\,vorh} = \frac{F_z}{m \frac{\pi}{4} d^2} = \frac{4 \cdot 3\,556\text{ N}}{2 \cdot \pi \cdot 3{,}5^2\text{ mm}^2} = 184{,}8\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

746.

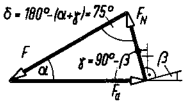
$F_{min} = \tau_{aB}\, S_L; \quad S_L = 691\ \text{mm}^2$

$F_{min} = 450\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 691\ \text{mm}^2 \approx 311\ \text{kN}$

747.



Lageskizze



Krafteckskizze
(gleichschenkliges Dreieck)

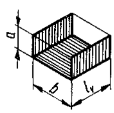
Sinussatz nach Krafteckskizze:

$$\frac{F}{\sin(90° - \beta)} = \frac{F_N}{\sin\alpha} \qquad \frac{F}{\sin(90° - \beta)} = \frac{F_a}{\sin\delta}$$

$$F_N = F\frac{\sin\alpha}{\sin(90° - \beta)} = F\frac{\sin 30°}{\sin 75°} = 20\ \text{kN}\cdot\frac{\sin 30°}{\sin 75°}$$

$F_N = 10{,}353\ \text{kN}$

$$F_a = F\frac{\sin\delta}{\sin(90° - \beta)} = F\frac{\sin 75°}{\sin 75°} = F = 20\ \text{kN}$$



a) $\tau_a = \dfrac{F_a}{S} = \dfrac{F_a}{l_v b + 2 l_v a} = \dfrac{F_a}{l_v(b + 2a)}$

$$l_{v\,erf} = \frac{F_a}{\tau_{a\,zul}(b + 2a)} = \frac{20\,000\ \text{N}}{1\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}(120 + 80)\ \text{mm}} = 100\text{mm}$$

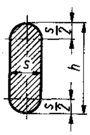
b) $p_{vorh} = \dfrac{F_N}{A} = \dfrac{F_a}{ab} = \dfrac{20000\ \text{N}}{40\cdot 120\ \text{mm}^2} = 4{,}17\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Hinweis: Nachdem aus der Krafteckskizze erkannt worden war, daß ein gleichschenkliges Dreieck vorliegt, hätte sofort $F_a = F = 20\,\text{kN}$ hingeschrieben werden können. Die Berechnung von F_N war nach der Aufgabenstellung nicht erforderlich; in der Praxis wird man sich über *alle* Größen orientieren müssen.

748.

a) $S_{gef} = 2[s(h - s) + \frac{\pi}{4}s^2]$

$h = 3s$ eingesetzt



$S_{gef} = 4s^2 + \dfrac{\pi}{2}s^2$

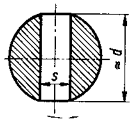
$S_{gef} = 5{,}5708\, s^2$

$\tau_a = \dfrac{F}{S_{gef}} = \dfrac{F}{5{,}5708\, s^2}$

$$s_{erf} = \sqrt{\frac{F}{5{,}5708\,\tau_{a\,zul}}} = \sqrt{\frac{13\,000\ \text{N}}{5{,}5708\cdot 30\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 8{,}82\ \text{mm}$$

$s = 10\,\text{mm}$ ausgeführt, damit
$h = 3\cdot 10\,\text{mm} = 30\,\text{mm}$

b)



$S_{gef,\,Zug} = \dfrac{\pi}{4}d^2 - ds$

$A_{proj} = ds$

$$\left.\begin{aligned} \sigma_z &= \frac{F}{S_{gef,\,Zug}} = \frac{F}{\frac{\pi}{4}d^2 - ds} \\ p &= \frac{F}{A_{proj}} = \frac{F}{ds} \end{aligned}\right\} \quad \frac{F}{\frac{\pi}{4}d^2 - ds} = \frac{F}{ds}$$

($\sigma_{z\,vorh}$ soll gleich p_{vorh} sein!)

$\frac{\pi}{4}d^2 - ds = ds$

$\frac{\pi}{4}d^2 - 2ds = 0$

$d(\frac{\pi}{4}d - 2s) = 0;$

da $d \neq 0$ ist, muß $\frac{\pi}{4}d - 2s = 0$ sein:

$\frac{\pi}{4}d = 2s$

$d = \dfrac{8s}{\pi} = \dfrac{8\cdot 10\,\text{mm}}{\pi} = 25{,}46\ \text{mm}$

$d = 25\ \text{mm}$ ausgeführt

749.

$\Sigma M_{(D)} = 0 = F\dfrac{d_2}{2} - F_s\dfrac{d_1}{2}$

$F_s = \dfrac{F d_2}{d_1} = 20\,\text{kN}\cdot\dfrac{350\,\text{mm}}{450\,\text{mm}} = 15{,}556\ \text{kN}$

$\tau_a = \dfrac{F_s}{3\cdot\frac{\pi}{4}(d_a^2 - d_i^2)} = \dfrac{4F_s}{3\pi(d_a^2 - d_i^2)}$

$d_a^2 = \dfrac{4F_s}{3\pi\tau_a} + d_i^2$

$$d_{a\,erf} = \sqrt{\frac{4F_s}{3\pi\,\tau_{a\,zul}} + d_i^2} = \sqrt{\frac{4\cdot 15\,556\ \text{N}}{3\pi\cdot 50\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} + 12^2\ \text{mm}^2}$$

$d_{a\,erf} = 16{,}6\ \text{mm}$

$d_a = 17\ \text{mm}$ ausgeführt, also $s = \dfrac{d_a - d_i}{2} = 2{,}5\ \text{mm}$

750.

a) $F_{max} = \tau_{a\,zul}\,S = 70\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot 5\ \text{mm}\cdot 18\ \text{mm} = 6300\ \text{N}$

$$\left.\begin{aligned} \text{b)}\ \tau_{aB} &= \frac{F_{max}}{bl} \\ R_m &= \frac{F_{max}}{sl} \end{aligned}\right\} \quad \frac{\tau_{aB}}{R_m} = \frac{F_{max}\,sl}{F_{max}\,bl} = \frac{s}{b}$$

$$b_{erf} = \frac{R_m}{\tau_{aB}}\,s = \frac{410\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{140\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}\cdot 2\ \text{mm} = 5{,}86\ \text{mm}$$

$b = 6\ \text{mm}$ ausgeführt

751.

a) $\tau_a = \frac{F}{mnA_1}$

m Schnittzahl der Nietverbindung
n Anzahl der Niete
$A_1 = \frac{\pi}{4} d_1^2$ Fläche des geschlagenen Nietes

$$A_{1\,erf} = \frac{F}{mn\tau_{a\,zul}} = \frac{30\,000\,\mathrm{N}}{1 \cdot 2 \cdot 140 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}} = 107\,\mathrm{mm}^2$$

$d_1 = 13$ mm ($A_1 = 133$ mm²) gewählt

b) $\sigma_l = \frac{F}{nd_1 s}$

n Anzahl der Niete
d_1 Durchmesser des geschlagenen Nietes
s kleinste Blechdickensumme in einer Kraftrichtung

$$\sigma_{l\,vorh} = \frac{F}{nd_1 s} = \frac{30\,000\,\mathrm{N}}{2 \cdot 13\,\mathrm{mm} \cdot 8\,\mathrm{mm}} = 144\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

c) $\sigma_z = \frac{F}{S} = \frac{F}{bs - d_1 s}$

$$b_{erf} = \frac{\frac{F}{\sigma_{z\,zul}} + d_1 s}{s} = 39{,}8\,\mathrm{mm}$$

$b = 40$ mm ausgeführt

752.

a) $A_{1\,erf} = \frac{F}{mn\tau_{a\,zul}}$ (siehe 751.)

$$A_{q\,erf} = \frac{8\,000\,\mathrm{N}}{1 \cdot 1 \cdot 40 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}} = 200\,\mathrm{mm}^2$$

$d_1 = 17$ mm ($A_1 = 227$ mm²) gewählt

b) $\sigma_{l\,vorh} = \frac{F}{nd_1 s}$ (siehe 751.)

$$\sigma_{l\,vorh} = \frac{8\,000\,\mathrm{N}}{1 \cdot 17\,\mathrm{mm} \cdot 8\,\mathrm{mm}} = 58{,}8\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

c) $\tau_a = \frac{F}{S} = \frac{F}{2as}$

$$a_{erf} = \frac{F}{2s\tau_{a\,zul}} = \frac{8000\,\mathrm{N}}{2 \cdot 8\,\mathrm{mm} \cdot 40 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}} = 12{,}5\,\mathrm{mm}$$

753.

$F = \tau_{a\,zul} mnA_1$ (siehe 751.)

$$F = 120\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 227\,\mathrm{mm}^2 = 54480\,\mathrm{N} \approx 54{,}5\,\mathrm{kN}$$

754.

a) $A_{1\,erf} = \frac{F}{mn\tau_{a\,zul}}$ (siehe 751.)

$$A_{1\,erf} = \frac{23\,000\,\mathrm{N}}{1 \cdot 2 \cdot 80 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}} = 143{,}75\,\mathrm{mm}^2$$

gewählt $d = 14$ mm ($d_1 = 15$ mm, $A_1 = 177$ mm²)

b) $\sigma_z = \frac{F}{S} = \frac{F}{bs - d_1 s} = \frac{F}{6s \cdot s - d_1 s}$ ($b = 6\,s$ eingesetzt)

$$6s^2 - d_1 s = \frac{F}{\sigma_z} \quad |:6$$

$$s^2 - \frac{d_1}{6} s - \frac{F}{6\sigma_z} = 0$$

$$s_{erf} = \frac{d_1}{12} \pm \sqrt{\left(\frac{d_1}{12}\right)^2 + \frac{F}{6\sigma_{z\,zul}}}$$

$$s_{erf} = \frac{15\,\mathrm{mm}}{12} \pm \sqrt{\left(\frac{15\,\mathrm{mm}}{12}\right)^2 + \frac{23\,000\,\mathrm{N}}{6 \cdot 120 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}}}$$

$s_{erf} = 7{,}05$ mm

$b_{erf} = 6\,s_{erf} = 42{,}3$ mm

gewählt ▭ 45 × 8

c) $\sigma_{l\,vorh} = \frac{F}{nd_1 s}$ (siehe 751.)

$$\sigma_{l\,vorh} = \frac{23\,000\,\mathrm{N}}{2 \cdot 15\,\mathrm{mm} \cdot 8\,\mathrm{mm}} = 95{,}8\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

d) $\tau_{a\,vorh} = \frac{F}{mnA_1} = \frac{23\,000\,\mathrm{N}}{1 \cdot 2 \cdot 177\,\mathrm{mm}^2} = 65\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$

e) $\sigma_{z\,vorh} = \frac{F}{bs - d_1 s} = \frac{F}{s(b - d_1)}$ (siehe unter b)

$$\sigma_{z\,vorh} = \frac{23\,000\,\mathrm{N}}{8\,\mathrm{mm}\,(45 - 15)\,\mathrm{mm}} = 95{,}8\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

755.

a) $\tau_{a\,vorh} = \frac{F}{mnA_1}$ (siehe 751.)

$$\tau_{a\,vorh} = \frac{40\,000\,\mathrm{N}}{2 \cdot 2 \cdot 95\,\mathrm{mm}^2} = 105\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

b) $\sigma_{l\,vorh} = \frac{F}{nd_1 s} = \frac{40\,000\,\mathrm{N}}{2 \cdot 11\,\mathrm{mm} \cdot 6\,\mathrm{mm}} = 303\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$

c) $\sigma_{z\,vorh} = \frac{F}{S} = \frac{F}{s(b - d_1)} = \frac{40\,000\,\mathrm{N}}{6\,\mathrm{mm}\,(60 - 11)\,\mathrm{mm}}$

$$\sigma_{z\,vorh} = 136\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

756.

$F_{z\,max} = \sigma_{z\,zul} S = \sigma_{z\,zul} s_1 (b - d_1)$

$$F_{z\,max} = 140\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot 12\,\mathrm{mm}\,(50 - 21)\,\mathrm{mm} = 48\,720\,\mathrm{N}$$

$F_{a\,max} = \tau_{a\,zul} mnA_1$ (siehe 751.)

$$F_{a\,max} = 100\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 346\,\mathrm{mm}^2 = 69\,200\,\mathrm{N}$$

$F_{l\,max} = \sigma_{l\,zul} nd_1 s_1$ (siehe 751.)

s_1 ist die kleinste Blechdickensumme in einer Kraftrichtung.

$$F_{l\,max} = 240\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot 1 \cdot 21\,\mathrm{mm} \cdot 12\,\mathrm{mm} = 60\,480\,\mathrm{N}$$

Die drei Rechnungen zeigen $F_{z\,max} < F_{l\,max} < F_{a\,max}$, folglich darf $F_{z\,max} = 48\,720\,\mathrm{N} \approx 48{,}7\,\mathrm{kN}$ nicht überschritten werden.

757.

a) $\tau_{a\,vorh} = \dfrac{F}{mnA_1} = \dfrac{80\,000\text{ N}}{2\cdot 4\cdot 227\text{ mm}^2} = 44\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

b) $\sigma_{l\,vorh} = \dfrac{F}{nd_1 s_1} = \dfrac{80\,000\text{ N}}{4\cdot 17\text{ mm}\cdot 8\text{ mm}} = 147\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

c) $\sigma_z = \dfrac{F}{s_1(b-2d_1)}$

$b_{erf} = \dfrac{F}{\sigma_{z\,zul}\,s_1} + 2d_1 = \dfrac{80\,000\text{ N}}{120\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot 8\text{ mm}} + 34\text{ mm}$

$b_{erf} = 117{,}3\text{ mm}$

$b = 120\text{ mm}$ ausgeführt

758.

a) $S_{erf} = \dfrac{F}{\sigma_{z\,zul}\,v}$

$S_{erf} = \dfrac{120\,000\text{ N}}{140\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot 0{,}75} = 1143\text{ mm}^2$

b) $b_{erf} = \dfrac{S_{erf}}{s} = \dfrac{1143\text{ mm}^2}{8\text{ mm}} = 142{,}9\text{ mm}$

$b = 145\text{ mm}$ ausgeführt

c) $n_{a\,erf} = \dfrac{F}{\tau_{a\,zul}\,mA_1} = \dfrac{120\,000\text{ N}}{110\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot 2\cdot 227\text{ mm}^2} = 2{,}4$

also $n_a = 3$ Niete

d) $n_{l\,erf} = \dfrac{F}{\sigma_{l\,zul}\,d_1 s} = \dfrac{120\,000\text{ N}}{280\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot 17\text{ mm}\cdot 8\text{ mm}} = 3{,}15$

also $n_l = 4$ Niete

e) $\sigma_{z\,vorh} = \dfrac{F}{s(b-4d_1)} = \dfrac{120\,000\text{ N}}{8\text{ mm}\,(145-4\cdot 17)\text{ mm}}$

$\sigma_{z\,vorh} = 195\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} > \sigma_{z\,zul} = 140\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

f) $\tau_{a\,vorh} = \dfrac{F}{mnA_1} = \dfrac{120\,000\text{ N}}{2\cdot 4\cdot 227\text{ mm}^2}$

$\tau_{a\,vorh} = 66\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} < \tau_{a\,zul} = 110\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

g) $\sigma_{l\,vorh} = \dfrac{F}{nd_1 s} = \dfrac{120\,000\text{ N}}{4\cdot 17\text{ mm}\cdot 8\text{ mm}}$

$\sigma_{l\,vorh} = 221\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} < \sigma_{l\,zul} = 280\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

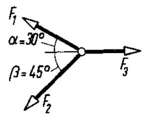
Hinweis:

zu d) 4 Niete 17 ∅ würden eine größere Breite b erfordern (Nietabstände nach DIN 9119). Einfacher wäre es, die Niete je Seite zweireihig anzuordnen.

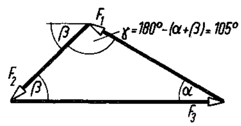
zu e) Die vorhandene Zugspannung ist größer als die zulässige. Bei der unter d) vorgeschlagenen Ausführung (zweireihige Nietung) ist der Lochabzug geringer und damit die vorhandene Zugspannung kleiner als die zulässige.

759.

a)



Lageskizze



Krafteckskizze

Sinussatz:

$\dfrac{F_2}{\sin\alpha} = \dfrac{F_1}{\sin\beta} \qquad \dfrac{F_2}{\sin\alpha} = \dfrac{F_3}{\sin\gamma}$

$F_1 = F_2\,\dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha} = 65\,000\text{ N}\cdot\dfrac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = 91\,924\text{ N}$

$F_3 = F_2\,\dfrac{\sin\gamma}{\sin\alpha} = 65\,000\text{ N}\,\dfrac{\sin 105^\circ}{\sin 30^\circ} = 125\,570\text{ N}$

b) $S_{1\,erf} = \dfrac{F_1}{\sigma_{z\,zul}\,v} = \dfrac{91\,924\text{ N}}{140\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot 0{,}8} = 821\text{ mm}^2$

gewählt ⫠ 40 X 6 mit $S_{⫠} = 2\cdot 448\text{ mm}^2 = 896\text{ mm}^2$

$S_{2\,erf} = \dfrac{F_2}{\sigma_{z\,zul}\,v} = \dfrac{65\,000\text{ N}}{140\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot 0{,}8} = 580\text{ mm}^2$

gewählt ⫠ 35 X 5 mit $S_{⫠} = 2\cdot 328\text{ mm}^2 = 656\text{ mm}^2$

$S_{3\,erf} = \dfrac{F_3}{\sigma_{z\,zul}\,v} = \dfrac{125\,570\text{ N}}{140\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot 0{,}8} = 1\,121\text{ mm}^2$

gewählt ⫠ 50 X 6 mit $S_{⫠} = 2\cdot 569\text{ mm}^2 = 1138\text{ mm}^2$

c) $n_{1\,erf} = \dfrac{F_1}{\tau_{a\,zul}\,mA_1} = \dfrac{91\,924\text{ N}}{120\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot 2\cdot 133\text{ mm}^2} = 2{,}9$

$n_1 = 3$ Niete $\quad d = 12\text{ mm}$

$n_{2\,erf} = \dfrac{F_2}{\tau_{a\,zul}\,mA_1} = \dfrac{65\,000\text{ N}}{120\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot 2\cdot 95\text{ mm}^2} = 2{,}85$

$n_2 = 3$ Niete $\quad d = 10\text{ mm}$

$n_{3\,erf} = \dfrac{F_3}{\tau_{a\,zul}\,mA_1} = \dfrac{125\,570\text{ N}}{120\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot 2\cdot 133\text{ mm}^2} = 3{,}93$

$n_3 = 4$ Niete $\quad d = 12\text{ mm}$

d) $\sigma_{l1\,vorh} = \dfrac{F_1}{n_1 d_1 s} = \dfrac{91\,924\text{ N}}{3\cdot 13\text{ mm}\cdot 8\text{ mm}} = 295\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$\sigma_{l2\,vorh} = \dfrac{F_2}{n_2 d_1 s} = \dfrac{65\,000\text{ N}}{3\cdot 11\text{ mm}\cdot 8\text{ mm}} = 246\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$\sigma_{l3\,vorh} = \dfrac{F_3}{n_3 d_1 s} = \dfrac{125\,570\text{ N}}{4\cdot 13\text{ mm}\cdot 8\text{ mm}} = 302\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$\sigma_{l3\,vorh} = \sigma_{l\,max}$

Hinweis: Für den Stahlhochbau und Kranbau sind die zulässigen Spannungen vorgeschrieben, z. B. der Lochleibungsdruck für Niete im Stahlhochbau nach DIN 1050, Tafel b, $\sigma_{l\,\text{zul}} = 275\ \text{N/mm}^2$. In diesem Fall müßten die Stäbe 1 und 3 je einen Niet mehr erhalten ($n_1 = 4$ und $n_3 = 5$).

760.

a) $S_{\text{erf}} = \dfrac{F_1}{\sigma_{z\,\text{zul}}} = \dfrac{100\,000\,\text{N}}{160\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 625\,\text{mm}^2$

gewählt $\rfloor\lfloor$ 35 X 5 mit $S_{\rfloor\lfloor} = 2 \cdot 328\,\text{mm}^2 = 656\,\text{mm}^2$ ($d_1 = 11$ mm)

b) $S_{\text{erf}} = \dfrac{F_2}{\sigma_{z\,\text{zul}}} = \dfrac{240\,000\,\text{N}}{160\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 1\,500\,\text{mm}^2$

gewählt $\rfloor\lfloor$ 65 X 8 mit $A_{\rfloor\lfloor} = 2 \cdot 985\,\text{mm}^2 = 1970\,\text{mm}^2$ ($d_1 = 17$ mm)

c) $n_{1\,\text{erf}} = \dfrac{F_1}{\tau_{a\,\text{zul}}\, m A_1} = \dfrac{100\,000\,\text{N}}{140\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 2 \cdot 95\,\text{mm}^2} = 3{,}75$

$n_1 = 4$ Niete $\quad d = 10\,\text{mm}$

d) $n_{2\,\text{erf}} = \dfrac{F_2}{\tau_{a\,\text{zul}}\, m A_1} = \dfrac{240\,000\,\text{N}}{140\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 2 \cdot 227\,\text{mm}^2} = 3{,}8$

$n_2 = 4$ Niete $\quad d = 16\,\text{mm}$

e) $\sigma_{l1\,\text{vorh}} = \dfrac{F_1}{n_1 d_1 s} = \dfrac{100\,000\,\text{N}}{4 \cdot 11\,\text{mm} \cdot 10\,\text{mm}} = 227\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$\sigma_{l2\,\text{vorh}} = \dfrac{F_2}{n_2 d_1 s} = \dfrac{240\,000\,\text{N}}{4 \cdot 17\,\text{mm} \cdot 12\,\text{mm}} = 294\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

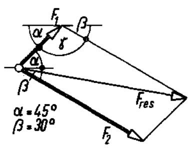
f) $\sigma_{z1\,\text{vorh}} = \dfrac{F_1}{S_{\rfloor\lfloor} - 2 d_1 s} = \dfrac{100\,000\,\text{N}}{656\,\text{mm}^2 - 2 \cdot 11\,\text{mm} \cdot 5\,\text{mm}}$

$\sigma_{z1\,\text{vorh}} = 183\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$\sigma_{z2\,\text{vorh}} = \dfrac{F_2}{S_{\rfloor\lfloor} - 2 d_1 s} = \dfrac{240\,000\,\text{N}}{1970\,\text{mm}^2 - 2 \cdot 17\,\text{mm} \cdot 8\,\text{mm}}$

$\sigma_{z2\,\text{vorh}} = 141\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

g) Zeichnerische Lösung ist ausreichend.
Rechnerische Lösung mit Hilfe des Kosinussatzes:



$F_{\text{res}} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 F_1 F_2 \cos\gamma}$

$\cos\gamma = \cos[180° - (\alpha + \beta)] = \cos 105°$

$F_{\text{res}} = \sqrt{(100\text{kN})^2 + (240\text{kN})^2 - 2 \cdot 100\text{kN} \cdot 240\text{kN} \cdot \cos 105°}$

$F_{\text{res}} = 283\,\text{kN}$

$n_{a\,\text{erf}} = \dfrac{F_{\text{res}}}{\tau_{a\,\text{zul}}\, m A_1} = \dfrac{283\,000\,\text{N}}{140\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 2 \cdot 491\,\text{mm}^2} = 2{,}1$

$n = 3$ Niete $\quad d = 24\,\text{mm}$

$n_{l\,\text{erf}} = \dfrac{F_{\text{res}}}{\sigma_{l\,\text{zul}}\, d_1 s} = \dfrac{283\,000\,\text{N}}{280\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 25\,\text{mm} \cdot 12\,\text{mm}} = 3{,}4$

$n = 4$ Niete $\quad d = 24\,\text{mm}$

Ausführung also mit $n = 4$ Nieten aus dem zulässigen Lochleibungsdruck.

761.

a) $S_{\text{erf}} = \dfrac{F}{\sigma_{z\,\text{zul}}} = \dfrac{180\,000\,\text{N}}{160\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 1125\,\text{mm}^2$

gewählt $\rfloor\lfloor$ 50 X 8 mit $S_{\rfloor\lfloor} = 2 \cdot 741\,\text{mm}^2 = 1482\,\text{mm}^2$

b) $\sigma_{z\,\text{vorh}} = \dfrac{F}{S_{\rfloor\lfloor} - 2 d_1 s} = \dfrac{180\,000\,\text{N}}{1482\,\text{mm}^2 - 2 \cdot 17\,\text{mm} \cdot 8\,\text{mm}}$

$\sigma_{z\,\text{vorh}} = 149\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

c) $\sigma_z = \varepsilon E = \dfrac{\Delta l}{l_0} E\,; \qquad l_0 = l = 4000\,\text{mm}$

$\Delta l_{\text{vorh}} = \dfrac{\sigma_{z\,\text{vorh}}\, l_0}{E} = \dfrac{149\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 4000\,\text{mm}}{2{,}1 \cdot 10^5\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 2{,}84\,\text{mm}$

d) $n_{a\,\text{erf}} = \dfrac{F}{\tau_{a\,\text{zul}}\, m A_1} = \dfrac{180\,000\,\text{N}}{160\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 2 \cdot 227\,\text{mm}^2} = 2{,}5$

$n_a = 3$ Niete $\quad d = 16\,\text{mm}$

$n_{l\,\text{erf}} = \dfrac{F}{\sigma_{l\,\text{zul}}\, d_1 s} = \dfrac{180\,000\,\text{N}}{320\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 17\,\text{mm} \cdot 12\,\text{mm}} = 2{,}8$

$n_l = n_a = 3$ Niete $\quad d = 16\,\text{mm}$

762.

a) Die Herleitung der rechnerischen Beziehungen wird im Lehrbeispiel „Nietverbindung im Stahlbau" gezeigt. Mit den dort verwendeten Bezeichnungen erhalten wir hier:

$F_1 = \dfrac{Fl}{3a + \dfrac{a}{3}} = \dfrac{200\,\text{kN} \cdot 80\,\text{mm}}{3 \cdot 75\,\text{mm} + 25\,\text{mm}} = 64\,\text{kN}$

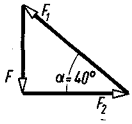
$F_{\max} = \sqrt{F_1^2 + \left(\dfrac{F}{4}\right)^2} = \sqrt{(64^2 + 50^2)\,\text{kN}^2} = 81{,}2\,\text{kN}$

$\tau_{a\,\max} = \dfrac{F_{\max}}{m n A_1} = \dfrac{81\,200\,\text{N}}{2 \cdot 1 \cdot 491\,\text{mm}^2} = 82{,}7\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

b) $\sigma_{l\,\max} = \dfrac{F_{\max}}{n d_1 s} = \dfrac{81\,200\,\text{N}}{1 \cdot 25\,\text{mm} \cdot 8{,}6\,\text{mm}} = 378\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

763.

a)



$$\sin\alpha = \frac{F}{F_1} \implies F_1 = \frac{F}{\sin\alpha} = \frac{86\,\text{kN}}{\sin 40^\circ} = 133{,}8\,\text{kN}$$

$$\tan\alpha = \frac{F}{F_2} \implies F_2 = \frac{F}{\tan\alpha} = \frac{86\,\text{kN}}{\tan 40^\circ} = 102{,}5\,\text{kN}$$

b) $$\sigma_z = \frac{F_1}{2\cdot b s} = \frac{F_1}{2\cdot b\cdot \frac{b}{10}} = \frac{5F_1}{b^2}$$

$$b_{\text{erf}} = \sqrt{\frac{5F_1}{\sigma_{z\,\text{zul}}}} = \sqrt{\frac{5\cdot 133{,}8\cdot 10^3\,\text{N}}{140\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 69{,}1\,\text{mm}$$

gewählt 2 ⊏ 70 X 7

c) $$\tau_{\text{schw}} = \frac{\frac{F_1}{2}}{2a(l-2a)} = \frac{F_1}{4a(l-2a)}$$

$$l_{\text{erf}} = \frac{F_1}{\tau_{\text{schw zul}}\,4a} + 2a = \frac{133\,800\,\text{N}}{90\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot 4\cdot 5\,\text{mm}} + 10\,\text{mm}$$

$l_{\text{erf}} = 84{,}3$ mm

$l = 85$ mm ausgeführt

d) $$\tau_a = \frac{F_2}{mnS}$$

$$S = \frac{\pi}{4}d^2 = \frac{\pi}{4}(20\,\text{mm})^2 = 314\,\text{mm}^2 \text{ (Schaftquerschnitt)}$$

$$n_{\text{a erf}} = \frac{F_2}{\tau_{\text{a zul}}\,mS} = \frac{102\,500\,\text{N}}{70\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot 2\cdot 314\,\text{mm}^2} = 2{,}3$$

$$\sigma_l = \frac{F_2}{nds}$$

$$n_{l\,\text{erf}} = \frac{F_2}{\sigma_{l\,\text{zul}}\,ds} = \frac{102\,500\,\text{N}}{160\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot 20\,\text{mm}\cdot 8\,\text{mm}} = 4$$

ausgeführt $n = 4$ Schrauben M20

764.

a) $$\sigma_{z\,\text{vorh}} = \frac{F}{bs} = \frac{50\,000\,\text{N}}{100\,\text{mm}\cdot 12\,\text{mm}} = 41{,}7\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

b) $$\tau_{\text{schw}} = \frac{F}{S_{\text{schw}}} = \frac{F}{a(l-4a)} = \frac{50\,000\,\text{N}}{6\,\text{mm}\cdot(500-4\cdot 6)\,\text{mm}}$$

$$\tau_{\text{schw}} = 17{,}5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

765.

$$\tau_a = \frac{F}{S} = \frac{F}{\frac{\pi}{4}d_2^2} = \frac{4F}{\pi d_2^2}; \qquad M = Fd_1 \text{ (Kräftepaar)}$$

$$\tau_a = \frac{4\frac{M}{d_1}}{\pi d_2^2} = \frac{4M}{\pi d_2^2 d_1}$$

$$d_{2\,\text{erf}} = \sqrt{\frac{4M}{\tau_{\text{a zul}}\,\pi d_1}} = \sqrt{\frac{4\cdot 7500\,\text{Nmm}}{50\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot\pi\cdot 14\,\text{mm}}} = 3{,}7\,\text{mm}$$

$d = 4$ mm ausgeführt

Flächenmomente 2. Grades und Widerstandsmomente

766.

a) $$A = \frac{\pi}{4}d^2 = 2827\,\text{mm}^2$$

$$W_p = \frac{\pi}{16}d^3 = 42{,}4\cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

b) $$A = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4}\left[\left(\frac{10}{8}d\right)^2 - d^2\right] = \frac{\pi}{4}\left(\frac{100}{64}d^2 - \frac{64}{64}d^2\right)$$

$$A = \frac{\pi}{256}d^2(100-64) = \frac{\pi\cdot 36}{256}d^2$$

$$d = \sqrt{\frac{256\cdot A}{36\pi}} = \sqrt{\frac{256\cdot 2827\,\text{mm}^2}{36\pi}} = 80\,\text{mm}$$

$$d = 80\,\text{mm}; \qquad D = \frac{10}{8}d = 100\,\text{mm}$$

c) $$W_p = \frac{\pi}{16}\left(\frac{D^4 - d^4}{D}\right)$$

$$W_p = \frac{\pi}{16}\left(\frac{10^4\,\text{cm}^4 - 8^4\,\text{cm}^4}{10\,\text{cm}}\right) = 115{,}9\,\text{cm}^3$$

$$W_p = 115{,}9\cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

767.

a) $$W = \frac{bh^2}{6}$$

$$W = \frac{160\,\text{mm}\cdot(40\,\text{mm})^2}{6} = 42{,}7\cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

b) $$W = \frac{h^3}{6}$$

$$W = \frac{(80\,\text{mm})^3}{6} = 85{,}3\cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

c) $$W = \frac{bh^2}{6} = \frac{40\,\text{mm}\cdot(160\,\text{mm})^2}{6} = 170{,}7\cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

d) $$W = \frac{bh^2}{6} = \frac{20\,\text{mm}\cdot(320\,\text{mm})^2}{6} = 341{,}3\cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

e) $$W = \frac{BH^3 - bh^3}{6H}$$

$$W = \frac{80\,\text{mm}\cdot(110\,\text{mm})^3 - 48\,\text{mm}\cdot(50\,\text{mm})^3}{6\cdot 110\,\text{mm}}$$

$$W = 152{,}2\cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

f) $$W = \frac{90\,\text{mm}\cdot(320\,\text{mm})^3 - 80\,\text{mm}\cdot(280\,\text{mm})^2}{6\cdot 320\,\text{mm}}$$

$$W = 621{,}4\cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

768.

a) $$I_x = \frac{BH^3 + bh^3}{12}$$

$$I_x = \frac{80\,\text{mm}\cdot(240\,\text{mm})^3 + 100\,\text{mm}\cdot(30\,\text{mm})^3}{12}$$

$$I_x = \frac{(1106\cdot 10^6 + 2{,}7\cdot 10^6)\,\text{mm}^4}{12} = 92{,}4\cdot 10^6\,\text{mm}^4$$

b) $W_x = \dfrac{I_x}{\frac{H}{2}} = \dfrac{92{,}4 \cdot 10^6\,\text{mm}^4}{120\,\text{mm}} = 770 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$

Hinweis: Um die großen Zahlenwerte zu vermeiden, kann man in cm rechnen:

$$I_x = \frac{BH^3 + bh^3}{12} = \frac{8\,\text{cm} \cdot (24\,\text{cm})^3 + 10\,\text{cm} \cdot (3\,\text{cm})^3}{12}$$

$I_x = 9{,}24 \cdot 10^3\,\text{cm}^4 = 9{,}24 \cdot 10^3 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$
$I_x = 92{,}4 \cdot 10^6\,\text{mm}^4$ (wie oben)

769.

a) $I_x = \dfrac{BH^3 + bh^3}{12}$

$$I_x = \frac{30\,\text{mm} \cdot (50\,\text{mm})^3 + 50\,\text{mm} \cdot (10\,\text{mm})^3}{12}$$

$I_x = 31{,}7 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$

$$I_y = \frac{BH^3 - bh^3}{12}$$

$$I_y = \frac{50\,\text{mm} \cdot (80\,\text{mm})^3 - 40\,\text{mm} \cdot (50\,\text{mm})^3}{12}$$

$I_y = 171{,}7 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$

b) $W_x = \dfrac{I_x}{\frac{H}{2}} = \dfrac{31{,}7 \cdot 10^4\,\text{mm}^4}{25\,\text{mm}} = 12{,}7 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$

$W_y = \dfrac{I_y}{\frac{H}{2}} = \dfrac{171{,}7 \cdot 10^4\,\text{mm}^4}{40\,\text{mm}} = 42{,}9 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$

770.

a) $I_x = I_y = I_\square - I_\bigcirc = \dfrac{h^4}{12} - \dfrac{\pi}{64} d^4$

$$I_x = \frac{(60\,\text{mm})^4}{12} - \frac{\pi}{64} \cdot (50\,\text{mm})^4 = 77{,}3 \cdot 10^4\,\text{mm}^4 = I_y$$

b) $W_x = W_y = \dfrac{I_x}{\frac{h}{2}} = \dfrac{77{,}3 \cdot 10^4\,\text{mm}^4}{30\,\text{mm}} = 25{,}8 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$

771.

a) $I_x = \dfrac{BH^3 + bh^3}{12}$

$$I_x = \frac{5\,\text{mm} \cdot (40\,\text{mm})^3 + 25\,\text{mm} \cdot (5\,\text{mm})^3}{12} = 2{,}693 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$$

Mit denselben Bezeichnungen am um 90° gedrehten Profil:

$$I_y = \frac{5\,\text{mm} \cdot (30\,\text{mm})^3 + 35\,\text{mm} \cdot (5\,\text{mm})^3}{12} = 1{,}1615 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$$

$W_x = \dfrac{I_x}{\frac{H}{2}} = \dfrac{2{,}693 \cdot 10^4\,\text{mm}^4}{20\,\text{mm}} = 1{,}346 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$

$W_y = \dfrac{I_y}{\frac{H}{2}} = \dfrac{11{,}615 \cdot 10^3\,\text{mm}^4}{15\,\text{mm}} = 0{,}774 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$

772.

a) $I_\circledcirc = \dfrac{\pi}{64}(D^4 - d^4)$

$$= \frac{\pi}{64}[(100\,\text{mm})^4 - (80\,\text{mm})^4] = 2\,898\,117\,\text{mm}^4$$

$$I_{▯} = \frac{b}{12}(H^3 - h^3)$$

$$= \frac{10\,\text{mm}}{12}[(400\,\text{mm})^3 - (100\,\text{mm})^3] = 52\,500\,000\,\text{mm}^4$$

Nach dem Verschiebesatz von Steiner wird:

$$I_x = I_{▯} + 2(I_\circledcirc + A_\circledcirc l^2)$$

$$A_\circledcirc = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4}[(100\,\text{mm})^2 - (80\,\text{mm})^2] = 2827\,\text{mm}^2$$

$l^2 = 250^2\,\text{mm}^2 = 62\,500\,\text{mm}^2$
$I_x = [52\,500\,000 + 2(2\,898\,117 + 2\,827 \cdot 62\,500)]\,\text{mm}^4$
$I_x = 4{,}1 \cdot 10^8\,\text{mm}^4$

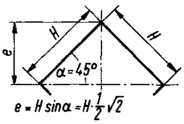
b) $W_x = \dfrac{I_x}{\frac{h}{2}} = \dfrac{4{,}1 \cdot 10^8\,\text{mm}^4}{300\,\text{mm}} = 1{,}37 \cdot 10^6\,\text{mm}^3$

773.

a) $I_x = \dfrac{H^4}{12} - \dfrac{h^4}{12}$

$$I_x = \frac{(80\,\text{mm})^4}{12} - \frac{(60\,\text{mm})^4}{12} = 233 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$$

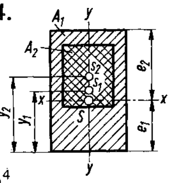
b) $W_x = \dfrac{I_x}{e}$; e Randfaserabstand



$\alpha = 45°$ $e = H \sin\alpha$

$$W_x = \frac{I_x}{H \sin\alpha} = \frac{233 \cdot 10^4\,\text{mm}^4}{80\,\text{mm} \sin 45°} = 41{,}2 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

774.



$A e_1 = A_1 y_1 - A_2 y_2$

$A_1 = (80 \cdot 50)\,\text{mm}^2 = 4\,000\,\text{mm}^2$
$A_2 = (40 \cdot 34)\,\text{mm}^2 = 1\,360\,\text{mm}^2$
$A = A_1 - A_2 = (4000 - 1360)\,\text{mm}^2 = 2\,640\,\text{mm}^2$
$y_1 = 40\,\text{mm}$; $y_2 = 50\,\text{mm}$

$$e_1 = \frac{A_1 y_1 - A_2 y_2}{A}$$

$$e_1 = \frac{4000\,\text{mm}^2 \cdot 40\,\text{mm} - 1360\,\text{mm}^2 \cdot 50\,\text{mm}}{2640\,\text{mm}^2} = 34{,}8\,\text{mm}$$

$$e_2 = 80\,\text{mm} - 34{,}8\,\text{mm} = 45{,}2\,\text{mm}$$

b) $I_x = I_{x1} + A_1\,l_1^2 - (I_{x2} + A_2\,l_2^2)$

(Steiner'scher Satz)

$$I_{x1} = \frac{b h^3}{12} = \frac{50\,\text{mm} \cdot 80^3\,\text{mm}^3}{12} = 213{,}3 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$$

$$I_{x2} = \frac{b h^3}{12} = \frac{34\,\text{mm} \cdot 40^3\,\text{mm}^3}{12} = 18{,}13 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$$

$l_1 = y_1 - e_1 = (40 - 34{,}8)\,\text{mm} = 5{,}2\,\text{mm}$
$l_1^2 \approx 27\,\text{mm}^2$
$l_2 = y_2 - e_1 = (50 - 34{,}8)\,\text{mm} = 15{,}2\,\text{mm}$
$l_2^2 \approx 231\,\text{mm}^2$

$$I_x = 213{,}3 \cdot 10^4\,\text{mm}^4 + 0{,}4 \cdot 10^4\,\text{mm}^2 \cdot 27\,\text{mm}^2 - 18{,}13 \cdot 10^4\,\text{mm}^4 - 0{,}136 \cdot 10^4\,\text{mm}^2 \cdot 231\,\text{mm}^2$$

$I_x = 174{,}6 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$

$I_y = I_{y1} - I_{y2}$

$$I_{y1} = \frac{b h^3}{12} = \frac{80\,\text{mm} \cdot 50^3\,\text{mm}^3}{12} = 83{,}3 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$$

$$I_{y2} = \frac{b h^3}{12} = \frac{40\,\text{mm} \cdot 34^3\,\text{mm}^3}{12} = 13{,}1 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$$

$$I_y = (83{,}3 - 13{,}1) \cdot 10^4\,\text{mm}^4 = 70{,}2 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$$

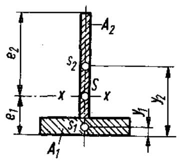
c) $W_{x1} = \dfrac{I_x}{e_1} = \dfrac{1746 \cdot 10^3\,\text{mm}^4}{34{,}8\,\text{mm}} = 50{,}2 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$

$$W_{x2} = \frac{I_x}{e_2} = \frac{1746 \cdot 10^3\,\text{mm}^4}{45{,}2\,\text{mm}} = 38{,}6 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

$$W_y = \frac{I_y}{e} = \frac{702 \cdot 10^3\,\text{mm}^4}{25\,\text{mm}} = 28{,}1 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

775.

a)



$A e_1 = A_1 y_1 + A_2 y_2$

$A_1 = (50 \cdot 12)\,\text{mm}^2 = 600\,\text{mm}^2$
$A_2 = (88 \cdot 5)\,\text{mm}^2 = 440\,\text{mm}^2$
$A = A_1 + A_2 = 1040\,\text{mm}^2$
$y_1 = 6\,\text{mm}; \quad y_2 = 56\,\text{mm}$

$$e_1 = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A} = \frac{(600 \cdot 6 + 440 \cdot 56)\,\text{mm}^3}{1040\,\text{mm}^2} = 27{,}15\,\text{mm}$$

$e_1 \approx 27\,\text{mm}; \quad e_2 = 100\,\text{mm} - 27\,\text{mm} = 73\,\text{mm}$

b) $I_x = I_{x1} + A_1\,l_1^2 + I_{x2} + A_2\,l_2^2$

$$I_{x1} = \frac{b h^3}{12} = \frac{50\,\text{mm} \cdot 12^3\,\text{mm}^3}{12} = 7200\,\text{mm}^4$$

$$I_{x2} = \frac{b h^3}{12} = \frac{5\,\text{mm} \cdot 88^3\,\text{mm}^3}{12} = 283\,947\,\text{mm}^4$$

$l_1 = e_1 - y_1 = (27 - 6)\,\text{mm} = 21\,\text{mm}$
$l_1^2 = 441\,\text{mm}^2$
$l_2 = y_2 - e_1 = (56 - 27)\,\text{mm} = 29\,\text{mm}$
$l_2^2 = 841\,\text{mm}^2$

$I_x = (7200 + 600 \cdot 441 + 283\,947 + 440 \cdot 841)\,\text{mm}^4$
$I_x = 925\,787\,\text{mm}^4 = 92{,}6 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$

$I_y = I_{y1} + I_{y2}$

$$I_y = \frac{12\,\text{mm} \cdot 50^3\,\text{mm}^3}{12} + \frac{88\,\text{mm} \cdot 5^3\,\text{mm}^3}{12} = 12{,}6 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$$

c) $W_{x1} = \dfrac{I_x}{e_1} = \dfrac{926 \cdot 10^3\,\text{mm}^4}{27\,\text{mm}} = 34{,}3 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$

$$W_{x2} = \frac{I_x}{e_2} = \frac{926 \cdot 10^3\,\text{mm}^4}{73\,\text{mm}} = 12{,}7 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

$$W_y = \frac{I_y}{e} = \frac{126 \cdot 10^3\,\text{mm}^4}{25\,\text{mm}} = 5{,}04 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

776.

a) $I_x = I_{\square} - I_{\circ} - I_{\scriptscriptstyle\square}$

$$I_{\square} = \frac{120\,\text{mm} \cdot 70^3\,\text{mm}^3}{12} = 343 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$$

$$I_{\circ} = \frac{\pi \cdot 30^4\,\text{mm}^4}{64} = 3{,}976 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$$

$$I_{\scriptscriptstyle\square} = \frac{60\,\text{mm} \cdot 30^3\,\text{mm}^3}{12} = 13{,}5 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$$

$I_x = (343 - 3{,}976 - 13{,}5) \cdot 10^4\,\text{mm}^4$
$I_x = 325{,}5 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$

$I_y = I_{\square} - 2(I_{\frown} + A_{\frown}\,l^2) - I_{\scriptscriptstyle\square}$

$$I_{\square} = \frac{70\,\text{mm} \cdot 120^3\,\text{mm}^3}{12} = 1008 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$$

$I_{\frown} = 0{,}0068\,d^4 = 0{,}0068 \cdot 30^4\,\text{mm}^4 = 0{,}5508 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$

$$I_{\scriptscriptstyle\square} = \frac{30\,\text{mm} \cdot 60^3\,\text{mm}^3}{12} = 54 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$$

$$A_{\frown} = \frac{\pi}{8} d^2 = \frac{\pi}{8} \cdot 30^2\,\text{mm}^2 = 353{,}4\,\text{mm}^2$$

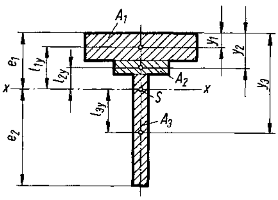
$$e_1 = \frac{4r}{3\pi} = \frac{4 \cdot 15\,\text{mm}}{3\pi} = 6{,}366\,\text{mm}$$

$l = 30\,\text{mm} + e_1 = 36{,}366\,\text{mm}; \quad l^2 = 0{,}1322 \cdot 10^4\,\text{mm}^2$
$I_y = [1008 - 2\,(0{,}5508 + 46{,}7195) - 54] \cdot 10^4\,\text{mm}^4$
$I_y = 859{,}5 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$

b) $W_x = \dfrac{I_x}{e_x} = \dfrac{3255 \cdot 10^3\,\text{mm}^4}{35\,\text{mm}} = 93 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$

$$W_y = \frac{I_y}{e_y} = \frac{8595 \cdot 10^3\,\text{mm}^4}{60\,\text{mm}} = 143 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

777.



a) $Ae_1 = A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3$

$A_1 = (200 \cdot 60)\ \text{mm}^2 = 12\,000\ \text{mm}^2$

$A_2 = (100 \cdot 20)\ \text{mm}^2 = 2\,000\ \text{mm}^2$

$A_3 = (20 \cdot 320)\ \text{mm}^2 = 6\,400\ \text{mm}^2$

$A = 20\,400\ \text{mm}^2$

$y_1 = 30\ \text{mm}$

$y_2 = 70\ \text{mm}$

$y_3 = 240\ \text{mm}$

$$e_1 = \frac{12\,000 \cdot 30 + 2000 \cdot 70 + 6400 \cdot 240}{20\,400}\ \text{mm}$$

$e_1 = 99{,}8\ \text{mm}$

$e_2 = 400\ \text{mm} - e_1 = 300{,}2\ \text{mm}$

b) $I_{x1} = \dfrac{200 \cdot 60^3}{12}\ \text{mm}^4 = 36 \cdot 10^5\ \text{mm}^4$

$I_{x2} = \dfrac{100 \cdot 20^3}{12}\ \text{mm}^4 = 66\,667\ \text{mm}^4$

$I_{x3} = \dfrac{20 \cdot 320^3}{12}\ \text{mm}^4 = 54\,613\,333\ \text{mm}^4$

$l_{1y} = e_1 - y_1 = 69{,}8\ \text{mm}$

$l_{2y} = e_1 - y_2 = 29{,}8\ \text{mm}$

$l_{3y} = e_1 - y_3 = -140{,}2\ \text{mm}$

$I_x = I_{x1} + A_1 l_{1y}^2 + I_{x2} + A_2 l_{2y}^2 + I_{x3} + A_3 l_{3y}^2$

$I_x = 2{,}44 \cdot 10^8\ \text{mm}^4$

c) $W_{x1} = \dfrac{I_x}{e_1} = 2{,}44 \cdot 10^6\ \text{mm}^3$

$W_{x2} = \dfrac{I_x}{e_2} = 812{,}7 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$

778.

a) $Ae_1 = A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 + A_4 y_4$

$A_1 = (450 \cdot 60)\ \text{mm}^2 = 27\,000\ \text{mm}^2$

$A_2 = (35 \cdot 50)\ \text{mm}^2 = 1750\ \text{mm}^2$

$A_3 = (35 \cdot 40)\ \text{mm}^2 = 1400\ \text{mm}^2$

$A_4 = (120 \cdot 40)\ \text{mm}^2 = 4800\ \text{mm}^2$

$A = 34\,950\ \text{mm}^2$

$y_1 = 30\ \text{mm}$

$y_2 = 85\ \text{mm}$

$y_3 = 480\ \text{mm}$

$y_4 = 520\ \text{mm}$

$$e_1 = \frac{(27\,000 \cdot 30 + 1750 \cdot 85 + 1400 \cdot 480 + 4800 \cdot 520)}{34\,950}\ \text{mm}$$

$e_1 = 118\ \text{mm}$

$e_2 = (540 - e_1)\ \text{mm} = 422\ \text{mm}$

b) $I_{x1} = \dfrac{450 \cdot 60^3}{12}\ \text{mm}^4 = 81 \cdot 10^5\ \text{mm}^4$

$I_{x2} = \dfrac{35 \cdot 50^3}{12}\ \text{mm}^4 = 364\,583\ \text{mm}^4$

$I_{x3} = \dfrac{35 \cdot 40^3}{12}\ \text{mm}^4 = 186\,667\ \text{mm}^4$

$I_{x4} = \dfrac{120 \cdot 40^3}{12}\ \text{mm}^4 = 64 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$

$l_{1y} = e_1 - y_1 = 88\ \text{mm}$

$l_{2y} = e_1 - y_2 = 33\ \text{mm}$

$l_{3y} = e_1 - y_3 = -362\ \text{mm}$

$l_{4y} = e_1 - y_4 = -402\ \text{mm}$

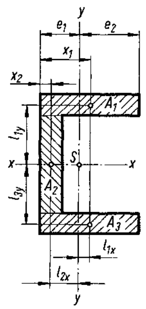
$I_x = I_{x1} + A_1 l_{1y}^2 + I_{x2} + A_2 l_{2y}^2 + I_{x3} + A_3 l_{3y}^2 + I_{x4} + A_4 l_{4y}^2$

$I_x = 11{,}794 \cdot 10^8\ \text{mm}^4$

c) $W_{x1} = \dfrac{I_x}{e_1} = 9{,}995 \cdot 10^6\ \text{mm}^3$

$W_{x2} = \dfrac{I_x}{e_2} = 2{,}795 \cdot 10^6\ \text{mm}^3$

779.



a) $Ae_1 = A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3$

$A_1 = A_3 = (80 \cdot 20)\ \text{mm}^2 = 1600\ \text{mm}^2$

$A_2 = (20 \cdot 120)\ \text{mm}^2 = 2400\ \text{mm}^2$

$A = 5600\ \text{mm}^2$

$x_1 = x_3 = 40\ \text{mm}$

$x_2 = 10\ \text{mm}$

$$e_1 = \frac{2(1600 \cdot 40) + 2400 \cdot 10}{5600}\ \text{mm}$$

$e_1 = 27{,}14\ \text{mm}$

$e_2 = (80 - e_1)\ \text{mm} = 52{,}86\ \text{mm}$

b) $I_{x1} = I_{x3} = \dfrac{80 \cdot 20^3}{12}\ \text{mm}^4 = 53\,333\ \text{mm}^4$

$I_{x2} = \dfrac{20 \cdot 120^3}{12}\ \text{mm}^4 = 28{,}8 \cdot 10^5\ \text{mm}^4$

$l_{1y} = l_{3y} = 70\ \text{mm}$

$l_{2y} = 0\ \text{mm}$

$I_x = I_{x1} + 2(A_1 l_{1y}^2) + I_{x2} + A_2 l_{2y}^2$

$I_x = 18{,}77 \cdot 10^6\ \text{mm}^4$

$I_{y1} = I_{y3} = \dfrac{20 \cdot 80^3}{12}\ \text{mm}^4 = 853\,333\ \text{mm}^4$

$I_{y2} = \dfrac{120 \cdot 20^3}{12}\ \text{mm}^4 = 80 \cdot 10^3\ \text{mm}^4$

$l_{1x} = l_{3x} = e_1 - x_1 = -12{,}86$ mm
$l_{2x} = e_1 - x_2 = 17{,}14$ mm

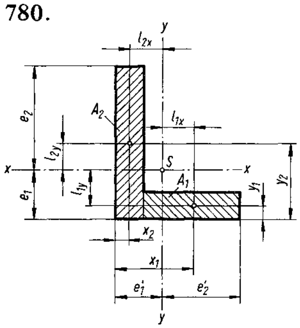
$I_y = I_{y1} + 2(A_1 l_{1x}^2) + I_{y2} + A_2 l_{2x}^2$
$I_y = 302 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$

c) $W_x = \dfrac{I_x}{80} = 233 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$

$W_{y1} = \dfrac{I_y}{e_1} = 111\,310\ \text{mm}^3$

$W_{y2} = \dfrac{I_y}{e_2} = 57\,150\ \text{mm}^3$

780.



a) $Ae_1 = A_1 y_1 + A_2 y_2$
$A_1 = (40 \cdot 10)\ \text{mm}^2 = 400\ \text{mm}^2$
$A_2 = (10 \cdot 80)\ \text{mm}^2 = 800\ \text{mm}^2$
$A\ = 1200\ \text{mm}^2$

$y_1 = 5$ mm
$y_2 = 40$ mm

$e_1 = \dfrac{400 \cdot 5 + 800 \cdot 40}{1200}\ \text{mm} = 28{,}33$ mm

$e_2 = (80 - e_1)\ \text{mm} = 51{,}67$ mm

$Ae_1' = A_1 x_1 + A_2 x_2$
$x_1 = 30$ mm
$x_2 = 5$ mm

$e_1' = \dfrac{400 \cdot 30 + 800 \cdot 5}{1200}\ \text{mm} = 13{,}33$ mm

$e_2' = (50 - e_1')\ \text{mm} = 36{,}67$ mm

b) $I_{x1} = \dfrac{10 \cdot 80^3}{12}\ \text{mm}^4 = 426\,667\ \text{mm}^4$

$I_{x2} = \dfrac{40 \cdot 10^3}{12}\ \text{mm}^4 = 3333{,}3\ \text{mm}^4$

$l_{1y} = e_1 - y_1 = 23{,}33$ mm
$l_{2y} = e_1 - y_2 = 11{,}67$ mm

$I_x = I_{x1} + A_1 l_{1y}^2 + I_{x2} + A_2 l_{2y}^2$
$I_x = 75{,}7 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$

$I_{y1} = \dfrac{80 \cdot 10^3}{12}\ \text{mm}^4 = 6667\ \text{mm}^4$

$I_{y2} = \dfrac{10 \cdot 40^3}{12}\ \text{mm}^4 = 53\,333\ \text{mm}^4$

$l_{1x} = (e_1' - x_1)\ \text{mm} = -16{,}67$ mm
$l_{2x} = (e_1' - x_2)\ \text{mm} = 8{,}33$ mm

$I_y = I_{y1} + A_1 l_{1x}^2 + I_{y2} + A_1 l_{2x}^2$
$I_y = 22{,}6 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$

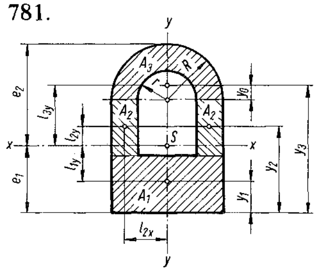
c) $W_{x1} = \dfrac{I_x}{e_1} = 26{,}7 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$

$W_{x2} = \dfrac{I_x}{e_2} = 14{,}7 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$

$W_{y1} = \dfrac{I_y}{e_1'} = 17{,}05 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$

$W_{y2} = \dfrac{I_y}{e_2'} = 6{,}2 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$

781.



$Ae_1 = A_1 y_1 + 2 \cdot A_2 y_2 + A_3 y_3$
$A_1 = (350 \cdot 200)\ \text{mm}^2 = 70\,000\ \text{mm}^2$
$A_2 = (80 \cdot 200)\ \text{mm}^2 = 16\,000\ \text{mm}^2$

$A_3 = \dfrac{\pi}{2}(175^2 - 95^2)\ \text{mm}^2 = 33\,929\ \text{mm}^2$

$A\ = A_1 + 2A_2 + A_3 = 135\,929\ \text{mm}^2$

$y_0 = \dfrac{2(D^3 - d^3)}{3\pi(D^2 - d^2)}$; $D = 2R = 350$ mm, $d = 2r = 190$ mm
$y_1 = 100$ mm
$y_2 = 300$ mm
$y_3 = 400\ \text{mm} + y_0 = 488{,}46$ mm

$e_1 = \dfrac{70\,000 \cdot 100 + 2(16\,000 \cdot 300) + 33\,929 \cdot 488{,}46}{135\,929}\ \text{mm}$

$e_1 = 244$ mm
$e_2 = 575\ \text{mm} - e_1 = 331$ mm

$e_1' = \dfrac{350}{2}\ \text{mm} = 175$ mm

$I_{x1} = \dfrac{350 \cdot 200^3}{12}\ \text{mm}^4 = 23{,}3 \cdot 10^7\ \text{mm}^4$

$I_{x2} = \dfrac{80 \cdot 200^3}{12}\ \text{mm}^4 = 53{,}3 \cdot 10^6\ \text{mm}^4$

$I_{x3} = 0{,}1098\,(R^4 - r^4) - 0{,}283\,R^2 r^2\,\dfrac{R - r}{R + r}$
(nach Formelsammlung, Tafel 4.13)

$I_{x3} = 70\,861\,246\ \text{mm}^4$

$l_{1y} = e_1 - y_1 = 144$ mm
$l_{2y} = e_1 - y_2 = -56$ mm
$l_{3y} = e_1 - y_3 = -244{,}46$ mm

$I_x = I_{x1} + A_1 l_{1y}^2 + 2(I_{x2} + A_2 l_{2y}^2) + I_{x3} + A_3 l_{3y}^2$

$I_x = 39{,}9 \cdot 10^8\,\text{mm}^4$

$$I_{y1} = \frac{200 \cdot 350^3}{12}\,\text{mm}^4 = 71{,}46 \cdot 10^7\,\text{mm}^4$$

$$I_{y2} = \frac{200 \cdot 80^3}{12}\,\text{mm}^4 = 17{,}1 \cdot 10^6\,\text{mm}^4$$

$$I_{y3} = \pi \frac{R^4 - r^4}{8} = \pi \frac{175^4 - 95^4}{8}\,\text{mm}^4$$

$I_{y3} = 33{,}632 \cdot 10^7\,\text{mm}^4$

$y_1 = 25$ mm; $y_2 = 75$ mm; $y_3 = y_4 = 225$ mm

$$y_0 = \frac{2(D^3 - d^3)}{3\pi(D^2 - d^2)} \text{ nach Formelsammlung Tafel 4.13}$$

$$y_0 = \frac{2(200^3 - 100^3)}{3\pi(200^2 - 100^2)}\,\text{mm} = 49{,}5\,\text{mm}$$

$y_5 = 399{,}5$ mm

$x_1 = 50$ mm; $x_2 = 225$ mm; $x_3 = 275$ mm;
$x_4 = 425$ mm; $x_5 = 350$ mm

$$e_1 = \frac{5000 \cdot 25 + 22\,500 \cdot 75 + 2 \cdot 12\,500 \cdot 225 + 11\,781 \cdot 399{,}5}{64\,281}\,\text{mm}$$

$e_1 = 189$ mm; $e_2 = (450 - 189)$ mm $= 261$ mm

$$e_1' = \frac{5000 \cdot 50 + 22\,500 \cdot 225 + 12\,500 \cdot 275 + 12\,500 \cdot 425 + 11\,781 \cdot 350}{64\,281}\,\text{mm}$$

$e_1' = 283$ mm; $e_2' = (450 - 283)$ mm $= 167$ mm

$l_{1x} = 0$ mm
$l_{2x} = (175 - 40)$ mm $= 135$ mm
$l_{3x} = 0$ mm

$I_y = I_{y1} + 2(I_{y2} + A_2 l_{2x}^2) + I_{y3}$

$I_y = 16{,}34 \cdot 10^8\,\text{mm}^4$

$$W_{x1} = \frac{I_x}{e_1} = 163{,}52 \cdot 10^5\,\text{mm}^3$$

$$W_{x2} = \frac{I_x}{e_2} = 120{,}54 \cdot 10^5\,\text{mm}^3$$

$$W_{y1} = \frac{I_y}{e_1'} = 93{,}37 \cdot 10^5\,\text{mm}^3$$

b) $I_{x1} = \dfrac{100 \cdot 50^3}{12}\,\text{mm}^4 = 1\,041\,667\,\text{mm}^4$

$$I_{x2} = \frac{450 \cdot 50^3}{12}\,\text{mm}^4 = 4\,687\,500\,\text{mm}^4$$

$$I_{x3} = I_{x4} = \frac{50 \cdot 250^3}{12}\,\text{mm}^4 = 65\,104\,167\,\text{mm}^4$$

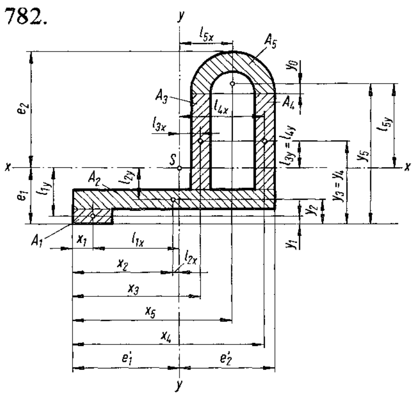
$$I_{x5} = 0{,}1098(R^4 - r^4) - 0{,}283\,R^2 r^2 \frac{R - r}{R + r}$$

nach Formelsammlung Tafel 4.13

$$I_{x5} = \left[0{,}1098(100^4 - 50^4) - 0{,}283 \cdot 100^2 \cdot 50^2 \frac{100 - 50}{100 + 50}\right]\text{mm}^4$$

$I_{x5} = 7\,935\,417\,\text{mm}^4$

782.



a) $Ae_1 = A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 + A_4 y_4 + A_5 y_5$
$Ae_1' = A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3 + A_4 x_4 + A_5 x_5$ } nach Formelsammlung Tafel 1.10

$A_1 = (100 \cdot 50)\,\text{mm}^2 = 5000\,\text{mm}^2$

$A_2 = (450 \cdot 50)\,\text{mm}^2 = 22\,500\,\text{mm}^2$

$A_3 = A_4 = (50 \cdot 250)\,\text{mm}^2 = 12\,500\,\text{mm}^2$

$$A_5 = \frac{\pi}{2}(R^2 - r^2) = \frac{\pi}{2}(100^2 - 50^2)\,\text{mm}^2 = 11\,781\,\text{mm}^2$$

$A \;\; = 64\,281\,\text{mm}^2$

$l_{1y} = e_1 - y_1 = (189 - 25)$ mm $= 164$ mm
$l_{2y} = e_1 - y_2 = (189 - 75)$ mm $= 114$ mm
$l_{3y} = l_{4y} = y_3 - e_1 = (225 - 189)$ mm $= 36$ mm
$l_{5y} = y_5 - e_1 = (399{,}5 - 189)$ mm $= 210{,}5$ mm

$I_x = I_{x1} + A_1 l_{1y}^2 + I_{x2} + A_2 l_{2y}^2 + 2(I_{x3} + A_3 l_{3y}^2) + I_{x5} + A_5 l_{5y}^2$

$I_x = 11{,}252 \cdot 10^8\,\text{mm}^4$

$$I_{y1} = \frac{50 \cdot 100^3}{12}\,\text{mm}^4 = 4\,166\,667\,\text{mm}^4$$

$$I_{y2} = \frac{50 \cdot 450^3}{12}\,\text{mm}^4 = 3{,}7969 \cdot 10^8\,\text{mm}^4$$

$$I_{y3} = I_{y4} = \frac{250 \cdot 50^3}{12}\,\text{mm}^4 = 2\,604\,167\,\text{mm}^4$$

$$I_{y5} = \pi \frac{R^4 - r^4}{8} = \pi \frac{100^4 - 50^4}{8}\,\text{mm}^4 = 36\,815\,539\,\text{mm}^4$$

$l_{1x} = e_1' - x_1 = (283 - 50)$ mm $= 233$ mm
$l_{2x} = e_1' - x_2 = (283 - 225)$ mm $= 58$ mm
$l_{3x} = e_1' - x_3 = (283 - 275)$ mm $= 8$ mm
$l_{4x} = x_4 - e_1' = (425 - 283)$ mm $= 142$ mm
$l_{x5} = x_5 - e_1' = (350 - 283)$ mm $= 67$ mm

$I_y = I_{y1} + A_1 l_{1x}^2 + I_{y2} + A_2 l_{2x}^2 + I_{y3} + A_3 l_{3x}^2 + I_{y4} + A_4 l_{4x}^2 + I_{y5} + A_5 l_{5x}^2$

$I_y = 10{,}788 \cdot 10^8\,\text{mm}^4$

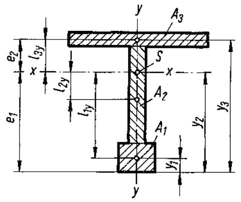
c) $W_{x1} = \dfrac{I_x}{e_1} = 5{,}9534 \cdot 10^6\,\text{mm}^3$

$W_{x2} = \dfrac{I_x}{e_2} = 4{,}3111 \cdot 10^6\,\text{mm}^3$

$W_{y1} = \dfrac{I_y}{e_1'} = 3{,}812 \cdot 10^6\,\text{mm}^3$

$W_{y2} = \dfrac{I_y}{e_2'} = 6{,}4599 \cdot 10^6\,\text{mm}^3$

783.



a) $Ae_1 = A_1y_1 + A_2y_2 + A_3y_3$

$A_1 = (25 \cdot 29)\,\text{mm}^2 = 725\,\text{mm}^2$

$A_2 = (10 \cdot 61)\,\text{mm}^2 = 610\,\text{mm}^2$

$A_3 = (100 \cdot 10)\,\text{mm}^2 = 1000\,\text{mm}^2$

$A\ \ = 2335\,\text{mm}^2$

$y_1 = 14{,}5\,\text{mm}$

$y_2 = 59{,}5\,\text{mm}$

$y_3 = 95\,\text{mm}$

$$e_1 = \frac{725 \cdot 14{,}5 + 610 \cdot 59{,}5 + 1000 \cdot 95}{2335}\,\text{mm}$$

$e_1 = 60{,}73\,\text{mm}$; $e_2 = (100 - 60{,}73)\,\text{mm} = 39{,}27\,\text{mm}$

b) $I_{x1} = \dfrac{25 \cdot 29^3}{12}\,\text{mm}^4 = 50\,810\,\text{mm}^4$

$I_{x2} = \dfrac{10 \cdot 61^3}{12}\,\text{mm}^4 = 189\,151\,\text{mm}^4$

$I_{x3} = \dfrac{100 \cdot 10^3}{12}\,\text{mm}^4 = 8333\,\text{mm}^4$

$l_{1y} = e_1 - y_1 = 46{,}23\,\text{mm}$

$l_{2y} = e_1 - y_2 = 1{,}23\,\text{mm}$

$l_{3y} = e_1 - y_3 = -34{,}27\,\text{mm}$

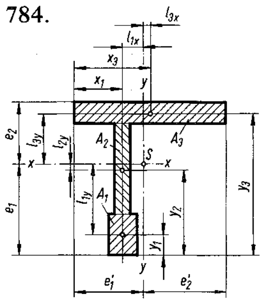
$I_x = I_{x1} + A_1l_{1y}^2 + I_{x2} + A_2l_{2y}^2 + I_{x3} + A_3l_{3y}^2$

$I_x = 297{,}3 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$

c) $W_{x1} = \dfrac{I_x}{e_1} = 48{,}9 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$

$W_{x2} = \dfrac{I_x}{e_2} = 75{,}7 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$

784.



a) $Ae_1 = A_1y_1 + A_2y_2 + A_3y_3$

$A_1 = (90 \cdot 140)\,\text{mm}^2 = 12\,600\,\text{mm}^2$

$A_2 = (30 \cdot 400)\,\text{mm}^2 = 12\,000\,\text{mm}^2$

$A_3 = (400 \cdot 60)\,\text{mm}^2 = 24\,000\,\text{mm}^2$

$A\ \ = 48\,600\,\text{mm}^2$

$y_1 = 70\,\text{mm}$

$y_2 = 340\,\text{mm}$

$y_3 = 570\,\text{mm}$

$$e_1 = \frac{12\,600 \cdot 70 + 12\,000 \cdot 340 + 24\,000 \cdot 570}{48\,600}\,\text{mm}$$

$e_1 = 383{,}6\,\text{mm}$

$e_2 = (600 - e_1)\,\text{mm} = 216{,}4\,\text{mm}$

$x_1 = x_2 = 115\,\text{mm}$

$x_3 = 200\,\text{mm}$

$$e_1' = \frac{12\,600 \cdot 115 + 12\,000 \cdot 115 + 24\,000 \cdot 200}{48\,600}\,\text{mm}$$

$e_1' = 156{,}97\,\text{mm}$

$e_2' = (600 - e_1')\,\text{mm} = 243{,}03\,\text{mm}$

b) $I_{x1} = \dfrac{90 \cdot 140^3}{12}\,\text{mm}^4 = 20{,}58 \cdot 10^6\,\text{mm}^4$

$I_{x2} = \dfrac{30 \cdot 400^3}{12}\,\text{mm}^4 = 16 \cdot 10^7\,\text{mm}^4$

$I_{x3} = \dfrac{400 \cdot 60^3}{12}\,\text{mm}^4 = 72 \cdot 10^5\,\text{mm}^4$

$l_{1y} = e_1 - y_1 = 313{,}6\,\text{mm}$

$l_{2y} = e_1 - y_2 = 43{,}6\,\text{mm}$

$l_{3y} = e_1 - y_3 = -186{,}4\,\text{mm}$

$I_x = I_{x1} + A_1l_{1y}^2 + I_{x2} + A_2l_{2y}^2 + I_{x3} + A_3l_{3y}^2$

$I_x = 22{,}84 \cdot 10^8\,\text{mm}^4$

$I_{y1} = \dfrac{140 \cdot 90^3}{12}\,\text{mm}^4 = 85{,}1 \cdot 10^5\,\text{mm}^4$

$I_{y2} = \dfrac{400 \cdot 30^3}{12}\,\text{mm}^4 = 9 \cdot 10^5\,\text{mm}^4$

$I_{y3} = \dfrac{60 \cdot 400^3}{12}\,\text{mm}^4 = 32 \cdot 10^7\,\text{mm}^4$

$l_{1x} = l_{2x} = e_1' - x_1 = 41{,}97\,\text{mm}$

$l_{3x} = e_1' - x_3 = -43{,}03\,\text{mm}$

$I_y = I_{y1} + A_1l_{1x}^2 + I_{y2} + A_2l_{2x}^2 + I_{y3} + A_3l_{3x}^2$

$I_y = 4{,}17 \cdot 10^8\,\text{mm}^4$

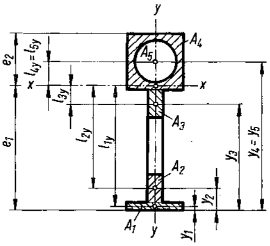
c) $W_{x1} = \frac{I_x}{e_1} = 5\,954\,119\text{ mm}^3 = 5{,}95 \cdot 10^6\text{ mm}^3$

$W_{x2} = \frac{I_x}{e_2} = 10\,554\,529\text{ mm}^3 = 10{,}6 \cdot 10^6\text{ mm}^3$

$W_{y1} = \frac{I_y}{e_1'} = 2\,656\,559\text{ mm}^3 = 2{,}66 \cdot 10^6\text{ mm}^3$

$W_{y2} = \frac{I_y}{e_2'} = 1\,715\,838\text{ mm}^3 = 1{,}72 \cdot 10^6\text{ mm}^3$

785.



a) $Ae_1 = A_1y_1 + A_2y_2 + A_3y_3 + A_4y_4 - A_5y_5$

$A_1 = (220 \cdot 30)\text{ mm}^2 = 6600\text{ mm}^2$

$A_2 = (35 \cdot 100)\text{ mm}^2 = 3500\text{ mm}^2$

$A_3 = (35 \cdot 80)\text{ mm}^2 = 2800\text{ mm}^2$

$A_4 = 220^2\text{ mm}^2 = 48\,400\text{ mm}^2$

$A_5 = \frac{d^2\pi}{4} = \frac{140^2\pi}{4}\text{ mm}^2 = 15\,394\text{ mm}^2$

$A \ = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 - A_5 = 45\,906\text{ mm}^2$

$y_1 = 15\text{ mm}$

$y_2 = 80\text{ mm}$

$y_3 = 370\text{ mm}$

$y_4 = y_5 = 520\text{ mm}$

$$e_1 = \frac{6600 \cdot 15 + 3500 \cdot 80 + 2800 \cdot 370 + 48\,400 \cdot 520 - 15\,394 \cdot 520}{45\,906}\text{ mm}$$

$e_1 = 404{,}7\text{ mm}$

$e_2 = 225{,}3\text{ mm}$

b) $I_{x1} = \frac{220 \cdot 30^3}{12}\text{ mm}^4 = 49{,}5 \cdot 10^4\text{ mm}^4$

$I_{x2} = \frac{35 \cdot 100^3}{12}\text{ mm}^4 = 2\,916\,667\text{ mm}^4$

$I_{x3} = \frac{35 \cdot 80^3}{12}\text{ mm}^4 = 1493333\text{ mm}^4$

$I_{x4} = \frac{220 \cdot 220^3}{12} = 195\,213\,333\text{ mm}^4$

$I_{x5} = \frac{\pi \cdot 140^4}{64} = 18\,857\,401\text{ mm}^4$

$l_{1y} = e_1 - y_1 = 389{,}7\text{ mm}$

$l_{2y} = e_1 - y_2 = 324{,}7\text{ mm}$

$l_{3y} = e_1 - y_3 = 34{,}7\text{ mm}$

$l_{4y} = l_{5y} = e_1 - y_4 = -115{,}3\text{ mm}$

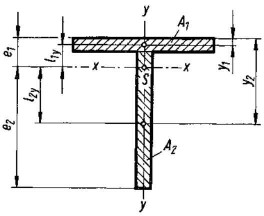
$$I_x = I_{x1} + A_1l_{1y}^2 + I_{x2} + A_2l_{2y}^2 + I_{x3} + A_3l_{3y}^2 + I_{x4} + A_4l_{4y}^2 - (I_{x5} + A_5l_{5y}^2)$$

$I_x = 19{,}945 \cdot 10^8\text{mm}^4$

c) $W_{x1} = \frac{I_x}{e_1} = 4928342\text{ mm}^3 = 4{,}93 \cdot 10^6\text{ mm}^3$

$W_{x2} = \frac{I_x}{e_2} = 8852641\text{ mm}^3 = 8{,}85 \cdot 10^6\text{ mm}^3$

786.



a) $Ae_1 = A_1y_1 + A_2y_2$

$A_1 = (400 \cdot 20)\text{ mm}^2 = 8000\text{ mm}^2$

$A_2 = (20 \cdot 500)\text{ mm}^2 = 10\,000\text{ mm}^2$

$A \ = 18\,000\text{ mm}^2$

$y_1 = 10\text{ mm}$

$y_2 = 270\text{ mm}$

$e_1 = \frac{8000 \cdot 10 + 10\,000 \cdot 270}{18\,000}\text{ mm} = 154{,}4\text{ mm}$

$e_2 = 520\text{ mm} - e_1 = 365{,}6\text{ mm}$

b) $I_{x1} = \frac{400 \cdot 20^3}{12}\text{ mm}^4 = 266\,667\text{ mm}^4$

$I_{x2} = \frac{20 \cdot 500^3}{12}\text{ mm}^4 = 2083 \cdot 10^5\text{ mm}^4$

$l_{1y} = e_1 - y_1 = 144{,}4\text{ mm}$

$l_{2y} = e_1 - y_2 = -115{,}6\text{ mm}$

$I_x = I_{x1} + A_1l_{1y}^2 + I_{x2} + A_2l_{2y}^2$

$I_x = 5{,}09 \cdot 10^8\text{ mm}^4$

$I_{y1} = \frac{20 \cdot 400^3}{12}\text{ mm}^4 = 1066 \cdot 10^5\text{ mm}^4$

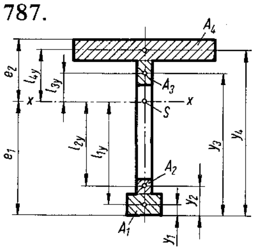
$I_{y2} = \frac{500 \cdot 20^3}{12}\text{ mm}^4 = 333\,333\text{ mm}^4$

$I_y = I_{y1} + I_{y2} = 1{,}07 \cdot 10^8\text{ mm}^4$

c) $W_x = \frac{I_x}{e_1} = 3{,}2966 \cdot 10^6\text{ mm}^3$

$W_y = \frac{I_x}{e_2} = 1{,}3922 \cdot 10^6\text{ mm}^3$

787.



a) $Ae_1 = A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 + A_4 y_4$

$A_1 = (60 \cdot 50)\ \text{mm}^2 = 3000\ \text{mm}^2$

$A_2 = (25 \cdot 20)\ \text{mm}^2 = 500\ \text{mm}^2$

$A_3 = (25 \cdot 50)\ \text{mm}^2 = 1250\ \text{mm}^2$

$A_4 = (280 \cdot 40)\ \text{mm}^2 = 11\,200\ \text{mm}^2$

$A \ \ = 15\,950\ \text{mm}^2$

$y_1 = 25\ \text{mm}$

$y_2 = 60\ \text{mm}$

$y_3 = 455\ \text{mm}$

$y_4 = 500\ \text{mm}$

$$e_1 = \frac{3000 \cdot 25 + 500 \cdot 60 + 1250 \cdot 455 + 11\,200 \cdot 500}{15\,950}$$

$e_1 = 393{,}34\ \text{mm}$

$e_2 = (520 - e_1) = 126{,}67\ \text{mm}$

b) $I_{x1} = \dfrac{60 \cdot 50^3}{12}\ \text{mm}^4 = 625\,000\ \text{mm}^4$

$I_{x2} = \dfrac{25 \cdot 20^3}{12}\ \text{mm}^4 = 16\,667\ \text{mm}^4$

$I_{x3} = \dfrac{25 \cdot 50^3}{12}\ \text{mm}^4 = 260\,417\ \text{mm}^4$

$I_{x4} = \dfrac{280 \cdot 40^3}{12}\ \text{mm}^4 = 1493 \cdot 10^3$

$l_{1y} = e_1 - y_1 = 368{,}34\ \text{mm}$

$l_{2y} = e_1 - y_2 = 333{,}34\ \text{mm}$

$l_{3y} = e_1 - y_3 = -61{,}66\ \text{mm}$

$l_{4y} = e_1 - y_4 = -106{,}66\ \text{mm}$

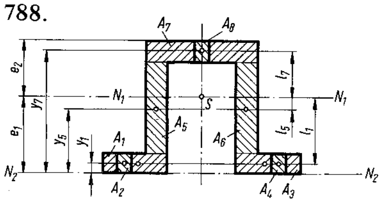
$$I_x = I_{x1} + A_1 l_{1y}^2 + I_{x2} + A_2 l_{2y}^2 + I_{x3} + A_3 l_{3y}^2 + I_{x4} + A_4 l_{4y}^2$$

$I_x = 5{,}97 \cdot 10^8\ \text{mm}^4$

c) $W_{x1} = \dfrac{I_x}{e_1} = 1{,}52 \cdot 10^6\ \text{mm}^3$

$W_{x2} = \dfrac{I_x}{e_2} = 4{,}71 \cdot 10^6\ \text{mm}^3$

788.



a) $Ae_1 = 2(A_1 y_1) + 2(A_5 y_5) + A_7 y_7 - 2(A_4 y_4) - (A_8 y_8)$

$A_1 = A_3 = (100 \cdot 35)\ \text{mm}^2 = 3500\ \text{mm}^2$

$A_2 = A_4 = (25 \cdot 35)\ \text{mm}^2 = 875\ \text{mm}^2$

$A_5 = A_6 = (35 \cdot 180)\ \text{mm}^2 = 6300\ \text{mm}^2$

$A_7 = (270 \cdot 35)\ \text{mm}^2 = 9450\ \text{mm}^2$

$A_8 = (60 \cdot 35)\ \text{mm}^2 = 2100\ \text{mm}^2$

$A \ \ = 25\,200\ \text{mm}^2$

$y_1 = y_2 = y_3 = y_4 = 17{,}5\ \text{mm}$

$y_5 = y_6 = 125\ \text{mm}$

$y_7 = y_8 = 232{,}5\ \text{mm}$

$$e_1 = \frac{2 \cdot 350 \cdot 17{,}5 + 2 \cdot 6300 \cdot 125 + 9450 \cdot 232{,}5 - 2 \cdot 875 \cdot 17{,}5 - 2100 \cdot 232{,}5}{25\,200}\ \text{mm}$$

$e_1 = 134\ \text{mm}$

$e_2 = 250\ \text{mm} - e_1 = 116\ \text{mm}$

b) $I_{x1} = I_{x3} = \dfrac{100 \cdot 35^3}{12}\ \text{mm}^4 = 357\,292\ \text{mm}^4$

$I_{x2} = I_{x4} = \dfrac{25 \cdot 35^3}{12}\ \text{mm}^4 = 89\,323\ \text{mm}^4$

$I_{x5} = I_{x6} = \dfrac{35 \cdot 180^3}{12}\ \text{mm}^4 = 17\,010\,000\ \text{mm}^4$

$I_{x7} = \dfrac{270 \cdot 35^3}{12}\ \text{mm}^4 = 964\,688\ \text{mm}^4$

$I_{x8} = \dfrac{60 \cdot 35^3}{12}\ \text{mm}^4 = 214\,375\ \text{mm}^4$

$l_{1,2,3,4} = (e_1 - y_1)\ \text{mm} = 116{,}5\ \text{mm}$

$l_{5,6} = (e_1 - y_5)\ \text{mm} = 9\ \text{mm}$

$l_{7,8} = (e_1 - y_7)\ \text{mm} = -98{,}5\ \text{mm}$

$$I \ = 2I_1 + 2(A_1 l_1^2) - 2I_2 - 2(A_2 l_2^2) + 2I_5 + 2(A_5 l_5^2) + I_7 + A_7 l_7^2 - I_8 - A_8 l_8^2$$

$I_{N1} = 178\,893\,331\ \text{mm}^4 = 1{,}79 \cdot 10^8\ \text{mm}^4$

$l_{1,2,3,4} = y_{1,2,3,4} = 17{,}5\ \text{mm}$

$l_{5,6} = y_{5,6} = 125\ \text{mm}$

$l_{7,8} = y_{7,8} = 232\ \text{mm}$

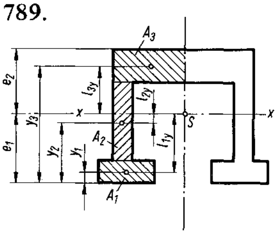
$I_{N2} = 631\,103\,131\ \text{mm}^4 = 6{,}3 \cdot 10^8\ \text{mm}^4$

c) $W_{N1} = \dfrac{I_{N1}}{e_1} = \dfrac{1{,}79 \cdot 10^8}{134}\ \text{mm}^3 = 1{,}34 \cdot 10^6\ \text{mm}^3$

$W_{N1'} = \dfrac{I_{N1}}{e_1} = \dfrac{1{,}79 \cdot 10^8}{116}\ \text{mm}^3 = 1{,}54 \cdot 10^6\ \text{mm}^3$

$W_{N2} = \dfrac{I_{N2}}{250}\ \text{mm}^3 = 2{,}52 \cdot 10^6\ \text{mm}^3$

789.



a) $Ae_1 = A_1y_1 + A_2y_2 + A_3y_3$

$A_1 = (100 \cdot 40)\ \text{mm}^2 = 4000\ \text{mm}^2$
$A_2 = (30 \cdot 160)\ \text{mm}^2 = 4800\ \text{mm}^2$
$A_3 = (100 \cdot 50)\ \text{mm}^2 = 5000\ \text{mm}^2$
$A\ \ = 13\,800\ \text{mm}^2$

$y_1 = 20\ \text{mm};\ \ y_2 = 120\ \text{mm};\ \ y_3 = 225\ \text{mm}$

$e_1 = 129{,}1\ \text{mm};\ \ e_2 = 120{,}9\ \text{mm}$

b) $I_{x1} = \dfrac{100 \cdot 40^3}{12}\ \text{mm}^4 = 53{,}3 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$

$I_{x2} = \dfrac{30 \cdot 160^3}{12}\ \text{mm}^4 = 10{,}24 \cdot 10^6\ \text{mm}^4$

$I_{x3} = \dfrac{100 \cdot 50^3}{12}\ \text{mm}^4 = 10{,}42 \cdot 10^5\ \text{mm}^4$

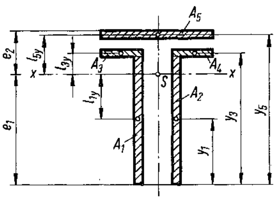
$l_{1y} = e_1 - y_1 = 109{,}1\ \text{mm}$
$l_{2y} = e_1 - y_2 = 9{,}1\ \text{mm}$
$l_{3y} = e_1 - y_3 = -95{,}9\ \text{mm}$

$I_x = 2\,(I_{x1} + A_1 l_{1y}^2 + I_{x2} + A_2 l_{2y}^2$
$\quad + I_{x3} + A_3 l_{3y}^2)$
$I_x = 2{,}116 \cdot 10^8\ \text{mm}^4$

c) $W_{x1} = \dfrac{I_x}{e_1} = 1\,639\,040\ \text{mm}^3 = 1{,}64 \cdot 10^6\ \text{mm}^3$

$W_{x2} = \dfrac{I_x}{e_2} = 1\,750\,207\ \text{mm}^3 = 1{,}75 \cdot 10^6\ \text{mm}^3$

790.



a) $Ae_1 = A_1y_1 + A_2y_2 + A_3y_3 + A_4y_4 + A_5y_5$

$A_1 = A_2 = (5 \cdot 255)\ \text{mm}^2 = 1275\ \text{mm}^2$
$A_3 = A_4 = (74 \cdot 5)\ \text{mm}^2 = 370\ \text{mm}^2$
$A_5 = (160 \cdot 5)\ \text{mm}^2 = 800\ \text{mm}^2$
$A\ \ = 4090\ \text{mm}^2$

$y_1 = y_2 = 127{,}5\ \text{mm}$
$y_3 = y_4 = 257{,}5\ \text{mm}$
$y_5 = 272{,}5\ \text{mm}$

$e_1 = \dfrac{2(1275 \cdot 127{,}5) + 2(370 \cdot 257{,}5) + 800 \cdot 272{,}5}{4090}\ \text{mm}$

$e_1 = 179{,}4\ \text{mm}$
$e_2 = 260\ \text{mm} + 10\ \text{mm} + a - e_1$
$e_2 = 95{,}6\ \text{mm}$

b) $I_{x1} = I_{x2} = \dfrac{5 \cdot 255^3}{12}\ \text{mm}^4 = 6\,908\,906\ \text{mm}^4$

$I_{x3} = I_{x4} = \dfrac{74 \cdot 5^3}{12}\ \text{mm}^4 = 770{,}8\ \text{mm}^4$

$I_{x5} = \dfrac{160 \cdot 5^3}{12}\ \text{mm}^4 = 1666{,}6\ \text{mm}^4$

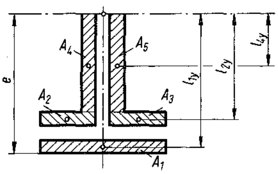
$l_{1y} = l_{2y} = (e_1 - y_1) = 51{,}9\ \text{mm}$
$l_{3y} = l_{4y} = (e_1 - y_3) = -78{,}1\ \text{mm}$
$l_{5y} = (e_1 - y_5) = -93{,}1\ \text{mm}$

$I_x = 2I_{x1} + 2A_1 l_{1y}^2 + 2I_{x3} + 2A_3 l_{3y}^2 + I_{x5}$
$\quad + A_5 l_{5y}^2$
$I_x = 32\,137\,525\ \text{mm}^4 = 32{,}14 \cdot 10^6\ \text{mm}^4$

c) $W_{x1} = \dfrac{I_x}{e_1} = 179\,138{,}9\ \text{mm}^3 = 179 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$

$W_{x2} = \dfrac{I_x}{e_2} = 336\,166{,}6\ \text{mm}^3 = 336 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$

791.



a) $A_1 = (62 \cdot 6)\ \text{mm}^2 = 1116\ \text{mm}^2$
$A_2 = A_3 = (28 \cdot 6)\ \text{mm}^2 = 168\ \text{mm}^2$
$A_4 = A_5 = (6 \cdot 64{,}5)\ \text{mm}^2 = 387\ \text{mm}^2$

b) $I_{x1} = \dfrac{62 \cdot 6^3}{12}\ \text{mm}^4 = 1116\ \text{mm}^4$

$I_{x2} = I_{x3} = \dfrac{28 \cdot 6^3}{12}\ \text{mm}^4 = 504\ \text{mm}^4$

$I_{x4} = I_{x5} = \dfrac{6 \cdot 64{,}5^3}{12}\ \text{mm}^4 = 134\,186{,}1\ \text{mm}^4$

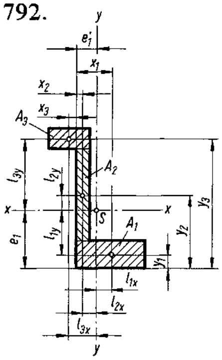
$l_{1y} = (86 - 3)\ \text{mm} = 83\ \text{mm}$
$l_{2y} = l_{3y} = (86 - 18{,}5)\ \text{mm} = 67{,}5\ \text{mm}$
$l_{4y} = l_{5y} = (64{,}5/2)\ \text{mm} = 32{,}25\ \text{mm}$

$I_x' = I_{x1} + A_1 l_{1y}^2 + 2I_{x2} + 2(A_2 l_{2y}^2) + 2I_{x4}$
$\quad + 2(A_4 l_{4y}^2)$
$I_x = 2 \cdot I_x' = 10\,338\,283\ \text{mm}^4 = 10{,}3 \cdot 10^6\ \text{mm}^4$

c) $e = 86\ \text{mm}$

$W_x = \dfrac{I_x}{e} = 120\,213\ \text{mm}^3 = 120{,}2 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$

792.



a) $Ae_1 = A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3$

$A_1 = (70 \cdot 30)\ \text{mm}^2 = 2100\ \text{mm}^2$
$A_2 = (10 \cdot 150)\ \text{mm}^2 = 1500\ \text{mm}^2$
$A_3 = (50 \cdot 20)\ \text{mm}^2 = 1000\ \text{mm}^2$
$A \ = 4600\ \text{mm}^2$

$y_1 = 15\ \text{m}$
$y_2 = 105\ \text{mm}$
$y_3 = 190\ \text{mm}$

$$e_1 = \frac{2100 \cdot 15 + 1500 \cdot 105 + 1000 \cdot 190}{4600}\ \text{mm}$$

$e_1 = 82{,}4\ \text{mm}$
$e_2 = (200 - e_1)\ \text{mm} = 117{,}6\ \text{mm}$

$Ae'_1 = A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3$
$x_1 = 35\ \text{mm}$
$x_2 = 5\ \text{mm}$
$x_3 = -15\ \text{mm}$

$$e'_1 = \frac{2100 \cdot 35 + 1500 \cdot 5 - (1000 \cdot 15)}{4600}\ \text{mm}$$

$e'_1 = 14{,}3\ \text{mm}$
$e'_2 = (70 - e'_1)\ \text{mm} = 55{,}7\ \text{mm}$

b) $I_{x1} = \dfrac{70 \cdot 30^3}{12}\ \text{mm}^4 = 15{,}75 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$

$I_{x2} = \dfrac{10 \cdot 150^3}{12}\ \text{mm}^4 = 28{,}13 \cdot 10^5\ \text{mm}^4$

$I_{x3} = \dfrac{50 \cdot 20^3}{12}\ \text{mm}^4 = 33{,}3 \cdot 10^3\ \text{mm}^4$

$l_{1y} = e_1 - y_1 = 67{,}4\ \text{mm}$
$l_{2y} = e_1 - y_2 = -22{,}6\ \text{mm}$
$l_{3y} = e_1 - y_3 = -107{,}6\ \text{mm}$

$I_x = I_{x1} + A_1 l_{1y}^2 + I_{x2} + A_2 l_{2y}^2 + I_{x3} + A_3 l_{3y}^2$
$I_x = 24{,}9 \cdot 10^6\ \text{mm}^4$

$I_{y1} = \dfrac{30 \cdot 70^3}{12}\ \text{mm}^4 = 85{,}75 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$

$I_{y2} = \dfrac{150 \cdot 10^3}{12}\ \text{mm}^4 = 1{,}25 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$

$I_{y3} = \dfrac{20 \cdot 50^3}{12}\ \text{mm}^4 = 20{,}83 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$

$l_{1x} = (e'_1 - x_1)\ \text{mm} = -20{,}7\ \text{mm}$
$l_{2x} = (e'_1 - x_2)\ \text{mm} = 9{,}3\ \text{mm}$
$l_{3x} = (e'_1 - x_3)\ \text{mm} = 29{,}3\ \text{mm}$

$I_y = I_{y1} + A_1 l_{1x}^2 + I_{y2} + A_2 l_{2x}^2 + I_{y3} + A_3 l_{3x}^2$
$I_y = 2{,}966 \cdot 10^6\ \text{mm}^4$

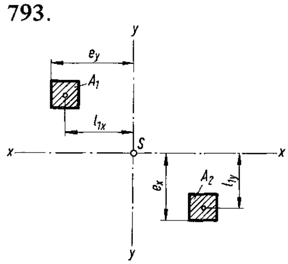
c) $W_{x1} = \dfrac{I_x}{e_1} = 302{,}2 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$

$W_{x2} = \dfrac{I_x}{e_2} = 211{,}7 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$

$W_{y1} = \dfrac{I_y}{e'_1 + 40} = \dfrac{I_y}{54{,}3} = 54{,}6 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$

$W_{y2} = \dfrac{I_y}{e'_2} = 53{,}3 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$

793.



a) $I_\square = \dfrac{20 \cdot 20^3}{12}\ \text{mm}^4 = 1{,}33 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$

$A_1 = A_2 = 400\ \text{mm}^2$
$l_{1x} = 110\ \text{mm}; \quad l_{1y} = 210\ \text{mm}$

b) $I_x = 2\,(I_\square + A_1 l_{1y})\ \text{mm}^4 = 35{,}3 \cdot 10^6\ \text{mm}^4$
$I_y = 2\,(I_\square + A_2 l_{1x})\ \text{mm}^4 = \ \ 9{,}7 \cdot 10^6\ \text{mm}^4$

c) $W_x = \dfrac{I_x}{e_x} = 160 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$

$W_y = \dfrac{I_y}{e_y} = 80{,}8 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$

794.

a) $I_{x\,\text{Steg}} = 2 \cdot \dfrac{12\ \text{mm} \cdot 576^3\ \text{mm}^3}{12} = 38\,221 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$

$I_{x\,\text{Gurt}} = 2 \cdot \left(\dfrac{400\ \text{mm} \cdot 12^3\ \text{mm}^3}{12} + 400 \cdot 12\ \text{mm}^2 \cdot 294^2\ \text{mm}^2\right)$

$I_{x\,\text{Gurt}} = 2 \cdot (5{,}76 \cdot 10^4\ \text{mm}^4 + 41\,489 \cdot 10^4\ \text{mm}^4)$

$I_{x\,\text{Gurt}} = 82\,990 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$

$I_{x\,\text{L}} = 4 \cdot (87{,}5 \cdot 10^4\ \text{mm}^4 + 1510\ \text{mm}^2 \cdot 264{,}6^2\ \text{mm}^2)$

Aus der Formelsammlung:
$I_x = 87{,}5 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$ sowie
$A = 1510\ \text{mm}^2$ und $e = 23{,}4$ mm.
Mit $e = 23{,}4$ mm wird dann
$l = (300 - 12 - 23{,}4)\ \text{mm} = 264{,}6$ mm.

$I_{x\,\text{L}} = 4\,(87{,}5 \cdot 10^4 + 10572 \cdot 10^4)\ \text{mm}^4$
$I_{x\,\text{L}} = 42638 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$

$I_x = I_{x\,\text{Steg}} + I_{x\,\text{Gurt}} + I_{x\,\text{L}} = 163\,849 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$
$I_x = 16{,}4 \cdot 10^8\ \text{mm}^4$

$$I_{y\,\text{Steg}} = \left[2\left(\frac{576 \cdot 12^3}{12} + 576 \cdot 12 \cdot 106^2\right)\right]\ \text{mm}^4$$
$$= 1{,}5549 \cdot 10^8\ \text{mm}^4$$

$$I_{y\,\text{Gurt}} = 2\,\frac{12 \cdot 400^3}{12}\ \text{mm}^4 = 1{,}28 \cdot 10^8\ \text{mm}^4$$

$I_{yL} = [4(87{,}5 \cdot 10^4 + 1510 \cdot 135{,}4^2)]\ \text{mm}^4$
$= 1{,}1423 \cdot 10^8\ \text{mm}^4$

$I_y = I_{y\,\text{Steg}} + I_{y\,\text{Gurt}} + I_{yL} = 3{,}9772 \cdot 10^8\ \text{mm}^4$

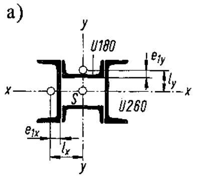
b) $$W_x = \frac{I_x}{e} = \frac{163\,849 \cdot 10^4\ \text{mm}^4}{300\ \text{mm}} = 5462 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$$

$W_x = 5{,}46 \cdot 10^6\ \text{mm}^3$

$$W_y = \frac{I_y}{200\ \text{mm}} = 1{,}9886 \cdot 10^6\ \text{mm}^3$$

795.

a)



$I_x = 2I_{x\,\text{U260}} + 2(I_{y\,\text{U180}} + Al_y^2)$
$l_y = (130 - 70 + 19{,}2)\ \text{mm} = 79{,}2\ \text{mm}$
$I_x = [2 \cdot 4820 \cdot 10^4 + 2(114 \cdot 10^4 + 2800 \cdot 79{,}2^2)]\ \text{mm}^4$
$I_x = 1{,}3381 \cdot 10^8\ \text{mm}^4$

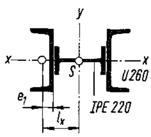
$I_y = 2I_{x\,\text{U180}} + 2(I_{y\,\text{U260}} + Al_x^2)$
$l_x = (90 + 23{,}6)\ \text{mm} = 113{,}6\ \text{mm}$
$I_y = [2 \cdot 1350 \cdot 10^4 + 2(317 \cdot 10^4 + 4830 \cdot 113{,}6^2)]\ \text{mm}^4$
$I_y = 1{,}58 \cdot 10^8\ \text{mm}^4$

b) $$W_x = \frac{I_x}{130\ \text{mm}} = 1030 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$$

$$W_y = \frac{I_y}{180\ \text{mm}} = 878 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$$

796.

a)



$I_x = I_{y\,\text{IPE220}} + 2I_{x\,\text{U260}}$
$I_x = (205 \cdot 10^4 + 2 \cdot 4820 \cdot 10^4)\ \text{mm}^4$
$I_x = 9845 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$

$I_y = I_{x\,\text{PE220}} + 2(I_{y\,\text{U260}} + Al_x^2)$
$l_x = 110\ \text{mm} + e_1 = (110 + 23{,}6)\ \text{mm} = 133{,}6\ \text{mm}$
$I_y = [2770 \cdot 10^4 + 2(317 \cdot 10^4 + 4830 \cdot 133{,}6^2)]\ \text{mm}^4$
$I_y = 20\,646 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$

b) $$W_x = \frac{I_x}{130\ \text{mm}} = 757 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$$

$$W_y = \frac{I_y}{200\ \text{mm}} = 1032 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$$

797.

a) $$I_{x\,\text{Steg}} = \frac{10 \cdot 600^3}{12}\ \text{mm}^4 = 1{,}8 \cdot 10^8\ \text{mm}^4$$

$$I_{x\,\text{Gurt}} = \frac{780 \cdot 10^3}{12}\ \text{mm}^4 = 6{,}5 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$$

$I_{xL} = 87{,}5 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$ (nach Formelsammlung Tafel 4.26)

$I_x = 2I_{x\,\text{Steg}} + 2(I_{x\,\text{Gurt}} + A_{\text{Gurt}} \cdot l_{\text{Gurt}}^2)$
$+ 4(I_{xL} + A_L l_L^2)$
$A_{\text{Gurt}} = 780 \cdot 10\ \text{mm}^2 = 7800\ \text{mm}^2$
$l_{\text{Gurt}} = 305\ \text{mm}$
$A_L = 1510\ \text{mm}^2$
$l_L = (300 - 23{,}4)\ \text{mm} = 276{,}6\ \text{mm}$
$I_x = 22{,}769 \cdot 10^8\ \text{mm}^4$

b) $$W_x = \frac{I_x}{310\ \text{mm}} = 7{,}3449 \cdot 10^6\ \text{mm}^3$$

c) $M_b = \sigma_{b\,\text{zul}} \cdot W_x = 1{,}0283 \cdot 10^6\ \text{Nm}$

798.

a) $I_x = I_{\text{▯}} + 4(I_{xL} + A_L l_L^2) + 2(I_{\text{▭}} + A_{\text{▭}}\, l_{\text{▭}}^2)$
$- 4(I_{\text{▯}} + A_{\text{▯}}\, l_{\text{▯}}^2)$

Stegblech:

$$I = \frac{15 \cdot 570^3}{12}\ \text{mm}^4 = 2{,}3149 \cdot 10^8\ \text{mm}^4$$

Winkelprofil 120 X 13:

$I_{xL} + A_L l_L^2 = (394 \cdot 10^4 + 2970 \cdot 250{,}6^2)\ \text{mm}^4$
$= 1{,}9046 \cdot 10^8\ \text{mm}^4$

Gurtplatte:

$$I_{\text{▭}} + A_{\text{▭}} l_{\text{▭}}^2 = \left(\frac{350 \cdot 15^3}{12} + 350 \cdot 15 \cdot 292{,}5^2\right)\text{mm}^4$$
$$= 4{,}4927 \cdot 10^8\ \text{mm}^4$$

Bohrung:

$$I_{\text{▯}} + A_{\text{▯}}\, l_{\text{▯}}^2 = \left(\frac{25 \cdot 28^3}{12} + 25 \cdot 28 \cdot 286^2\right)\text{mm}^4$$
$$= 0{,}57259029 \cdot 10^8\ \text{mm}^4$$

$I_x = 16{,}628 \cdot 10^8\ \text{mm}^4$

$I_y = I_{\text{▭}} + 4(_{yL} + A_L l_L^2) + 2I_{\text{▯}} - 4(I_{\text{▭}} + A_{\text{▭}} l_{\text{▭}}^2)$

Stegblech:

$$I_{\text{▭}} = \frac{570 \cdot 15^3}{12}\ \text{mm}^4 = 160\,312{,}5\ \text{mm}^4$$

Winkelprofil 120 X 13:

$I_{yL} + A_L l_L^2 = (394 \cdot 10^4 + 2970 \cdot 41{,}9^2)\ \text{mm}^4$
$= 9{,}1542 \cdot 10^6\ \text{mm}^4$

Gurtplatte:

$$I_{\text{▯}} = \frac{15 \cdot 350^3}{12}\ \text{mm}^4 = 53{,}593750 \cdot 10^6\ \text{mm}^4$$

Bohrung:

$$I_{\square} + A_{\square} l_{\square}^2 = \left(\frac{28 \cdot 25^3}{12} + 28 \cdot 25 \cdot 87{,}5^2\right) \text{mm}^4$$

$$= 2{,}350833 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_y = 1{,}3456 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

b) $W_x = \frac{I_x}{300 \text{ mm}} = 5{,}5427 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$

$W_y = \frac{I_y}{175 \text{ mm}} = 7{,}6891 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$

799.

a) $I_{x1} = 4(I_{xL} + A_L l_L^2) = 4(177 \cdot 10^4 + 1920 \cdot 158{,}8^2) \text{ mm}^4$

$I_{x1} = 2{,}0075 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$

b) $I_{x2} = 2(I_{\square} + A_{\square} l_{\square}^2)$

$$I_{x2} = 2\left(\frac{280 \cdot 13^3}{12} + 280 \cdot 13 \cdot 193{,}5^2\right) \text{mm}^4$$

$I_{x2} = 2{,}7268 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$

c) $I_{x3} = \frac{10 \cdot 374^3}{12} = 0{,}43594687 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$

d) $I_x = I_{x1} + I_{x2} + I_{x3}$

$I_x = 5{,}1702 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$

e) $W_x = 2585{,}1 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$

800.

a) $I_x = \underbrace{2 I_{xU}}_{I_{xU}} + 2\underbrace{(I_{\square} + A_{\square} l_{\square}^2)}_{I_1} - 4\underbrace{(I_{\square} + A_{\square} l_{\square}^2)}_{I_2}$

$I_{xU} = 6280 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$

$$I_{x1} = \left(\frac{300 \cdot 13^3}{12} + 300 \cdot 13 \cdot 146{,}5^2\right) \text{mm}^4$$

$I_{x1} = 8375{,}77 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$

$$I_{x2} = \left(\frac{23 \cdot 28^3}{12} + 23 \cdot 28 \cdot 139^2\right) \text{mm}^4$$

$I_{x2} = 1248{,}4799 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$

$I_x = 2 I_{xU} + 2 I_{x1} - 4 I_{x2}$

$I_x = 2{,}4318 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$

b) $W_x = \frac{I_x}{153 \text{ mm}} = 1{,}5894 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$

c) $pV = \frac{4 I_2 \cdot 100\,\%}{2 I_{xU} + 2 I_{x1}} = 17\,\%$

801.

a) $I_x = 2(I_{\square} + A_{\square} l_{\square}^2) + 2 I_{xU}$

$$I_x = \left[2\left(\frac{150 \cdot 10^3}{12} + 150 \cdot 10 \cdot 55^2\right) + 2 \cdot 206 \cdot 10^4\right] \text{mm}^4$$

$I_x = 1322 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$

b) $W_x = \frac{I_x}{60 \text{ mm}} = 220{,}33 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$

c) $M_b = W_x \sigma_{b\,zul} = 3{,}0847 \cdot 10^4 \text{ Nm}$

802.

a) $I_x = 2(I_{\square} + A_{\square} l_{\square}^2) + 2 I_{xU}$

$$I_x = \left[2\left(\frac{200 \cdot 10^3}{12} + 200 \cdot 10 \cdot 105^2\right) + 2 \cdot 1910 \cdot 10^4\right] \text{mm}^4$$

$I_x = 8233 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$

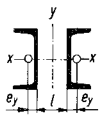
b) $W_x = \frac{I_x}{110 \text{ mm}} = 748{,}48 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$

c) $\sigma_{b\,max} = \frac{M_{b\,max}}{W_x} = 66{,}8 \text{ N/mm}^2$

d) $\frac{\sigma_{b\,max}}{\sigma_b} = \frac{110 \text{ mm}}{100 \text{ mm}}$

$\sigma_b = \sigma_{b\,max} \cdot \frac{100 \text{ mm}}{110 \text{ mm}} = 60{,}7 \text{ N/mm}^2$

803.



Gegeben: U 200 mit

$I_{xU} = 1910 \text{ cm}^4$; $e_y = 2{,}01$ cm; $A = 32{,}2 \text{ cm}^2$

$I_{yU} = 148 \text{ cm}^4$

$I_x = 2 I_{xU} = 3820 \text{ cm}^4$

$$I_y = 2\left[I_{yU} + \left(\frac{l}{2} + e_y\right)^2 A\right]$$

$I_y = 1{,}2 I_x$

$$2\left[I_{yU} + \left(\frac{l}{2} + e_y\right)^2 A\right] = 1{,}2 I_x$$

$$\left(\frac{l}{2} + e_y\right)^2 = \frac{0{,}6 I_x - I_{yU}}{A} = \frac{0{,}6 \cdot 3820 \text{ cm}^4 - 148 \text{ cm}^4}{32{,}2 \text{ cm}^2}$$

$$= 66{,}58 \text{ cm}^2 = B$$

$\frac{l^2}{4} + 2\frac{l}{2} e_y + e_y^2 = B \quad | \cdot 4$

$l^2 + 4\, e_y l + 4\, e_y^2 - 4B = 0$

$l_{1/2} = -2\, e_y \pm \sqrt{(2\, e_y)^2 - 4(e_y^2 - B)}$

$l_{1/2} = -4{,}02 \text{ cm} \pm 14{,}8 \text{ cm}$

$l_{erf} = 10{,}78 \text{ cm} = 107{,}8 \text{ mm}$ (Probe erforderlich!)

804.

a) $Ae = A_I y_I + A_U y_U$

$$e = \frac{A_I y_I + A_U y_U}{A_I + A_U}$$

$$e = \frac{1030 \cdot 50 + 712 \cdot 113{,}7}{1030 + 712} \text{ mm}$$

$e = 76{,}036$ mm

b) $I_{x1} = I_{xI} + A_I l_I^2$

$I_{x1} = [171 \cdot 10^4 + 1030 \cdot (76{,}036 - 50)^2] \text{ mm}^4$

$I_{x1} = 240{,}82 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$

$I_{x2} = I_{yU} + A_U l_U^2$
$I_{x2} = [9{,}12 \cdot 10^4 + 712 \cdot (113{,}7 - 76{,}036)^2]\ \text{mm}^4$
$I_{x2} = 110{,}12 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$

c) $I_x = I_{x1} + I_{x2} = 351 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$
$I_y = I_{yI} + I_{xU} = (15{,}9 \cdot 10^4 + 26{,}4 \cdot 10^4)\ \text{mm}^4$
$I_y = 42{,}3 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$

d) $W_{x1} = \dfrac{I_x}{e} = 46{,}2 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$

$$W_{x2} = \frac{I_x}{(138 - 76{,}036)\ \text{mm}} = 56{,}6 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$$

$$W_y = \frac{I_y}{27{,}5\ \text{mm}} = 15{,}4 \cdot 10^3\ \text{mm}^2$$

805.

a) $I_x = 4(I_{xL} + A_L l^2)$
$I_x = 4\,[177 \cdot 10^4 + 1920 \cdot (200 - 28{,}2)^2]\ \text{mm}^4$
$I_x = 23\,376 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$

b) $W_x = \dfrac{I_x}{200\ \text{mm}} = 1169 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$

806.

$$I_x = 2\,I_{xU} + 2\left[\frac{22\ \text{cm} \cdot 1{,}3^3\ \text{cm}^3}{12} + A_{\square} \cdot 9{,}65^2\ \text{cm}^2\right]$$

$$I_y = 2\,[I_{yU} + A_U\,(\tfrac{l}{2} + e_1)^2] + 2 \cdot \frac{1{,}3\ \text{cm} \cdot 22^3\ \text{cm}^3}{12}$$

$I_x = 2 \cdot 1350\ \text{cm}^4 + 2\,[4{,}028\ \text{cm}^4 + 28{,}6\ \text{cm}^2 \cdot 9{,}65^2\ \text{cm}^2]$
$I_x = 8035\ \text{cm}^4$
$I_y = 2\,[114\ \text{cm}^4 + 28\ \text{cm}^2\,(\tfrac{l}{2} + 1{,}92\ \text{cm})^2] + 2307\ \text{cm}^4$

$I_y = 228\ \text{cm}^4 + 56\ \text{cm}^2\,(\tfrac{l}{2} + 1{,}92\ \text{cm})^2 + 2307\ \text{cm}^4$

$I_y = 2535\ \text{cm}^4 + 56\ \text{cm}^2\,(\tfrac{l}{2} + 1{,}92\ \text{cm})^2$

$I_x = I_y$

$8035\ \text{cm}^4 = 2535\ \text{cm}^4 + 56\ \text{cm}^2 \cdot (\tfrac{l}{2} + 1{,}92\ \text{cm})^2$

$$(\tfrac{l}{2} + 1{,}92\ \text{cm})^2 = \frac{8035\ \text{cm}^4 - 2535\ \text{cm}^4}{56\ \text{cm}^2} = 98{,}21\ \text{cm}^2$$

$(\tfrac{l}{2})^2 + 2\,\tfrac{l}{2} \cdot 1{,}92\ \text{cm} + 1{,}92^2\ \text{cm}^2 = 98{,}21\ \text{cm}^2$

$\dfrac{l^2}{4} + 1{,}92\ \text{cm} \cdot l + 1{,}92^2\ \text{cm}^2 - 98{,}21\ \text{cm}^2 = 0$

$l^2 + 7{,}68\ \text{cm} \cdot l + 14{,}75\ \text{cm}^2 - 392{,}9\ \text{cm}^2 = 0$
$l^2 + 7{,}68\ \text{cm} \cdot l - 378{,}2\ \text{cm}^2 = 0$
$l_{1/2} = -\,3{,}84\ \text{cm} \pm \sqrt{3{,}84^2\ \text{cm}^2 + 378{,}2\ \text{cm}^2}$
$l_{1/2} = -\,3{,}84\ \text{cm} \pm \sqrt{392{,}9\ \text{cm}^2}$
$l_1 = -\,3{,}84\ \text{cm} + 19{,}82\ \text{cm}$
$l_1 = 15{,}98\ \text{cm} \approx 160\ \text{mm}$ (Probe erforderlich!)
l_2 nicht möglich

807.

a) $I_x = 4(I_{xL} + A_L l_L^2)$
$I_x = 4\,[37{,}5 \cdot 10^4 + 985 \cdot (150 - 18{,}9)^2]\ \text{mm}^4$
$I_x = 6922 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$

b) $W_x = \dfrac{I_x}{150\ \text{mm}} = 461 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$

808.

$$I_x = I_{PE} + 2\left[\frac{b\delta^3}{12} + b\delta\left(\frac{h}{2} + \frac{\delta}{2}\right)^2\right] = W_x\left(\frac{h}{2} + \delta\right)$$

$$I_{PE} + \frac{b\delta^3}{6} + \frac{b\delta}{2}(h + \delta)^2 = W_x\left(\frac{h}{2} + \delta\right)$$

$$b\left[\frac{\delta^3}{6} + \frac{\delta}{2}(h + \delta)^2\right] = W_x\left(\frac{h}{2} + \delta\right) - I_{PE}$$

$$b = \frac{W_x\,(\frac{h}{2} + \delta) - I_{PE}}{\frac{\delta^3}{6} + \frac{\delta}{2}(h + \delta)^2} \qquad \begin{aligned} W_x &= 4 \cdot 10^3\ \text{cm}^3 \\ h &= 36\ \text{cm};\ \delta = 2{,}5\ \text{cm} \\ I_{PE} &= 16\,270\ \text{cm}^4 \end{aligned}$$

$$b = \frac{4000\ \text{cm}^3\,(18 + 2{,}5)\ \text{cm} - 16\,270\ \text{cm}^4}{2{,}6\ \text{cm}^3 + 1{,}25\ \text{cm} \cdot 38{,}5^2\ \text{cm}^2} = 35{,}4\ \text{cm}$$

$b = 354\ \text{mm}$ (Probe erforderlich!)

Probe:
Mit der ermittelten Gurtbreite $b = 354$ mm wird:

$$I_x = I_{PE} + 2\left[\frac{b\delta^3}{12} + b\delta\left(\frac{h}{2} + \frac{\delta}{2}\right)^2\right]$$

$$I_x = \left[16270 \cdot 10^4 + 2\left(\frac{354 \cdot 25^3}{12} + 354 \cdot 25 \cdot 192{,}5^2\right)\right]\text{mm}^4$$

$I_x = 8{,}1952 \cdot 10^8\ \text{mm}^4$

$W_x = \dfrac{I_x}{205\ \text{mm}} = 3{,}9976 \cdot 10^6\ \text{mm}^3$

Beanspruchung auf Torsion

809.

$M_1 = 9550\,\dfrac{P}{n_1} = \dfrac{K}{n_1}$

$K = 9\,550 \cdot 1470 = 14\,038\,500$

$M_1 = \dfrac{K}{n_1} = \dfrac{14038500}{50}\ \text{Nm} = 280\,770\ \text{Nm} = M_{T1}$

Mit $M_2 = K/n_2$; $M_3 = K/n_3$ usw. erhalten wir
$M_2 = 140385\ \text{Nm}$; $M_3 = 35096\ \text{Nm}$;
$M_4 = 17548\ \text{Nm}$; $M_5 = 11699\ \text{Nm}$

$$d_{1\,\text{erf}} = \sqrt[3]{\frac{M_{T1}}{0{,}2\,\tau_{t\,\text{zul}}}}$$

$$d_{1\,\text{erf}} = \sqrt[3]{\frac{280\,770 \cdot 10^3\ \text{Nmm}}{0{,}2 \cdot 40\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}$$

$d_{1\,\text{erf}} = 328\ \text{mm}$
$d_1 = 330\ \text{mm}$ ausgeführt

Entsprechend ergeben sich

$d_{2\,\text{erf}} = 260\,\text{mm}$;	$d_2 = 260\,\text{mm}$	ausgeführt
$d_{3\,\text{erf}} = 164\,\text{mm}$;	$d_3 = 165\,\text{mm}$	ausgeführt
$d_{4\,\text{erf}} = 130\,\text{mm}$;	$d_4 = 130\,\text{mm}$	ausgeführt
$d_{5\,\text{erf}} = 114\,\text{mm}$;	$d_4 = 115\,\text{mm}$	ausgeführt

810.

Wie in Aufgabe 809 mit

$n_2 = n_1/i_{1,2} = 960\,\text{min}^{-1}/3{,}9 = 246\,\text{min}^{-1}$ und

$n_3 = n_2/i_{2,3} = 87{,}9\,\text{min}^{-1}$.

$d_1 = 40\,\text{mm}$; $d_2 = 60\,\text{mm}$; $d_3 = 80\,\text{mm}$

811.

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{\sqrt[3]{\dfrac{M_{T2}}{0{,}2\,\tau_{t\,zul}}}}{\sqrt[3]{\dfrac{M_{T1}}{0{,}2\,\tau_{t\,zul}}}} = \frac{\sqrt[3]{M_{T2}}}{\sqrt[3]{M_{T1}}}$$

$$M_{T2} = M_{T1} \cdot i$$

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{\sqrt[3]{M_{T1} \cdot i}}{\sqrt[3]{M_{T1}}} = \sqrt[3]{i} \Rightarrow d_2 = d_1 \sqrt[3]{i}$$

812.

a) $\varphi^\circ = \dfrac{\tau_t\, l}{G\, r} \cdot \dfrac{180^\circ}{\pi}$ $\qquad G = 8 \cdot 10^4\,\text{N/mm}^2$; $r = d/2$ eingesetzt

$$d_{erf} = \frac{2 \cdot 180^\circ \cdot \tau_{t\,zul}\, l}{\pi \cdot \varphi^\circ \cdot G}$$

$$d_{erf} = \frac{2 \cdot 180^\circ \cdot 80\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 15 \cdot 10^3\,\text{mm}}{\pi \cdot 6^\circ \cdot 80\,000\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 286{,}5\,\text{mm}$$

b) $P = M\omega = M\, 2\pi n$

$$M = M_T = \tau_t\, W_p = \tau_t \frac{\pi}{16} d^3$$

$$P_{max} = \tau_{t\,zul} \frac{\pi}{16} d^3 \cdot 2\pi n$$

$$P_{max} = \frac{\pi^2}{8} \cdot \tau_{t\,zul}\, d^3 n$$

$$P_{max} = \frac{\pi^2}{8} \cdot 80\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 286{,}5^3\,\text{mm}^3 \cdot \frac{1460}{60} \cdot \frac{1}{\text{s}}$$

$$P_{max} = 56\,477 \cdot 10^6 \frac{\text{Nmm}}{\text{s}} = 56\,477 \cdot 10^3\,\text{W} = 56\,477\,\text{kW}$$

813.

a) $M = M_T = 9550 \cdot \dfrac{P}{n}$

$$M = 9550 \cdot \frac{12}{460}\,\text{Nm} = 249{,}1\,\text{Nm} = M_T$$

b) $W_{p\,erf} = \dfrac{M_T}{\tau_{t\,zul}}$

$$W_{p\,erf} = \frac{249{,}1 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{30\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 8\,303\,\text{mm}^3$$

c) $W_p = \dfrac{\pi}{16} d^3$

$$d_{erf} = \sqrt[3]{\frac{16\, W_{p\,erf}}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi} \cdot 8\,303\,\text{mm}^3} = 34{,}8\,\text{mm}$$

$d = 35\,\text{mm}$ ausgeführt

Hinweis: Soll nur der Wellendurchmesser d bestimmt werden, dann wird man b) und c) zusammenfassen und $d_{erf} = \sqrt[3]{M_T/0{,}2 \cdot \tau_{t\,zul}}$ berechnen.

d) $W_p = \dfrac{\pi}{16} \cdot \dfrac{D^4 - d^4}{D}$

Hinweis: $W_{p\,erf}$ nach b) bleibt gleich groß, weil M_T und $\tau_{t\,zul}$ gleich bleiben.

$$\frac{16\, W_p\, D}{\pi} = D^4 - d^4$$

$$d_{erf} = \sqrt[4]{D^4 - \frac{16}{\pi} W_{p\,erf}\, D}$$

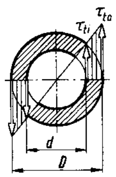
$d_{erf} = 38{,}5\,\text{mm}$

$d = 38\,\text{mm}$ ausgeführt

e)

Strahlensatz:

$$\frac{\tau_{ta}}{\tau_{ti}} = \frac{D}{d}$$



$$\tau_{ta} = \frac{M_T}{W_p} = \frac{M_T}{\dfrac{\pi}{16} \cdot \dfrac{D^4 - d^4}{D}}$$

$$\tau_{ta} = \frac{249{,}1 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{\dfrac{\pi}{16} \cdot \dfrac{(45^4 - 38^4)\,\text{mm}^4}{45\,\text{mm}}} = 28{,}3\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_{ti} = \tau_{ta} \frac{d}{D} = 28{,}3\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{38\,\text{mm}}{45\,\text{mm}} = 23{,}9\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

814.

$$M_1 = 9550 \frac{P}{n} = 9550 \cdot \frac{10}{1460}\,\text{Nm} = 65{,}41\,\text{Nm} = M_{T1}$$

$$M_2 = M_1\, i\, \eta; \quad i = \frac{z_2}{z_1}$$

$$M_2 = 65{,}41\,\text{Nm} \cdot \frac{116}{29} \cdot 0{,}98 = 256{,}41\,\text{Nm} = M_{T2}$$

$$d_{1\,erf} = \sqrt[3]{\frac{M_{T1}}{0{,}2\,\tau_{t\,zul}}} = \sqrt[3]{\frac{65{,}41 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{0{,}2 \cdot 30\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 22{,}2\,\text{mm}$$

$$d_{2\,erf} = \sqrt[3]{\frac{M_{T2}}{0{,}2\,\tau_{t\,zul}}} = \sqrt[3]{\frac{256{,}41 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{0{,}2 \cdot 30\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 35\,\text{mm}$$

einfacher nach Aufgabe 811:

$$d_{2\,erf} = d_{1\,erf} \sqrt[3]{i} = 22{,}2\,\text{mm} \cdot \sqrt[3]{\frac{116}{29}} = 35\,\text{mm}$$

$d_1 = 23\,\text{mm}$, $d_2 = 35\,\text{mm}$ ausgeführt

815.

a) $d_{erf} = \sqrt[3]{\dfrac{M_T}{0{,}2\,\tau_{t\,zul}}} = \sqrt[3]{\dfrac{410 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{0{,}2 \cdot 500\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}$

$d_{erf} = 16$ mm (ausgeführt)

b) $M_T = F \cdot 2l$

$$l = \frac{M_T}{2F} = \frac{410 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{2 \cdot 250\,\text{N}} = 820\,\text{mm}$$

c) $\varphi = \dfrac{\tau_t\, l_s}{G\,r} \cdot \dfrac{180°}{\pi}$

Diese Gleichung darf nur deshalb benutzt werden, weil $d_{erf} = 16$ mm exakt ausgeführt werden soll; im anderen Falle wäre τ_t nicht mehr gleich $\tau_{t\,zul}$. Dann wird mit dem neu zu berechnenden $I_p = \pi d^4/32$ weiter gerechnet, also $\varphi = M_T\, l \cdot 180°/I_p\, G \pi$.
Im vorliegenden Falle ergibt sich:

$$\varphi = \frac{500\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 550\,\text{mm}}{80000\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 8\,\text{mm}} \cdot \frac{180°}{\pi} = 24{,}6°$$

816.

a) $d_{erf} = \sqrt[3]{\dfrac{M_T}{0{,}2\,\tau_{t\,zul}}}$; $M = M_T = 9500 \cdot \dfrac{12}{1460}$ Nm $= 78{,}493$ Nm

$$d_{erf} = \sqrt[3]{\frac{78\,493\,\text{Nmm}}{0{,}2 \cdot 25\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 25\,\text{mm}\ \ \text{(ausgeführt)}$$

b) Zur Berechnung des Verdrehwinkels je Meter Wellenlänge wird $l = 1000$ mm eingesetzt:

$\varphi = \dfrac{\tau_t\, l}{G r} \cdot \dfrac{180°}{\pi}$ (siehe Bemerkungen in 815c)

$$\varphi = \frac{25\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 1000\,\text{mm}}{80000\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 12{,}5\,\text{mm}} \cdot \frac{180°}{\pi} = 1{,}43°$$

817.

a) $\tau_{ta} = \dfrac{M_T}{W_p} = \dfrac{M_T}{\dfrac{\pi}{16} \cdot \dfrac{d_a^4 - d_i^4}{d_a}} = \dfrac{16\, d_a\, M_T}{\pi (d_a^4 - d_i^4)}$

$$\tau_{ta} = \frac{16 \cdot 16\,\text{mm} \cdot 70\,000\,\text{Nmm}}{\pi (16^4 - 12^4)\,\text{mm}^4} = 127{,}3\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_{ti} = \tau_{ta}\,\frac{d_i}{d_a} = 127{,}3\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{12\,\text{mm}}{16\,\text{mm}} = 95{,}5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

b) $\varphi = \dfrac{M_T\, l}{I_p\, G} \cdot \dfrac{180°}{\pi}$

$$I_p = \frac{\pi}{32}(d_a^4 - d_i^4)$$

$$\varphi = \frac{32 \cdot M_T \cdot l \cdot 180°}{\pi^2 (d_a^4 - d_i^4)\, G}$$

$$\varphi = \frac{32 \cdot 180° \cdot 70 \cdot 10^3\,\text{Nmm} \cdot 3500\,\text{mm}}{\pi^2 (16^4 - 12^4)\,\text{mm}^4 \cdot 80000\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 39{,}9°$$

818.

a) $W_{p\,erf} = \dfrac{M_T}{\tau_{tzul}} = \dfrac{4{,}9 \cdot 10^7\,\text{Nmm}}{32\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 1{,}5313 \cdot 10^6\,\text{mm}^3$

$$d = \sqrt[4]{D^4 - \frac{16}{\pi}\, W_{p\,erf}\, D} = 250{,}9\,\text{mm}$$

$d = 250$ mm ausgeführt

b) Für den gewählten Durchmesser muß wegen $d = (250 \neq 250{,}9)$ mm das Flächenmoment berechnet werden:

$$I_p = \frac{\pi}{32}(D^4 - d^4) = \frac{\pi}{32}(280^4 - 250^4)\,\text{mm}^4$$

$$I_p = 2{,}1994 \cdot 10^8\,\text{mm}^4$$

Damit kann der Verdrehwinkel φ je 1000 mm Länge berechnet werden:

$$\varphi = \frac{M_T\, l}{I_p\, G} \cdot \frac{180°}{\pi} = \frac{4{,}9 \cdot 10^7\,\text{Nmm} \cdot 1000\,\text{mm} \cdot 180°}{2{,}1994 \cdot 10^8\,\text{mm}^4 \cdot 80\,000\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \pi}$$

$\varphi = 0{,}16$ °/m

819.

a) $\varphi = \dfrac{M_T\, l}{I_p\, G} \cdot \dfrac{180°}{\pi}$ mit $I_p = \dfrac{\pi}{32}(d_a^4 - d_i^4)$

$$\varphi = \frac{32 \cdot 180° \cdot M_T \cdot l}{(d_a^4 - d_i^4) \cdot \pi^2 G}$$

$$d_i = \sqrt[4]{d_a^4 - \frac{32 \cdot 180° \cdot M_T \cdot l}{\varphi \pi^2 G}}$$

$$d_i = \sqrt[4]{300^4\,\text{mm}^4 - \frac{32 \cdot 180° \cdot 4 \cdot 10^7\,\text{Nmm} \cdot 10^3\,\text{mm}}{0{,}25° \cdot \pi^2 \cdot 8 \cdot 10^4\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}$$

$d_i = 288$ mm

b) $\tau_{ta} = \dfrac{M_T}{W_p} = \dfrac{M_T}{\dfrac{\pi}{16} \cdot \dfrac{d_a^4 - d_i^4}{d_a}} = 50{,}083\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$$\tau_{ti} = \tau_{ta}\,\frac{d_i}{d_a} = 50{,}083\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{288\,\text{mm}}{300\,\text{mm}} = 48{,}1\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

820.

a) $d_{erf} = \sqrt[3]{\dfrac{16\,F\,l}{\pi \cdot \tau_{tzul}}} = \sqrt[3]{\dfrac{16 \cdot 3000\,\text{N} \cdot 350\,\text{mm}}{\pi \cdot 400\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}$

$= 23{,}7$ mm

b) Der vorhandene Verdrehwinkel φ beträgt

$$\varphi = \frac{\text{Bogen}}{\text{Radius}} = \frac{b}{l} = \frac{120\,\text{mm}}{300\,\text{mm}} = 0{,}342\,857\,\text{rad} = 19{,}6°$$

Damit wird die Verdrehlänge

$$l_1 = \frac{\pi \varphi r G}{180\, \tau_t} = \frac{\pi \cdot 19{,}6° \cdot 11{,}85\ \text{mm} \cdot 80\,000\ \text{N/mm}^2}{180 \cdot 400\ \text{N/mm}^2}$$

$l_1 = 810{,}74$ mm

821.

a) $$d_{\text{erf}} = \sqrt[3]{\frac{16\, M_T}{\pi \cdot \tau_{t\,\text{zul}}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 4{,}05 \cdot 10^6\ \text{Nmm}}{\pi \cdot 35\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}$$

$= 83{,}84$ mm

$d = 90$ mm ausgeführt

b) Wegen $d = 90\ \text{mm} \neq d_{\text{erf}} = 83{,}84$ mm muß zuerst das vorhandene polare Flächenmoment I_p berechnet werden:

$$I_p = \frac{\pi}{32} d^4 = \frac{\pi \cdot 90^4\,\text{mm}^4}{32} = 6441246{,}7\ \text{mm}^4$$

$$\varphi = \frac{180°\, M_T\, l}{\pi \cdot I_p G} = \frac{180° \cdot 4{,}05 \cdot 10^6\ \text{Nmm} \cdot 8000\ \text{mm}}{\pi \cdot 6441246{,}7\ \text{mm}^4 \cdot 80\,000\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

$\varphi = 3{,}6°$

822.

a) $$d_{\text{erf}} = \sqrt[3]{\frac{16 M_T}{\pi \cdot \tau_{\text{tzul}}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 50 \cdot 10^3\ \text{Nmm}}{\pi \cdot 350\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 8{,}994\ \text{mm}$$

$d = 9$ mm ausgeführt

b) Da der Unterschied zwischen d_{erf} und d gering ist ($8{,}994 \approx 9$ mm), kann mit der gleichen Spannung $\tau_t = 350\ \text{N/mm}^2$ gerechnet werden:

$$l = \frac{\pi \varphi r G}{180° \cdot \tau_t} = \frac{\pi \cdot 10° \cdot 4{,}5\ \text{mm} \cdot 80\,000\ \text{N/mm}^2}{180° \cdot 350\ \text{N/mm}^2}$$

$= 179{,}52$ mm

$l = 180$ mm ausgeführt

823.

$M_T = 200\ \text{N} \cdot 300\ \text{mm} = 60\,000\ \text{Nmm}$

$l = 1200\ \text{mm};\quad d = 20\ \text{mm}$

$$I_p = \frac{\pi}{32} d^3 = \frac{\pi \cdot 20^4\,\text{mm}^4}{32} = 15\,708\ \text{mm}^4$$

$$\varphi = \frac{M_T\, l}{I_p G} \cdot \frac{180°}{\pi} = 3{,}28°$$

(mit $G = 80\,000\ \text{N/mm}^2$ gerechnet)

824.

$$M_T = 9550\,\frac{P}{n} = 9550\,\frac{22}{1000}\ \text{Nm} = 210{,}1\ \text{Nm}$$

$$d_{\text{erf}} = \sqrt[3]{\frac{16 M_T}{\pi \cdot \tau_{t\,\text{zul}}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 210{,}1 \cdot 10^3\ \text{Nmm}}{\pi \cdot 80\ \text{N/mm}^2}}$$

$= 23{,}74$ mm

$d = 24$ mm ausgeführt

825.

$$M = 9550\,\frac{P}{n} = 9550 \cdot \frac{1470}{300}\ \text{Nm}$$

$M = 46{,}795\ \text{Nm} = M_T$

$$\tau_t = \frac{M_T}{W_p} = \frac{M_T}{\frac{\pi}{16} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D}} = \frac{16\, D M_T}{\pi (D^4 - d^4)} = \frac{16 \cdot 1{,}5\, d M_T}{\pi (1{,}5^4 d^4 - d^4)}$$

$$\tau_t = \frac{24\, d M_T}{\pi d^4 (1{,}5^4 - 1)} = \frac{24\, M_T}{\pi d^3 (1{,}5^4 - 1)}$$

$$d_{\text{erf}} = \sqrt[3]{\frac{24\, M_T}{\pi \tau_{t\,\text{zul}} (1{,}5^4 - 1)}} = \sqrt[3]{\frac{24 \cdot 46\,795 \cdot 10^3\ \text{Nmm}}{\pi \cdot 60\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot (1{,}5^4 - 1)}}$$

$d_{\text{erf}} = 113{,}6$ mm

$D_{\text{erf}} = 1{,}5\, d_{\text{erf}} = 1{,}5 \cdot 113{,}6\ \text{mm} = 170{,}4\ \text{mm}$

$D = 170$ mm, $d = 113{,}5$ mm ausgeführt – oder besser mit den Normmaßen:
$D = 170$ mm und $d = 110$ mm.

826.

$$M = 9550\,\frac{P}{n} = 9550 \cdot \frac{59}{120}\ \text{Nm} = 4695 \cdot 10^3\ \text{Nmm} = M_T$$

$$\tau_t = \frac{16\, D M_T}{\pi (D^4 - d^4)} \qquad \text{(siehe 825.)}$$

$$\tau_t = \frac{M_T}{W_p} \longrightarrow W_{p\,\text{erf}} = \frac{M_T}{\tau_{t\,\text{zul}}}$$

$$M = \frac{P}{\omega} = \frac{59 \cdot 10^3\ \frac{\text{Nm}}{\text{s}}}{\frac{\pi \cdot 120}{30} \cdot \frac{1}{\text{s}}} = 4{,}695 \cdot 10^3\ \text{Nm}$$

$$W_{p\,\text{erf}} = \frac{4{,}695 \cdot 10^6\ \text{Nmm}}{4 \cdot 10\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 1{,}174 \cdot 10^5\ \text{mm}^3$$

$$W_p = \frac{\pi}{16}\,\frac{D^4 - d^4}{D} \longrightarrow D^4 - \frac{16}{\pi} D W_p - d^4 = 0$$

Für D ergibt sich Gleichung 4. Grades. Von ihren Lösungen sind nur Werte $D > 50$ mm Lösungen der Torsionsaufgabe.

Lösung nach Horner. Gegebene Größen eingesetzt:
$D^4 - 597{,}9 \cdot (10\,\text{mm})^3 D - 625 \cdot (10\,\text{mm})^4 = 0$

Durch Ausklammern von (10 mm) wird die numerische Rechnung vereinfacht. Das Ergebnis für D ist mit 10 mm zu multiplizieren.

D	$D^4 +$	$0\,D^3 +$	$0\,D^2 -$	$598\,D^1 -$	$625 = f(D)$	
	1	0	0	−598	−625	
8	1	8	64	+512	−688	
		8	64	−86		−1313 ↓ Vorz.Wechsel!
9	1	+9	+81	+729	+1179	
		9	81	+131		+554 ↓ Vorz.Wechsel!
8,7	1	8,7	76	+661	+548	
		8,7	76	+63		−77 ↓ Vorz.Wechsel!
8,8	1	8,8	77,4	+681	+712	
		8,8	77,4	+81		+87

Lösung liegt zwischen 8,7 und 8,8.

Außendurchmesser $D = 8{,}8 \cdot 10\,\text{mm} = 88\,\text{mm} \approx 90\,\text{mm}$ (Normzahl: $D = 90\,\text{mm}$)

Lösung durch Ermittlung des Graphen im Bereich der Lösung $D > 5 \cdot 10\,\text{mm}$

$y = D^4 - 598\,D - 625;$

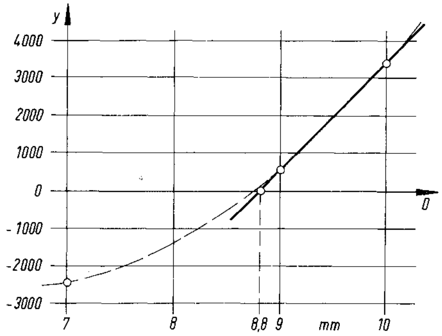
$y(7) = 2401 - 4186 - 625 = -2410$

$y(10) = 10\,000 - 5980 - 625 = +3395$

Die Punkte liegen beiderseits der D-Achse.

$y(9) = 6561 - 5382 - 625 = +554$

Durch die drei Punkte liegt der Krümmungssinn fest.



Eine Gerade durch die beiden oberen Punkte schneidet die D-Achse rechts vom Nulldurchgang des angenäherten Graphen, damit auf der sicheren Seite. Ablesung 8,8.

$D = 8{,}8 \cdot 10\,\text{mm} = 88\,\text{mm}$

827.

$M_T = 4695 \cdot 10^3\,\text{Nmm}$ (aus Lösung 826.)

$$I_p = \frac{\pi}{32}(d_a^4 - d_i^4) = \frac{\pi}{32}(90^4 - 50^4)\,\text{mm}^4$$

$$I_p = 5827654{,}4\,\text{mm}^4$$

$$\varphi = \frac{M_T\,l}{I_p G} \cdot \frac{180°}{\pi}$$

$$\varphi = \frac{180° \cdot 4695 \cdot 10^3\,\text{Nmm} \cdot 2300\,\text{mm}}{\pi \cdot 5827654{,}4\,\text{mm}^4 \cdot 80\,000\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 1{,}327°$$

828.

$$M = 9550\,\frac{P}{n} = 9550 \cdot \frac{44}{300}\,\text{Nm} = 1401 \cdot 10^3\,\text{Nmm} = M_T$$

$$\varphi = \frac{M_T \cdot l}{I_p G} \cdot \frac{180°}{\pi} = \frac{\frac{180°}{\pi}\,M_T \cdot l}{\frac{\pi}{32}\,d^4 G} = \frac{32 \cdot 180°\,M_T \cdot l}{\pi^2\,d^4\,G}$$

$$d_{erf} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 180°\,M_T \cdot l}{\pi^2\,\varphi_{zul}\,G}}$$

$$d_{erf} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 180° \cdot 1401 \cdot 10^3\,\text{Nmm} \cdot 10^3\,\text{mm}}{\pi^2 \cdot 0{,}25° \cdot 8 \cdot 10^4\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}$$

$$d_{erf} = 80\,\text{mm}$$

829.

$$\varphi = \frac{M_T \cdot l}{I_p G} \cdot \frac{180°}{\pi} \qquad M = \frac{P}{2\pi n} \qquad I_p = \frac{\pi}{32}\,d^4$$

$$\varphi = \frac{\frac{P}{2\pi n}\,l \cdot 180°}{\frac{\pi}{32}\,d^4 G \pi} = \frac{32 \cdot 180° \cdot Pl}{2\pi^3\,n d^4\,G}$$

$$P_{max} = \frac{2\pi^3\,\varphi_{zul}\,n d^4\,G}{32 \cdot 180°\,l}$$

$$P_{max} = \frac{2\pi^3 \cdot 0{,}25° \cdot \frac{200}{60}\,\frac{1}{\text{s}} \cdot 30^4\,\text{mm}^4 \cdot 8 \cdot 10^4\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{32 \cdot 180° \cdot 10^3\,\text{mm}}$$

$$P_{max} = 5{,}81 \cdot 10^5\,\frac{\text{Nmm}}{\text{s}} = 581\,\text{W} = 0{,}581\,\text{kW}$$

830.

a) $M_T = 9550\,\frac{P}{n} = 9550 \cdot \frac{100}{500}\,\text{Nm} = 1910\,\text{Nm}$

$M_T = 1910 \cdot 10^3\,\text{Nmm}$

$$d_{erf} = \sqrt[3]{\frac{16\,M_T}{\pi \cdot \tau_{t\,zul}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1910 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{\pi \cdot 25\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 73\,\text{mm}$$

$d = 73\,\text{mm}$ ausgeführt

b) Nach Lösung 825 ist

$$d_{erf} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2{,}5 \cdot M_T}{\pi \cdot \tau_{t\,zul}\,(2{,}5^4 - 1)}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2{,}5 \cdot 1910 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{\pi \cdot 25\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot (2{,}5^4 - 1)}} = 29{,}46\,\text{mm}$$

$d = 30\,\text{mm}$ ausgeführt

$D = 75\,\text{mm}$

831.

a) $\tau_a = \frac{F}{S} = \frac{F}{\pi d b} = \frac{\tau_{aB}}{4}$

$$b_{erf} = \frac{4F}{\pi d\,\tau_{aB}} = \frac{4 \cdot 1200\,\text{N}}{\pi \cdot 12\,\text{mm} \cdot 28\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 4{,}55\,\text{mm}$$

b) $M_T = F\,\frac{d}{2}; \quad F = \frac{\tau_{aB}\,\pi d b}{4}$ (aus a))

$$M_T = \frac{\tau_{aB}\,\pi d b\,\frac{d}{2}}{4} = \frac{\pi d^2\,b\,\tau_{aB}}{8};\ b = 5\,\text{mm ausgeführt}$$

$$M_T = \frac{\pi \cdot (12\,\text{mm})^2 \cdot 5\,\text{mm} \cdot 28\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{8} = 7917\,\text{Nmm}$$

$M_T = 7{,}92\,\text{Nm}$

c) $F_{Kleb} = F_{Rohr}$

$\pi\, d\, b\, \tau_{aB} = \pi\,(d - s)\, s\, \sigma_{zB}$

$$b_{erf} = \frac{\sigma_{zB}}{\tau_{aB}} \cdot \frac{s}{d}(d - s)$$

$$b_{erf} = \frac{410\,\frac{N}{mm^2}}{28\,\frac{N}{mm^2}} \cdot \frac{1\,mm}{12\,mm} \cdot (12 - 1)\,mm$$

$b_{erf} = 13{,}4\,mm$

832.

Hinweis: Die Schweißnahtfläche A_s wird zur Vereinfachung stets als Produkt aus Schweißnahtlänge l und Schweißnahtdicke a angesehen.

a) $M = 9550\frac{P}{n} = 9550 \cdot \frac{8{,}8}{960}\,Nm = 87{,}542\,Nm$

$M = 87\,542\,Nmm = M_T$

$$F_{uI} = \frac{M_T}{\frac{d_1}{2}} = \frac{2M_T}{d_1} = \frac{2 \cdot 87\,542\,Nmm}{50\,mm} = 3502\,N$$

$$F_{uII} = \frac{2M_T}{d_2} = \frac{2 \cdot 87\,542\,Nmm}{280\,mm} = 625{,}3\,N$$

$$\tau_{schw\,I} = \frac{F_{uI}}{A_{sI}} = \frac{F_{uI}}{2\pi d_1 a} = \frac{3\,502\,N}{2\pi \cdot 50\,mm \cdot 5\,mm}$$

$\tau_{schw\,I} = 2{,}23\,\frac{N}{mm^2}$

b) $$\tau_{schw\,II} = \frac{F_{uII}}{A_{sII}} = \frac{F_{uII}}{2\pi d_2 a} = \frac{625{,}3\,N}{2\pi \cdot 280\,mm \cdot 5\,mm}$$

$\tau_{schw\,II} = 0{,}07\,\frac{N}{mm^2}$

833.

Wie in 832 wird hier mit

$M = Fl = 4500\,N \cdot 135\,mm = 607\,500\,Nmm = M_T$

und mit der Annahme, daß jede der beiden Schweißnähte die Hälfte des Drehmomentes aufnimmt:

$$F_{u1} = \frac{M_T}{2 \cdot \frac{d_1}{2}} = \frac{M_T}{d_1} \quad (F_{u1} > F_{u2}\text{, siehe 832 a) und c))}$$

$$\tau_{schw\,1} = \frac{F_{u1}}{A_{s1}} = \frac{F_{u1}}{\pi d_1 a} = \frac{M_T}{\pi d_1^2 a} = \frac{607\,500\,Nmm}{\pi \cdot 48^2\,mm^2 \cdot 5\,mm}$$

$\tau_{schw\,1} = 16{,}8\,\frac{N}{mm^2}$

Beanspruchung auf Biegung

Freiträger mit Einzellasten

835.

$M_{b\,max} = W\,\sigma_{b\,zul}$

$W = \frac{bh^2}{6}$

$M_{b\,max,\,hoch} = W_{hoch}\,\sigma_{b\,zul}$

$$M_{b\,max,\,hoch} = \frac{100\,mm \cdot (200\,mm)^2}{6} \cdot 8\,\frac{N}{mm^2}$$

$M_{b\,max,\,hoch} = 5\,333 \cdot 10^3\,Nmm$

$M_{b\,max,\,flach} = W_{flach}\,\sigma_{b\,zul}$

$$M_{b\,max,\,flach} = \frac{200\,mm \cdot (100\,mm)^2}{6} \cdot 8\,\frac{N}{mm^2}$$

$M_{b\,max,\,flach} = 2\,667 \cdot 10^3\,Nmm$

$M_{b\,max,\,hoch} = 2 \cdot M_{b\,max,\,flach}$

836.

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{Fl}{\frac{bh^2}{6}} = \frac{6Fl}{bh^2}$$

$$F_{max} = \frac{\sigma_{b\,zul}\,bh^2}{6l} = \frac{70\,\frac{N}{mm^2} \cdot 10\,mm \cdot (1\,mm)^2}{6 \cdot 80\,mm} = 1{,}46\,N$$

837.

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{Fl}{\frac{bh^2}{6}} = \frac{6Fl}{bh^2}$$

$$l_{max} = \frac{\sigma_{b\,zul}\,bh^2}{6F_s} = \frac{260\,\frac{N}{mm^2} \cdot 12\,mm \cdot (20\,mm)^2}{6 \cdot 12\,000\,N}$$

$l_{max} = 17{,}3\,mm$

838.

a) $M_{b\,max} = Fl = 4\,200\,N \cdot 350\,mm = 1470 \cdot 10^3\,Nmm$

b) $$W_{erf} = \frac{M_{b\,max}}{\sigma_{b\,zul}} = \frac{1470 \cdot 10^3\,Nmm}{120\,\frac{N}{mm^2}} = 12{,}25 \cdot 10^3\,mm^3$$

c) $W_{\square} = \frac{a^3}{6}$

$a_{erf} = \sqrt[3]{6\,W_{erf}} = \sqrt[3]{6 \cdot 12{,}25 \cdot 10^3\,mm^3} = 42\,mm$

d) $W_{\diamond} = W_D = \sqrt{2}\,\frac{a_1^3}{12}$

$$a_{1\,erf} = \sqrt[3]{\frac{12\,W_{erf}}{\sqrt{2}}} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot 12{,}25 \cdot 10^3\,mm^3}{\sqrt{2}}} = 47\,mm$$

e) Ausführung c)

839.

a) $M_{b\,max} = Fl = 500\,N \cdot 100\,mm = 50 \cdot 10^3\,Nmm$

b) $$W_{erf} = \frac{M_{b\,max}}{\sigma_{b\,zul}} = \frac{50 \cdot 10^3\,Nmm}{280\,\frac{N}{mm^2}} = 178{,}57\,mm^3$$

c) $W_{\bigcirc} = \frac{\pi}{32} d^2$

$$d_{\text{erf}} = \sqrt[3]{\frac{32\, W_{\text{erf}}}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 178{,}57\,\text{mm}^3}{\pi}} = 12{,}21\,\text{mm}$$

$d = 13$ mm ausgeführt

d) $$\tau_{\text{a vorh}} = \frac{F}{A} = \frac{F}{\frac{\pi}{4} d^2} = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 500\,\text{N}}{\pi \cdot 13^2\,\text{mm}^2} = 3{,}77\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

840.

a) $$M_b = F \frac{l}{2} = \frac{25\,000\,\text{N} \cdot 80\,\text{mm}}{2} = 1\,000\,000\,\text{Nmm}$$

b) $$W_{\text{erf}} = \frac{M_b}{\sigma_{\text{b zul}}} = \frac{10^6\,\text{Nmm}}{95\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 1{,}0526 \cdot 10^4\,\text{mm}^3$$

c) $$d = \sqrt[3]{\frac{32\, W_{\text{erf}}}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1{,}0526 \cdot 10^4\,\text{mm}^3}{\pi}}$$

$= 47{,}507$ mm

$d = 50$ mm ausgeführt

d) $$\sigma_{\text{b vorh}} = \frac{M_b}{W_{\text{vorh}}} = \frac{M_b}{\frac{\pi \cdot d^3}{32}} = \frac{32\, M_b}{\pi \cdot d^3}$$

$$\sigma_{\text{b vorh}} = \frac{32 \cdot 10^6\,\text{Nmm}}{\pi \cdot 50^3\,\text{mm}^3} = 81{,}5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

841.

a) $M_{\text{b max}} = F_1 l_1 + F_2 l_2 + F_3 l_3$

$M_{\text{b max}} = (15 \cdot 2 + 9 \cdot 1{,}5 + 20 \cdot 0{,}8)$ kNm

$M_{\text{b max}} = 59{,}5$ kNm $= 59{,}5 \cdot 10^6$ Nmm

b) $$W_{\text{erf}} = \frac{M_{\text{b max}}}{\sigma_{\text{b zul}}} = \frac{59{,}5 \cdot 10^6\,\text{Nmm}}{120\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 496 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

c) IPE 300 mit

$W_x = 557 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$

d) $$\sigma_{\text{b vorh}} = \frac{M_{\text{b max}}}{W} = \frac{59\,500 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{557 \cdot 10^3\,\text{mm}^3} = 107\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

842.

a) $$d_{\text{erf}} = \sqrt[3]{\frac{F \cdot l_2/2}{0{,}1 \cdot \sigma_{\text{b zul}}}} = \sqrt[3]{\frac{57{,}5 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot 90\,\text{mm}}{0{,}1 \cdot 65\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}$$

$d_{\text{erf}} = 92{,}7$ mm

$d = 95$ mm ausgeführt

b) $$p_{\text{vorh}} = \frac{F}{A_{\text{proj}}} = \frac{F}{d\, l_2} = \frac{57{,}5 \cdot 10^3\,\text{N}}{95\,\text{mm} \cdot 180\,\text{mm}} = 3{,}36\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

843.

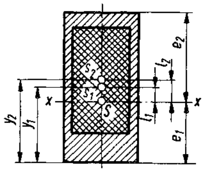
$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{F(l - \frac{d}{2})}{\frac{b h^2}{6}} = \frac{6F(l - \frac{d}{2})}{b \cdot (3b)^2} = \frac{6F(l - \frac{d}{2})}{9 b^3} = \frac{2F(l - \frac{d}{2})}{3 b^3}$$

$$b_{\text{erf}} = \sqrt[3]{\frac{2F(l - \frac{d}{2})}{3 \cdot \sigma_{\text{b zul}}}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 10 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot 195\,\text{mm}}{3 \cdot 80\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 25{,}3\,\text{mm}$$

$h_{\text{erf}} \approx 3 \cdot b_{\text{erf}} = 3 \cdot 25{,}3\,\text{mm} = 75{,}9\,\text{mm}$

ausgeführt z.B. $\square$ 80 × 25

844.



$A_{\square} e_1 = A_{\square} y_1 - A_{\square} y_2$

$A_{\square} = A_1 = 50\,\text{mm} \cdot 100\,\text{mm} = 5\,000\,\text{mm}^2$

$A_{\square} = A_2 = 40\,\text{mm} \cdot 70\,\text{mm} = 2\,800\,\text{mm}^2$

$A_{\square} = A = A_1 - A_2 = 2\,200\,\text{mm}^2$

$y_1 = 50\,\text{mm}; \qquad y_2 = 55\,\text{mm}$

$$e_1 = \frac{A_1 y_1 - A_2 y_2}{A} = \frac{(5000 \cdot 50 - 2800 \cdot 55)\,\text{mm}^3}{2200\,\text{mm}^2}$$

$e_1 = 43{,}6\,\text{mm}$

$e_2 = 100\,\text{mm} - e_1 = 56{,}4\,\text{mm}$

$l_1 = y_1 - e_1 = 6{,}4\,\text{mm}$

$l_2 = y_2 - e_1 = 11{,}4\,\text{mm}$

Mit dem Steiner'schen Verschiebesatz wird:

$I_x = I_1 + A_1 l_1^2 - (I_2 + A_2 l_2^2)$

$I_x = 416{,}7 \cdot 10^4\,\text{mm}^4 + 0{,}5 \cdot 10^4\,\text{mm}^2 \cdot 41\,\text{mm}^2$

$\quad - (114{,}3 \cdot 10^4\,\text{mm}^4 + 0{,}28 \cdot 10^4\,\text{mm}^2 \cdot 130\,\text{mm}^2)$

$I_x = 286{,}5 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$

$$I_1 = \frac{(5 \cdot 10^3)\,\text{cm}^4}{12} = 416{,}7\,\text{cm}^4 \qquad l_1^2 = 41\,\text{mm}^2$$

$$I_2 = \frac{(4 \cdot 7^3)\,\text{cm}^4}{12} = 114{,}3\,\text{cm}^4 \qquad l_2^2 = 130\,\text{mm}^2$$

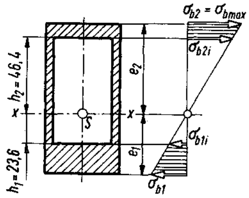
$$W_{x1} = \frac{I_x}{e_1} = \frac{286{,}5 \cdot 10^4\,\text{mm}^4}{43{,}6\,\text{mm}} = 65\,711\,\text{mm}^3$$

$$W_{x2} = \frac{I_x}{e_2} = \frac{286{,}5 \cdot 10^4\,\text{mm}^4}{56{,}4\,\text{mm}} = 50\,798\,\text{mm}^3$$

a) $$\sigma_{b1} = \frac{M_b}{W_{x1}} = \frac{5000 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{65{,}711 \cdot 10^3\,\text{mm}^3} = 76{,}1\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{b2} = \frac{M_b}{W_{x2}} = \frac{5000 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{50{,}798 \cdot 10^3\,\text{mm}^3} = 98{,}4\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \sigma_{\text{b max}}$$

b)



$$\frac{\sigma_{b1}}{\sigma_{b1i}} = \frac{e_1}{h_1} \qquad \frac{\sigma_{b2}}{\sigma_{b2i}} = \frac{e_2}{h_2}$$

$$\sigma_{b1i} = \sigma_{b1}\frac{h_1}{e_1} = 76{,}1\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot\frac{23{,}6\,\text{mm}}{43{,}6\,\text{mm}} = 41{,}2\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{b2i} = \sigma_{b2}\frac{h_2}{e_2} = 98{,}4\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot\frac{46{,}4\,\text{mm}}{56{,}4\,\text{mm}} = 81\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

845.

Aus dem maximalen Biegemoment $M_{b\,max}$ und der zulässigen Biegespannung $\sigma_{b\,zul}$ wird das erforderliche Widerstandsmoment berechnet (Biege-Hauptgleichung)

$$W_{x\,erf} = \frac{M_{b\,max}}{\sigma_{b\,zul}} = \frac{1050\cdot 10^6\,\text{Nmm}}{140\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 7{,}5\cdot 10^6\,\text{mm}^3.$$

Zur Bestimmung der Gurtplattendicke δ braucht man das erforderliche axiale Flächenmoment $I_{x\,erf}$ des Trägers:

$$I_{x\,erf} = W_{x\,erf}\,e = 7{,}5\cdot 10^6\,\text{mm}^3\cdot 450\,\text{mm} = 3375\cdot 10^6\,\text{mm}^4.$$

Nun kann mit Hilfe des Steiner'schen Verschiebesatzes eine Gleichung für I_x aufgestellt werden, in der die Gurtplattendicke δ enthalten ist, also

$$I_x = I_{x\,erf} = I_{Steg} + 2\,[I_{Gurt} + A_{Gurt}\,l^2]$$

$$I_x = \frac{t\,(h_1 - \delta)^3}{12} + 2\left[\frac{b\,\delta^3}{12} + b\,\delta\left(\frac{h_1}{2} - \frac{\delta}{2}\right)^2\right]$$

Diese Gleichung enthält die Variable (Unbekannte) in der dritten, zweiten und ersten Potenz und erscheint recht kompliziert.

Es ist aber auch möglich, das Gesamtflächenmoment I_x als Differenz zweier Teilflächenmomente anzusehen, die die gleiche Bezugsachse besitzen. Dadurch erhält man eine einfachere Beziehung, die letzten Endes auf die Gleichung

$$I_x = \frac{BH^3 - bh^3}{12} \text{ hinausläuft,}$$

die wir nur noch auf die Bezeichnungen der Aufgabe umzustellen und auszuwerten haben ($B = b$; $H = h_1$; $b = b - t$; $h = h_2$):

$$I_x = \frac{b h_1^3 - (b - t)\,h_2^3}{12} = I_{x\,erf}$$

$$h_{2\,erf} = \sqrt[3]{\frac{b h_1^3 - 12\,I_{x\,erf}}{b - t}}$$

$$h_{2\,erf} = \sqrt[3]{\frac{260\,\text{mm}\cdot(900\,\text{mm})^3 - 12\cdot 3375\cdot 10^6\,\text{mm}^4}{250\,\text{mm}}}$$

$h_{2\,erf} = 840\,\text{mm}$; $\qquad \delta = 30\,\text{mm}$

846.

Wie in 845 ermitteln wir

$$W_{erf} = \frac{M_{b\,max}}{\sigma_{b\,zul}} = \frac{168\cdot 10^6\,\text{Nmm}}{140\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 1{,}2\cdot 10^6\,\text{mm}^3$$

$$I_{erf} = W_{erf}\,e = 1{,}2\cdot 10^6\,\text{mm}^3\cdot 130\,\text{mm} = 156\cdot 10^6\,\text{mm}^4$$

Mit dem Steiner'schen Satz erhalten wir

$$I_{erf} = 2I_U + 2\left(\frac{bs^3}{12} + bs\cdot l^2\right)$$

$$I_{erf} = 2I_U + \frac{b}{6}s^3 + 2bsl^2 = 2I_U + b\left(\frac{s^3}{6} + 2sl^2\right)$$

$$b_{erf} = \frac{I_{erf} - 2I_U}{\frac{s^3}{6} + 2sl^2} = \frac{156\cdot 10^6\,\text{mm}^4 - 2\cdot 26{,}9\cdot 10^6\,\text{mm}^4}{\frac{(20\,\text{mm})^3}{6} + 2\cdot 20\,\text{mm}\cdot(120\,\text{mm})^2}$$

$b_{erf} = 177\,\text{mm}$

847.

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{Fl}{\frac{bh^2}{6}} = \frac{6Fl}{bh^2}$$

$$F_{max} = \frac{\sigma_{b\,zul}\,bh^2}{6l} = \frac{22\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot 120\,\text{mm}\cdot(250\,\text{mm})^2}{6\cdot 1800\,\text{mm}}$$

$F_{max} = 15\,278\,\text{N}$

848.

$M_{b\,max} = Fl = 50\cdot 10^3\,\text{N}\cdot 1{,}4\,\text{m} = 70\cdot 10^3\,\text{Nm}$

$W_{IPE} = 557\cdot 10^3\,\text{mm}^3$ nach Formelsammlung 4.27

$$\sigma_{b\,vorh} = \frac{M_{b\,max}}{W_{IPE}} = \frac{70\cdot 10^6\,\text{Nmm}}{557\cdot 10^3\,\text{mm}^3} = 125{,}7\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

849.

a) $M_{b\,max} = F_1 l_1 + F_2 l_2 = 10\,\text{kN}\cdot 1{,}5\,\text{m} + {}$
$+ 12{,}5\,\text{kN}\cdot 1{,}85\,\text{m}$

$M_{b\,max} = 38{,}125\,\text{kNm}$

b) $$W_{erf} = \frac{M_{b\,max}}{\sigma_{b\,zul}} = \frac{38{,}125\cdot 10^6\,\text{Nmm}}{140\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 272{,}32\cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

c) $$W_{xU} = \frac{W_{erf}}{2} = \frac{272{,}32\cdot 10^3\,\text{mm}^3}{2} = 136\cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

Nach Formelsammlung 4.29 wird das U-Profil mit dem nächsthöheren axialen Widerstandsmoment W_x gewählt:

U180 mit

$2\cdot W_{xU180} = 2\cdot 150\,\text{mm}^3 = 300\,\text{mm}^3$

850.

$$W_{\circledcirc} = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{d_a^4 - d_i^4}{d_a} = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{(300^4 - 280^4)\,\text{mm}^4}{300\,\text{mm}}$$

$$W_{\circledcirc} = 639{,}262 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

$$\sigma_b = \frac{Fl}{W}$$

$$F_{max} = \frac{W_{\circledcirc}\,\sigma_{b\,zul}}{l} = \frac{639{,}262 \cdot 10^3\,\text{mm}^3 \cdot 120\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{5{,}2 \cdot 10^3\,\text{mm}}$$

$$= 14752\,\text{N}$$

$$F_{max} = 14{,}752\,\text{kN}$$

851.

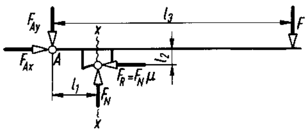
$$M_{b\,max} = Fl = 15 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot 2{,}8\,\text{m} = 42 \cdot 10^3\,\text{Nm}$$

$$W_{erf} = \frac{M_{b\,max}}{\sigma_{b\,zul}} = \frac{42 \cdot 10^6\,\text{Nmm}}{140\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 3 \cdot 10^5\,\text{mm}^3$$

Gewähltes Profil: IPE 240 mit $W_x = 3{,}24 \cdot 10^5\,\text{mm}^3$

852.

a)



$$\Sigma M_A = 0 = F_N l_1 - F_N \mu l_2 - F l_3$$

$$F_N = \frac{F l_3}{l_1 - \mu l_2} = \frac{500\,\text{N} \cdot 1600\,\text{mm}}{300\,\text{mm} - 0{,}5 \cdot 100\,\text{mm}} = 3200\,\text{N}$$

$$F_R = F_N \mu = 3200\,\text{N} \cdot 0{,}5 = 1600\,\text{N}$$

$$M_{b\,max} = M_{(x)} = F(l_3 - l_1) + F_R l_2$$

$$M_{b\,max} = 500\,\text{N} \cdot 1300\,\text{mm} + 1600\,\text{N} \cdot 100\,\text{mm} = 810\,\text{Nm}$$

b) $$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{M_b}{\frac{sh^2}{6}} = \frac{6 M_b}{s h^2} = \frac{6 M_b}{\frac{h}{4} \cdot h^2} = \frac{24 M_b}{h^3}$$

$$h_{erf} = \sqrt[3]{\frac{24 M_{b\,max}}{\sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\frac{24 \cdot 810 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{60\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 69\,\text{mm}$$

ausgeführt $h = 70\,\text{mm}$; $s = 18\,\text{mm}$

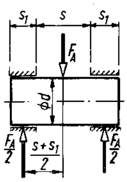
853.

Mit den in 852 berechneten Kräften $F_N = 3200\,\text{N}$ und $F_R = 1600\,\text{N}$ erhalten wir aus

$$\Sigma F_x = 0 = F_{Ax} - F_R \Longrightarrow F_{Ax} = F_R = 1600\,\text{N}$$

$$\Sigma F_y = 0 = -F_{Ay} + F_N - F \Longrightarrow F_{Ay} = F_N - F = 2700\,\text{N}$$

und damit



$$F_A = \sqrt{(F_{Ax})^2 + (F_{Ay})^2}$$

$$F_A = \sqrt{(256 \cdot 10^4 + 729 \cdot 10^4)\,\text{N}^2} = 3140\,\text{N}$$

$s = 18\,\text{mm}$ aus 852.

$$M_{b\,max} = \frac{F_A}{2}\left(\frac{s + s_1}{2}\right)$$

$$M_{b\,max} = 1570\,\text{N} \cdot \frac{18\,\text{mm} + 10\,\text{mm}}{2}$$

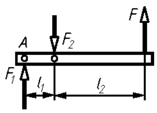
$$M_{b\,max} = 21980\,\text{Nmm}$$

a) $$d_{erf} = \sqrt[3]{\frac{M_{b\,max}}{0{,}1 \cdot \sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\frac{21{,}98 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{0{,}1 \cdot 60\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 15{,}4\,\text{mm}$$

$d = 16\,\text{mm}$ ausgeführt

b) $$p_{vorh} = \frac{F_A}{ds} = \frac{3140\,\text{N}}{16\,\text{mm} \cdot 18\,\text{mm}} = 10{,}9\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

854.



$$\Sigma M_{(A)} = 0 = -F_2 l_1 + F(l_1 + l_2)$$

$$F_2 = F\frac{l_1 + l_2}{l_1} = 750\,\text{N} \cdot \frac{400\,\text{mm}}{100\,\text{mm}} = 3000\,\text{N}$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_1 - F_2 + F$$

$$F_1 = F_2 - F = 2250\,\text{N}$$

F_1 und F_2 sind die von den Schrauben zu übertragenden Reibkräfte. Wir berechnen mit der größten Reibkraft F_2 die Schraubenzugkraft:

$$F_s = F_N = \frac{F_R}{\mu_0} = \frac{F_2}{\mu_0} = \frac{3000\,\text{N}}{0{,}15} = 20000\,\text{N}$$

a) $$A_{S\,erf} = \frac{F_s}{\sigma_{z\,zul}} = \frac{20\,000\,\text{N}}{100\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 200\,\text{mm}^2$$

gewählt 2 Schrauben M 20 ($A_s = 245\,\text{mm}^2$)

b) $$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{F l_2}{\frac{sb^2}{6}} = \frac{6 F l_2}{s b^2} = \frac{6 F l_2}{\frac{b}{10} \cdot b^2} = \frac{60 \cdot F l_2}{b^3}$$

$$b_{erf} = \sqrt[3]{\frac{60 \cdot F l_2}{\sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\frac{60 \cdot 750\,\text{N} \cdot 300\,\text{mm}}{100\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 51{,}3\,\text{mm}$$

ausgeführt ▭ 55 X 5

855.

a) $$p = \frac{F_r}{dl} = \frac{F_r}{d \cdot 1{,}2 d} = \frac{F_r}{1{,}2 d^2}$$

$$d_{erf} = \sqrt{\frac{F_r}{1{,}2 \cdot p_{zul}}} = \sqrt{\frac{1150\,\text{N}}{1{,}2 \cdot 2{,}5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 19{,}6\,\text{mm}$$

$d = 20\,\text{mm}$ ausgeführt

b) $l = 1{,}2 \cdot d = 24\,\text{mm}$ (ausgeführt)

c) $$p = \frac{F_a}{\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)} = \frac{4 F_a}{\pi (D^2 - d^2)}$$

$$D_{erf} = \sqrt{\frac{4 F_a}{\pi p_{zul}} + d^2} = \sqrt{\frac{4 \cdot 620\,\text{N}}{\pi \cdot 2{,}5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} + 20^2\,\text{mm}^2}$$

$D_{erf} = 26{,}8\,\text{mm}$

$D = 28\,\text{mm}$ ausgeführt

d) $\sigma_{b\,vorh} = \dfrac{M_b}{W} = \dfrac{F_r \frac{l}{2}}{\frac{\pi}{32} d^3} = \dfrac{32 \cdot F_r\, l}{2 \pi d^3}$

$$\sigma_{b\,vorh} = \frac{16}{\pi} \cdot \frac{F_r\, l}{d^3} = \frac{16}{\pi} \cdot \frac{1150\,\text{N} \cdot 24\,\text{mm}}{(20\,\text{mm})^3} = 17{,}6\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

856.

a) bis c) siehe Lehrbuch Abschnitt 5.7.7 (Übungen)

d) $\sigma_{z\,max} = \dfrac{M_{b\,max}\, e_2}{I_x}$; $\qquad \sigma_{d\,max} = \dfrac{M_{b\,max}\, e_1}{I_x}$

Hinweis: Zur Zugseite gehört hier e_2, zur Druckseite e_1.

$$\sigma_{z\,max} = \frac{F \cdot l \cdot e_2}{I_x} = \frac{F l}{W_{x2}}$$

$$F_{max\,1} = \frac{\sigma_{z\,zul} \cdot W_{x2}}{l} = \frac{50\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 958 \cdot 10^3\,\text{mm}^3}{400\,\text{mm}}$$

$F_{max\,1} = 119{,}8\,\text{kN}$

$$F_{max\,2} = \frac{\sigma_{z\,zul}\, W_{x1}}{l} = \frac{180\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 572 \cdot 10^3\,\text{mm}^3}{400\,\text{mm}}$$

$F_{max\,2} = 257{,}4\,\text{kN}$

Die Belastung darf also 119,8 kN nicht überschreiten ($F_{max} = 119\,800\,\text{N}$).

e) $\sigma_{z\,vorh} = \sigma_{z\,zul} = 50\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$$\sigma_{d\,vorh} = \frac{M_{b\,max}}{W_{x1}} = \frac{F_{max}\, l}{W_{x1}}$$

$$\sigma_{d\,vorh} = \frac{119\,800\,\text{N} \cdot 400\,\text{mm}}{572\,000\,\text{mm}^3} = 83{,}2\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < \sigma_{d\,zul}$$

857.

a) siehe Lehrbuch S. 226 und folgende

b) $d_{erf} = \sqrt[3]{\dfrac{32 \cdot F l_1}{\pi \cdot \sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\dfrac{32 \cdot 150\,\text{N} \cdot 140\,\text{mm}}{\pi \cdot 60\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}$

$= 15{,}2\,\text{mm}$

$d = 16\,\text{mm}$ ausgeführt

c) $W_{erf} = \dfrac{F l_2}{\sigma_{b\,zul}} = \dfrac{b h^2}{6} = \dfrac{\frac{h}{6} h^2}{6} = \dfrac{h^3}{36}$

$$h = \sqrt[3]{\frac{36\, F l_2}{\sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\frac{36 \cdot 150\,\text{N} \cdot 300\,\text{mm}}{60\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 30\,\text{mm}$$

$h = 30\,\text{mm}$; $\quad b = \dfrac{h}{6} = 5\,\text{mm}$

858.

a) $p = \dfrac{F_r}{d_2\, l} = \dfrac{F_r}{d_2 \cdot 1{,}3\, d_2} = \dfrac{F_r}{1{,}3 \cdot d_2^2} \leqslant p_{zul}$

$$d_{2\,erf} = \sqrt{\frac{F_r}{1{,}3 \cdot p_{zul}}} = \sqrt{\frac{1260\,\text{N}}{1{,}3 \cdot 2{,}5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 19{,}7\,\text{mm}$$

$d_2 = 20\,\text{mm}$ ausgeführt

$l = 1{,}3 \cdot d_2 = 1{,}3 \cdot 20\,\text{mm} = 26\,\text{mm}$

b) $p = \dfrac{F_a}{\frac{\pi}{4}(d_3^2 - d_2^2)} \leqslant p_{zul}$

$$d_3^2 - d_2^2 = \frac{4 \cdot F_a}{\pi \cdot p_{zul}}$$

$$d_{3\,erf} = \sqrt{\frac{4 \cdot F_a}{\pi \cdot p_{zul}} + d_2^2} = \sqrt{\frac{4 \cdot 410\,\text{N}}{\pi \cdot 2{,}5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} + 20^2\,\text{mm}^2}$$

$= 24{,}7\,\text{mm}$

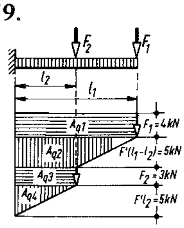
$d_3 = 25\,\text{mm}$ ausgeführt

c) $\sigma_{b\,vorh} = \dfrac{F_r \frac{l}{2}}{\frac{\pi}{32}\left(\frac{d_2^4 - d_1^4}{d_2}\right)} = \dfrac{1260\,\text{N} \cdot 13\,\text{mm}}{\frac{\pi}{32}\left(\frac{20^4 - 4^4}{20}\right)\text{mm}^3}$

$$\sigma_{b\,vorh} = 20{,}9\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

859.

a)



$F' = \dfrac{10\,000\,\text{N}}{0{,}8\,\text{m}} = 12\,500\,\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$

siehe Lehrbuch, Abschnitt 5.9.8

$M_{b\,max} \mathrel{\widehat{=}} A_{q1} + A_{q2} + A_{q3} + A_{q4}$

$A_{q1} = F_1\, l_1 = 4\,000\,\text{N} \cdot 0{,}8\,\text{m} = 3\,200\,\text{Nm}$

$$A_{q2} = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot F'(l_1 - l_2)$$

$$A_{q2} = \frac{1{,}2\,\text{m}}{2} \cdot 12\,500\,\frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0{,}4\,\text{m} = 3\,000\,\text{Nm}$$

$A_{q3} = F_2\, l_2 = 3\,000\,\text{N} \cdot 0{,}4\,\text{m} = 1\,200\,\text{Nm}$

$$A_{q4} = \frac{l_2}{2} F' l_2 = F' \frac{l_2^2}{2} = 12\,500\,\frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot \frac{(0{,}4\,\text{m})^2}{2} = 1\,000\,\text{Nm}$$

$M_{b\,max} = 8\,400\,\text{Nm} = 8\,400 \cdot 10^3\,\text{Nmm}$

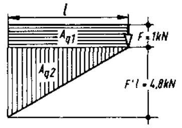
b) $W_{erf} = \dfrac{M_{b\,max}}{\sigma_{b\,zul}} = \dfrac{8\,400 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{12\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 700 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$

c) $W = \dfrac{b h^2}{6} = \dfrac{\frac{3}{4} h \cdot h^2}{6} = \dfrac{h^3}{8}$

$h_{erf} = \sqrt[3]{8\, W_{erf}} = \sqrt[3]{8 \cdot 700 \cdot 10^3\,\text{mm}^3} = 178\,\text{mm}$

$h = 180\,\text{mm}$; $\quad b = \dfrac{3}{4} h = 135\,\text{mm}$ ausgeführt

860.



$F' = 4\,\frac{\text{kN}}{\text{m}}$ siehe Lehrbuch, Abschnitt 5.9.8

$M_{b\,max} \mathrel{\hat{=}} A_{q1} + A_{q2}$

$A_{q1} = Fl = 1000\,\text{N} \cdot 1{,}2\,\text{m} = 1200\,\text{Nm}$

$$A_{q2} = \frac{l}{2} F' l = F' \frac{l^2}{2} = 4000\,\frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot \frac{(1{,}2\,\text{m})^2}{2} = 2\,880\,\text{Nm}$$

$M_{b\,max} = 4\,080\,\text{Nm} = 4\,080 \cdot 10^3\,\text{Nmm}$

$$W_{erf} = \frac{M_{b\,max}}{\sigma_{b\,zul}} = \frac{4\,080 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{120\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 34 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

gewählt IPE 100 mit $W_x = 34{,}2 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$

$$\sigma_{b\,vorh} = \frac{M_{b\,max}}{W_x} = \frac{4\,080 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{34{,}2 \cdot 10^3\,\text{mm}^3} = 119{,}3\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

861.

a) $M_{b\,max} = Fl$

$M_{b\,max} = 5\,000\,\text{N} \cdot 2{,}5\,\text{m} = 12\,500\,\text{Nm}$

$$W_{erf} = \frac{M_{b\,max}}{\sigma_{b\,zul}} = \frac{12\,500 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{140\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 89{,}3 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

gewählt IPE 160 mit $W_x = 109 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$

b) $M_{b\,max} = \frac{Fl}{2}$

$$M_{b\,max} = \frac{5\,000\,\text{N} \cdot 2{,}5\,\text{m}}{2} = 6\,250\,\text{Nm}$$

$$W_{erf} = \frac{M_{b\,max}}{\sigma_{b\,zul}} = \frac{6\,250 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{140\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 44{,}6 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

gewählt IPE 120 mit $W_x = 53 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$

c) $F_{G1} = F'_{G1} l = 155\,\frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 2{,}5\,\text{m} = 387{,}5\,\text{N}$

$F_{G2} = F'_{G2} l = 102\,\frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 2{,}5\,\text{m} = 255\,\text{N}$

Für Fall a) *ohne* Gewichtskraft F_{G1} wird:

$$\sigma_{b\,vorh} = \frac{M_{b\,max}}{W_x} = \frac{12500 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{109 \cdot 10^3\,\text{mm}^3} = 115\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Allein durch die Gewichtskraft F_{G1} wird:

$$\sigma_{b\,vorh} = \frac{F_{G1} l}{2 W_x} = \frac{387{,}5\,\text{N} \cdot 2{,}5 \cdot 10^3\,\text{mm}}{2 \cdot 109 \cdot 10^3\,\text{mm}^3} = 4{,}44\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Damit ergibt sich:

$$\sigma_{b\,gesamt} = (115 + 4{,}44)\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \approx 119{,}4\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < \sigma_{b\,zul}$$

Für *Fall b)* wird ebenso gerechnet und erkannt:
Die Gewichtskraft erhöht die vorhandene Biegespannung nur geringfügig.

862.

a) $p = \frac{F}{A_{proj}} = \frac{F}{dl}$

$$d_{erf} = \frac{F}{p_{zul}\, l} = \frac{60\,000\,\text{N}}{2\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 180\,\text{mm}} = 167\,\text{mm}$$

$d = 170\,\text{mm}$ ausgeführt

b) $M_{b\,max} = \frac{Fl}{2}$

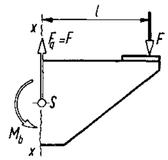
$$M_{b\,max} = \frac{60 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot 180\,\text{mm}}{2} = 5\,400 \cdot 10^3\,\text{Nmm}$$

c) $$\sigma_{b\,vorh} = \frac{M_{b\,max}}{W} = \frac{M_{b\,max}}{\frac{\pi}{32} d^3} = \frac{32 \cdot M_{b\,max}}{\pi\, d^3}$$

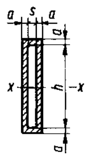
$$\sigma_{b\,vorh} = \frac{32 \cdot 5\,400 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{\pi \cdot (170\,\text{mm})^3} = 11{,}2\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

863.

a)



$M_b = Fl$
$F_q = F$



$$W_x = \frac{\overbrace{(2a+s)}^{B} \cdot \overbrace{(2a+h)^3}^{H^3} \overbrace{- s \cdot h^3}^{-b \cdot h^3}}{6\underbrace{(2a+h)}_{H}}$$

$M_b = Fl = 26\,000\,\text{N} \cdot 320\,\text{mm}$

$M_b = 8\,320 \cdot 10^3\,\text{Nmm}$

$$W_x = \frac{28\,\text{mm} \cdot (266\,\text{mm})^3 - 12\,\text{mm} \cdot (250\,\text{mm})^3}{6 \cdot 266\,\text{mm}}$$

$W_x = 212{,}7 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$

$$\sigma_{schw\,b} = \frac{M_b}{W_x} = \frac{8320 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{212{,}7 \cdot 10^3\,\text{mm}^3} = 39{,}1\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

b) $$\tau_{schw\,s} = \frac{F_q}{A} = \frac{F_q}{(2a+s)(2a+h) - sh}$$

$$\tau_{schw\,s} = \frac{26\,000\,\text{N}}{28\,\text{mm} \cdot 266\,\text{mm} - 12\,\text{mm} \cdot 250\,\text{mm}} = 5{,}8\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

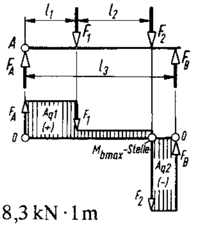
Stützträger mit Einzellasten

864.

a) $\Sigma M_{(A)} = 0 = -F_1 l_1 - F_2(l_1 + l_2) + F_B l_3$

$$F_B = \frac{F_1 l_1 + F_2(l_1 + l_2)}{l_3} = 28{,}3 \text{ kN}$$

Auf gleiche Weise
$F_A = 11{,}7$ kN
(Kontrolle mit $\Sigma F_y = 0$)



b) $M_{b\,max} \mathrel{\hat{=}} A_{q2} = A_{q1}$
$M_{b\,max} = F_B(l_3 - l_1 - l_2) = 28{,}3 \text{ kN} \cdot 1 \text{ m}$
$M_{b\,max} = 28{,}3 \text{ kNm} = 28{,}3 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$

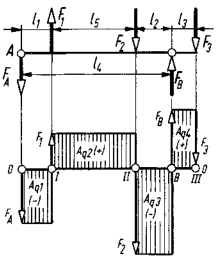
865.

a) $\Sigma M_{(A)} = 0 = F_1 l_1 - F_2(l_4 - l_2) + F_B l_4 - F_3(l_3 + l_4)$

$$F_B = \frac{F_2(l_4 - l_2) + F_3(l_3 + l_4) - F_1 l_1}{l_4} = 4{,}76 \text{ kN}$$

Auf gleiche Weise $F_A = -1{,}76$ kN (nach unten gerichtet.) (Kontrolle mit $\Sigma F_y = 0$.)

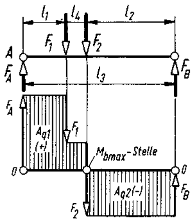
b)



$M_{bI} \mathrel{\hat{=}} A_{q1} = F_A l_1 = 1760 \text{ N} \cdot 0{,}1 \text{ m} = 176 \text{ Nm}$
$M_{bII} \mathrel{\hat{=}} A_{q1} - A_{q2} = F_A l_1 - (F_1 - F_A) l_5$
$l_5 = l_4 - (l_1 + l_2)$
$M_{bII} = 176 \text{ Nm} - 1240 \text{ N} \cdot 0{,}28 \text{ m} = -171{,}2 \text{ Nm}$
(Minus-Vorzeichen ohne Bedeutung)

$M_{bB} \mathrel{\hat{=}} A_{q4} = F_3 l_3 = 2\,000 \text{ N} \cdot 0{,}08 \text{ m} = 160 \text{ Nm}$
$M_{bIII} = 0$

866.



$\Sigma M_A = 0 = -F_1 l_1 - F_2(l_3 - l_2) + F_B l_3$

$$F_B = \frac{F_1 l_1 + F_2(l_3 - l_2)}{l_3} = 14\,280 \text{ N}$$

Auf gleiche Weise $F_A = 24\,720$ N
(Kontrolle mit $\Sigma F_y = 0$)

$M_{b\,max} \mathrel{\hat{=}} A_{q2} = F_B l_2 = 14\,280 \text{ N} \cdot 2{,}9 \text{ m} = 41\,412 \text{ Nm}$
zur Kontrolle:
$M_{b\,max} \mathrel{\hat{=}} A_{q1} = F_A l_1 + (F_A - F_1) l_4$
$M_{b\,max} = 24\,720 \text{ N} \cdot 1{,}4 \text{ m} + 9\,720 \text{ N} \cdot 0{,}7 \text{ m} = 41\,412 \text{ Nm}$

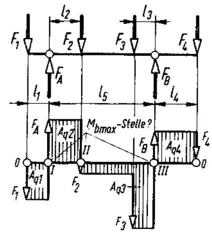
$$W_{erf} = \frac{M_{b\,max}}{\sigma_{b\,zul}} = \frac{41\,412 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{140 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 295{,}8 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

gewählt 2 IPE 200
mit $W_x = 2 \cdot 194 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 = 388 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$

867.

a) Stützkräfte wie üblich (z.B. 864...866):
$F_A = 21\,500$ N; $F_B = 28\,500$ N

b)

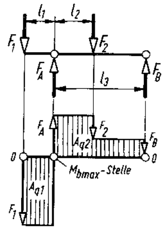


$M_{bI} \mathrel{\hat{=}} A_{q1} = F_1 l_1 = 10 \text{ kN} \cdot 1 \text{ m} = 10 \text{ kNm}$
$M_{bII} \mathrel{\hat{=}} A_{q1} - A_{q2} = F l_1 - (F_A - F_1) l_2 = -7{,}25 \text{ kN}$
$M_{bIII} \mathrel{\hat{=}} A_{q4} = F_4 l_4 = 10 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} = 20 \text{ kNm}$
$M_{b\,max} = M_{bIII} = 20 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$

868.

a) Wie üblich (z.B. 864...866):
$F_A = 5\,620$ N; $F_B = -620$ N (nach unten gerichtet)

b)



$M_{b\,max} \mathrel{\hat{=}} A_{q1} = F_1 l_1 = 3{,}6 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} = 7{,}2 \text{ kNm}$

c) $$W_{erf} = \frac{M_{b\,max}}{\sigma_{b\,zul}} = \frac{7\,200 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{120 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 60 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

gewählt IPE 140 mit $W_x = 77{,}3 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$

869.

Stützkräfte wie üblich (z.B. 864...866):
$F_A = 7\,800\,\text{N}$; $F_B = 5\,200\,\text{N}$

$M_{b\,max}$ wie üblich mit Querkraftfläche:
$M_{b\,max} = F_A\,l_1 = 7\,800\,\text{N} \cdot 1{,}8\,\text{m} = 14\,040\,\text{Nm}$

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{M_b}{\frac{bh^2}{6}} = \frac{6 \cdot M_b}{\frac{h}{2{,}5} \cdot h^2} = \frac{15 \cdot M_b}{h^3}$$

$$h_{erf} = \sqrt[3]{\frac{15 \cdot M_{b\,max}}{\sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\frac{15 \cdot 14\,040 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{18\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 227\,\text{mm}$$

$h = 230\,\text{mm}$; $b = 90\,\text{mm}$ ausgeführt

870.

Bei gleicher Masse m, Länge l und gleicher Dichte ρ müssen auch die Querschnittsflächen gleich groß sein ($A_1 = A_2 = A$). Daher gilt

a) $A_\circ = \frac{\pi}{4} d_1^2 = A$

$$A_{\circledcirc} = \frac{\pi}{4}(D_2^2 - d_2^2) = A$$

$$\frac{\pi}{4} d_1^2 = \frac{\pi}{4}\left[D_2^2 - \left(\frac{2}{3}D_2\right)^2\right]$$

$$d_1^2 = D_2^2 - \frac{4}{9}D_2^2$$

$$d_1^2 = \frac{5}{9}D_2^2$$

$$D_2 = d_1\sqrt{\frac{9}{5}} = 100\,\text{mm} \cdot 1{,}342$$

$$D_2 = 134{,}2\,\text{mm}$$

$$d_2 = \frac{2}{3}D_2 = 89{,}5\,\text{mm}$$

b) $W_1 = \frac{\pi}{32} d_1^3 = 98{,}174 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$

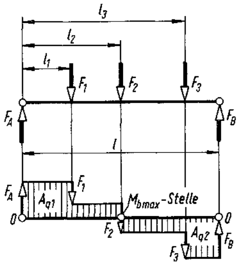
$$W_2 = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{D_2^4 - d_2^4}{D_2} = 190{,}338 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

c) $M_{b\,max} = \frac{F}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{Fl}{4}$

$$F_1 = \frac{4 \cdot \sigma_{b\,zul} \cdot W_1}{l} = 39\,270\,\text{N}$$

$$F_2 = \frac{4 \cdot \sigma_{b\,zul} \cdot W_2}{l} = 76\,136\,\text{N}$$

871.



a) $\Sigma M_{(A)} = 0 = -F_1 l_1 - F_2 l_2 - F_3 l_3 + F_B l$

$$F_B = \frac{F_1 l_1 + F_2 l_2 + F_3 l_3}{l} = 28{,}75\,\text{kN}$$

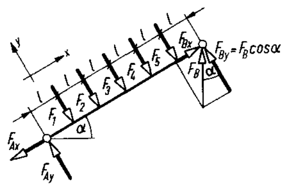
$$F_A = F_1 + F_2 + F_3 - F_B = 24{,}25\,\text{kN}$$

b) $M_{b\,max} = F_B(l - l_2) - F_3(l_3 - l_2) = 50\,250\,\text{Nmm}$

c) $W_{erf} = \frac{M_{b\,max}}{\sigma_{b\,zul}} = \frac{50\,250\,\text{Nmm}}{120\,\text{N/mm}^2} = 418{,}75\,\text{mm}^3$

gewählt: IPE 270
$W_x = 429 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$

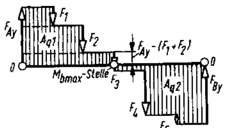
872.



$$\Sigma M_{(A)} = 0 = -F_1 l - F_2 \cdot 2l - F_3 \cdot 3l - F_4 \cdot 4l - F_5 \cdot 5l + F_{By} \cdot 6l$$

$$F_{By} = \frac{l(F_1 + 2F_2 + 3F_3 + 4F_4 + 5F_5)}{6l} = 6500\,\text{N}$$

$$F_{Ay} = \Sigma F - F_{By} = 6\,500\,\text{N}$$



$$M_{b\,max} \mathrel{\hat=} A_{q1} = F_1 l + F_2 \cdot 2l + \overbrace{[F_{Ay} - (F_1 + F_2)]}^{1{,}5\,\text{kN}} \cdot 3l$$

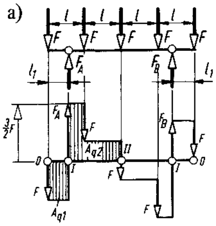
$$M_{b\,max} = 1{,}2\,\text{m}\,(2\,\text{kN} + 6\,\text{kN} + 4{,}5\,\text{kN}) = 15\,\text{kNm}$$

$$W_{erf} = \frac{M_{b\,max}}{\sigma_{b\,zul}} = \frac{15\,000 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{120\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 125 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

gewählt 2 U 140 DIN 1026
mit $W_x = 2 \cdot 86{,}4 \cdot 10^3\,\text{mm}^3 = 172{,}8 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$

873.

a)



$F = 2\,500\,\text{N}$
$l = 600\,\text{mm}$

Bei symmetrischer Belastung wird $F_A = F_B = \frac{5F}{2}$

Bei symmetrischer Belastung kann $M_{b\,max}$ in I oder in II liegen. Nur wenn in beiden Querschnittsstellen der Betrag des Biegemomentes gleich groß ist ($M_{b\,I} = M_{b\,II}$), wird $M_{b\,max}$ am kleinsten.

Für Querschnittsstelle I gilt

$M_{b\,I} \mathrel{\hat=} A_{q\,I} = F l_1$

ebenso für Querschnittsstelle II:

$M_{b\,II} \mathrel{\hat=} A_{q1} - A_{q2} = F l_1 - [\frac{3}{2}F(l - l_1) + \frac{F}{2}l]$

Beide Ausdrücke gleichgesetzt und nach l_1 aufgelöst ergibt:

$$M_{b\,I} = M_{b\,II}$$
$$A_{q\,I} = A_{q\,II} - A_{q\,I}$$
$$2\,A_{q\,I} = A_{q\,II}$$

$$2\,Fl_1 = \frac{3}{2}F(l-l_1) + \frac{F}{2}l \mid :F$$

$$2\,l_1 = \frac{3}{2}l - \frac{3}{2}l_1 + \frac{l}{2}$$

$$\frac{7}{2}l_1 = 2\,l$$

$$l_1 = \frac{4}{7}l = \frac{4}{7}\cdot 600\,\text{mm} = 342{,}9\,\text{mm}$$

b) $M_{b\,I} = Fl_1 = 2500\,\text{N}\cdot 0{,}3429\,\text{m} = 857{,}25\,\text{Nm}$

$$M_{b\,II} = F\cdot 2l - \frac{5}{2}F(2l-l_1) + Fl$$

$$M_{b\,II} = F(2{,}5\,l_1 - 2l) = 2500\,\text{N}\left(2{,}5\cdot\frac{4}{7}\cdot 0{,}6 - 2\cdot 0{,}6\right)\text{m}$$

$$M_{b\,II} = -857{,}14\,\text{Nm}$$

$$M_{b\,max} = M_{b\,I} = |M_{b\,II}| = 857{,}25\,\text{Nm}$$

c) $W_{erf} = \dfrac{M_{b\,max}}{\sigma_{b\,zul}} = \dfrac{857{,}25\cdot 10^3\,\text{Nmm}}{120\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 7{,}1438\cdot 10^3\,\text{Nmm}$

Es genügt das kleinste Profil:
IPE 80 mit $W_x = 20\cdot 10^3\,\text{mm}^3$

874.

$M_{b\,max}$ kann nur am Rollenstützpunkt wirken:

$M_{b\,max} = Fl_1$

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{M_b}{\frac{bh^2}{6}} = \frac{6\cdot Fl_1}{10h\cdot h^2} = \frac{0{,}6\cdot Fl_1}{h^3}$$

$$h_{erf} = \sqrt[3]{\frac{0{,}6\cdot Fl_1}{\sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\frac{0{,}6\cdot 10^3\,\text{N}\cdot 2{,}5\cdot 10^3\,\text{mm}}{8\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}$$

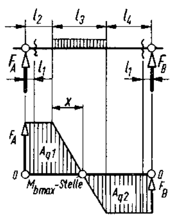
$$= 57{,}2\,\text{mm}$$

$h = 58\,\text{mm}$; $b = 580\,\text{mm}$ ausgeführt

875.

a) Stützkräfte wie üblich:
$F_A = 11{,}43\,\text{kN}$; $F_B = 8{,}57\,\text{kN}$

b)



Berechnung von x mit Strahlensatz:

$$\frac{F}{l_3} = \frac{F_A}{x} \Rightarrow x = \frac{F_A}{F}l_3 = \frac{11{,}43\,\text{kN}}{20\,\text{kN}}\cdot 120\,\text{mm} = 68{,}58\,\text{mm}$$

$$M_{b\,max} \mathrel{\hat{=}} A_{q1} = F_A l_2 + \frac{F_A x}{2} = F_A\left(l_2 + \frac{x}{2}\right)$$

$$M_{b\,max} = 11{,}43\,\text{kN}\cdot 94{,}29\,\text{mm} = 1078\cdot 10^3\,\text{Nmm}$$

c) $d_{3\,erf} = \sqrt[3]{\dfrac{M_{b\,max}}{0{,}1\cdot\sigma_{b\,zul}}}$

$$d_{3\,erf} = \sqrt[3]{\frac{1078\cdot 10^3\,\text{Nmm}}{0{,}1\cdot 50\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 60\,\text{mm} \quad \text{(ausgeführt)}$$

d) $d_{1\,erf} = \sqrt[3]{\dfrac{M_{b\,1}}{0{,}1\cdot\sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\dfrac{F_A\,l_1}{0{,}1\cdot\sigma_{b\,zul}}}$

$$d_{1\,erf} = \sqrt[3]{\frac{11{,}43\cdot 10^3\,\text{N}\cdot 20\,\text{mm}}{0{,}1\cdot 50\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 36\,\text{mm (ausgeführt)}$$

$$d_{2\,erf} = \sqrt[3]{\frac{F_B\,l_1}{0{,}1\cdot\sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\frac{8{,}57\cdot 10^3\,\text{N}\cdot 20\,\text{mm}}{0{,}1\cdot 50\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 33\,\text{mm}$$

$d_2 = 34\,\text{mm}$ ausgeführt

e) $p_{A\,vorh} = \dfrac{F_A}{d_1\cdot 2\,l_1} = \dfrac{11430\,\text{N}}{2\cdot 36\,\text{mm}\cdot 20\,\text{mm}} = 7{,}9\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$$p_{B\,vorh} = \frac{F_B}{d_2\cdot 2\,l_1} = \frac{8\,570\,\text{N}}{2\cdot 34\,\text{mm}\cdot 20\,\text{mm}} = 6{,}3\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

876.

a) $M_{b\,max} = \dfrac{F}{2}\left(\dfrac{l_1+l_2}{2}\right) = 600\,\text{N}\cdot 5{,}75\,\text{mm} = 3\,450\,\text{Nmm}$

$$W = \frac{\pi}{32}d^3 = \frac{\pi}{32}(6\,\text{mm})^3 = 21{,}2\,\text{mm}^3$$

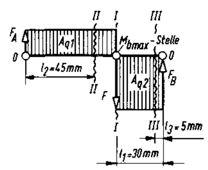
$$\sigma_{b\,vorh} = \frac{M_{b\,max}}{W} = \frac{3\,450\,\text{Nmm}}{21{,}2\,\text{mm}^3} = 163\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

b) $\tau_{a\,vorh} = \dfrac{F}{Am} = \dfrac{1200\,\text{N}}{\frac{\pi}{4}\cdot(6\,\text{mm})^2\cdot 2} = 21{,}2\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

c) $p_{max} = \dfrac{F}{2\,l_2\,d} = \dfrac{1200\,\text{N}}{2\cdot 3{,}5\,\text{mm}\cdot 6\,\text{mm}} = 28{,}6\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

877.

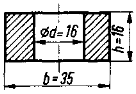
a) Stützkräfte: $F_A = 883\,\text{N}$; $F_B = 1767\,\text{N}$



$$M_{b\,I} = M_{b\,max} = F_B\,l_1 = 1767\,\text{N}\cdot 30\,\text{mm} = 53\cdot 10^3\,\text{Nmm}$$

$$M_{b\,II} = F_A\,l_2 = 883\,\text{N}\cdot 45\,\text{mm} = 39{,}7\cdot 10^3\,\text{Nmm}$$

$$M_{b\,III} = F_B\,l_3 = 1767\,\text{N}\cdot 5\,\text{mm} = 8{,}84\cdot 10^3\,\text{Nmm}$$

b) $\sigma_{b\,I} = \frac{M_{b\,I}}{W_I}$;  Schnitt I–I

$$W_I = \frac{h^2}{6}(b-d)$$

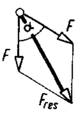
$$W_I = \frac{(16\,\text{mm})^2}{6}\cdot(35-16)\,\text{mm} = 810{,}7\,\text{mm}^3$$

$$\sigma_{b\,I} = \frac{53\,000\,\text{Nmm}}{810{,}7\,\text{mm}^3} = 65{,}4\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

c) $\sigma_{b\,II} = \frac{M_{b\,II}}{W_{II}} = \frac{32\cdot 39\,700\,\text{Nmm}}{\pi\cdot(16\,\text{mm})^3} = 98{,}7\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

d) $\sigma_{b\,III} = \frac{M_{b\,III}}{W_{III}} = \frac{32\cdot 8\,840\,\text{Nmm}}{\pi\cdot(12\,\text{mm})^3} = 52{,}1\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

878.

a) 

$$F_{res} = \sqrt{F^2 + F^2 + 2F^2\cos\alpha}$$

$$F_{res} = \sqrt{2F^2(1+\cos\alpha)}$$

$$F_{res} = \sqrt{2\cdot 64\,(\text{kN})^2\cdot 1{,}5} = 13{,}85\,\text{kN}$$

b) $F_A = 4\,155\,\text{N}$; $F_B = 9\,695\,\text{N}$

$$M_{b\,max} = F_A l_1 = 4\,155\,\text{N}\cdot 0{,}42\,\text{m} = 1745\,\text{Nm}$$

d) $d_{erf} = \sqrt[3]{\frac{M_{b\,max}}{0{,}1\cdot\sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\frac{1745\cdot 10^3\,\text{Nmm}}{0{,}1\cdot 90\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 58\,\text{mm}$

e) $\sigma_{b\,vorh} = \frac{32\cdot M_{b\,max}}{\pi d^3} = \frac{32\cdot 1745\cdot 10^3\,\text{Nmm}}{\pi(60\,\text{mm})^3}$

$$\sigma_{b\,vorh} = 82{,}3\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Mit der Ungefährbeziehung $W \approx 0{,}1\,d^3$ würde

$$\sigma_{b\,vorh} = \frac{M_{b\,max}}{0{,}1\,d^3} = \frac{1745\cdot 10^3\,\text{Nmm}}{0{,}1\cdot(60\,\text{mm})^3} = 80{,}8\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

879.

a) $M_{b\,max} = \frac{F}{2}\cdot\frac{l_2}{2} = \frac{F l_2}{4} = \frac{45\cdot 10^3\,\text{N}\cdot 10\,\text{m}}{4}$

$$= 1{,}125\cdot 10^5\,\text{Nm}$$

$$W_{erf} = \frac{M_{b\,max}}{\sigma_{b\,zul}} = \frac{1{,}125\cdot 10^8\,\text{Nmm}}{85\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 1323{,}5\cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

$$W_{x\,erf} = \frac{W_{erf}}{2} = 661{,}73\cdot 10^3\,\text{mm}^3 \text{ je Profil}$$

gewählt IPE 330 mit $W_x = 713\cdot 10^3\,\text{mm}^3$

$$\sigma_{b\,vorh} = \frac{M_{b\,max}}{2\cdot W_x} = \frac{1{,}125\cdot 10^8\,\text{Nmm}}{2\cdot 713\cdot 10^3\,\text{mm}^3} = 78{,}9\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

b) $M_{b\,max} = \frac{F l_2}{4} - \frac{F l_1}{4} = \frac{F(l_2 - l_1)}{4}$

$$M_{b\,max} = \frac{45\cdot 10^3\,\text{N}\cdot(10-0{,}6)\,\text{m}}{4} = 1{,}0575\cdot 10^5\,\text{Nm}$$

$$W_{erf} = \frac{M_{b\,max}}{\sigma_{b\,zul}} = \frac{1{,}0575\cdot 10^8\,\text{Nmm}}{85\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 1244{,}1\cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

$$W_{x\,erf} = \frac{W_{erf}}{2} = 622\cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

Es bleibt bei IPE 330 wie unter a)

$$\sigma_{b\,vorh} = \frac{M_{b\,max}}{2\cdot W_x} = \frac{1{,}0575\cdot 10^8\,\text{Nmm}}{2\cdot 713\cdot 10^3\,\text{mm}^3} = 74{,}2\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

880.

a) $e_1 = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{A}$ $\qquad e_2 = h - e_1$

$$A_1 = b_2 d_2 = (90\cdot 30)\,\text{mm}^2 = 2\,700\,\text{mm}^2$$

$$A_2 = (h - d_1 - d_2)\,d_3 = (110\cdot 20)\,\text{mm}^2 = 2\,200\,\text{mm}^2$$

$$A_3 = b_1 d_1 = (120\cdot 20)\,\text{mm}^2 = 2\,400\,\text{mm}^2$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = 7\,300\,\text{mm}^2$$

$$y_1 = \frac{d_2}{2} = 15\,\text{mm};\quad y_2 = 85\,\text{mm};\quad y_3 = 150\,\text{mm}$$

$$e_1 = \frac{(2700\cdot 15 + 2200\cdot 85 + 2400\cdot 150)\,\text{mm}^3}{7300\,\text{mm}^2} = 80{,}5\,\text{mm}$$

$$e_2 = 160\,\text{mm} - 80{,}5\,\text{mm} = 79{,}5\,\text{mm}$$

b) $I = I_1 + A_1 l_1^2 + I_2 + A_2 l_2^2 + I_3 + A_3 l_3^2$

$$I_1 = \frac{b_2 d_2^3}{12} = \frac{90\,\text{mm}\cdot(30\,\text{mm})^3}{12} = 20{,}25\cdot 10^4\,\text{mm}^4$$

$$I_2 = \frac{20\,\text{mm}\cdot(110\,\text{mm})^3}{12} = 221{,}8\cdot 10^4\,\text{mm}^4$$

$$I_3 = \frac{120\,\text{mm}\cdot(20\,\text{mm})^3}{12} = 8\cdot 10^4\,\text{mm}^4$$

$$l_1^2 = \left(e_1 - \frac{d_2}{2}\right)^2 = 65{,}5^2\,\text{mm}^2 = 4\,290\,\text{mm}^2$$

$$l_2^2 = (85\,\text{mm} - e_1)^2 = 20{,}25\,\text{mm}^2$$

$$l_3^2 = \left(e_2 - \frac{d_1}{2}\right)^2 = 4\,830\,\text{mm}^2$$

$$I = (20{,}25 + 0{,}27\cdot 4290 + 221{,}8 + 0{,}22\cdot 20{,}25 + 8 + 0{,}24\cdot 4830)\cdot 10^4\,\text{mm}^4$$

$$I = 2572\cdot 10^4\,\text{mm}^4$$

c) $W_1 = \frac{I}{e_1} = \frac{2572\cdot 10^4\,\text{mm}^4}{80{,}5\,\text{mm}} = 319{,}5\cdot 10^3\,\text{mm}^3$

$$W_2 = \frac{I}{e_2} = \frac{2572\cdot 10^4\,\text{mm}^4}{79{,}5\,\text{mm}} = 323{,}5\cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

d) Stützkräfte wie üblich:

$F_A = 9\,000\,\text{N}$; $\quad F_B = 6\,000\,\text{N}$

$$M_{b\,max} = F_A l_1 = F_B l_2$$

$$\sigma_{b1\,vorh} = \frac{M_{b\,max}}{W_{x1}} = \frac{9\cdot 10^3\,\text{N}\cdot 400\,\text{mm}}{319{,}5\cdot 10^3\,\text{mm}^3} = 11{,}3\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{b2\,vorh} = \frac{M_{b\,max}}{W_{x2}} = \frac{9\cdot 10^3\,\text{N}\cdot 400\,\text{mm}}{323{,}5\cdot 10^3\,\text{mm}^3} = 11{,}1\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

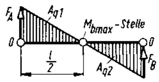
Die größte Spannung tritt demnach als Biege-*Zug*spannung $\sigma_{b1} = \sigma_{bz} = 11{,}3\,\text{N/mm}^2$ an der Unterseite des Profils auf.

Stützträger mit Mischlasten

881.

a) $F_A = F_B = \dfrac{F'l}{2}$

$$F_A = F_B = \frac{2\,000\,\frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 6\,\text{m}}{2} = 6\,000\,\text{N}$$

b) 

$$M_{b\,max} \mathrel{\hat=} A_{q1} = A_{q2}$$

$$M_{b\,max} = \frac{F_A \frac{l}{2}}{2} = \frac{F_A\,l}{4} = 9\,000\,\text{Nm}$$

882.

$$F_A = F_B = \frac{F_G}{2} = \frac{mg}{2} = \frac{Al\rho g}{2}$$

$$M_{b\,max} = \frac{F_A\,l}{2} = \frac{A\,l\,\rho\,g\,l}{2 \cdot 2} = \frac{b\,h\,l^2\,\rho\,g}{4}$$

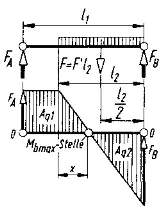
$$\sigma_b = \frac{M_{b\,max}}{W} = \frac{M_{b\,max}}{\frac{b\,h^2}{6}} = \frac{6\,b\,h\,l^2\,\rho\,g}{4\,b\,h^2} = \frac{3\,l^2\,\rho\,g}{2\,h}$$

$$h_{erf} = \frac{3\,l^2\,\rho\,g}{2 \cdot \sigma_{b\,zul}} = \frac{3 \cdot 100\,\text{m}^2 \cdot 1{,}1 \cdot 10^3\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2 \cdot 10\,\frac{\text{N}}{10^{-6}\,\text{m}^2}}$$

$$h_{erf} = 0{,}162\,\text{m} = 162\,\text{m}$$

$$b_{erf} = \frac{h_{erf}}{3} = 54\,\text{mm}$$

883.

a) 

$$\Sigma M_{(B)} = 0 = -F_A\,l_1 + F\frac{l_2}{2}$$

$$F_A = F\frac{l_2}{2\,l_1} = 19\,500\,\text{N} \cdot \frac{2{,}8\,\text{m}}{8\,\text{m}} = 6\,825\,\text{N}$$

$$F_B = 12\,675\,\text{N}$$

b) $\dfrac{F}{l_2} = \dfrac{F_A}{x} \implies x = \dfrac{F_A}{F}\,l_2 = 0{,}98\,\text{m}$

$$M_{b\,max} \mathrel{\hat=} A_{q1} = A_{q2}$$

$$M_{b\,max} = \frac{F_B\,(l_2 - x)}{2} = 12\,675\,\text{N} \cdot 0{,}91\,\text{m} = 11\,534\,\text{Nm}$$

c) $W_{x\,erf} = \dfrac{M_{b\,max}}{\sigma_{b\,zul}} = \dfrac{11\,534 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{120\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 96{,}1 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$

gewählt IPE 160 mit $W_x = 109 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$

884.

$$F'_G = 59\,\frac{\text{N}}{\text{m}}; \quad F' = 20\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$F'_{ges} = F' + F'_G = (20 + 59)\,\frac{\text{N}}{\text{m}} = 79\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$F_{ges} = F'_{ges}\,l = 79\,\frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 5\,\text{m} = 395\,\text{N}$$

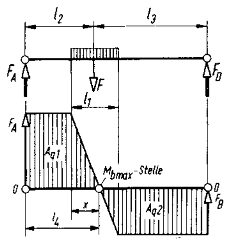
$$M_{b\,max} = \frac{F_{ges}}{8}\,l = 0{,}125\,F_{ges}\,l$$

$$W_x = 19{,}5 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

$$\sigma_{b\,vorh} = \frac{M_{b\,max}}{W_x} = \frac{0{,}125 \cdot 395\,\text{N} \cdot 5 \cdot 10^3\,\text{mm}}{20 \cdot 10^3\,\text{mm}^3} = 12{,}3\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

885.

a) Stützkräfte wie üblich: $F_A = 500\,\text{N}$; $F_B = 300\,\text{N}$

b) 

$$\frac{F}{l_1} = \frac{F_A}{x} \implies x = \frac{F_A}{F}\,l_1 = \frac{500\,\text{N}}{800\,\text{N}} \cdot 200\,\text{mm} = 125\,\text{mm}$$

$$l_4 = l_2 - \frac{l_1}{2} + x = (300 - 100 + 125)\,\text{mm} = 325\,\text{mm}$$

c) $M_{b\,max} \mathrel{\hat=} A_{q1} = A_{q2}$

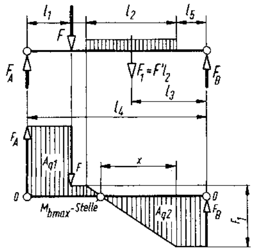
$$M_{b\,max} = \frac{l_4 + (l_2 - \frac{l_1}{2})}{2} \cdot F_A = 131{,}25 \cdot 10^3\,\text{Nmm}$$

d) $d_{erf} = \sqrt[3]{\dfrac{M_{b\,max}}{0{,}1 \cdot \sigma_{b\,zul}}}$

$$d_{erf} = \sqrt[3]{\frac{131{,}25 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{0{,}1 \cdot 80\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 25{,}5\,\text{mm}$$

$d = 26\,\text{mm}$ ausgeführt

886.

a) 

$$F_1 = F'l_2 = 2\ \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 3\ \text{m} = 6\ \text{kN}$$

$$\Sigma M_{(B)} = 0 = -F_A l_4 + F(l_4 - l_1) + F_1 l_3$$

$$F_A = \frac{F(l_4 - l_1) + F_1 l_3}{l_4} = 7\,000\ \text{N}$$

$$F_B = 5\,000\ \text{N}$$

$$\frac{F_1}{l_2} = \frac{F_B}{x} \quad \Longrightarrow x = \frac{F_B}{F_1} l_2 = 2{,}5\ \text{m}$$

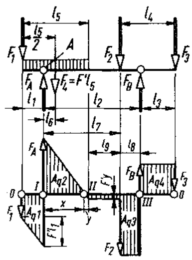
b) $M_{b\,max} \mathrel{\hat{=}} A_{q\,I} = A_{q2}$

$$M_{b\,max} = \frac{l_5 + x + l_5}{2} F_B$$

$$M_{b\,max} = \frac{(1 + 2{,}5 + 1)\ \text{m}}{2} \cdot 5\,000\ \text{N}$$

$$M_{b\,max} = 11\,250\ \text{Nm}$$

887.

a) 

$$\Sigma M_{(A)} = 0 = F_1 l_1 - F_4 l_6 - F_2 l_7 + F_B l_2 - F_3 (l_2 + l_3)$$

$$F_B = \frac{F_3 (l_2 + l_3) + F_2 l_7 + F_4 l_6 - F_1 l_1}{l_2} = 6100\ \text{N}$$

$$F_A = 7400\ \text{N}$$

F_4 ist die Resultierende der Streckenlast F', also

$$F_4 = F'l_5 = 2\ \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 3\ \text{m} = 6\ \text{kN}$$

b) Berechnung der Länge x aus der Bedingung, daß an der Trägerstelle II die Summe aller Querkräfte $F_q = 0$ sein muß:

$$\Sigma F_q = 0 = -F_1 - F'l_1 + F_A - F'x$$

$$x = \frac{F_A - F_1 - F'l_1}{F'} = \frac{7{,}4\ \text{kN} - 1{,}5\ \text{kN} - 2\ \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 1\ \text{m}}{2\ \frac{\text{kN}}{\text{m}}}$$

$$x = 1{,}95\ \text{m}; \quad y = 0{,}05\ \text{m}$$

$$A_{q1} = F_1 l_1 + \frac{F'l_1}{2} = 2{,}5\ \text{kNm}$$

$$A_{q2} = (F_A - F'l_1 - F_1) \cdot \frac{x}{2} = 3{,}803\ \text{kNm}$$

$$A_{q3} = F_2 l_8 + F'y(l_8 + l_9) + \frac{F'y \cdot y}{2} = 4{,}5\ \text{kNm}$$

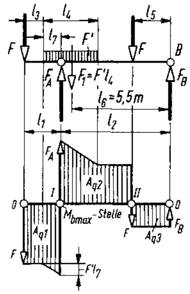
$$A_{q4} = F_3 l_3 = 3\ \text{kNm}$$

$$M_{b\,I} \mathrel{\hat{=}} A_{q\,I} = 2500\ \text{Nm}$$
$$M_{b\,II} \mathrel{\hat{=}} A_{q2} - A_{q\,I} = 1303\ \text{Nm}$$
$$M_{b\,III} \mathrel{\hat{=}} A_{q4} = 3000\ \text{Nm} = M_{b\,max}$$

c) $$W_{x\,erf} = \frac{M_{b\,max}}{\sigma_{b\,zul}} = \frac{3000 \cdot 10^3\ \text{Nmm}}{120\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 25 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$$

gewählt IPE 100 mit $W_x = 34{,}2 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$

888.

a) 

$$\Sigma M_{(B)} = 0 = F(l_1 + l_2) - F_A l_2 + F_1 l_6 + Fl_5$$

$$F_A = \frac{F(l_1 + l_2) + F_1 l_6 + Fl_5}{l_2} = 44{,}3\ \text{kN}$$

$$F_B = 7{,}7\ \text{kN}$$

Die Querkraftfläche A_{q1} (von I nach links gesehen) ist deutlich erkennbar größer als A_{q3} (von II nach rechts gesehen, also gilt:

$$M_{b\,max} \mathrel{\hat{=}} A_{q1} = F(l_3 + l_7) + \frac{F'\,l_7\,l_7}{2}$$

$$M_{b\,max} = 20\ \text{kN} \cdot 2\ \text{m} + \frac{4\ \text{kN} \cdot 1\ \text{m}^2}{\text{m} \cdot 2}$$

$$M_{b\,max} = 42\ \text{kNm} = 42 \cdot 10^6\ \text{Nmm}$$

b) $$e_1 = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{A}$$

$A_1 = (20 \cdot 5)\ \text{cm}^2 = 100\ \text{cm}^2$; $\quad y_1 = 2{,}5\ \text{cm}$
$A_2 = (4 \cdot 14)\ \text{cm}^2 = 56\ \text{cm}^2$; $\quad y_2 = 12\ \text{cm}$
$A_3 = (20 \cdot 6)\ \text{cm}^2 = 120\ \text{cm}^2$; $\quad y_3 = 22\ \text{cm}$
$A = \Sigma A = 276\ \text{cm}^2$

$$e_1 = \frac{[(100 \cdot 2{,}5) + (56 \cdot 12) + (120 \cdot 22)]\ \text{cm}^3}{276\ \text{cm}^2}$$

$$e_1 = 12{,}9\ \text{cm} = 129\ \text{mm}$$

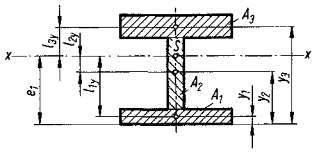
c) $I_{x1} = \dfrac{200 \cdot 50^3}{12}\ \text{mm}^4 = 2{,}083 \cdot 10^6\ \text{mm}^4$

$I_{x2} = \dfrac{40 \cdot 140^3}{12}\ \text{mm}^4 = 9{,}157 \cdot 10^6\ \text{mm}^4$

$I_{x3} = \dfrac{200 \cdot 60^3}{12}\ \text{mm}^4 = 3{,}6 \cdot 10^6\ \text{mm}^4$

$l_{1y} = e_1 - y_1 = 104{,}05\ \text{mm}$
$l_{2y} = e_1 - y_2 = 9{,}05\ \text{mm}$
$l_{3y} = e_1 - y_3 = -90{,}95\ \text{mm}$

$I_x = I_{x1} + A_1 l_{1y}^2 + I_{x2} + A_2 l_{2y}^2 + I_{x3} + A_3 l_{3y}^2$
$I_x = 222{,}8 \cdot 10^6\ \text{mm}^4$



d) $W_{x1} = \dfrac{I_x}{e_1} = 1{,}7265 \cdot 10^6\ \text{mm}^3$

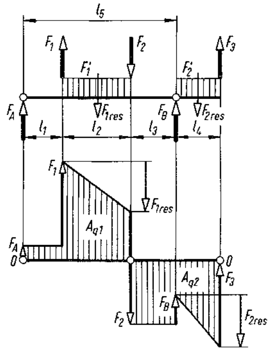
$W_{x2} = \dfrac{I_x}{e_2} = 1{,}8421 \cdot 10^6\ \text{mm}^3$

e) $\sigma_{b1} = \dfrac{M_{b\max}}{W_{x1}} = \dfrac{42 \cdot 10^6\ \text{Nmm}}{1{,}7265 \cdot 10^6\ \text{mm}^3} = 24{,}3\ \text{N/mm}^2$

$\sigma_{b2} = \dfrac{M_{b\max}}{W_{x2}} = 22{,}8\ \text{N/mm}^2$

f) $\sigma_{b\max} = \sigma_{b1} = 24{,}3\ \text{N/mm}^2$
tritt als Druckspannung an der unteren Profilseite auf.

889.



a) $F_{1\,\text{res}} = F_1' l_2 = 4\ \text{kN/m} \cdot 0{,}45\ \text{m} = 1{,}8\ \text{kN}$
$F_{2\,\text{res}} = F_2' l_4 = 6\ \text{kN/m} \cdot 0{,}3\ \text{m} = 1{,}8\ \text{kN}$

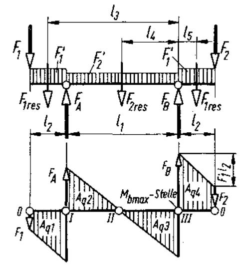
$\Sigma M_{(A)} = 0 = F_1 l_1 - F_{1\,\text{res}}\left(l_1 + \dfrac{l_2}{2}\right) - F_2(l_1 + l_2)$
$+ F_B l_5 - F_{2\,\text{res}}\left(l_5 + \dfrac{l_4}{2}\right) + F_3(l_4 + l_5)$

$F_B = 1{,}075\ \text{kN}; \quad F_A = 525\ \text{kN}$

b) $M_{b\max} = A_{q1} = (F_A + F_1)(l_1 + l_2) - F_1 l_1 - \dfrac{F_{1\,\text{res}} l_2}{2}$
$M_{b\max} = 1310\ \text{Nm}$

890.

a)



$\Sigma M_{(B)} = 0 = F_1(l_2 + l_1) + F_{1\,\text{res}} l_3 - F_A l_1 + F_{2\,\text{res}} l_4$
$- F_{1\,\text{res}} l_5 - F_2 l_2$
$(F_{1\,\text{res}} = F_1' l_2; \quad F_{2\,\text{res}} = F_2' l_1)$

$F_A = \dfrac{F_1(l_1 + l_2) + F_1' l_2 l_3 + F_2' l_1 l_4 - F_1' l_2 l_5 - F_2 l_2}{l_1}$

$F_A = 31{,}36\ \text{kN} \qquad F_B = 34{,}64\ \text{kN}$

b) Die Querkraftfläche A_{q4} (von III nach rechts gesehen) ist erkennbar größer als A_{q1} (von I nach links gesehen); ebenso ist die Summe $-A_{q1} + A_{q2}$ gewiß kleiner als A_{q4}. Daher gilt:

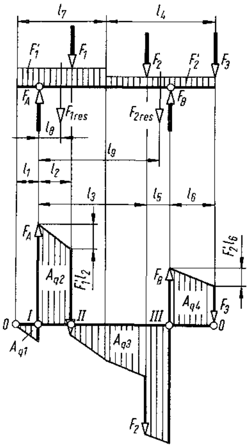
$M_{b\max} \mathrel{\hat{=}} A_{q4} = F_2 l_2 + \dfrac{F_1' l_2 l_2}{2}$

$M_{b\max} = 8\ \text{kN} \cdot 0{,}8\ \text{m} + \dfrac{13{,}75\ \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 0{,}64\ \text{m}^2}{2}$

$M_{b\max} = 10{,}8\ \text{kNm} = 10{,}8 \cdot 10^6\ \text{Nmm}$

c) $\sigma_{b\,\text{vorh}} = \dfrac{M_{b\max}}{W} = 5{,}2\ \dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

891.



a) $l_7 = 4\ \text{m}; \quad l_8 = 1\ \text{m}; \quad l_9 = 5{,}5\ \text{m}$
$F_{1\,\text{res}} = F_1' l_7 = 6\ \text{kN/m} \cdot 4\ \text{m} = 24\ \text{kN}$
$F_{2\,\text{res}}' = F_2' l_4 = 3\ \text{kN/m} \cdot 5\ \text{m} = 15\ \text{kN}$
$\Sigma M_{(A)} = 0 = -F_{1\,\text{res}} l_8 - F_1 l_2 - F_2 l_3 - F_{2\,\text{res}} l_9$
$+ F_B(l_3 + l_5) - F_3(l_3 + l_5 + l_6)$
$F_B = 61{,}92\ \text{kN}; \quad F_A = 42{,}08\ \text{kN}$

b) $M_{bI} \mathrel{\hat{=}} A_{q1} = \dfrac{F'_1 l_1}{2} = 3\ \text{kNm}$

$M_{bII} \mathrel{\hat{=}} A_{q2} - A_{q1} = (F_A - F'_1 l_1)\, l_2 - \dfrac{F'_1 l_2}{2}\, l_2 - A_{q1}$

$M_{bII} = 44{,}25\ \text{kNm}$

$M_{bIII} \mathrel{\hat{=}} A_{q4} = (F_3 + F'_2 l_6)\, l_6 - F'_2 l_6\, \dfrac{l_6}{2} = 36\ \text{kNm}$

$M_{b\,max} = M_{b\,II} = 44{,}25\ \text{kNm}$

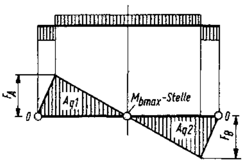
c) $W_{erf} = \dfrac{M_{b\,max}}{\sigma_{b\,zul}} = \dfrac{44\,250 \cdot 10^3\ \text{Nmm}}{140\ \text{N/mm}^2} = 316 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$

gewählt IPE 240 mit $W_x = 324 \cdot 10^3\ \text{mm}^3$

892.

a) $F_A = F_B = 150\,\text{kN}$

b)



$M_{b\,max} \mathrel{\hat{=}} A_{q1} = A_{q2}$

$M_{b\,max} = \dfrac{F_A (l_1 + l_2)}{2} = 150\,\text{kN} \cdot \dfrac{0{,}1\,\text{m}}{2} = 7{,}5\ \text{kNm}$

c) $d_{erf} = \sqrt[3]{\dfrac{M_{b\,max}}{0{,}1 \cdot \sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\dfrac{7500 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{0{,}1 \cdot 140\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 82\ \text{mm}$

d) $\tau_{a\,vorh} = \dfrac{F}{A} = \dfrac{300\,000\ \text{N}}{2 \cdot \frac{\pi}{4}(82\ \text{mm})^2} = 28{,}4\ \dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

e) $p_{vorh} = \dfrac{F}{A_{proj}} = \dfrac{300\,000\ \text{N}}{2 \cdot 82\,\text{mm} \cdot 18\,\text{mm}} = 101{,}6\ \dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

f) $p_{vorh} = \dfrac{F}{A_{proj}} = \dfrac{300\,000\ \text{N}}{82\,\text{mm} \cdot 164\,\text{mm}} = 22{,}3\ \dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

893.

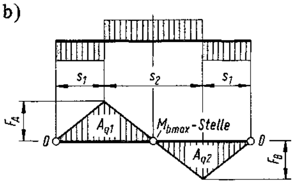
a) $F_A = F_B = F/2 = 70\ \text{kN} = 70\,000\ \text{N}$

$\tau_a = \dfrac{F}{2\,\dfrac{d^2 \pi}{4}} = \dfrac{4F}{2\pi d^2}$

$d_{erf} = \sqrt{\dfrac{2F}{\pi\, \tau_{a\,zul}}} = 27{,}3\ \text{mm}$

$d_{gewählt} = 28\ \text{mm}$ (Normmaß)

b)



$M_{b\,max} \mathrel{\hat{=}} A_{q1} = A_{q2}$

$M_{b\,max} = \dfrac{F_A \left(s_1 + \frac{s_2}{2}\right)}{2} = \dfrac{70\ \text{kN}\left(30 + \frac{60}{2}\right)\text{mm}}{2}$

$= 2100\ \text{kNmm}$

$\sigma_{b\,vorh} = \dfrac{M_{b\,max}}{0{,}1 \cdot d^3} = \dfrac{2100 \cdot 10^3\ \text{Nmm}}{0{,}1 \cdot 28^3\ \text{mm}^3}$

$= 957\ \text{N/mm}^2$

c) $\sigma_{b\,vorh} = 957\ \text{N/mm}^2 > \sigma_{b\,zul} = 140\ \text{N/mm}^2$

$d_{erf} = \sqrt[3]{\dfrac{M_{b\,max}}{0{,}1 \cdot \sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\dfrac{2100 \cdot 10^3\ \text{Nmm}}{0{,}1 \cdot 140\ \text{N/mm}^2}}$

$= 53{,}1\ \text{mm}$

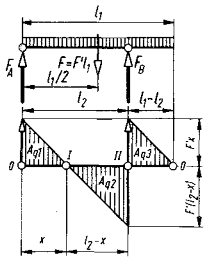
ausgeführt $d = 53{,}5$ mm

d) $\tau_{a\,vorh} = \dfrac{4F}{2\pi d^2} = 31\ \text{N/mm}^2$

e) $p_{vorh} = \dfrac{F}{d s_2} = \dfrac{140 \cdot 10^3\ \text{N}}{53{,}5\ \text{mm} \cdot 60\ \text{mm}} = 43{,}6\ \text{N/mm}^2$

894.

a)



$\Sigma M_{(B)} = 0 = -F_A\, l_2 + F'\, l_1 \left(l_2 - \dfrac{l_1}{2}\right)$

$F_A = \dfrac{F'\, l_1 (l_2 - \frac{l_1}{2})}{l_2} = F'x$ (siehe Querkraftfläche)

$x = \dfrac{l_1}{l_2}\left(l_2 - \dfrac{l_1}{2}\right) = l_1 - \dfrac{l_1^2}{2\, l_2}$

$A_{q1} = A_{q3}$

$\dfrac{F'x \cdot x}{2} = \dfrac{F'x \cdot (l_1 - l_2)}{2}$

$x = l_1 - l_2$

$l_1 - l_2 = l_1 - \dfrac{l_1^2}{2\, l_2}$

$l_2^2 = \dfrac{l_1^2}{2}$

$l_2 = \dfrac{l_1}{\sqrt{2}} = \dfrac{4\ \text{m}}{\sqrt{2}} = 2{,}828\ \text{m}$

Hinweis:

1. Der Flächeninhalt der beiden positiven Querkraftflächen A_{q1} und A_{q3} muß gleich dem der negativen Querkraftfläche A_{q2} sein (wegen $\Sigma M = 0$).
2. $M_{b\,max}$ kann nur dann den kleinsten Betrag annehmen, wenn die Biegemomente in I und II gleich groß sind ($A_{q1} = A_{q3}$).
3. Die Stützkraft F_A ergibt sich aus der Bedingung (siehe Querkraftfläche), daß (von links aus gesehen) im Schnitt I die Querkraftsumme gleich Null ist: $\Sigma F_q = 0 = F_A - F'x \implies F_A = F'x$.
4. Aus den beiden voneinander unabhängigen Gleichungen $\Sigma M = 0$ und $A_{q1} = A_{q3}$ ergibt sich je eine Beziehung für x und daraus durch Gleichsetzen die Beziehung für l_2.

b) $M_{b\,max} \mathrel{\hat=} A_{q1}; \quad x = l_1 - l_2 = 1{,}171\,\text{m}$

$$M_{b\,max} = \frac{F'x^2}{2} = \frac{2{,}5\,\frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot (1{,}171\,\text{m})^2}{2} = 1{,}714\,\text{kNm}$$

895.

$$f = \frac{Fl^3}{3EI}; \quad I = \frac{bh^3}{12}$$

$$F = \frac{3EIf}{l^3} = \frac{3 \cdot 2{,}1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{10}{12}\,\text{mm}^4 \cdot 12\,\text{mm}}{60^3\,\text{mm}^3} = 29{,}2\,\text{N}$$

896.

a) $f_a = \dfrac{Fl^3}{3EI}$

$I = I_x = 171 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$

$$f_a = \frac{10^3\,\text{N} \cdot (1200\,\text{mm})^3}{3 \cdot 2{,}1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 171 \cdot 10^4\,\text{mm}^4} = 1{,}6\,\text{mm}$$

b) $F_{res} = F'l = 4\,\dfrac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 1{,}2\,\text{m} = 4{,}8\,\text{kN}$

$$f_b = \frac{F_{res}\,l^3}{8EI} = \frac{4{,}8 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot (1200\,\text{mm})^3}{8 \cdot 2{,}1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 171 \cdot 10^4\,\text{mm}^4}$$

$= 2{,}89\,\text{mm}$

c) $F_G = F'_G\,l = 79\,\dfrac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 1{,}2\,\text{m} = 94{,}8\,\text{N}$

$$f_c = \frac{F_G\,l^3}{8EI} = \frac{94{,}8\,\text{N} \cdot (1200\,\text{mm})^3}{8 \cdot 2{,}1 \cdot 10^5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 171 \cdot 10^4\,\text{mm}^4}$$

$f_c = 0{,}057\,\text{mm}$

d) $f_{res} = f_a + f_b + f_c = 4{,}547\,\text{mm}$

897.

a) $W = \dfrac{\pi}{32} d^3 = \dfrac{\pi}{32} \cdot (30\,\text{mm})^3 = 2651\,\text{mm}^3$

$$I = W_x \frac{d}{2} = 2651\,\text{mm}^3 \cdot 15\,\text{mm} = 39765\,\text{mm}^4$$

$$\sigma_{b\,max} = \frac{M_{b\,max}}{W} = \frac{2000\,\text{N} \cdot 200\,\text{mm}}{2651\,\text{mm}^3} = 151\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

b) $f = \dfrac{Fl^3}{48EI}$

$$f = \frac{4000\,\text{N} \cdot (4000\,\text{mm})^3}{48 \cdot 2{,}1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 39765\,\text{mm}^4} = 0{,}64\,\text{mm}$$

c) $\tan\alpha = \dfrac{3f}{l}$

$$\alpha = \arctan\frac{3f}{l} = \arctan\frac{3 \cdot 0{,}64\,\text{mm}}{400\,\text{mm}} = 0{,}275°$$

d) Die Durchbiegung vervielfacht sich (bei sonst gleichbleibenden Größen) entsprechend der Durchbiegungsgleichung im Verhältnis:

$$\frac{E_{St}}{E_{Al}} = \frac{2{,}1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{0{,}7 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 3$$

$f_{Al} = 3 \cdot f_{St} = 3 \cdot 0{,}64\,\text{mm} = 1{,}92\,\text{mm}$

e) Aus der Gleichung $f = \dfrac{Fl^3}{48\,EI}$ ist zu erkennen, daß das Produkt EI den gleichen Wert erhalten muß. Da E_{Al} nur $\frac{1}{3}E_{St}$ ist, muß $I_{Al} = 3 \cdot I_{St}$ werden:

$I_{erf} = 3 \cdot I_{St} = 3 \cdot 39765\,\text{mm}^4 = 119295\,\text{mm}^4$

$I = \dfrac{\pi}{64} d^4$

$$d_{erf} = \sqrt[4]{\frac{64\,I_{erf}}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{64}{\pi} \cdot 11{,}93 \cdot 10^4\,\text{mm}^4} = 39{,}48\,\text{mm}$$

Beanspruchung auf Knickung

Für alle Aufgaben: siehe Arbeitsplan für Knickungsaufgaben im Lehrbuch.

898.

Da hier Durchmesser d und freie Knicklänge s bekannt sind, wird der Schlankheitsgrad λ als erstes bestimmt. Damit kann festgestellt werden, ob elastische oder unelastische Knickung vorliegt (*Hinweis:* Für Kreisquerschnitt ist der Trägheitsradius $i = d/4$.).

$$\lambda = \frac{s}{i} = \frac{4s}{d} = \frac{4 \cdot 250\,\text{mm}}{8\,\text{mm}} = 125 > \lambda_0 = 89$$

Da $\lambda = 125 > \lambda_0 = 89$ ist, liegt elastische Knickung vor (Eulerfall); damit gilt:

$$F_K = \frac{E I_{\min} \pi^2}{s^2}; \quad I_{\min} = \frac{\pi}{64} d^4$$

$$F_K = \frac{2{,}1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{\pi}{64} \cdot (8\,\text{mm})^4 \cdot \pi^2}{(250\,\text{mm})^2} = 6668\,\text{N}$$

$$F = \frac{F_K}{\nu} = \frac{6668\,\text{N}}{10} = 667\,\text{N}$$

899.

a) $M_{b\,\max} = Fr$

$$d_{\text{erf}} = \sqrt[3]{\frac{M_{b\,\max}}{0{,}1 \cdot \sigma_{b\,\text{zul}}}} = \sqrt[3]{\frac{400\,\text{N} \cdot 350\,\text{mm}}{0{,}1 \cdot 140 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 21{,}6\,\text{mm}$$

$d = 22\,\text{mm}$

b) $Fr = F_{\text{Stempel}} r_0; \quad r_0 = \frac{zm}{2}$

$$F_{\text{Stempel}} = \frac{Fr}{r_0} = \frac{2Fr}{zm} = \frac{2 \cdot 400\,\text{N} \cdot 350\,\text{mm}}{30 \cdot 5\,\text{mm}} = 1867\,\text{N}$$

$$\lambda = \frac{s}{i} = \frac{4 \cdot 2l}{d_2} = \frac{4 \cdot 800\,\text{mm}}{36\,\text{mm}}$$

$\lambda = 88{,}9 \approx 89 = \lambda_0 = 89$; also gerade noch Eulerfall.

$$I_{\min} = \frac{\pi}{64} d_2^4 = \frac{\pi}{64} \cdot (36\,\text{mm})^4 = 82448\,\text{mm}^4$$

$$F_{\text{Stempel}} \cdot \nu = \frac{E I_{\min} \pi^2}{(2l)^2}$$

$$\nu = \frac{2{,}1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 82448\,\text{mm}^4 \cdot \pi^2}{(800\,\text{mm})^2 \cdot 1867\,\text{N}} = 143$$

900.

a) $A_{3\,\text{erf}} = \frac{F}{\sigma_{d\,\text{zul}}} = \frac{800 \cdot 10^3\,\text{N}}{100 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 8000\,\text{mm}^2$

b) gewählt Tr 120 X 14 DIN 103
mit $A_3 = 8495\,\text{mm}^2$

c) $m_{\text{erf}} = \frac{FP}{\pi d_2 H_1 p_{\text{zul}}}$

$$m_{\text{erf}} = \frac{800 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot 14\,\text{mm}}{\pi \cdot 113\,\text{mm} \cdot 7\,\text{mm} \cdot 30 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 150{,}2\,\text{mm}$$

$m = 150\,\text{mm}$ ausgeführt

d) $\lambda = \frac{s}{i} = \frac{4s}{d_3} = \frac{6400\,\text{mm}}{104\,\text{mm}} = 61{,}5 < \lambda_{0,\,\text{E295}} = 89$

Es liegt unelastische Knickung vor (Tetmajer).

e) $\sigma_K = 335 - 0{,}62 \cdot \lambda$
(Zahlenwertgleichung)

$$\sigma_K = 335 - 0{,}62 \cdot 61{,}5 = 297 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

f) $\sigma_{d\,\text{vorh}} = \frac{F}{A_3} = \frac{800 \cdot 10^3\,\text{N}}{8{,}495 \cdot 10^3\,\text{mm}^2} = 94{,}2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

g) $\nu = \frac{\sigma_K}{\sigma_{d\,\text{vorh}}} = \frac{297 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{94{,}2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 3{,}15$

901.

$$I_{\text{erf}} = \frac{\nu F s^2}{E \pi^2}$$

$$I_{\text{erf}} = \frac{8 \cdot 6000\,\text{N} \cdot (600\,\text{mm})^2}{2{,}1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \pi^2} = 8337\,\text{mm}^4$$

$$I = \frac{\pi}{64} d^4$$

$$d_{\text{erf}} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot I_{\text{erf}}}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot 8337\,\text{mm}^4}{\pi}} = 20{,}3\,\text{mm}$$

$d = 21\,\text{mm}$ gewählt

λ-Kontrolle:

$$\lambda = \frac{4s}{d} = \frac{4 \cdot 600\,\text{mm}}{21\,\text{mm}} = 114 > \lambda_0 = 89;$$

Es war richtig, nach Euler zu rechnen; die Rechnung ist beendet.

902.

a) $M_{RG} = F r_2 \tan(\alpha + \rho')$

Hinweis: Es tritt keine Reibung an der Mutterauflage auf, daher wird nicht mit
$M_A = F[r_2 \tan(\alpha + \rho') + \mu_a r_a]$ gerechnet
$(F \mu_a r_a = 0)$.

$M_{RG} = F_h l_1 = 150\,\text{N} \cdot 200\,\text{mm} = 30000\,\text{Nmm}$
$r_2 = 18{,}376\,\text{mm}/2 = 9{,}188\,\text{mm}$

$$\tan\alpha = \frac{P}{2\pi r_2}$$

$$\alpha = \arctan \frac{2{,}5\,\text{mm}}{2\pi \cdot 9{,}188\,\text{mm}} = 2{,}48°$$

$\rho' = 10{,}2°$ für St/Bz – trocken –
$\tan(\alpha + \rho') = \tan 12{,}68°$

$$F = \frac{M_{RG}}{r_2 \tan(\alpha + \rho')} = \frac{30000\,\text{Nmm}}{9{,}188\,\text{mm} \cdot \tan 12{,}68°} = 14512\,\text{N}$$

b) $$\sigma_{d\,vorh} = \frac{F}{A_S} = \frac{14512\,\text{N}}{245\,\text{mm}^2} = 59{,}2\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

c) $$m_{erf} = \frac{FP}{\pi d_2 H_1 p_{zul}}$$

$$m_{erf} = \frac{14512\,\text{N} \cdot 2{,}5\,\text{mm}}{\pi \cdot 18{,}376\,\text{mm} \cdot 1{,}353\,\text{mm} \cdot 12\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 38{,}7\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

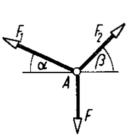
$m = 40\,\text{mm}$ ausgeführt

d) $$\lambda = \frac{4s}{d_3} = \frac{4 \cdot 380\,\text{mm}}{16{,}933\,\text{mm}} = 89{,}8 > \lambda_0 = 89 \text{ (Eulerfall)}$$

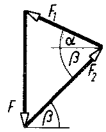
$$\nu_{vorh} = \frac{\sigma_K}{\sigma_{d\,vorh}} = \frac{E\pi^2}{\lambda^2 \sigma_{d\,vorh}}$$

$$\nu_{vorh} = \frac{2{,}1 \cdot 10^5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \pi^2}{89{,}8^2 \cdot 59{,}2\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 4{,}3$$

903.

a) 

Lageskizze



Krafteckskizze

$$\tan\alpha = \frac{l_3}{l_1}$$

$$\alpha = \arctan\frac{0{,}75\,\text{m}}{1{,}7\,\text{m}} = 23{,}8°$$

$$\tan\beta = \frac{l_3}{l_2}$$

$$\beta = \arctan\frac{0{,}75\,\text{m}}{0{,}7\,\text{m}} = 47°$$

$$\frac{F}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{F_1}{\sin(90° - \beta)}$$

$$F_1 = F\frac{\sin(90° - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} = 20\,\text{kN} \cdot \frac{\sin 43°}{\sin 70{,}8°} = 14{,}44\,\text{kN}$$

$$\frac{F}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{F_2}{\sin(90° - \alpha)}$$

$$F_2 = F\frac{\sin(90° - \alpha)}{\sin(\alpha + \beta)} = 20\,\text{kN} \cdot \frac{\sin 66{,}2°}{\sin 70{,}8°} = 19{,}38\,\text{kN}$$

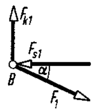
$$\sigma_z = \frac{F}{S} = \frac{4F}{\pi d^2}$$

$$d_{1\,erf} = \sqrt{\frac{4F_1}{\pi \sigma_{z\,zul}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 14\,440\,\text{N}}{\pi \cdot 120\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 12{,}4\,\text{mm}$$

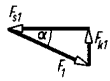
$d_1 = 13\,\text{mm}$ ausgeführt

$$d_{2\,erf} = \sqrt{\frac{4F_2}{\pi \sigma_{z\,zul}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 19\,380\,\text{N}}{\pi \cdot 120\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 14{,}3\,\text{mm}$$

$d_2 = 15\,\text{mm}$ ausgeführt

b) 

Lageskizze



Krafteckskizze

$$F_{s1} = F_1 \cos\alpha = 14\,440\,\text{N} \cdot \cos 23{,}8° = 13\,215\,\text{N}$$
$$F_{K1} = F_1 \sin\alpha = 14\,440\,\text{N} \cdot \sin 23{,}8° = 5\,828\,\text{N}$$
$$F_{K2} = F - F_{K1} = 20000\,\text{N} - 5\,828\,\text{N} = 14\,172\,\text{N}$$

$$S_K = 2\,\frac{\pi}{4} d_K^2 = \frac{\pi}{2} d_K^2 = \frac{\pi}{2}(13\,\text{mm})^2 = 265\,\text{mm}^2$$

$$\sigma_{z1\,vorh} = \frac{F_{K1}}{S_K} = \frac{5828\,\text{N}}{265\,\text{mm}^2} = 22\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$
$$\sigma_{z2\,vorh} = \frac{F_{K2}}{S_K} = \frac{14\,172\,\text{N}}{265\,\text{mm}^2} = 53{,}5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

c) $$\sigma_{d\,vorh} = \frac{F_{s1}}{S_s} = \frac{13215\,\text{N}}{\frac{\pi}{4}(60^2 - 50^2)\,\text{mm}^2} = 15{,}3\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

d) $i = 0{,}25\sqrt{D^2 + d^2}$

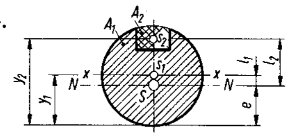
$$i = 0{,}25\sqrt{(60^2 + 50^2)\,\text{mm}^2} = 19{,}5\,\text{mm}$$

$$\lambda = \frac{s}{i} = \frac{2400\,\text{mm}}{19{,}5\,\text{mm}} = 123 > \lambda_0 = 105$$

Also liegt elastische Knickung vor (Eulerfall):

$$\nu_{vorh} = \frac{\sigma_K}{\sigma_{d\,vorh}} = \frac{E\pi^2}{\lambda^2 \sigma_{d\,vorh}} = \frac{2{,}1 \cdot 10^5\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \pi^2}{123^2 \cdot 15{,}3\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 9$$

904.

a) 

$$A_1 = \frac{\pi}{4} d_1^2 = \frac{\pi}{4}(1{,}2\,\text{mm})^2 = 1{,}131\,\text{mm}^2$$
$$A_2 = (0{,}3 \cdot 0{,}4)\,\text{mm}^2 = 0{,}12\,\text{mm}^2$$
$$A = A_1 - A_2 = 1{,}011\,\text{mm}^2$$
$y_1 = 0{,}6\,\text{mm}$; $\quad y_2 = 1{,}05\,\text{mm}$

$$A e = A_1 y_1 - A_2 y_2$$

$$e = \frac{A_1 y_1 - A_2 y_2}{A} = \frac{(1{,}131 \cdot 0{,}6 - 0{,}12 \cdot 1{,}05)\,\text{mm}^3}{1{,}011\,\text{mm}^2}$$

$$e = 0{,}547\,\text{mm}$$

$$I_N = I_{x1} + A_1 l_1^2 - (I_{x2} + A_2 l_2^2)$$

$$l_1 = y_1 - e = (0{,}6 - 0{,}547)\,\text{mm} = 0{,}053\,\text{mm}$$

$$l_1^2 = 0{,}053^2\,\text{mm}^2 = 0{,}00281\,\text{mm}^2$$

$$l_2 = y_2 - e = (1{,}05 - 0{,}547)\,\text{mm} = 0{,}503\,\text{mm}$$

$$l_2^2 = 0{,}503^2\,\text{mm}^2 = 0{,}253\,\text{mm}^2$$

$$I_{x1} = \frac{\pi}{64} d_1^4 = \frac{\pi}{64}(1{,}2\,\text{mm})^4 = 0{,}10179\,\text{mm}^4$$

$$I_{x2} = \frac{b h^3}{12} = \frac{0{,}4\,\text{mm} \cdot (0{,}3\,\text{mm})^3}{12} = 0{,}0009\,\text{mm}^4$$

$$I_N = [(0{,}10179 + 1{,}131 \cdot 0{,}00281) - (0{,}0009 + 0{,}12 \cdot 0{,}253)]\,\text{mm}^4$$

$$I_N = 0{,}07371\,\text{mm}^4$$

b) $I_y = I_{y1} - I_{y2} = \frac{\pi}{64} d_1^4 - \frac{b h^3}{12}$

$$I_y = 0{,}10179\,\text{mm}^4 - \frac{0{,}3 \cdot 0{,}4^3\,\text{mm}^4}{12} = 0{,}1\,\text{mm}^4$$

c) $i_N = \sqrt{\frac{I_N}{S}} = \sqrt{\frac{0{,}07371\,\text{mm}^4}{1{,}011\,\text{mm}^2}} = 0{,}27\,\text{mm}$

d) $\lambda = \frac{s}{i_N} = \frac{2l}{i_N} = \frac{56\,\text{mm}}{0{,}27\,\text{mm}} = 207 > \lambda_0 = 89$

also Eulerfall (elastische Knickung)

e) $F_K = \frac{E I_{min} \pi^2}{s^2}$

$$F_K = \frac{2{,}1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 0{,}07371\,\text{mm}^4 \cdot \pi^2}{(56\,\text{mm})^2} = 48{,}7\,\text{N}$$

905.

a) $F_G = mg = V \rho g = 25\,016\,\text{N}$

$$\Sigma F_y = 0 = F_A + F_B - 1{,}2 \frac{F_G}{2}$$

$$\Sigma M_{(B)} = 0 = -F_A l + 1{,}2 \frac{F_G}{2} l_1$$

$$F_A = \frac{1{,}2 F_G l_1}{2l} = \frac{1{,}2 \cdot 25\,016\,\text{N} \cdot 1{,}5\,\text{m}}{2 \cdot 2{,}5\,\text{m}} = 9006\,\text{N}$$

$$F_B = \frac{1{,}2 F_G}{2} - F_A = \frac{1{,}2 \cdot 25016\,\text{N}}{2} - 9006\,\text{N} = 6004\,\text{N}$$

$$M_{b\,max} = F_B l_1 = 6004\,\text{N} \cdot 1{,}5\,\text{m} = 9006\,\text{Nm}$$

$$W_{erf} = \frac{M_{b\,max}}{\sigma_{b\,zul}} = \frac{9006 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{120 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 75 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$$

gewählt IPE 140 mit $W_x = 77{,}3 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$

b) $I_{erf} = \frac{\nu F s^2}{E \pi^2}$ Für die linke Stütze A gerechnet:

$\nu = 10$; $F = F_A = 9006\,\text{N}$; $s = 1500\,\text{mm}$;
$E_{Holz} = 10\,000\,\text{N/mm}^2$

$$I_{erf} = \frac{10 \cdot 9006\,\text{N} \cdot (1500\,\text{mm})^2}{10000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \pi^2} = 205{,}3 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$$

$$d_{erf} = \sqrt[4]{\frac{64\, I_{erf}}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot 205{,}3 \cdot 10^4\,\text{mm}^4}{\pi}} = 80{,}4\,\text{mm}$$

$$\lambda = \frac{s}{i} = \frac{4s}{d} = \frac{4 \cdot 1500\,\text{mm}}{80{,}4\,\text{mm}} = 74{,}6 < \lambda_0 = 100$$

also liegt unelastische Knickung vor (Tetmajerfall):
Da anzunehmen ist, daß $d \approx 81$ mm nicht ausreicht, wird auf $d = 90$ mm erhöht:

$$\lambda_{neu} = \frac{4s}{d} = \frac{4 \cdot 1500\,\text{mm}}{90\,\text{mm}} = 66{,}7$$

Damit wird mit der zugehörigen Zahlenwertgleichung nach Tetmajer:

$$\sigma_K = 29{,}3 - 0{,}194 \cdot \lambda_{neu} = 16{,}4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{d\,vorh} = \frac{F}{S} = \frac{9006\,\text{N}}{\frac{\pi}{4} \cdot (90\,\text{mm})^2} = 1{,}42 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\nu_{vorh} = \frac{\sigma_K}{\sigma_{d\,vorh}} = \frac{16{,}4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{1{,}42 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 11{,}6$$

ν_{vorh} ist etwas größer als 10; eine weitere Rechnung mit $d = 87$ mm würde $\nu_{vorh} = 10$ ergeben. In der Praxis würde man sicherlich bei $d = 90$ mm bleiben.

906.

$$I_{erf} = \frac{\nu F s^2}{E \pi^2}$$

$$I_{erf} = \frac{3{,}5 \cdot 60 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot (1350\,\text{mm})^2}{2{,}1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \pi^2} = 18{,}47 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$$

$$d_{erf} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot I_{erf}}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot 18{,}47 \cdot 10^4\,\text{mm}^4}{\pi}} = 44\,\text{mm}$$

907.

Die in der Schubstange wirkende Kolben-Druckkraft beträgt $F_S = 24{,}99$ kN (Aufgabe 91.). Damit wird

$$I_{erf} = \frac{\nu F_S s^2}{E \pi^2} = \frac{6 \cdot 24990\,\text{N} \cdot (400\,\text{mm})^2}{210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 11575\,\text{mm}^4$$

$$d_{erf} = \sqrt[4]{\frac{64 I_{erf}}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot 11\,575\,\text{mm}^4}{\pi}} = 22{,}2\,\text{mm}$$

$$\lambda = \frac{s}{i} = \frac{4s}{d} = \frac{4 \cdot 400\,\text{mm}}{22{,}2\,\text{mm}} = 72 < \lambda_0 = 89,$$

d.h. es liegt unelastische Knickung vor (Tetmajerfall).

Wie in Aufgabe 905 erhöht man den Durchmesser, hier z. B. auf $d = 25$ mm. Damit wird

$$\lambda_{neu} = \frac{4s}{d} = \frac{1600\,mm}{25\,mm} = 64$$

und nach Tetmajer:

$$\sigma_K = 335 - 0{,}62 \cdot \lambda_{neu} = 295{,}3\,\frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_{d\,vorh} = \frac{F_S}{S} = \frac{24990\,N}{\frac{\pi}{4} \cdot (25\,mm)^2} = 50{,}9\,\frac{N}{mm^2}$$

$$\nu_{vorh} = \frac{\sigma_K}{\sigma_{d\,vorh}} = \frac{295{,}3\,\frac{N}{mm^2}}{50{,}9\,\frac{N}{mm^2}} = 5{,}8$$

ν_{vorh} ist noch etwas kleiner als $\nu_{erf} = 6$, d. h. der Durchmesser muß noch etwas erhöht und die Rechnung von $\lambda_{neu} = \ldots$ an wiederholt werden.
Mit $d = 26$ mm ergibt sich $\nu_{vorh} = 6{,}3$.

908.

Die Pleuelstange würde um die (senkrechte) y-Achse knicken, denn ganz sicher ist $I_y = I_{min} < I_x$.

$$I_{min} = \frac{10\,mm \cdot (20\,mm)^3 + 30\,mm \cdot (15\,mm)^3}{12} = 15104\,mm^4$$

($I_x = 95417\,mm^4$, also wesentlich größer als I_{min}.)

$$i = \sqrt{\frac{I_{min}}{S}}$$

$S = Hb - (b - s)h = [40 \cdot 20 - (20 - 15) \cdot 30]\,mm^2$
$S = 650\,mm^2$

$$i = \sqrt{\frac{15\,104\,mm^4}{650\,mm^2}} = 4{,}82\,mm$$

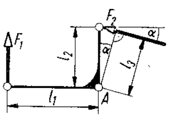
$$\lambda = \frac{s}{i} = \frac{370\,mm}{4{,}82\,mm} = 76{,}8 < \lambda_0 = 89 \text{ (Tetmajerfall):}$$

$$\sigma_K = 335 - 0{,}62 \cdot \lambda = 287{,}4\,\frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_{d\,vorh} = \frac{F}{S} = \frac{16000\,N}{650\,mm^2} = 24{,}6\,\frac{N}{mm^2}$$

$$\nu_{vorh} = \frac{\sigma_K}{\sigma_{d\,vorh}} = \frac{287{,}4\,\frac{N}{mm^2}}{24{,}6\,\frac{N}{mm^2}} = 11{,}7$$

909.



$$\sin\alpha = \frac{100\,mm}{550\,mm} = 0{,}1818$$

$$\alpha = 10{,}5°$$

$\Sigma M_{(A)} = 0 = -F_1\,l_1 + F_2\,l_3\,; \qquad l_3 = l_2 \cos\alpha$

$$F_2 = \frac{F_1\,l_1}{l_2 \cos\alpha} = \frac{4\,kN \cdot 150\,mm}{100\,mm \cdot \cos 10{,}5°} = 6{,}1\,kN$$

$$I_{erf} = \frac{\nu F_2\,s^2}{E\pi^2} = \frac{10 \cdot 6100\,N \cdot (550\,mm)^2}{210000\,\frac{N}{mm^2} \cdot \pi^2} = 8905\,mm^4$$

$$d_{erf} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot I_{erf}}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot 8905\,mm^4}{\pi}} = 20{,}7\,mm$$

$d = 21$ mm ausgeführt

$$\lambda = \frac{s}{i} = \frac{4s}{d} = \frac{4 \cdot 550\,mm}{21\,mm} = 104{,}8 \approx 105 = \lambda_0$$

Die Rechnung nach Euler war (gerade noch) berechtigt; es kann bei $d = 21$ mm bleiben.

910.

a) $\sigma_d = \dfrac{F}{S} = \dfrac{F}{bh} = \dfrac{F}{b \cdot 3{,}5\,b} = \dfrac{F}{3{,}5\,b^2}$

$$b_{erf} = \sqrt{\frac{F}{3{,}5 \cdot \sigma_{d\,zul}}} = \sqrt{\frac{20000\,N}{3{,}5 \cdot 60\,\frac{N}{mm^2}}} = 9{,}8\,mm$$

gewählt ▭ 35 × 10; $S = 350\,mm^2$

$$I_{min} = \frac{hb^3}{12} = \frac{(35\,mm) \cdot (10\,mm)^3}{12} = 2917\,mm^4$$

Hinweis: Der Stab knickt um die Achse, für die das axiale Flächenmoment den kleinsten Wert hat; daher muß mit $I = hb^3/12$, nicht mit $I = bh^3/12$ gerechnet werden.

$$i = \sqrt{\frac{I_{min}}{S}} = \sqrt{\frac{2917\,mm^4}{350\,mm^2}} = 2{,}89\,mm$$

$$\lambda = \frac{s}{i} = \frac{300\,mm}{2{,}89\,mm} = 104 > \lambda_0 = 89$$

also elastische Knickung (Eulerfall):

$$\sigma_K = \frac{E\pi^2}{\lambda^2} = \frac{2{,}1 \cdot 10^5\,\frac{N}{mm^2} \cdot \pi^2}{104^2} = 191{,}6\,\frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_{d\,vorh} = \frac{F}{S} = \frac{20000\,N}{350\,mm^2} = 57{,}1\,\frac{N}{mm^2}$$

$$\nu_{vorh} = \frac{\sigma_K}{\sigma_{d\,vorh}} = \frac{191{,}6\,\frac{N}{mm^2}}{57{,}1\,\frac{N}{mm^2}} = 3{,}36$$

b) $\sigma_d = \dfrac{F}{S} = \dfrac{F}{a^2}$

$$a_{erf} = \sqrt{\frac{F}{\sigma_{d\,zul}}} = \sqrt{\frac{20000\,N}{60\,\frac{N}{mm^2}}} = 18{,}3\,mm$$

gewählt □ 19 × 19

$$I_{min} = I_x = I_y = I_D = \frac{h^4}{12} = \frac{a^4}{12}$$

$$I_{min} = \frac{(19\,mm)^4}{12} = 10860\,mm^4$$

Die weitere Rechnung wie unter a) ergibt hier $\nu_{vorh} = 5{,}43$; also größer als beim Rechteckquerschnitt.

911.

a) $\Sigma M_{(D)} = 0 = F_1 l_1 - F_S l_2$

$$F_S = \frac{F l_1}{l_2} = \frac{4\,\text{kN} \cdot 40\,\text{mm}}{28\,\text{mm}} = 5714\,\text{N}$$

b) $F_K = F_S \nu = 5714\,\text{N} \cdot 3 = 17142\,\text{N}$

c) $$I_{\text{erf}} = \frac{F_K s^2}{E \pi^2} = \frac{17142\,\text{N} \cdot (305\,\text{mm})^2}{210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \pi^2} = 769\,\text{mm}^4$$

d) $$I = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4) = \frac{\pi}{64}[D^4 - (0{,}8\,D)^4] = \frac{\pi}{64}(D^4 - 0{,}41 D^4)$$

$$I = \frac{\pi}{64} D^4 (1 - 0{,}41) = \frac{\pi}{64} \cdot 0{,}59\,D^4$$

$$D_{\text{erf}} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot I_{\text{erf}}}{0{,}59 \cdot \pi}} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot 769\,\text{mm}^4}{0{,}59 \cdot \pi}} = 12{,}8\,\text{mm}$$

$D = 13$ mm ausgeführt; $d = 10$ mm

e) $i = 0{,}25\sqrt{D^2 + d^2}$

$$i = 0{,}25\sqrt{(13^2 + 10^2)\,\text{mm}^2} = 4{,}1\,\text{mm}$$

f) $\lambda = \frac{s}{i} = \frac{305\,\text{mm}}{4{,}1\,\text{mm}} = 74{,}4 > \lambda_0$; die Rechnung nach Euler war richtig.

912.

a) $$\sigma_{d\,\text{vorh}} = \frac{F}{A_3} = \frac{15000\,\text{N}}{1452\,\text{mm}^2} = 10{,}3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

b) $$p_{\text{vorh}} = \frac{F P}{\pi d_2 H_1 m} = \frac{15000\,\text{N} \cdot 8\,\text{mm}}{\pi \cdot 48\,\text{mm} \cdot 4\,\text{mm} \cdot 120\,\text{mm}}$$

$$p_{\text{vorh}} = 1{,}66 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

c) $$\lambda = \frac{s}{i} = \frac{4s}{d_3} = \frac{4 \cdot 1800\,\text{mm}}{43\,\text{mm}} = 167 > \lambda_0 = 89, \text{ also Euler}$$

d) $$\nu_{\text{vorh}} = \frac{F_K}{F} = \frac{E I \pi^2}{s^2 F} = \frac{2{,}1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{\pi}{64}(43\,\text{mm})^4 \cdot \pi^2}{(1800\,\text{mm})^2 \cdot 15000\,\text{N}}$$

$$= 7{,}2$$

e) $$F_R = \frac{F}{3 \cdot \sin 60^\circ} = \frac{15000\,\text{N}}{3 \cdot \sin 60^\circ} = 5774\,\text{N}$$

f) $$\sigma_{d\,\text{vorh}} = \frac{F_R}{\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)} = \frac{4 \cdot 5774\,\text{N}}{\pi(60^2 - 50^2)\,\text{mm}^2} = 6{,}7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

g) $$i = 0{,}25\sqrt{D^2 + d^2} = 0{,}25\sqrt{(60^2 + 50^2)\,\text{mm}^2} = 19{,}5\,\text{mm}$$

$$\lambda = \frac{s}{i} = \frac{800\,\text{mm}}{19{,}5\,\text{mm}} = 41 < \lambda_{0,\,\text{St}37} = 105 \text{ (Tetmajerfall)}$$

h) $\sigma_K = 310 - 1{,}14 \cdot \lambda$

$$\sigma_K = 310 - 1{,}14 \cdot 41 = 263 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\nu_{\text{vorh}} = \frac{\sigma_K}{\sigma_{d\,\text{vorh}}} = \frac{263 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{6{,}7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 39{,}3$$

913.

a) $$I_{\text{erf}} = \frac{\nu F s^2}{E \pi^2} = \frac{6 \cdot 30 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot (1800\,\text{mm})^2}{2{,}1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \pi^2} = 28{,}1 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$$

$$I = \frac{\pi}{64} d^4$$

$$d_{\text{erf}} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot I_{\text{erf}}}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot 28{,}1 \cdot 10^4\,\text{mm}^4}{\pi}} = 48{,}9\,\text{mm}$$

$d = 50$ mm ausgeführt

$$\lambda = \frac{s}{i} = \frac{4s}{d} = \frac{4 \cdot 1800\,\text{mm}}{50\,\text{mm}} = 144 > \lambda_0 = 89$$

Die Rechnung nach Euler war richtig.

b) $M_b = F l = 30000\,\text{N} \cdot 320\,\text{mm} = 9{,}6 \cdot 10^6\,\text{Nmm}$

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{M_b}{\frac{s h^2}{6}} = \frac{6 M_b}{\frac{h}{10} \cdot h^2} = \frac{60 M_b}{h^3}$$

$$h_{\text{erf}} = \sqrt[3]{\frac{60 M_b}{\sigma_{b\,\text{zul}}}} = \sqrt[3]{\frac{60 \cdot 9{,}6 \cdot 10^6\,\text{Nmm}}{120 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 170\,\text{mm}$$

$$s_{\text{erf}} = \frac{h_{\text{erf}}}{10} = 17\,\text{mm}$$

914.

a) $$A_{3\,\text{erf}} = \frac{F}{\sigma_{d\,\text{zul}}} = \frac{40000\,\text{N}}{60 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 667\,\text{mm}^2$$

b) Tr 40 X 7 mit $A_3 = 804\,\text{mm}^2$
$d_3 = 32$ mm
$d_2 = 36{,}5$ mm; $r_2 = 18{,}25$ mm
$H_1 = 3{,}5$ mm

c) $$\lambda = \frac{4s}{d_3} = \frac{4 \cdot 800\,\text{mm}}{32\,\text{mm}} = 100 > \lambda_0 = 89 \text{ (Eulerfall)}$$

d) $$I = \frac{\pi}{64} d_3^4 = \frac{\pi}{64}(32\,\text{mm})^4 = 51472\,\text{mm}^4$$

$$\nu_{\text{vorh}} = \frac{F_K}{F} = \frac{E I \pi^2}{s^2 F} = \frac{2{,}1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 51472\,\text{mm}^4 \cdot \pi^2}{(800\,\text{mm})^2 \cdot 0{,}4 \cdot 10^5\,\text{N}} = 4{,}2$$

e) $$m_{\text{erf}} = \frac{F P}{\pi d_2 H_1 p_{\text{zul}}} = \frac{40000\,\text{N} \cdot 7\,\text{mm}}{\pi \cdot 36{,}5\,\text{mm} \cdot 3{,}5\,\text{mm} \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

$m_{\text{erf}} = 70$ mm

f) $M_{RG} = F_1 D = F r_2 \tan(\alpha + \rho')$

(Handrad wird mit 2 Händen gedreht: Kräftepaar mit F_1 und Wirkabstand D.)

$$r_2 = \frac{d_2}{2} = 18{,}25\,\text{mm}$$

$$\tan\alpha = \frac{P}{2\pi r_2}; \quad \alpha = \arctan \frac{7\,\text{mm}}{2\pi \cdot 18{,}25\,\text{mm}} = 3{,}49^\circ$$

$$\rho' = \arctan \mu' = \arctan 0{,}1 = 5{,}7^\circ; \quad \alpha + \rho' = 9{,}2^\circ$$

$$D = \frac{40000\,\text{N} \cdot 18{,}25\,\text{mm} \cdot \tan 9{,}2^\circ}{300\,\text{N}} = 394\,\text{mm}$$

915.

a) $A_{3\,\mathrm{erf}} = \dfrac{F}{\sigma_{\mathrm{d\,zul}}} = \dfrac{50\,000\ \mathrm{N}}{60\ \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}} = 833\ \mathrm{mm}^2$

b) Tr 44 X 7 mit $A_3 = 1018\ \mathrm{mm}^2$
$d_3 = 36\ \mathrm{mm}$
$d_2 = 40{,}5\ \mathrm{mm};\ r_2 = 20{,}25\ \mathrm{mm}$
$H_1 = 3{,}5\ \mathrm{mm}$

c) $\lambda = \dfrac{4\,s}{d_3} = \dfrac{4 \cdot 1400\ \mathrm{mm}}{36\ \mathrm{mm}} = 156 > \lambda_0 = 89$

d) $I = \dfrac{\pi}{64} \cdot d_3^4 = \dfrac{\pi}{64}(36\ \mathrm{mm})^4 = 82\,448\ \mathrm{mm}^4$

$$\nu_{\mathrm{vorh}} = \frac{E I \pi^2}{s^2 F} = \frac{2{,}1 \cdot 10^6\ \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot 82\,448\ \mathrm{mm}^4 \cdot \pi^2}{(1400\ \mathrm{mm})^2 \cdot 50\,000\ \mathrm{N}} = 1{,}74$$

e) $m_{\mathrm{erf}} = \dfrac{F P}{\pi \cdot d_2 H_1 p_{\mathrm{zul}}} = \dfrac{50\,000\ \mathrm{N} \cdot 7\ \mathrm{mm}}{\pi \cdot 40{,}5\ \mathrm{mm} \cdot 3{,}5\ \mathrm{mm} \cdot 8\ \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}}$

$m_{\mathrm{erf}} = 98{,}2\ \mathrm{mm}$

f) $M_{\mathrm{RG}} = F r_2 \tan(\alpha + \rho')$
$M_{\mathrm{RG}} = 50\,000\ \mathrm{N} \cdot 20{,}25\ \mathrm{mm} \cdot \tan(3{,}15^\circ + 9{,}09^\circ)$
mit $\rho' = \arctan \mu' = \arctan 0{,}16 = 9{,}09^\circ$
$M_{\mathrm{RG}} = 219\,650\ \mathrm{Nmm}$
$M_{\mathrm{RG}} = F_{\mathrm{Hand}}\, l_1$

$l_1 = \dfrac{M_{\mathrm{RG}}}{F_{\mathrm{Hand}}} = \dfrac{219\,650\ \mathrm{Nmm}}{300\ \mathrm{N}} = 732\ \mathrm{mm}$

g) $\sigma_{\mathrm{b}} = \dfrac{M_{\mathrm{b}}}{\dfrac{\pi \cdot d_1^3}{32}}$; $\quad M_{\mathrm{b}} = F_{\mathrm{Hand}}\, l_1$

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{F_{\mathrm{Hand}}\, l_1 \cdot 32}{\pi \cdot \sigma_{\mathrm{b\,zul}}}}$$

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{300\ \mathrm{N} \cdot 732\ \mathrm{mm} \cdot 32}{\pi \cdot 60\ \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}}} = 33{,}4\ \mathrm{mm}$$

916.

$\nu = \dfrac{F_{\mathrm{K}}}{F_{\mathrm{St}}} = \dfrac{E I \pi^2}{s^2 F_{\mathrm{St}}}$

$$F_{\mathrm{St}} = \frac{E I \pi^2}{s^2 \nu_{\mathrm{vorh}}} = \frac{10\,000\ \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot \dfrac{\pi}{64} \cdot (150\ \mathrm{mm})^4 \cdot \pi^2}{(4500\ \mathrm{mm})^2 \cdot 10}$$

$F_{\mathrm{St}} = 12\,112\ \mathrm{N}$

Halbe Winkelhalbierende des gleichseitigen Dreiecks:

$WH = \dfrac{1500\ \mathrm{mm}}{\cos 30^\circ} = 1732\ \mathrm{mm}$

Neigungswinkel der Stütze:

$\alpha = \arccos \dfrac{WH}{s} = \arccos \dfrac{1732\ \mathrm{mm}}{4500\ \mathrm{mm}} = 67{,}4^\circ$

$F_{\mathrm{ges}} = 3 F_{\mathrm{St}} \sin \alpha = 3 \cdot 12\,112\ \mathrm{N} \cdot \sin 67{,}4^\circ$
$F_{\mathrm{ges}} = 33\,546\ \mathrm{N} = 33{,}5\ \mathrm{kN}$

Knickung im Stahlbau

920.

Tragsicherheitsnachweis nach DIN 18 800:
$S = 2 \cdot 1550\ \mathrm{mm}^2 = 3100\ \mathrm{mm}^2$

$i = \sqrt{\dfrac{I}{S}} = \sqrt{\dfrac{232 \cdot 10^4\ \mathrm{mm}^4}{3100\ \mathrm{mm}^2}} = 27{,}357\ \mathrm{mm}$

$\lambda_{\mathrm{K}} = \dfrac{s_{\mathrm{K}}}{i} = \dfrac{2000\ \mathrm{mm}}{27{,}357\ \mathrm{mm}} = 73{,}104$

$\bar{\lambda}_{\mathrm{K}} = \dfrac{\lambda_{\mathrm{K}}}{\lambda_{\mathrm{a}}} = \dfrac{73{,}104}{92{,}9} = 0{,}788$

Knickspannungslinie c mit $a = 0{,}49$

Abminderungsfaktor κ für $\bar{\lambda}_{\mathrm{K}} = 0{,}788 > 0{,}2$:

$k = 0{,}5 \cdot \left[1 + \alpha\left(\bar{\lambda}_{\mathrm{K}} - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}_{\mathrm{K}}^2\right] = 0{,}955$

$\kappa = \dfrac{1}{k + \sqrt{k^2 - \bar{\lambda}_{\mathrm{K}}^2}} = 0{,}669$

$F_{\mathrm{pl}} = R_{\mathrm{e}} S = 240 \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot 3100\ \mathrm{mm}^2 = 744\ \mathrm{kN}$

Tragsicherheits-Hauptgleichung

$\dfrac{F}{\kappa F_{\mathrm{pl}}} = \dfrac{215\ \mathrm{kN}}{0{,}669 \cdot 744\ \mathrm{kN}} = 0{,}432 < 1$

Die Bedingung der Tragsicherheits-Hauptgleichung ist erfüllt.

921.

Entwurfsformel für die überschlägige Querschnittsermittlung:

$I_{\mathrm{erf}} \geq 1{,}5 \cdot 10^{-3} F\, s_{\mathrm{K}}^2 = 1{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 300 \cdot 4000^2\ \mathrm{mm}^4$

$I_{\mathrm{erf}} = 720 \cdot 10^4\ \mathrm{mm}^4$

$I = \dfrac{\pi}{64}\left(D^4 - d^4\right)$

$d_{\mathrm{erf}} = \sqrt[4]{D^4 - \dfrac{64\, I_{\mathrm{erf}}}{\pi}} = \sqrt[4]{(120\ \mathrm{mm})^4 - \dfrac{64 \cdot 720 \cdot 10^4\ \mathrm{mm}^4}{\pi}}$

$d_{\mathrm{erf}} = 88{,}3\ \mathrm{mm}$

gewählt $d = 90\ \mathrm{mm}$; $\delta = 15\ \mathrm{mm}$; $S = 4948\ \mathrm{mm}^2$

Tragsicherheitsnachweis nach DIN 18 800:

$i = 0{,}25\sqrt{D^2 + d^2} = 0{,}25\sqrt{\left(120^2 + 90^2\right)\mathrm{mm}^2} = 37{,}5\ \mathrm{mm}$

$\lambda_{\mathrm{K}} = \dfrac{s_{\mathrm{K}}}{i} = \dfrac{4000\ \mathrm{mm}}{37{,}5\ \mathrm{mm}} = 106{,}7;\ \bar{\lambda}_{\mathrm{K}} = \dfrac{\lambda_{\mathrm{K}}}{\lambda_{\mathrm{a}}} = \dfrac{106{,}7}{92{,}9} = 1{,}15$

Knickspannungslinie a (Hohlprofil, warm gefertigt) mit $\alpha = 0{,}21$

Abminderungsfaktor κ für $\bar{\lambda}_{\mathrm{K}} = 1{,}15 > 0{,}2$:

$k = 0{,}5 \cdot \left[1 + \alpha\left(\bar{\lambda}_{\mathrm{K}} - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}_{\mathrm{K}}^2\right]$

$k = 0{,}5 \cdot \left[1 + 0{,}21\,(1{,}15 - 0{,}2) + 1{,}15^2\right] = 1{,}261$

$\kappa = \dfrac{1}{k + \sqrt{k^2 - \bar{\lambda}_{\mathrm{K}}^2}} = \dfrac{1}{1{,}261 + \sqrt{1{,}261^2 - 1{,}15^2}}$

$\kappa = 0{,}562$

$F_{pl} = R_e S = 240 \dfrac{N}{mm^2} \cdot 4948\ mm^2 = 1187{,}52\ kN$

Tragsicherheits-Hauptgleichung:

$\dfrac{F}{\kappa F_{pl}} = \dfrac{300\ kN}{0{,}562 \cdot 1187{,}52\ kN} = 0{,}5 < 1$

Die Bedingung der Tragsicherheits-Hauptgleichung ist erfüllt.

922.

Wie in Lösung 921 wird mit der Entwurfsformel das erforderliche axiale Flächenmoment ermittelt:

$I_{erf} \geq 1{,}5 \cdot 10^{-3} F s_K^2$

$I_{erf} = 1{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 75 \cdot 3000^2\ mm^4$

$I_{erf} = 101{,}25 \cdot 10^4\ mm^4$

gewählt IPE 180

mit $I_y = 101 \cdot 10^4\ mm^4$; $S = 2390\ mm^2$;

$t = 8$ mm

$i_y = \sqrt{\dfrac{I_y}{S}} = \sqrt{\dfrac{101 \cdot 10^4\ mm^4}{2390\ mm^2}} = 20{,}557\ mm$

Tragsicherheitsnachweis nach DIN 18 800:

$\lambda_K = \dfrac{s_K}{i_y} = \dfrac{3000\ mm}{20{,}557\ mm} = 145{,}936$

$\overline{\lambda}_K = \dfrac{\lambda_K}{\lambda_a} = \dfrac{145{,}936}{92{,}9} = 1{,}571$; Knickspannungslinie b

für $h/b = 180$ mm/91 mm $= 1{,}98 > 1{,}2$ und

$t = 8\ mm \leq 40\ mm$ mit $\alpha = 0{,}34$

Abminderungsfaktor κ für $\overline{\lambda}_K = 1{,}571 > 0{,}2$:

$k = 0{,}5 \cdot \left[1 + \alpha\left(\overline{\lambda}_K - 0{,}2\right) + \overline{\lambda}_K^2\right]$

$k = 0{,}5 \cdot \left[1 + 0{,}34(1{,}571 - 0{,}2) + 1{,}571^2\right] = 1{,}967$

$\kappa = \dfrac{1}{k + \sqrt{k^2 - \overline{\lambda}_K^2}} = \dfrac{1}{1{,}967 + \sqrt{1{,}967^2 - 1{,}571^2}}$

$\kappa = 0{,}317$

$F_{pl} = R_e S = 240 \dfrac{N}{mm^2} \cdot 2390\ mm^2 = 573{,}6\ kN$

Tragsicherheits-Hauptgleichung:

$\dfrac{F}{\kappa F_{pl}} = \dfrac{75\ kN}{0{,}317 \cdot 573{,}6\ kN} = 0{,}412 < 1$

Die Bedingung der Tragsicherheits-Hauptgleichung ist erfüllt.

923.

$S = \dfrac{\pi}{4}\left(D^2 - d^2\right) = 2137{,}54\ mm^2$

$i = 0{,}25\sqrt{D^2 + d^2}$

$i = 0{,}25\sqrt{(114{,}3^2 + 101{,}7^2)\ mm^2} = 38{,}249\ mm$

$\lambda_K = \dfrac{s_K}{i} = \dfrac{4500\ mm}{38{,}249\ mm} = 117{,}65$

$\overline{\lambda}_K = \dfrac{\lambda_K}{\lambda_a} = \dfrac{117{,}65}{92{,}9} = 1{,}266$

Knickspannungslinie a (Hohlprofil, warm gefertigt) mit $\alpha = 0{,}21$;

Abminderungsfaktor κ für $\overline{\lambda}_K = 1{,}266 > 0{,}2$

$k = 0{,}5\left[1 + \alpha\left(\overline{\lambda}_K - 0{,}2\right) + \overline{\lambda}_K^2\right] = 1{,}413$

$\kappa = \dfrac{1}{k + \sqrt{k^2 - \overline{\lambda}_K^2}} = 0{,}490$

$F_{pl} = R_e S = 240 \dfrac{N}{mm^2} \cdot 2137{,}54\ mm^2 = 513\ kN$

Tragsicherheits-Hauptgleichung:

$\dfrac{F}{\kappa F_{pl}} = \dfrac{110\ kN}{0{,}490 \cdot 513\ kN} = 0{,}438 < 1$

Die Bedingung der Tragsicherheits-Hauptgleichung ist erfüllt.

924.

a)

Stab 1: Aus Druck und Biegung wird Zug und Biegung;

Stab 2: Aus Zug wird Druck;

Stab 3: Druck und Biegung bleibt.

b)

$s = \sqrt{(2500\ mm)^2 + (2000\ mm)^2} = 3201\ mm$

c)

Annahme: 2 L × 8 DIN 1028 mit

$S = 2 \cdot 985\ mm^2 = 1970\ mm^2$

$I = 2 \cdot 37{,}5 \cdot 10^4\ mm^4 = 75 \cdot 10^4\ mm^4$

Tragsicherheitsnachweis nach DIN 18 800:

$I = \sqrt{\dfrac{I}{S}} = \sqrt{\dfrac{75 \cdot 10^4\ mm^4}{1970\ mm^2}} = 19{,}512\ mm$

$\lambda_K = \dfrac{s_K}{i} = \dfrac{3201\ mm}{19{,}512\ mm} = 164{,}053$

$\overline{\lambda}_K = \dfrac{\lambda_K}{\lambda_a} = \dfrac{164{,}053}{92{,}9} = 1{,}766$

Knickspannungslinie c mit $\alpha = 0{,}49$.

Mit $\lambda_K = 1{,}766 > 0{,}2$ wird

$k = 0{,}5 \cdot \left[1 + \alpha\left(\overline{\lambda}_K - 0{,}2\right) + \overline{\lambda}_K^2\right]$

$k = 0{,}5 \cdot \left[1 + 0{,}49(1{,}766 - 0{,}2) + 1{,}766^2\right] = 2{,}443$

$\kappa = \dfrac{1}{k + \sqrt{k^2 - \overline{\lambda}_K^2}} = \dfrac{1}{2{,}443 + \sqrt{2{,}443^2 - 1{,}766^2}} = 0{,}242$

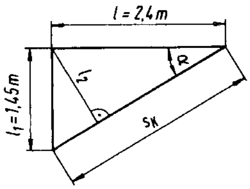
$F_{pl} = R_e S = 240 \dfrac{N}{mm^2} \cdot 1970\ mm^2 = 472{,}8\ kN$

Tragsicherheits-Hauptgleichung:

$$\frac{F}{\kappa F_{\text{pl}}}=\frac{100\,\text{kN}}{0{,}242\cdot 472{,}8\,\text{kN}}=0{,}874<1$$

Die Bedingung der Tragsicherheits-Hauptgleichung ist erfüllt.

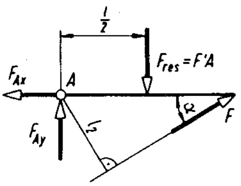
925.



$$\alpha=\arctan\frac{l_1}{l}=\arctan\frac{1{,}45\,\text{m}}{2{,}4\,\text{m}}=31°$$

$$s_k=\frac{l}{\cos\alpha}=\frac{2{,}4\,\text{m}}{\cos 31°}=2{,}8\,\text{m}$$

$$l_2=l\sin\alpha=2{,}4\,\text{m}\cdot\sin 31°=1{,}24\,\text{m}$$



$$F_{\text{res}}=F'A=2{,}5\frac{\text{kN}}{\text{m}^2}\cdot 2{,}4\,\text{m}\cdot 3\,\text{m}=18\,\text{kN}$$

$$\Sigma M_{(A)}=0=-F_{\text{res}}\frac{l}{2}+F\,l_2$$

$$F=\frac{F_{\text{res}}\,l}{2\,l_2}=\frac{18\,\text{kN}\cdot 2{,}4\,\text{m}}{2\cdot 1{,}24\,\text{m}}=17{,}4\,\text{kN}$$

$$I_{\text{erf}}=0{,}12\,F\,s_k^2=0{,}12\cdot 17{,}4\cdot 2{,}8^2\,\text{cm}^4$$

$$I_{\text{erf}}=16{,}4\text{cm}^4=16{,}4\cdot 10^4\,\text{mm}^4$$

gewählt U80 DIN 1026 mit

$I_y=19{,}4\cdot 10^4\text{mm}^4$ und $S=1100\,\text{mm}^2$

Tragsicherheitsnachweis nach DIN 18 800:

$$i=\sqrt{\frac{I_y}{S}}=\sqrt{\frac{19{,}4\cdot 10^4\,\text{mm}^4}{1100\,\text{mm}^2}}=13{,}280\,\text{mm}$$

$$\lambda_K=\frac{s_K}{i_y}=\frac{2800\,\text{mm}}{13{,}280\,\text{mm}}=210{,}843$$

$$\overline{\lambda}_K=\frac{\lambda_K}{\lambda_a}=\frac{210{,}843}{92{,}9}=2{,}27$$

Knickspannungslinie c mit $\alpha=0{,}49$.

Mit $\overline{\lambda}_K=2{,}27>0{,}2$ wird

$$k=0{,}5\cdot\left[1+\alpha\left(\overline{\lambda}_K-0{,}2\right)+\overline{\lambda}_K^2\right]$$

$$k=0{,}5\cdot\left[1+0{,}49\left(2{,}27-0{,}2\right)+2{,}27^2\right]=3{,}584$$

$$\kappa=\frac{1}{k+\sqrt{k^2-\overline{\lambda}_K^2}}=\frac{1}{3{,}584+\sqrt{3{,}584^2-2{,}27^2}}=0{,}157$$

$$F_{\text{pl}}=R_e\,S=240\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot 1100\,\text{mm}^2=264\,\text{kN}$$

Tragsicherheits-Hauptgleichung:

$$\frac{F}{\kappa F_{\text{pl}}}=\frac{17{,}4\,\text{kN}}{0{,}157\cdot 264\,\text{kN}}=0{,}42<1$$

Die Bedingung der Tragsicherheits-Hauptgleichung ist erfüllt.

926.

a)

IPE 200 mit $I_x=1940\cdot 10^4\,\text{mm}^4$;

$I_y=142\cdot 10^4\,\text{mm}^4$; $S=2850\,\text{mm}^2$; $t=8{,}5\,\text{mm}$

Tragsicherheitsnachweis nach DIN 18 800:

$$i_x=\sqrt{\frac{I_x}{S}}=\sqrt{\frac{1940\cdot 10^4\text{mm}^4}{2850\,\text{mm}^2}}=82{,}5\,\text{mm}$$

$$\lambda_K=\frac{s_K}{i_x}=\frac{4000\,\text{mm}}{82{,}5\,\text{mm}}=48{,}485$$

$$\overline{\lambda}_K=\frac{\lambda_K}{\lambda_a}=\frac{48{,}485}{92{,}9}=0{,}522$$

Knickspannungslinie a bei $h/b=2$; $t=8{,}5$ min;

$\alpha=0{,}21$

Mit $\overline{\lambda}_K=0{,}522>0{,}2$ wird

$$k=0{,}5\cdot\left[1+\alpha\left(\overline{\lambda}_K-0{,}2\right)+\overline{\lambda}_K^2\right]$$

$$k=0{,}5\cdot\left[1+0{,}21\left(0{,}522-0{,}2\right)+0{,}522^2\right]=0{,}67$$

$$\kappa=\frac{1}{k+\sqrt{k^2-\overline{\lambda}_K^2}}=\frac{1}{0{,}67+\sqrt{0{,}67^2-0{,}522^2}}=0{,}917$$

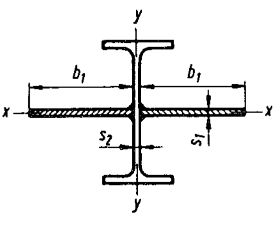
$$F_{\text{pl}}=R_e\,S=240\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot 2850\,\text{mm}^2=684\,\text{kN}$$

Tragsicherheits-Hauptgleichung:

$$\frac{F}{\kappa F_{\text{pl}}}=\frac{380\,\text{kN}}{0{,}917\cdot 684\,\text{kN}}=0{,}606<1$$

Die Bedingung der Tragsicherheits-Hauptgleichung ist erfüllt.

b)



$$I_x + 2\frac{b_1 s_1^3}{12} = I_y + 2\left[\frac{s_1 b_1^3}{12} + b_1 s_1\left(\frac{b_1}{2}+\frac{s_2}{2}\right)^2\right]$$

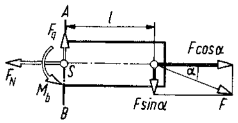
Die algebraische Entwicklung führt zu dem Term:

$$\underbrace{b_1^3\left(\frac{s_1}{6}+\frac{s_1}{2}\right)}_{k_1} + \underbrace{b_1^2\, s_1\, s_2}_{k_2} - \underbrace{b_1\left(\frac{s_1^3}{6}+\frac{s_1 s_2^2}{2}\right)}_{k_3} = I_x - I_y$$

Die Näherungsrechnung ergibt $b_1 = 147{,}2$ mm.
Ausgeführt wird $b_1 = 150$ mm, also ▭ 150 × 8.

Biegung und Zug/Druck

927.



a) $\tau_{a\,vorh} = \frac{F_q}{S} = \frac{F\sin\alpha}{\frac{\pi}{4}d^2} = \frac{6000\text{ N}\cdot\sin 20^\circ}{\frac{\pi}{4}\cdot(20\text{ mm})^2} = 6{,}53\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

b) $\sigma_{z\,vorh} = \frac{F_N}{S} = \frac{F\cos\alpha}{\frac{\pi}{4}d^2} = \frac{6000\text{N}\cdot\cos 20^\circ}{\frac{\pi}{4}\cdot(20\text{ mm})^2} = 17{,}9\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

c) $\sigma_{b\,vorh} = \frac{M_b}{W} = \frac{F\sin\alpha\cdot l}{\frac{\pi}{32}d^3} = \frac{6000\text{ N}\cdot\sin 20^\circ\cdot 60\text{ mm}}{\frac{\pi}{32}\cdot(20\text{ mm})^3}$

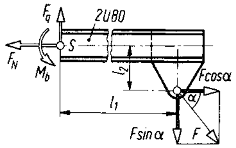
$\sigma_{b\,vorh} = 156{,}8\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

d) $\sigma_{res\,Zug} = \sigma_z + \sigma_{bz} = (17{,}9 + 156{,}8)\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$\sigma_{res\,Zug} = 174{,}7\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

928.

a)



$F_N = F\cos\alpha = 10\text{ kN}\cdot\cos 50^\circ = 6{,}428\text{ kN}$
$F_q = F\sin\alpha = 10\text{ kN}\cdot\sin 50^\circ = 7{,}66\text{ kN}$
$M_b = F\cos\alpha\cdot l_2 - F\sin\alpha\cdot l_1 = F_N\, l_2 - F_q\, l_1$
$M_b = 6428\text{N}\cdot 0{,}2\text{m} - 7660\text{N}\cdot 0{,}8\text{m} = 4842\text{Nm}$

b) $\tau_{a\,vorh} = \frac{F_q}{S_{][}} = \frac{7660\text{ N}}{2200\text{ mm}^2} = 3{,}48\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

c) $\sigma_{z\,vorh} = \frac{F_N}{S_{][}} = \frac{6428\text{ N}}{2200\text{ mm}^2} = 2{,}92\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

d) $\sigma_{b\,vorh} = \frac{M_b}{W_{][}} = \frac{4842\cdot 10^3\text{ Nmm}}{53\cdot 10^3\text{ mm}^3} = 91{,}4\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

e) $\sigma_{res\,Zug} = \sigma_z + \sigma_{bz} = (2{,}92 + 91{,}4)\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 94{,}3\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

f) $M_b = F_N\, l_2 - F_q\, l_1 = 0$

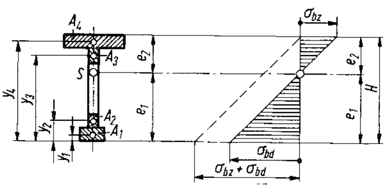
$l_2 = \frac{F_q\, l_1}{F_N} = \frac{7{,}66\text{ kN}\cdot 800\text{ mm}}{6{,}428\text{ kN}} = 953{,}4\text{ mm}$

oder

$M_b = F\cos\alpha\cdot l_2 - F\sin\alpha\cdot l_1 = 0$

$l_2 = \frac{F\sin\alpha\cdot l_1}{F\cos\alpha} = l_1\,\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 800\text{ mm}\cdot\frac{\sin 50^\circ}{\cos 50^\circ} = 953{,}4\text{ mm}$

929.



$A_1 = 7\cdot 3\text{ cm}^2 = 21\text{ cm}^2$
$A_2 = 1\cdot 4\text{ cm}^2 = 4\text{ cm}^2$
$A_3 = 1\cdot 4\text{ cm}^2 = 4\text{ cm}^2$
$A_4 = b\cdot 4\text{ cm}$
$A = \Sigma A = 29\text{ cm}^2 + b\cdot 4\text{ cm}$

$y_1 = 1{,}5\text{ cm};\quad y_2 = 5\text{ cm};\quad y_3 = 29\text{ cm};\quad y_4 = 33\text{ cm}$

Aus der Spannungsskizze:

$\frac{\sigma_{bz}+\sigma_{bd}}{H} = \frac{\sigma_{bd}}{e_1}$

$e_1 = H\,\frac{\sigma_{bd}}{\sigma_{bz}+\sigma_{bd}} = 350\text{ mm}\cdot\frac{150\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{200\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 262{,}5\text{ mm}$

Momentensatz für Flächen:

$A\,e_1 = A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 + b\cdot 4\text{ cm}\cdot y_4$

$(29\text{ cm}^2 + b\cdot 4\text{ cm})\,e_1 = A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 + b\cdot 4\text{cm}\cdot y_4$

$29\text{ cm}^2\cdot e_1 + b\cdot 4\text{ cm}\cdot e_1 = A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 + b\cdot 4\text{cm}\cdot y_4$

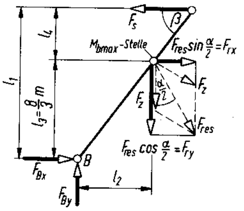
$b\cdot 4\text{ cm}\,(y_4 - e_1) = 29\text{ cm}^2 e_1 - A_1 y_1 - A_2 y_2 - A_3 y_3$

$b = \frac{29\text{ cm}^2\cdot 26{,}25\text{ cm} - (21\cdot 1{,}5 + 4\cdot 5 + 4\cdot 29)\text{ cm}^3}{4\text{ cm}\cdot(33 - 26{,}25)\text{ cm}}$

$b = 21{,}99$ cm
$b = 220$ mm

930.

a)



$$F_{res} = \sqrt{F_z^2 + F_z^2 + 2F_z^2 \cos\alpha} = \sqrt{2F_z^2(1+\cos\alpha)}$$

$$F_{res} = F_z\sqrt{2(1+\cos\alpha)} = 20\,\text{kN}\sqrt{2(1+\cos 60^\circ)} = 34{,}6\,\text{kN}$$

$$F_{rx} = F_{res}\sin\frac{\alpha}{2} = 34{,}6\,\text{kN}\cdot\sin 30^\circ = 17{,}3\,\text{kN}$$

$$F_{ry} = F_{res}\cos\frac{\alpha}{2} = 34{,}6\,\text{kN}\cdot\cos 30^\circ = 30\,\text{kN}$$

$$\Sigma M_{(B)} = 0 = F_s l_1 - F_{rx} l_3 - F_{ry} l_2$$

$$F_s = \frac{F_{rx} l_3 + F_{ry} l_2}{l_1} = \frac{(17{,}3\cdot\frac{8}{3} + 30\cdot 2)\,\text{kNm}}{4\,\text{m}} = 26{,}5\,\text{kN}$$

b) $\Sigma F_x = 0 = F_{Bx} - F_s + F_{rx} \Longrightarrow F_{Bx} = 9{,}2\,\text{kN}$

$\Sigma F_y = 0 = F_{By} - F_{ry} \Longrightarrow F_{By} = 30\,\text{kN}$

$$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = 31{,}4\,\text{kN}$$

c) $\sigma_z = \dfrac{F_s}{S} = \dfrac{F_s}{n\cdot\frac{\pi}{4}d^2}$

$$n_{erf} = \frac{4F_s}{\pi d^2 \sigma_{z\,zul}} = \frac{4\cdot 26\,500\,\text{N}}{\pi\cdot(1{,}5\,\text{mm})^2\cdot 300\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 50\ \text{Drähte}$$

d) $M_{b\,max} = F_s l_4 = F_s(l_1 - l_3) = 26{,}5\,\text{kN}\cdot\frac{4}{3}\,\text{m} = 35{,}3\,\text{kNm}$

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{M_b}{\frac{\pi}{32}\cdot\frac{D^4-d^4}{D}} = \frac{32 M_b D}{\pi[D^4 - (\frac{9}{10}D)^4]}$$

$$\sigma_b = \frac{32 M_b D}{\pi D^4(1 - \frac{6561}{10000})}$$

$$\sigma_b = \frac{32 M_b}{\pi D^3\cdot\frac{3439}{10000}} = \frac{320000 M_b}{3439\,\pi D^3}$$

$$D_{erf} = \sqrt[3]{\frac{320 M_{b\,max}}{3{,}439\,\pi\cdot\sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\frac{320\cdot 35{,}3\cdot 10^6\,\text{Nmm}}{3{,}439\,\pi\cdot 100\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}$$

$D_{erf} = 216\,\text{mm}$

ausgeführt Rohr 216 X 12 DIN 2448

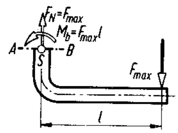
e) $\sigma_{b\,vorh} = \dfrac{M_{b\,max}}{W} = \dfrac{M_{b\,max}}{\frac{\pi}{32}\cdot\frac{D^4-d^4}{D}} = \dfrac{32\,D\,M_{b\,max}}{\pi(D^4-d^4)}$

$$\sigma_{b\,vorh} = \frac{32\cdot 216\,\text{mm}\cdot 35{,}3\cdot 10^6\,\text{Nmm}}{\pi(216^4 - 192^4)\,\text{mm}^4} = 95\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{d\,vorh} = \frac{F_B}{\frac{\pi}{4}(D^2-d^2)} = \frac{31{,}4\,\text{kN}}{\frac{\pi}{4}(216^2 - 192^2)\,\text{mm}^2} = 4{,}08\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{res\,Druck} = \sigma_d + \sigma_{bd} = 99{,}1\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < \sigma_{b\,zul} = 100\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

931.



Inneres Kräftesystem im Schnitt A–B.

$$\sigma_{res\,Zug} = \frac{F}{S} + \frac{M_b}{W} \leqslant \sigma_{zul}$$

$$\sigma_{res\,Zug} = \frac{F}{S} + \frac{Fle}{I}$$

$$\sigma_{res\,Druck} = \frac{M_b}{W} - \frac{F}{S} \leqslant \sigma_{zul}$$

$$\sigma_{res\,Druck} = \frac{Fle}{I} - \frac{F}{S}$$

Für U 120 ist: $S = 1700\,\text{mm}^2$

$I_y = 43{,}2\cdot 10^4\,\text{mm}^4$

$e_1 = 16\,\text{mm}$

$e_2 = 39\,\text{mm}$

$$F_{max\,1} = \frac{\sigma_{zul}}{\frac{1}{A} + \frac{le_2}{I}} = \frac{60\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{(\frac{1}{1700} + \frac{450\cdot 39}{432\,000})\,\frac{1}{\text{mm}^2}} = 1456\,\text{N}$$

$$F_{max\,2} = \frac{\sigma_{zul}}{\frac{le_2}{I} - \frac{1}{A}} = \frac{60\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{(\frac{450\cdot 39}{432000} - \frac{1}{1700})\,\frac{1}{\text{mm}^2}} = 1499\,\text{N}$$

932.

a) $S_{erf} = \dfrac{F}{\sigma_{z\,zul}} = \dfrac{180\cdot 10^3\,\text{N}}{140\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 1286\,\text{mm}^2$

gewählt U 100 mit $S = 1350\,\text{mm}^2$

b) α) $\sigma_{z\,vorh} = \dfrac{F}{S} = \dfrac{180\cdot 10^3\,\text{N}}{1{,}35\cdot 10^3\,\text{mm}^2} = 133\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

β) $\sigma_{b1\,vorh} = \dfrac{F l e_y}{I_y}$; $\quad l = \dfrac{s}{2} + e_y = 23{,}5\,\text{mm}$;

$e_y = 15{,}5\,\text{mm}$

$$\sigma_{b1\,vorh} = \frac{180\cdot 10^3\,\text{N}\cdot 23{,}5\,\text{mm}\cdot 15{,}5\,\text{mm}}{29{,}3\cdot 10^4\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 224\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$\sigma_{b1\,vorh} = \sigma_{bz}$

$\sigma_{b2\,vorh} = \dfrac{F l (b - e_y)}{I_y}$; $\quad b - e_y = 34{,}5\,\text{mm}$

$$\sigma_{b2\,vorh} = \frac{180\cdot 10^3\,\text{N}\cdot 23{,}5\,\text{mm}\cdot 34{,}5\,\text{mm}}{29{,}3\cdot 10^4\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 498\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$\sigma_{b2\,vorh} = \sigma_{bd}$

γ) $\sigma_{\text{res Zug}} = \sigma_z + \sigma_{bz} = (133 + 224)\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 357\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$\sigma_{\text{res Druck}} = \sigma_{bd} - \sigma_z = (498 - 133)\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 365\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

c) Gewählt U120 mit
$S = 1700\ \text{mm}^2$
$I_y = 43{,}2\ \text{mm}^4$
$e_1 = 16\ \text{mm};\quad e_2 = 39\ \text{mm}$

α) $\sigma_{z\,\text{vorh}} = \dfrac{F}{S} = \dfrac{180 \cdot 10^3\,\text{N}}{1700\ \text{mm}^2} \approx 106\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

β) $\sigma_{bz} = \dfrac{180 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot 24\ \text{mm} \cdot 16\ \text{mm}}{43{,}2 \cdot 10^4\,\text{mm}^4} = 160\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$\sigma_{bd} = \dfrac{180 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot 24\ \text{mm} \cdot 39\ \text{mm}}{43{,}2 \cdot 10^4\,\text{mm}^4} = 390\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

γ) $\sigma_{\text{res Zug}} = \sigma_z + \sigma_{bz} = (106 + 160)\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 266\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$\sigma_{\text{res Druck}} = \sigma_{bd} - \sigma_z = (390 - 106)\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 284\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

d) In beiden Fällen ist die resultierende Normalspannung größer als die zulässige Spannung.

933.

a) $\sigma_{\text{res Zug}} = \dfrac{F}{S} + \dfrac{Fle}{I_x} \leqslant \sigma_{\text{zul}}$ (vgl. 931.)

$F_{\max} = \dfrac{\sigma_{\text{zul}}}{\left(\dfrac{1}{S} + \dfrac{le}{I_x}\right)}$

$S = 1920\ \text{mm}^2$
$l = (8 + 28{,}2\ \text{mm} = 36{,}2\ \text{mm}$
$e = 28{,}2\ \text{mm}$
$I_x = 177 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$

$$F_{\max} = \frac{140\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{\left(\dfrac{1}{1920} + \dfrac{36{,}2 \cdot 28{,}2}{1770000}\right)\dfrac{1}{\text{mm}^2}} = 128\ \text{kN}$$

b) $F_{\max} = \sigma_{\text{zul}}\, S_{\rfloor\lfloor} = 140\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 3840\ \text{mm}^2 = 537{,}6\ \text{kN}$

934.

a) $\Sigma M_{(D)} = 0 = F_1 \cdot 350\ \text{mm} \cdot \sin\alpha - F_2 \cdot 250\ \text{mm}$

$F_2 = \dfrac{3\ \text{kN} \cdot 350\ \text{mm} \cdot \sin 60^\circ}{250\ \text{mm}} = 3637\ \text{N}$

b) $\sigma_b = \dfrac{F_1 \sin\alpha \cdot 300\ \text{mm}}{\dfrac{b_1 (4b)^2}{6}} = \dfrac{6 F_1 \sin\alpha \cdot 300\ \text{mm}}{16\, b_1^3}$

$b_{1\,\text{erf}} = \sqrt[3]{\dfrac{6 F_1 \sin\alpha \cdot 300\ \text{mm}}{16 \cdot \sigma_{b\,\text{zul}}}}$

$b_{1\,\text{erf}} = \sqrt[3]{\dfrac{6 \cdot 3000\ \text{N} \cdot \sin 60^\circ \cdot 300\ \text{mm}}{16 \cdot 120\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 13{,}45\ \text{mm}$

gewählt $b_1 = 13{,}5\ \text{mm};\quad h_1 = 4 b_1 = 54\ \text{mm}$

c) $b_{2\,\text{erf}} = \sqrt[3]{\dfrac{6 \cdot 3637\ \text{N} \cdot 200\ \text{mm}}{16 \cdot 120\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 13{,}15\ \text{mm}$

Es wird das gleiche Profil wie unter b) gewählt:
▭ 54 X 13,5 mm

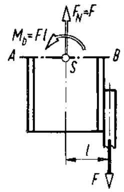
d) $\sigma_{\text{res Zug}} = \sigma_z + \sigma_b = \dfrac{F_1 \cos\alpha}{b_1 h_1} + \dfrac{F_1 \sin\alpha \cdot 300\ \text{mm}}{\dfrac{b_1 h_1^2}{6}}$

$$\sigma_{\text{res Zug}} = 3000\ \text{N}\left[\frac{\cos 60^\circ}{(13{,}5 \cdot 54)\ \text{mm}^2} + \frac{\sin 60^\circ \cdot 300\ \text{mm} \cdot 6}{(13{,}5 \cdot 54^2)\ \text{mm}^3}\right]$$

$\sigma_{\text{res Zug}} = 121\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

935.

a)



b) IPE 120 mit $S = 1320\ \text{mm}^2$; $I_x = 318 \cdot 10^4\,\text{mm}^4$; $W_x = 53 \cdot 10^3\,\text{mm}^3$

$\sigma_{\text{res Zug}} = \dfrac{F}{S} + \dfrac{M_b}{W} \leqslant \sigma_{\text{zul}}$ $\qquad M_b = Fl$

$F_{\max} = \dfrac{\sigma_{\text{zul}}}{\dfrac{1}{S} + \dfrac{l}{W_x}}$

$$F_{\max} = \frac{140\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{\left(\dfrac{1}{1320} + \dfrac{67}{53000}\right)\dfrac{1}{\text{mm}^2}} = 69\,250\ \text{N}$$

c) $\sigma_{z\,\text{vorh}} = \dfrac{F_{\max}}{S} = \dfrac{69\,250\ \text{N}}{1320\ \text{mm}^2} = 52{,}5\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

d) $\sigma_{b\,\text{vorh}} = \dfrac{F_{\max}\, l}{W_x} = \dfrac{69\,250\ \text{N} \cdot 67\ \text{mm}}{53\,000\ \text{mm}^3} = 87{,}5\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

e) $\sigma_{\text{res Zug}} = \sigma_z + \sigma_{bz} = 140\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$\sigma_{\text{res Druck}} = \sigma_{bd} - \sigma_z = 35\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

f) $a = \dfrac{i^2}{l} \qquad i_x = \sqrt{\dfrac{I_x}{S}} = \sqrt{\dfrac{318 \cdot 10^4\,\text{mm}^4}{1320\ \text{mm}^2}} = 49\ \text{mm}$

$a = \dfrac{(49\ \text{mm})^2}{67\ \text{mm}} = 35{,}96\ \text{mm}$

936.

Für L 100 X 50 X 10 ist:

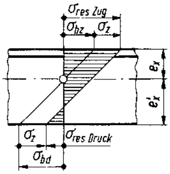
$S_L = 1410\ \text{mm}^2$;

$e_x = 36{,}7\ \text{mm}$ ($e'_x = 100\ \text{mm} - 36{,}7\ \text{mm} = 63{,}3\ \text{mm}$);

$I_x = 141 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$; $\quad S = 2S_L = 2820\ \text{mm}^2$;

$I = 2I_x = 282 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$

a)



Erste Annahme:

$\sigma_{max} = \sigma_{res\,Zug} = \sigma_z + \sigma_{bz}$

$\sigma_{max} \leqq \sigma_{zul} > \sigma_z + \sigma_{bz}$

$$\sigma_{zul} \leqslant \frac{F_{max\,1}\cos\alpha}{S} + \frac{F_{max\,1}\sin\alpha \cdot l \cdot e_x}{I}$$

$$F_{max\,1} = \frac{\sigma_{zul}}{\dfrac{\cos\alpha}{S} + \dfrac{l e_x \sin\alpha}{I}}$$

$$F_{max\,1} = \frac{140\ \dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{\left(\dfrac{\cos 50^\circ}{2820} + \dfrac{800 \cdot 36{,}7 \cdot \sin 50^\circ}{282 \cdot 10^4}\right)\dfrac{1}{\text{mm}^2}} = 17070\ \text{N}$$

Zweite Annahme:

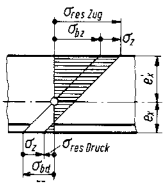
$\sigma_{max} = \sigma_{res\,Druck} = \sigma_{bd} - \sigma_z$

$$F_{max\,2} = \frac{\sigma_{zul}}{\dfrac{l e'_x \sin\alpha}{I} - \dfrac{\cos\alpha}{S}}$$

$$F_{max\,2} = \frac{140\ \dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{\left(\dfrac{800 \cdot 63{,}3 \cdot \sin 50^\circ}{282 \cdot 10^4} - \dfrac{\cos 50^\circ}{2820}\right)\dfrac{1}{\text{mm}^2}} = 10350\ \text{N}$$

Demnach ist die zweite Annahme richtig, und es muß sein: $F_{max} = F_{max\,2} = 10350\ \text{N}$

b)



In diesem Falle ist eindeutig

$\sigma_{max} = \sigma_{res\,Zug} = \sigma_z + \sigma_{bz}$

$$F_{max} \leqslant \frac{\sigma_{zul}}{\dfrac{\cos\alpha}{S} + \dfrac{l e'_x \sin\alpha}{I}}$$

$$F_{max} = \frac{140\ \dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{\left(\dfrac{0{,}6428}{2820} + \dfrac{800 \cdot 63{,}3 \cdot 0{,}766}{282 \cdot 10^4}\right)\dfrac{1}{\text{mm}^2}} = 10012\ \text{N}$$

$F_{max} = 10{,}012\ \text{kN}$

937.

Schnitt A–B:

$$\sigma_z = \frac{F}{S} = \frac{900\ \text{N}}{5 \cdot 80\ \text{mm}^2} = 2{,}25\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Schnitt C–D:

$\sigma_z = 2{,}25\ \dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ wie im Schnitt A–B

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{900\ \text{N} \cdot 20\ \text{mm}}{\dfrac{80 \cdot 5^2}{6}\ \text{mm}^3} = 54\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{max} = \sigma_z + \sigma_b = 56{,}25\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Schnitt E–F:
Wie Schnitt C–D.

Schnitt G–H:

$$\tau_a = \frac{F}{S} = \frac{900\ \text{N}}{5 \cdot 80\ \text{mm}^2} = 2{,}25\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{900\ \text{N} \cdot 17{,}5\ \text{mm}}{\dfrac{80 \cdot 5^2}{6}\ \text{mm}^3} = 47{,}25\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

938.

Wie üblich werden die Schwerpunktsabstände $e_1 = 9{,}2\,\text{mm}$ und $e_2 = 15{,}8\,\text{mm}$ und mit der Gleichung für das T-Profil das axiale Flächenmoment $I = \frac{1}{3}\,(Be_1^3 - bh^3 + ae_2^3) = 2{,}1 \cdot 10^4\ \text{mm}^4$ bestimmt. $S = 410\ \text{mm}^2$; $l = 65\ \text{mm} + e_1 = 74{,}2\ \text{mm}$.

a) Wie in Aufgabe 936 wird F_{max} mit den beiden Annahmen bestimmt (hier mit $\sigma_{z\,zul} \neq \sigma_{d\,zul}$):

$$F_{max\,1} = \frac{\sigma_{z\,zul}}{\dfrac{1}{S} + \dfrac{l e_1}{I}}$$

$$F_{max\,1} = \frac{60\ \dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{\left(\dfrac{1}{410} + \dfrac{74{,}2 \cdot 9{,}2}{21000}\right)\dfrac{1}{\text{mm}^2}} = 1717\ \text{N}$$

$$F_{max\,2} = \frac{\sigma_{d\,zul}}{\dfrac{l e_2}{I} - \dfrac{1}{S}}$$

$$F_{max\,2} = \frac{85\ \dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{\left(\dfrac{74{,}2 \cdot 15{,}8}{21000} - \dfrac{1}{410}\right)\dfrac{1}{\text{mm}^2}} = 1592\ \text{N}$$

also ist $F_{max} = F_{max\,2} = 1592\ \text{N}$

b) Wie in Aufgabe 914. wird

$$M_{RG} = F_{max}\, r_2 \tan(\alpha + \rho') = M$$

$$r_2 = \frac{d_2}{2} = \frac{9{,}026\,\text{mm}}{2} = 4{,}513\,\text{mm}$$

$P = 1{,}5\,\text{mm}$; $d_3 = 8{,}16\,\text{mm}$; $H_1 = 0{,}812\,\text{mm}$;
$A_S = 58\,\text{mm}^2$

$$\tan\alpha = \frac{P}{2\pi r_2}$$

$$\alpha = \arctan\frac{1{,}5\,\text{mm}}{2\pi \cdot 4{,}513\,\text{mm}} = 3{,}03^\circ$$

$$\rho' = \arctan\mu' = \arctan 0{,}15 = 8{,}53^\circ$$

$$\alpha + \rho' = 3{,}03^\circ + 8{,}53^\circ = 11{,}56^\circ$$

$$M = M_{RG} = 1592\,\text{N} \cdot 4{,}513\,\text{mm} \cdot \tan 11{,}56^\circ = 1469\,\text{Nmm}$$

c) $M = F_h r$

$$F_h = \frac{M}{r} = \frac{1469\,\text{Nmm}}{60\,\text{mm}} = 24{,}5\,\text{N}$$

d) $$m_{erf} = \frac{F_{max} P}{\pi d_2 H_1 p_{zul}}$$

$$m_{erf} = \frac{1592\,\text{N} \cdot 1{,}5\,\text{mm}}{\pi \cdot 9{,}026\,\text{mm} \cdot 0{,}812\,\text{mm} \cdot 3\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 34{,}6\,\text{mm}$$

$m = 35\,\text{mm}$ ausgeführt

e) $$\lambda = \frac{s}{i} = \frac{4s}{d_3} = \frac{400\,\text{mm}}{8{,}16\,\text{mm}} = 49 < \lambda_0 = 89$$

Es liegt unelastische Knickung vor (Tetmajerfall):

$$\sigma_K = 335 - 0{,}62\,\lambda$$

$$\sigma_K = 335 - 0{,}62 \cdot 49 = 304{,}6\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{d\,vorh} = \frac{F_{max}}{A_S} = \frac{1592\,\text{N}}{58\,\text{mm}^2} = 27{,}4\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\nu_{vorh} = \frac{\sigma_K}{\sigma_{d\,vorh}} = \frac{304{,}6\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{27{,}4\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 11$$

Biegung und Torsion

939.

a) $$\sigma_b = \frac{Fl}{\frac{b(5b)^2}{6}} = \frac{6Fl}{25\,b^3}$$

$$b_{erf} = \sqrt[3]{\frac{6Fl}{25\,\sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 1000\,\text{N} \cdot 230\,\text{mm}}{25 \cdot 60\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 9{,}73\,\text{mm}$$

gewählt $b = 10\,\text{mm}$; $h = 5b = 50\,\text{mm}$

b) $$\tau_a = \frac{F}{A} = \frac{1000\,\text{N}}{(10 \cdot 50)\,\text{mm}^2} = 2\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

c) $M_T = Fl = 1000\,\text{N} \cdot 0{,}3\,\text{m} = 300\,\text{Nm}$

d) $$d_{erf} = \sqrt[3]{\frac{M_T}{0{,}2\,\tau_{t\,zul}}} = \sqrt[3]{\frac{300 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{0{,}2 \cdot 20\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 42{,}2\,\text{mm}$$

$d = 44\,\text{mm}$ ausgeführt

e) $$\sigma_{b\,vorh} = \frac{M_b}{\frac{\pi}{32} d^3} = \frac{1000\,\text{N} \cdot 120\,\text{mm}}{\frac{\pi}{32} \cdot (44\,\text{mm})^3} = 14{,}3\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

f) $$\tau_{t\,vorh} = \frac{M_T}{\frac{\pi}{16} d^3} = \frac{1000\,\text{N} \cdot 300\,\text{mm}}{\frac{\pi}{16} \cdot (44\,\text{mm})^3} = 17{,}9\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_b^2 + 3(\alpha_0 \tau_t)^2}$$

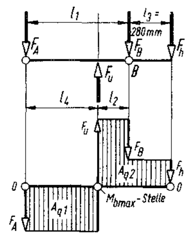
$$\sigma_v = \sqrt{\left(14{,}3\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right)^2 + 3\left(0{,}7 \cdot 17{,}9\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right)^2} = 26\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

940.

a) $M_T = F_h r_h = 300\,\text{N} \cdot 0{,}4\,\text{m} = 120\,\text{Nm}$

b) $M_T = F_u r$; $$r = \frac{mz}{2} = \frac{8\,\text{mm} \cdot 24}{2} = 96\,\text{mm}$$

$$F_u = \frac{M_T}{r} = \frac{120\,\text{Nm}}{0{,}096\,\text{m}} = 1250\,\text{N}$$



$$\Sigma M_{(B)} = 0 = F_A l_1 - F_u l_2 - F_h l_3$$

$$F_A = \frac{F_u l_2 + F_h l_3}{l_1} = 491\,\text{N}; \quad F_B = 459\,\text{N}$$

$$M_{b\,max} = F_A l_4$$
$$M_{b\,max} = 491\,\text{N} \cdot 0{,}48\,\text{m} = 236\,\text{Nm}$$

c) $M_v = \sqrt{M_b^2 + 0{,}75\,(\alpha_0 M_T)^2}$

$M_v = \sqrt{(236\text{ Nm})^2 + 0{,}75\,(0{,}7 \cdot 120\text{ Nm})^2} = 247\text{ Nm}$

d) $d_{erf} = \sqrt[3]{\dfrac{M_v}{0{,}1 \cdot \sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\dfrac{247 \cdot 10^3\text{ Nmm}}{0{,}1 \cdot 60\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 34{,}6\text{ mm}$

$d = 35\text{ mm}$ ausgeführt

941.

a) Mit $F_A = 3400\text{ N}$ und $F_B = 2600\text{ N}$ wird
$M_{b\,max} = 442\text{ Nm}$

b) $M_T = F_u\,\dfrac{D_F}{2} = 6000\text{ N} \cdot 0{,}09\text{ m} = 540\text{ Nm}$

c) $\sigma_{b\,vorh} = \dfrac{M_{b\,max}}{W} = \dfrac{M_{b\,max}}{\dfrac{\pi}{32} \cdot \dfrac{D^4 - d^4}{D}} = \dfrac{32\,D\,M_{b\,max}}{\pi\,(D^4 - d^4)}$

$\sigma_{b\,vorh} = \dfrac{32 \cdot 120\text{ mm} \cdot 442 \cdot 10^3\text{ Nmm}}{\pi\,(120^4 - 80^4)\text{ mm}^4} = 3{,}2\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

d) $\tau_{t\,vorh} = \dfrac{M_T}{W_p} = \dfrac{M_T}{\dfrac{\pi}{16} \cdot \dfrac{D^4 - d^4}{D}} = \dfrac{16\,D M_T}{\pi\,(D^4 - d^4)}$

$\tau_{t\,vorh} = \dfrac{16 \cdot 120\text{ mm} \cdot 540 \cdot 10^3\text{ Nmm}}{\pi\,(120^4 - 80^4)\text{ mm}^4} = 1{,}98\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

e) $\sigma_v = \sqrt{\sigma_b^2 + 3\,(\alpha_0\,\tau_t)^2} = \sqrt{[3{,}2^2 + 3\,(0{,}7 \cdot 1{,}98)^2]\,\dfrac{\text{N}^2}{\text{mm}^4}}$

$\sigma_v = 4\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

942.

a) $M_T = Fr = 500\text{ N} \cdot 0{,}12\text{ m} = 60\text{ Nm}$

b) $M_{b\,max} = Fl = 500\text{ N} \cdot 0{,}045\text{ m} = 22{,}5\text{ Nm}$

c) $M_v = \sqrt{M_b^2 + 0{,}75\,(\alpha_0 M_T)^2}$

$M_v = \sqrt{(22{,}5\text{ Nm})^2 + 0{,}75\,(0{,}7 \cdot 60\text{ Nm})^2} = 43\text{ Nm}$

d) $d_{erf} = \sqrt[3]{\dfrac{M_v}{0{,}1\,\sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\dfrac{43 \cdot 10^3\text{ Nmm}}{0{,}1 \cdot 80\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 17{,}5\text{ mm}$

$d = 18\text{ mm}$ ausgeführt

943.

a) $M_{b\,max} = Fl = 8000\text{ N} \cdot 0{,}12\text{ m} = 960\text{ Nm}$

b) $M_T = Fr = 8000\text{ N} \cdot 0{,}1\text{ m} = 800\text{ Nm}$

c) $M_v = \sqrt{M_b^2 + 0{,}75\,(\alpha_0 M_T)^2} = 1076\text{ Nm}$

d) $d_{erf} = \sqrt[3]{\dfrac{M_v}{0{,}1\,\sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\dfrac{1076 \cdot 10^3\text{ Nmm}}{0{,}1 \cdot 80\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 51\text{ mm}$

$d = 52\text{ mm}$ ausgeführt

944.

a) $M_v = \sqrt{M_b^2 + 0{,}75\,(\alpha_0 M_T)^2} = 13{,}2\text{ Nm}$

b) $d_{1\,erf} = \sqrt[3]{\dfrac{M_v}{0{,}1\,\sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\dfrac{13{,}2 \cdot 10^3\text{ Nmm}}{0{,}1 \cdot 72{,}2\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 12{,}2\text{ mm}$

$d_1 = 13\text{ mm}$ ausgeführt

c) $p = \dfrac{F}{A_{proj}} = \dfrac{F_u}{\dfrac{d_2}{2}\,l}$; $\quad F_u = \dfrac{M_T}{\dfrac{d_1}{2}} = \dfrac{2 M_T}{d_1}$

$l_{erf} = \dfrac{4 M_T}{d_1 d_2\,p_{zul}} = \dfrac{4 \cdot 15\,000\text{ Nmm}}{13\text{ mm} \cdot 5\text{ mm} \cdot 30\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 30{,}8\text{ mm}$

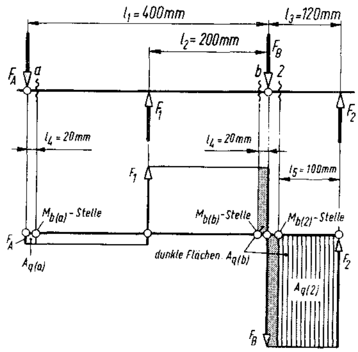
$l = 32\text{ mm}$ ausgeführt

d) $\tau_{a\,vorh} = \dfrac{F_u}{d_2\,l} = \dfrac{2 M_T}{d_1 d_2\,l} = \dfrac{2 \cdot 15\,000\text{ Nmm}}{13\text{ mm} \cdot 5\text{ mm} \cdot 32\text{ mm}}$

$\tau_{a\,vorh} = 14{,}4\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

945.

a)



$\Sigma M_{(B)} = 0 = F_A\,l_1 - F_1\,l_2 + F_2\,l_3$

$F_A = 400\text{ N}$; $\qquad F_B = 19\,600\text{ N}$

b) $M_{b\,(a)} \mathrel{\hat=} A_{q\,(a)}$

$M_{b\,(a)} = F_A\,l_4 = 400\text{ N} \cdot 20\text{ mm} = 8 \cdot 10^3\text{ Nmm}$

$d_{a\,erf} = \sqrt[3]{\dfrac{M_{b\,(a)}}{0{,}1\,\sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\dfrac{8000\text{ Nmm}}{0{,}1 \cdot 80\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 10\text{ mm}$

$d_a = 10\text{ mm}$ ausgeführt

$M_{b\,(b)} \mathrel{\hat=} A_{q\,(b)}$

$M_{b\,(b)} = F_2\,l_3 - (F_B - F_2)\,l_4$

$M_{b\,(b)} = 12 \cdot 10^3\text{ N} \cdot 120\text{ mm} - 7{,}6 \cdot 10^3\text{ N} \cdot 20\text{ mm}$

$M_{b\,(b)} = 1288 \cdot 10^3\text{ Nmm}$

$M_{v\,(b)} = \sqrt{M_{b\,(b)}^2 + 0{,}75\,(\alpha_0 M_T)^2}$

$M_{v(b)} = \sqrt{(1288\text{ Nm})^2 + 0{,}75\,(0{,}77 \cdot 1000\text{ Nm})^2}$

$M_{v(b)} = 1450 \cdot 10^3\text{ Nmm}$

$$d_{b\,erf} = \sqrt[3]{\frac{M_{v(b)}}{0{,}1\,\sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\frac{1450 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{0{,}1 \cdot 80\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 56{,}6\,\text{mm}$$

$d_b = 58\,\text{mm}$ ausgeführt

$M_{b(2)} \triangleq A_{q(2)}$

$M_{b(2)} = F_2\, l_5 = 12 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot 100\,\text{mm} = 1200 \cdot 10^3\,\text{Nmm}$

$$M_{v(2)} = \sqrt{M_{b(2)}^2 + 0{,}75\,(\alpha_0 M_T)^2} = 1370 \cdot 10^3\,\text{Nmm}$$

$$d_{2\,erf} = \sqrt[3]{\frac{M_{v(2)}}{0{,}1\,\sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\frac{1370 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{0{,}1 \cdot 80\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 55{,}6\,\text{mm}$$

$d_2 = 56\,\text{mm}$ ausgeführt

c) $p_{A\,vorh} = \dfrac{F_A}{d_a\, l_A} = \dfrac{400\,\text{N}}{(10 \cdot 40)\,\text{mm}^2} = 1\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$p_{B\,vorh} = \dfrac{F_B}{d_b\, l_B} = \dfrac{19\,600\,\text{N}}{(58 \cdot 40)\,\text{mm}^2} = 8{,}4\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

946.

a) $\sigma_{b\,vorh} = \dfrac{800\,\text{N} \cdot 150\,\text{mm}}{\frac{\pi}{32} \cdot (16\,\text{mm})^3} = 298\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

b) $\nu_{vorh} = \dfrac{\sigma_{bW}}{\sigma_{b\,vorh}} = \dfrac{600\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{298\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \approx 2$

c) $\tau_{t\,vorh} = \dfrac{800\,\text{N} \cdot 100\,\text{mm}}{\frac{\pi}{16} \cdot (16\,\text{mm})^3} = 99{,}5\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

d) $\sigma_v = \sqrt{[298^2 + 3\,(1 \cdot 99{,}5)^2]}\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 344\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

e) $\nu_{vorh} = \dfrac{\sigma_{bW}}{\sigma_v} = \dfrac{600\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{344\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 1{,}7$

f) $\sigma_{b\,vorh} = \dfrac{800\,\text{N} \cdot 130\,\text{mm}}{\frac{\pi}{32}(15\,\text{mm})^3} = 314\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

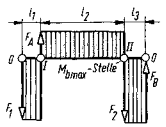
g) $\tau_{t\,vorh} = \dfrac{800\,\text{N} \cdot 170\,\text{mm}}{\frac{\pi}{16} \cdot (15\,\text{mm})^3} = 205\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

h) $\sigma_v = \sqrt{314^2 + 3\,(0{,}7 \cdot 205)^2}\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 400\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

947.

a) $F_A = 5840\,\text{N}$; $F_B = 4160\,\text{N}$ (wie üblich)

b)



$M_{b\,max} = F_B\, l_3 = 4160\,\text{N} \cdot 0{,}1\,\text{m} = 416\,\text{Nm}$

c) $M_v = \sqrt{416^2 + 0{,}75\,(0{,}7 \cdot 200)^2}\,\text{Nm} = 433\,\text{Nm}$

d) $d_{erf} = \sqrt[3]{\dfrac{433 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{0{,}1 \cdot 60\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 42\,\text{mm}$ ausgeführt

948.

a) $\sigma_b = \dfrac{M_b}{W} = \dfrac{M_b}{\frac{b\,b^2}{6}} = \dfrac{M_b}{\frac{h\,h^2}{4 \cdot 6}} = \dfrac{24\,M_b}{h^3}$

$$h_{erf} = \sqrt[3]{\frac{24\,M_b}{\sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\frac{24 \cdot 800\,\text{N} \cdot 170\,\text{mm}}{100\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 32\,\text{mm}$$

$b_{erf} = \dfrac{h_{erf}}{4} = 8\,\text{mm}$

b) $\sigma_{b\,vorh} = \dfrac{M_b}{\frac{\pi}{32} d^3} = \dfrac{32 \cdot 800\,\text{N} \cdot 280\,\text{mm}}{\pi\,(30\,\text{mm})^3} = 84{,}5\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

c) $\tau_{t\,vorh} = \dfrac{M_T}{\frac{\pi}{16} d^3} = \dfrac{16 \cdot 800\,\text{N} \cdot 200\,\text{mm}}{\pi (30\,\text{mm})^3} = 30{,}2\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

d) $\sigma_v = \sqrt{\sigma_b^2 + 3\,(\alpha_0\,\tau_t)^2} = 92{,}1\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

949.

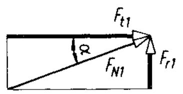
a) $M_I = 9550\,\dfrac{P}{n} = 9550 \cdot \dfrac{4}{960}\,\text{Nm} = 39{,}8\,\text{Nm}$

b) $d_1 = m_{1/2}\, z_1 = 6\,\text{mm} \cdot 19 = 114\,\text{mm}$

c) $i_1 = \dfrac{z_2}{z_1} \Rightarrow z_2 = z_1\, i_1 = 19 \cdot 3{,}2 = 61$

d) $F_{t1} = \dfrac{M_I}{\frac{d_1}{2}} = \dfrac{2\,M_I}{d_1} = \dfrac{2 \cdot 39{,}8 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{114\,\text{mm}} = 698\,\text{N}$

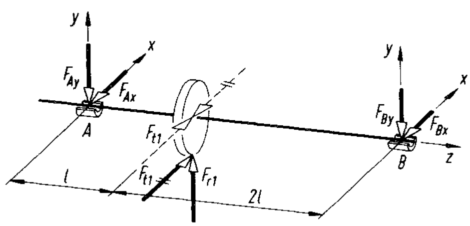
e) $F_{r1} = F_{t1}\,\tan\alpha = 698\,\text{N} \cdot \tan 20° = 254\,\text{N}$



Krafteck

F_{N1} Zahnnormalkraft
F_{t1} Tangentialkraft
F_{r1} Radialkraft

f) Lageskizze der Welle I



y, z-Ebene:

$\Sigma F_y = 0 = -F_{Ay} + F_{r1} - F_{By}$

$\Sigma M_{(A)} = 0 = F_{r1}\, l - F_{By} \cdot 3\, l$

$F_{By} = \dfrac{F_{r1}\, l}{3\, l} = \dfrac{254\,\text{N} \cdot 0{,}1\,\text{m}}{0{,}3\,\text{m}} = 84{,}7\,\text{N}$

$F_{Ay} = F_{r1} - F_{By} = 254\,\text{N} - 84{,}7\,\text{N} = 169{,}3\,\text{N}$

x, y-Ebene:

$\Sigma F_x = 0 = -F_{Ax} + F_{t1} - F_{Bx}$

$\Sigma M_{(A)} = 0 = F_{t1}\, l - F_{Bx} \cdot 3\, l$

$F_{Bx} = \frac{F_{t1}\, l}{3\, l} = \frac{698\ \text{N} \cdot 0{,}1\ \text{m}}{0{,}3\ \text{m}} = 232{,}7\ \text{N}$

$F_{Ax} = F_{t1} - F_{Bx} = 698\ \text{N} - 232{,}7\ \text{N} = 465{,}3\ \text{N}$

$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(465{,}3\ \text{N})^2 + (169{,}3\ \text{N})^2}$
$= 495\ \text{N}$

$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{(232{,}7\ \text{N})^2 + (84{,}7\ \text{N})^2}$
$= 248\ \text{N}$

g) $M_{b\max I} = F_A\, l = F_B \cdot 2\, l$
$M_{b\max I} = 495\ \text{N} \cdot 0{,}1\ \text{m} = 49{,}5\ \text{Nm}$
$M_{b\max I} = 248\ \text{N} \cdot 0{,}2\ \text{m} = 49{,}6\ \text{Nm} \approx 49{,}5\ \text{Nm}$

h) $M_{vI} = \sqrt{M_{b\max I}^2 + 0{,}75\,(0{,}7 \cdot M_I)^2}$
$M_{vI} = \sqrt{(49{,}5\ \text{Nm})^2 + 0{,}75\,(0{,}7 \cdot 39{,}8\ \text{Nm})^2} = 55\ \text{Nm}$

i) $d_{I\,erf} = \sqrt[3]{\frac{32\, M_{vI}}{\pi\, \sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 55 \cdot 10^3\ \text{Nmm}}{\pi \cdot 50\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 22{,}4\ \text{mm}$
$d_I = 23$ mm ausgeführt

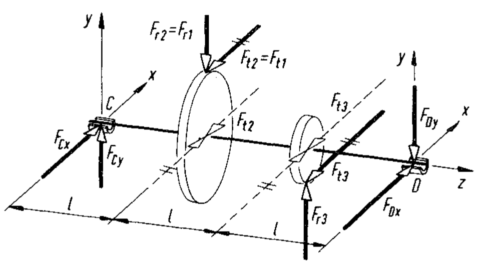
k) $M_{II} = M_I\, \frac{z_2}{z_1} = 39{,}8\ \text{Nm} \cdot \frac{61}{19} = 128\ \text{Nm}$

l) $d_2 = m_{1/2}\, z_2 = 6\ \text{mm} \cdot 61 = 366\ \text{mm}$
$d_3 = m_{3/4}\, z_3 = 8\ \text{mm} \cdot 25 = 200\ \text{mm}$

m) $z_4 = z_3\, i_2 = 25 \cdot 2{,}8 = 70$
$d_4 = m_{3/4}\, z_4 = 8\ \text{mm} \cdot 70 = 560\ \text{mm}$

n) $F_{t3} = \frac{2\, M_{III}}{d_3} = \frac{2\, M_{II}}{d_3} = \frac{2 \cdot 128\ \text{Nm}}{0{,}2\ \text{m}} = 1280\ \text{N}$
$F_{r3} = F_{t3}\, \tan\alpha = 1280\ \text{N} \cdot \tan 20^\circ = 466\ \text{N}$

o) Lageskizze der Welle II
$F_{t2} = 698$ N; $F_{r2} = 254$ N
$F_{t3} = 1280$ N; $F_{r3} = 466$ N



x, z-Ebene:

$\Sigma F_x = 0 = F_{Cx} - F_{t2} - F_{t3} + F_{Dx}$

$\Sigma M_{(C)} = 0 = -F_{t2}\, l - F_{t3} \cdot 2\, l + F_{Dx} \cdot 3\, l$

$F_{Dx} = \frac{F_{t2}\, l + F_{t3} \cdot 2\, l}{3\, l} = 1086\ \text{N}$

$F_{Cx} = F_{t2} + F_{t3} - F_{Dx} = 892\ \text{N}$

y, z-Ebene:

$\Sigma F_y = 0 = F_{Cy} - F_{r2} + F_{r3} - F_{Dy}$

$\Sigma M_{(C)} = 0 = -F_{r2}\, l + F_{r3} \cdot 2\, l - F_{Dy} \cdot 3\, l$

$F_{Dy} = \frac{F_{r3} \cdot 2\, l - F_{r2}\, l}{3\, l} = 226\ \text{N}$

$F_{Cy} = F_{r2} - F_{r3} + F_{Dy} = 14\ \text{N}$

$F_C = \sqrt{F_{Cx}^2 + F_{Cy}^2} = \sqrt{(892\ \text{N})^2 + (14\ \text{N})^2} = 892{,}1\ \text{N}$
$F_C \approx 892\ \text{N}$

$F_D = \sqrt{F_{Dx}^2 + F_{Dy}^2} = \sqrt{(1086\ \text{N})^2 + (226\ \text{N})^2}$
$F_D = 1109\ \text{N}$

p) $M_{b2} = F_C\, l = 892\ \text{N} \cdot 0{,}1\ \text{m} = 89{,}2\ \text{Nm}$
$M_{b3} = F_D\, l = 1109\ \text{N} \cdot 0{,}1\ \text{m} = 110{,}9\ \text{Nm}$
$M_{b\max II} \approx 111\ \text{Nm}$

q) $M_{vII} = \sqrt{M_{b\max II}^2 + 0{,}75\,(0{,}7 \cdot M_{II})^2}$
$M_{vII} = \sqrt{(111\ \text{Nm})^2 + 0{,}75\,(0{,}7 \cdot 128\ \text{Nm})^2}$
$= 135\ \text{Nm}$

r) $d_{II\,erf} = \sqrt[3]{\frac{32\, M_{vII}}{\pi\, \sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 135 \cdot 10^3\ \text{Nmm}}{\pi \cdot 50\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}$
$= 30{,}2\ \text{mm}$
$d_{II} = 30$ mm ausgeführt

950.

a) **Die Abscherfestigkeit τ_{aB} beträgt für Stahl 85 % der Zugfestigkeit R_m ($\tau_{aB} = 0{,}85 \cdot R_m$, siehe Lehrbuch oder Formelsammlung).**
Für Werkstoff E335 beträgt $R_m = 600\ \text{N/mm}^2$ und damit

$\tau_{aB} = 0{,}85 \cdot 600\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 510\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}.$

Der gefährdete Querschnitt beträgt

$A_{gef} = 2\, \frac{d^2\, \pi}{4} = \frac{d^2\, \pi}{2}$ und mit

$\tau_a = \frac{F_{max}}{A_{gef}} = \frac{2\, F_{max}}{\pi\, d^2}$ wird

$d_{erf} = \sqrt{\frac{2\, F_{max}}{\pi\, \tau_{aB}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 60\,000\ \text{N}}{\pi \cdot 510\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 8{,}654\ \text{mm}$

$d = 8$ mm ausgeführt

b) $\sigma_{z\,vorh} = \frac{F_{max}}{A_{gef}}$; $A_{gef} = a^2 - ad$

$a = 30$ mm; $d = 8$ mm

$$\sigma_{z\,vorh} = \frac{F_{max}}{a^2 - ad} = \frac{F_{max}}{a(a-d)}$$

$$\sigma_{z\,vorh} = \frac{60\,000\ \text{N}}{[30\cdot(30-8)]\ \text{mm}^2} = 90{,}9\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

c) $p = \frac{F_{max}}{A_{proj}}$; $A_{proj} = d(b-a)$

$$p = \frac{F_{max}}{d(b-a)}$$

$$b_{erf} = \frac{F_{max}}{p_{zul}\,d} + a$$

$$b_{erf} = \frac{60\,000\ \text{N}}{350\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot 8\ \text{mm}} + 30\ \text{mm} = 51{,}4\ \text{mm}$$

$b = 52$ mm ausgeführt

951.

a) $\sigma_z = \frac{F}{\frac{d^2\pi}{4}} = \frac{4F}{d^2\pi}$

$$d_{erf} = \sqrt{\frac{4F}{\pi\,\sigma_{z\,zul}}} = \sqrt{\frac{4\cdot 40\,000\ \text{N}}{\pi\cdot 100\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 22{,}6\ \text{mm}$$

$d = 23$ mm ausgeführt

b) $p = \frac{F}{A_{proj}} = \frac{F}{\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)}$

$$D_{erf} = \sqrt{\frac{4F}{p_{zul}\,\pi} + d^2} = \sqrt{\frac{4\cdot 40\,000\ \text{N}}{15\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\cdot\pi} + 23^2\ \text{mm}^2}$$

$= 62{,}6$ mm

$D = 63$ mm ausgeführt

c) $\tau_a = \frac{F}{A} = \frac{F}{d\pi h}$

$$h_{erf} = \frac{F}{d\,\pi\,\tau_{a\,zul}} = \frac{40\,000\ \text{N}}{23\ \text{mm}\cdot\pi\cdot 60\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 9{,}2\ \text{mm}$$

$h = 10$ mm ausgeführt

952.

Die Last F bewirkt das Drehmoment $M = Fd_m/2$.

$d_m = (500 + 28)$ mm $= 528$ mm

Mit F_u je Schrauben-Umfangskraft und $d_L = 680$ mm Lochkreisdurchmesser wird

$$M = F\,\frac{d_m}{2} = 4\,F_u\,\frac{d_L}{2}$$

Die Umfangskraft F_u soll durch Reibung übertragen werden: $F_u = F_R = F_N\,\mu$.
F_N ist die Normalkraft = Schraubenlängskraft, die der Spannungsquerschnitt A_S der Schraube zu übertragen hat: $F_N = \sigma_{z\,zul}\,A_S$.
Zusammenfassung:

$$F_u = \frac{F\,d_m}{4\,d_L} = F_R$$

$$F_R = F_N\,\mu = \frac{F\,d_m}{4\,d_L}$$

$$\sigma_{z\,zul}\,A_S\,\mu = \frac{F\,d_m}{4\,d_L}$$

$$A_{S\,erf} = \frac{F\,d_m}{4\,d_L\,\mu\,\sigma_{z\,zul}} = \frac{40\,000\ \text{N}\cdot 528\ \text{mm}}{4\cdot 680\ \text{mm}\cdot 0{,}1\cdot 400\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

$A_{S\,erf} = 194{,}1\ \text{mm}^2$

gewählt: Schraube M 20 mit $A_S = 245\ \text{mm}^2$

953.

a) In der Praxis wird das zu übertragende Drehomoment mit der Zahlenwertgleichung berechnet:

$$M = 9550\,\frac{P}{n} = 9550\,\frac{3}{450}\ \text{Nm} = 63{,}7\ \text{Nm}$$

Mit $M = F_u\,\frac{d_{Welle}}{2}$

$$F_u = \frac{2M}{d_{Welle}} = \frac{2\cdot 63{,}7\cdot 10^3\ \text{Nmm}}{40\ \text{mm}} = 3185\ \text{N}$$

b) $\tau_a = \frac{F_u}{2\,\frac{d^2\pi}{4}} = \frac{2F_u}{d^2\pi}$

$$d_{erf} = \sqrt{\frac{2F_u}{\pi\,\tau_{a\,zul}}} = \sqrt{\frac{2\cdot 3185\ \text{N}}{\pi\cdot 30\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 8{,}22\ \text{mm}$$

$d = 8$ mm oder 10 mm nach DIN 7.
In der Konstruktionspraxis wählt man den Stiftdurchmesser je nach Mindest-Abscherkraft, z. B. nach DIN 1473.

954.

a) $\tau_{t\,vorh} = \dfrac{M}{\dfrac{\pi}{16}\left(\dfrac{d_a^4 - d_i^4}{d_a}\right)} = \dfrac{16 M d_a}{\pi(d_a^4 - d_i^4)}$

$$\tau_{t\,vorh} = \frac{16 \cdot 220 \cdot 10^3\,\text{Nmm} \cdot 25\,\text{mm}}{\pi(25^4 - 15^4)\,\text{mm}^4} = 82{,}4\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Wird mit $W_p = 0{,}2\,\dfrac{d_a^4 - d_i^4}{d_a}$ gerechnet, ergibt sich

$$\tau_{t\,vorh} = 80{,}9\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

b) $\dfrac{\tau_{ti}}{\tau_{ta}} = \dfrac{d_i}{d_a}$

$$\tau_{ti} = \tau_{t\,vorh}\,\frac{d_i}{d_a} = 82{,}4\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{15\,\text{mm}}{25\,\text{mm}} = 49{,}4\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

c) $M = F_p\, l \Rightarrow F_p = \dfrac{M}{l}$; $l = 50$ mm

$$p_{vorh} = \frac{F_p}{A} = \frac{M}{lbs} = \frac{220 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{50\,\text{mm} \cdot 20\,\text{mm} \cdot 22\,\text{mm}}$$

$$p_{vorh} = 10\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

d) $F_p = \dfrac{M}{l} = \dfrac{220 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{50\,\text{mm}} = 4\,400\,\text{N}$

$$\Sigma M_{(A)} = 0 = -F_p\, l_1 + F_B\, l_{ges}$$

$$F_B = \frac{F_p\, l_1}{l_{ges}} = \frac{4400\,\text{N} \cdot 200\,\text{mm}}{300\,\text{mm}} = 2933\,\text{N}$$

$$\Sigma M_{(B)} = 0 = F_p\, l_2 - F_A\, l_{ges}$$

$$F_A = \frac{F_p\, l_2}{l_{ges}} = F_p \cdot \frac{1}{3} = 1467\,\text{N}$$

e) $M_{b\,max} = F_A\, l_1 = F_B\, l_2$

$$M_{b\,max} = 2933\,\text{N} \cdot 0{,}1\,\text{m} = 293{,}3\,\text{Nm}$$

f) $\sigma_{b\,vorh} = \dfrac{M_{b\,max}}{W_\square} = \dfrac{M_{b\,max}}{\dfrac{bh^2}{6}} = \dfrac{6 M_{b\,max}}{bh^2}$

$$\sigma_{b\,vorh} = \frac{6 \cdot 293{,}3 \cdot 10^3\,\text{Nmm}}{22\,\text{mm} \cdot 30^2\,\text{mm}^2} = 88{,}9\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

g) $\tau_{a\,vorh} = \dfrac{F_A}{2 \cdot \dfrac{d^2\pi}{4}} = \dfrac{2 \cdot 1467\,\text{N}}{8^2\,\text{mm}^2 \cdot \pi} = 14{,}6\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

h) Da die Querschnittsmaße (b, h) bekannt sind, wird zuerst festgestellt, ob elastische Knickung (Eulerfall) oder unelastische Knickung (Tetmajerfall) vorliegt. Dazu dient die Überprüfung der Eulerbedingung mit $\lambda_{vorh} > \lambda_0$:

$$I_{min} = I_\square = \frac{30\,\text{mm} \cdot 15^3\,\text{mm}^3}{12} = 8437{,}5\,\text{mm}^4$$

$$S = bh = 15\,\text{mm} \cdot 30\,\text{mm} = 450\,\text{mm}^2$$

$$i = \sqrt{\frac{I_{min}}{S}} = \sqrt{\frac{8437{,}5\,\text{mm}^4}{450\,\text{mm}^2}} = 4{,}3\,\text{mm}$$

$$\lambda_{vorh} = \frac{s}{i} = \frac{l}{i} = \frac{200\,\text{mm}}{4{,}3\,\text{mm}} = 46{,}5 < \lambda_0 = 105 \text{ für St37}$$

Wegen $\lambda_{vorh} = 46{,}5 < \lambda_0$ gelten die Tetmajergleichungen:

$$\sigma_K = (310 - 1{,}14 \cdot \lambda_{vorh})\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = (310 - 1{,}14 \cdot 46{,}5)\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_K = 257\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{d\,vorh} = \frac{F_A}{S} = \frac{1467\,\text{N}}{450\,\text{mm}^2} = 3{,}26\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\nu_{vorh} = \frac{\sigma_K}{\sigma_{d\,vorh}} = \frac{257\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{3{,}26\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 78{,}8$$

i) $\tau_a = \dfrac{F_B}{2\,\dfrac{d^2\pi}{4}} = \dfrac{2F_B}{d^2\pi}$

$$d_{erf} = \sqrt{\frac{2F_B}{\pi\,\tau_{a\,zul}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2933\,\text{N}}{\pi \cdot 35\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}$$

$$d_{erf} = 7{,}3\,\text{mm}$$

955.

a) $F_{Zug} = F\sin\alpha = 30\,\text{kN} \cdot \sin 45° = 21{,}213\,\text{kN}$

b) $F_{Bieg} = F\cos\alpha = 21{,}213\,\text{kN}$, weil $\sin\alpha = \cos\alpha$

c) $\sigma_{z\,vorh} = \dfrac{F_{Zug}}{\dfrac{d^2\pi}{4}} = \dfrac{4F_{Zug}}{d^2\pi} = \dfrac{4 \cdot 21\,213\,\text{N}}{60^2 \cdot \pi} = 7{,}5\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

d) $\sigma_{b\,vorh} = \dfrac{F_{Bieg} \cdot l}{\dfrac{\pi d^3}{32}} = \dfrac{32 \cdot 21\,213\,\text{N} \cdot 80\,\text{mm}}{\pi \cdot 60^3\,\text{mm}^3} = 80\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Mit $W = 0{,}1 \cdot d^3$ wird $\sigma_{b\,vorh} = 78{,}5\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

e) $\tau_{a\,vorh} = \dfrac{F_{Bieg}}{\dfrac{d^2\pi}{4}} = \dfrac{4 \cdot 21\,213\,\text{N}}{60^2\,\text{mm}^2 \cdot \pi} = 7{,}5\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

f) $p = \dfrac{F_{Zug}}{\dfrac{\pi}{4}(D^2 - d^2)} = \dfrac{4 \cdot F_{Zug}}{\pi(D^2 - d^2)\,p_{zul}}$

$$D_{erf} = \sqrt{\frac{4F_{Zug}}{\pi\,p_{zul}} + d^2} = \sqrt{\frac{4 \cdot 21\,213\,\text{N}}{\pi \cdot 120\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}} + 60^2\,\text{mm}^2}$$

$D_{erf} = 61{,}8$ mm; $D = 62$ mm ausgeführt.

g) $h_{erf} = \dfrac{F_{Zug}}{d\,\pi\,\tau_{a\,zul}} = \dfrac{21\,213\,\text{N}}{60\,\text{mm} \cdot \pi \cdot 60\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 1{,}9\,\text{mm}$

956.

a) $F_{max} = \sigma_{z\,zul} A_{gef}$

$$A_{gef} = \frac{\pi}{4}(d_a^2 - d_i^2) = \frac{\pi}{4}(60^2\ \text{mm}^2 - 50^2\ \text{mm}^2)$$

$$A_{gef} = 863{,}94\ \text{mm}^2$$

$$F_{max} = 140\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 863{,}94\ \text{mm}^2 = 120\,951\ \text{N}$$

$$F_{max} = 121\ \text{kN}$$

b) $F_{max} = \tau_{a\,zul} A_{gef} = 120\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 863{,}94\ \text{mm}^2 = 103\,673\ \text{N}$

$$F_{max} = 104\ \text{kN}$$

c) $W_{ax} = \frac{\pi}{32}\left(\frac{d_a^4 - d_i^4}{d_a}\right) = 10\,979\ \text{mm}^3$

$$M_{b\,max} = \sigma_{b\,zul} W_{ax} = 140\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 10\,979\ \text{mm}^3 = 1537089{,}7\ \text{Nmm}$$

$$M_{b\,max} = 1537\ \text{Nm}$$

d) $W_{pol} = 2\,W_{ax}$

$$T_{max} = \tau_{t\,zul} \cdot 2\,W_{ax} = 100\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 2 \cdot 10\,979\ \text{mm}^3 = 2\,195\,800\ \text{Nmm}$$

$$T_{max} = 2196\ \text{Nm}$$

e) Eulerprüfung mit $\lambda_{vorh} > \lambda_0$:

$$i = 0{,}25\sqrt{d_a^2 + d_i^2} = 0{,}25\sqrt{(60^2 + 50^2)\ \text{mm}^2} = 19{,}5\ \text{mm}$$

$$\lambda_{vorh} = \frac{l}{i} = \frac{1000\ \text{mm}}{19{,}5\ \text{mm}} = 51{,}3 < \lambda_0 = 105 \text{ für St37,}$$

also gelten die Tetmajergleichungen:

$$\sigma_k = 310 - 1{,}14\,\lambda_{vorh} = (310 - 1{,}14 \cdot 51{,}3)\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 251{,}5\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{d\,zul} = \frac{\sigma_k}{\nu} = \frac{251{,}5\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{6} = 41{,}9\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$F_{max} = \sigma_{d\,zul} A = 41{,}9\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 863{,}94\ \text{mm}^2$$

(siehe unter a))

$$F_{max} = 36{,}2\ \text{kN}$$

957.

a) $F_S = \frac{F}{\cos\alpha} = \frac{5000\ \text{N}}{\cos 30°} = 5773{,}5\ \text{N}$

b) $\Sigma M_{(D)} = 0 = -F_1 l_2 + F_S l_1$

$$F_1 = \frac{F_S l_1}{l_2} = \frac{5773{,}5\ \text{N} \cdot 0{,}1\ \text{m}}{0{,}25\ \text{m}} = 2309{,}4\ \text{N}$$

c) $\Sigma M_{(A)} = 0 = -F_S\left(\frac{l_2}{\cos\alpha} - l_1\right) + F_{Dy} l_2 - F_{Dx} l_2 \tan\alpha$

$$F_{Dy} = \frac{F_S\left(\frac{l_2}{\cos\alpha} - l_1\right) - F_{Dx} l_2 \tan\alpha}{l_2}$$

$$\Sigma F_x = 0 = +F_{Dx} - F_S \sin\alpha \Rightarrow F_{Dx} = F_S \sin\alpha$$

$$F_{Dx} = 5773{,}5\ \text{N} \cdot \sin 30° = 2886{,}8\ \text{N}$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_1 - F_S \cos\alpha + F_{Dy} \Rightarrow F_{Dy} = F_S \cos\alpha - F_1$$

$$F_{Dy} = \frac{5773{,}5\ \text{N}\left(\frac{0{,}25\ \text{m}}{\cos 30°} - 0{,}1\ \text{m}\right) - 2886{,}8\ \text{N} \cdot 0{,}25\ \text{m} \cdot \tan 30°}{0{,}25\ \text{m}} = 2690{,}6\ \text{N}$$

$$F_D = \sqrt{F_{Dx}^2 + F_{Dy}^2} = \sqrt{(2886{,}8^2 + 2690{,}6^2)\ \text{N}^2} = 3946\ \text{N}$$

d) $I_{erf} = \frac{\nu F_S l_3^2}{E\pi^2} = \frac{10 \cdot 5773{,}5\ \text{N} \cdot 300^2\ \text{mm}^2}{210\,000\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \pi^2} = 2507\ \text{mm}^4$

$$I_0 = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$d_{erf} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot I_{erf}}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot 2507\ \text{mm}^4}{\pi}} = 15\ \text{mm}$$

Überprüfung der Eulerbedingung $\lambda_{vorh} > \lambda_0$:

$$i = \frac{d}{4} = \frac{15\ \text{mm}}{4} = 3{,}75\ \text{mm}$$

$$\lambda_{vorh} = \frac{l_3}{i} = \frac{300\ \text{mm}}{3{,}75\ \text{mm}} = 80 < \lambda_0 = 89 \text{ für St50}$$

Da $\lambda_{vorh} < \lambda_0$ ist, gelten die Tetmajergleichungen:

Annahme: $d = 17$ mm

$$i = \frac{d}{4} = 4{,}25\ \text{mm}; \quad \lambda = \frac{l_3}{i} = 70{,}6$$

$$\sigma_k = 335 - 0{,}62 \cdot \lambda = (335 - 0{,}62 \cdot 70{,}6)\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 291{,}2\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{d\,vorh} = \frac{F_S}{A} = \frac{}{\frac{\pi}{4} \cdot 17^2\ \text{mm}^2} = 25{,}4\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\nu = \frac{\sigma_k}{\sigma_{d\,vorh}} = \frac{291{,}2\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{25{,}4\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 11{,}5$$

Die Annahme $d = 17$ mm ist brauchbar, denn es ist $\nu_{vorh} = 11{,}5 > \nu_{gefordert} = 10$.

e) $M_{b\,max} = F_1 \cos\alpha\left(\frac{l_2}{\cos\alpha} - l_1\right)$

$$M_{b\,max} = 2309{,}4\ \text{N} \cdot \cos 30°\left(\frac{0{,}25\ \text{m}}{\cos 30°} - 0{,}1\ \text{m}\right) = 377{,}35\ \text{Nm}$$

f) $\sigma_b = \dfrac{M_{b\,max}}{W_{\square}} = \dfrac{M_b}{\dfrac{bh^2}{6}} = \dfrac{6M_b}{bh^2}$

Mit $\dfrac{h}{b} = 3$ wird $b = \dfrac{h}{3}$ und

$$\sigma_b = \frac{6\,M_b}{\dfrac{h}{3}h^2} = \frac{18\,M_b}{h^3}$$

$$h_{erf} = \sqrt[3]{\frac{18\,M_{b\,max}}{\sigma_{b\,zul}}} = \sqrt[3]{\frac{18 \cdot 377\,350\ \text{Nmm}}{100\ \dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}$$

$= 40{,}8$ mm

gewählt $h = 42$ mm
$b = 14$ mm

958.

$$F_{max} = \sigma_{z\,zul}\,A = 140\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 120\ \text{mm} \cdot 8\ \text{mm} = 134\,400\ \text{N}$$

$F_{max} = 134{,}4$ kN

959.

$$\sigma = \frac{F}{A} = \epsilon E = \frac{\Delta l}{l_0} E$$

$$\Delta l_{erf} = \frac{F l_0}{AE} = \frac{200\ \text{N} \cdot 2628\ \text{mm}}{250\ \text{mm}^2 \cdot 50\ \dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 42\ \text{mm}$$

$$s = \frac{\Delta l_{erf}}{2} = 21\ \text{mm}$$

960.

a) Der Querschnitt A–B wird belastet durch:
eine senkrecht zum Schnitt wirkende Normalkraft $F_N = F \cdot \cos\beta$, sie erzeugt Druckspannungen σ_d; eine im Schnitt wirkende Querkraft $F_q = F \cdot \sin\beta$, sie erzeugt Abscherspannungen τ_a; ein senkrecht zur Schnittfläche stehendes Biegemoment $M_b = F \cdot \sin\beta \cdot l$, es erzeugt Biegespannungen σ_b.

b) $\sigma_{res} = \sigma_d + \sigma_b = \dfrac{F}{b}\left(\dfrac{\cos\beta}{e} + \dfrac{\sin\beta \cdot 6 \cdot l}{e^2}\right)$

961.

a) $M = F_h\, l = 500\ \text{N} \cdot 0{,}1\ \text{m}$
$M = 50\ \text{Nm} = 50 \cdot 10^3\ \text{Nmm}$

b) Nach der Formelsammlung ist

$$M_A = M = F_1 \left[\frac{d_2}{2} \tan(\alpha + \rho') + \mu_a r_a\right]$$

Daraus wird mit $\alpha = \arctan \dfrac{P}{d_2 \pi} = \dfrac{1\ \text{mm}}{19{,}35\ \text{mm} \cdot \pi}$

$= 0{,}942°$

$$F_1 = \frac{M}{\dfrac{d_2}{2}\tan(\alpha + \rho') + \mu_a r_a}$$

$$F_1 = \frac{50 \cdot 10^3\ \text{Nmm}}{\dfrac{19{,}35\ \text{mm}}{2} \cdot \tan(0{,}942° + 14{,}036°) + 0} = 19\,317\ \text{N}$$

$F_1 = 19{,}3$ kN

c) $F = \dfrac{d^2\pi}{4}\,p$ $\qquad d = 0{,}05$ m
$\qquad p = 80\ \text{bar} = 80 \cdot 10^5\ \dfrac{\text{N}}{\text{m}^2}$

$$F = \frac{(0{,}05\ \text{m})^2 \cdot \pi}{4} \cdot 80 \cdot 10^5\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 15\,708\ \text{N}$$

$F = 15{,}7$ kN

d) $\sigma_{d\,vorh} = \dfrac{F_1}{A_S} = \dfrac{19\,317\ \text{N}}{285\ \text{mm}^2} = 67{,}8\ \dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

e) $p = \dfrac{F_1}{\pi d_2 H_1 m}$ $\qquad F_1 = 19\,317$ N
$\qquad d_2 = 19{,}35$ mm
$\qquad H_1 = 0{,}542$ mm
$\qquad m = 40$ mm

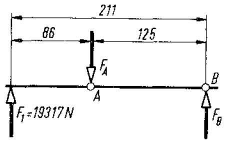
$p = 14{,}7\ \dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

f) $M_b = F_1\, l_1 = 19\,317\ \text{N} \cdot 50\ \text{mm} = 965\,850\ \text{Nmm}$

$$W_{\square} = \frac{bh^2}{6} = \frac{10\ \text{mm} \cdot 70^2\ \text{mm}^2}{6} = 8166{,}7\ \text{mm}^3$$

$$\sigma_{b\,vorh} = \frac{M_b}{W_{\square}} = \frac{965\,850\ \text{Nmm}}{8166{,}7\ \text{mm}^3} = 118\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

g)



$$\Sigma M_{(B)} = 0 = 19\,317\ \text{N} \cdot 86\ \text{mm} - F_A \cdot 125\ \text{mm}$$

$$F_A = \frac{19\,317\ \text{N} \cdot 86\ \text{mm}}{125\ \text{mm}} = 32\,607\ \text{N}$$

$$\Sigma M_{(A)} = 0 = 19\,317\ \text{N} \cdot 86\ \text{mm} - F_B \cdot 125\ \text{mm}$$

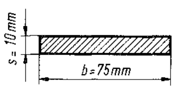
$$F_B = \frac{19\,317\ \text{N} \cdot 86\ \text{mm}}{125\ \text{mm}} = 13\,290\ \text{N}$$

Kontrolle: $\Sigma F_y = 0$
$-19\,317\ \text{N} + 32\,607\ \text{N} - 13\,290\ \text{N} = 0$

h) $A_{S\,erf} = \dfrac{F_A}{2\,\sigma_{z\,zul}} = \dfrac{32\,607\ \text{N}}{2 \cdot 100\ \dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 163\ \text{mm}^2$

Gewählt nach der Gewindetabelle aus der Formelsammlung:
2 Schrauben M16 mit $A_S = 157\ \text{mm}^2$
oder
2 Schrauben M18 mit $A_S = 192\ \text{mm}^2$

i) Der gefährdete Querschnitt $\overline{CD}$ hat die Maße:



$$M_b = 13\,290\ \text{N} \cdot 61\ \text{mm} = 810\,690\ \text{Nmm}$$

$$W_{\square} = \frac{sb^2}{6} = \frac{10\ \text{mm} \cdot 75^2\ \text{mm}^2}{6} = 9375\ \text{mm}^3$$

$$\sigma_{\text{b vorh}} = \frac{M_b}{W_{\square}} = \frac{810\,690\ \text{Nmm}}{9\,375\ \text{mm}^3} = 86{,}5\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

k) $M_b = 19\,317\ \text{N} \cdot 50\ \text{mm} = 965\,850\ \text{Nm}$

$$A_{\circledcirc} = 55 \cdot \pi \cdot 5\ \text{mm}^2 = 864\ \text{mm}^2$$

$$W_{\circledcirc} = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{(60^4 - 50^4)\ \text{mm}^4}{60\ \text{mm}} = 10\,979\ \text{mm}^3$$

$$\tau_{\text{schw s}} = \frac{19\,317\ \text{N}}{864\ \text{mm}^2} = 22{,}4\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{\text{schw b}} = \frac{965\,850\ \text{Nmm}}{10\,979\ \text{mm}^3} = 88\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

6. Fluidmechanik (Hydraulik)

Hydrostatischer Druck, Ausbreitung des Druckes

1001.

$$p = \frac{F}{A} = \frac{F}{\frac{\pi}{4}d^2}$$

$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi p}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 80\,000\ \text{N}}{\pi \cdot 160 \cdot 10^5\ \text{Pa}}} = 79{,}79\ \text{mm}$$

1002.

$$p = \frac{F}{A} = \frac{F}{\frac{\pi}{4}d^2}$$

$$F = \frac{\pi}{4}d^2 p = \frac{\pi}{4} \cdot (0{,}015\ \text{m})^2 \cdot 4{,}5 \cdot 10^5\ \text{Pa} = 79{,}52\ \text{N}$$

1003.

$$p = \frac{F}{A} = \frac{F}{\frac{\pi}{4}d^2}$$

$$F = \frac{\pi}{4}d^2 p = \frac{\pi}{4} \cdot (0{,}15\ \text{m})^2 \cdot 15 \cdot 10^5\ \text{Pa} = 0{,}2651 \cdot 10^5\ \text{N}$$

$$F = 26{,}51\ \text{kN}$$

1004.

$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_1}{\frac{\pi}{4}d_1^2}$$

$$F_1 = \frac{\pi}{4}d_1^2 p = \frac{\pi}{4} \cdot (0{,}02\ \text{m})^2 \cdot 6 \cdot 10^5\ \text{Pa} = 188{,}5\ \text{N}$$

$$p = \frac{F_2}{A_2} = \frac{F_2}{\frac{\pi}{4}d_2^2}$$

$$F_2 = \frac{\pi}{4}d_2^2 p = \frac{\pi}{4}(0{,}08\ \text{m})^2 \cdot 6 \cdot 10^5\ \text{Pa} = 3016\ \text{N}$$

1005.

a) $$\sigma_1 = \frac{F_1}{A_1} = \frac{p\frac{\pi}{4}d^2}{\pi(d+s)s} = \frac{pd^2}{4s(d+s)}$$

$$\sigma_1 = \frac{40 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 0{,}45^2\ \text{m}^2}{4 \cdot 0{,}006\ \text{m} \cdot 0{,}456\ \text{m}} = 740{,}1 \cdot 10^5\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\sigma_1 = 74{,}01\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

b) $$\sigma_2 = \frac{pd}{2s}$$

$$\sigma_2 = \frac{40 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 0{,}45\ \text{m}}{2 \cdot 0{,}006\ \text{m}} = 1500 \cdot 10^5\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 150\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

c) Der Kessel wird im Längsschnitt eher reißen als im Querschnitt.

d) $$p = \frac{2s\,\sigma_{zB}}{d} = \frac{2 \cdot 0{,}006\ \text{m} \cdot 600 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{0{,}45\ \text{m}}$$

$$p = 16 \cdot 10^6\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 160\ \text{bar}$$

1006.

$$s = \frac{pd}{20\,\sigma_{zul}} \quad \text{(Zahlenwertgleichung)}$$

$$s = \frac{8 \cdot 1000}{20 \cdot 65}\ \text{mm} = 6{,}154\ \text{mm}$$

(Kontrolle mit Größengleichung $s = \frac{pd}{2\,\sigma_{zul}}$)

1007.

a) $$p = \frac{F}{A} = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 520 \cdot 10^3\ \text{N}}{\pi \cdot 0{,}21^2\ \text{m}^2}$$

$$p = 15013 \cdot 10^3\ \text{Pa} = 150{,}1\ \text{bar}$$

b) $$q_V = \frac{V}{\Delta t} = \frac{\pi d^2 l}{4\Delta t} = \frac{\pi(0{,}21\ \text{m})^2 \cdot 0{,}93\ \text{m}}{4 \cdot 20\ \text{s}}$$

$$q_V = 0{,}001611\ \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 96{,}63\ \frac{l}{\text{min}}$$

1008.

$$p = \frac{F}{A} = \frac{4F}{\pi d^2}$$

$$d_1 = \sqrt{\frac{4F_1}{\pi p}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 3000\ \text{N}}{\pi \cdot 80 \cdot 10^5\ \text{Pa}}} = 0{,}02185\ \text{m}$$

$$d_1 = 21{,}85\ \text{mm}$$

$$d_2 = \sqrt{\frac{4F_2}{\pi p}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 200\,000\ \text{N}}{\pi \cdot 80 \cdot 10^5\ \text{Pa}}} = 0{,}1784\ \text{m}$$

$$d_2 = 178{,}4\ \text{mm}$$

1009.

$$p_1 = \frac{F_1}{A_1} \qquad p_2 = \frac{F_2}{A_2}$$

$F_1 = F_2 = F$ = Kraft in der gemeinsamen Kolbenstange

$$F = p_1 A_1 = p_2 A_2$$

$$p_2 = p_1 \frac{A_1}{A_2} = p_1 \frac{\frac{\pi}{4}d_1^2}{\frac{\pi}{4}d_2^2} = p_1 \frac{d_1^2}{d_2^2}$$

$$p_2 = 6\ \text{bar} \cdot \frac{(0{,}3\ \text{m})^2}{(0{,}08\ \text{m})^2} = 84{,}38\ \text{bar}$$

1010.

$F = p_1 A_1 = p_2 A_2 \longrightarrow p_1 d_1^2 = p_2 d_2^2$

$d_2 = \sqrt{\frac{p_1}{p_2} d_1^2} = \sqrt{\frac{30\,\text{bar}}{60\,\text{bar}} \cdot 0{,}2^2\,\text{m}^2} = 0{,}1414\,\text{m}$

$d_2 = 141{,}4\,\text{mm}$

1011.

a) $p = \frac{F}{A} = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 6500\,\text{N}}{\pi \cdot (0{,}06\,\text{m})^2} = 22{,}99 \cdot 10^5\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

$p = 22{,}99\,\text{bar}$

b) $p_1 = \frac{F - F_r}{A} = \frac{F}{A} - \frac{F_r}{A} = p - \frac{\pi p d h \mu}{A}$

$p_1 = p\left(1 - \frac{\pi d h \mu}{\frac{\pi}{4} d^2}\right) = p\left(1 - \frac{4 \mu h}{d}\right)$

$p_1 = 22{,}99\,\text{bar}\left(1 - \frac{4 \cdot 0{,}12 \cdot 8\,\text{mm}}{60\,\text{mm}}\right) = 21{,}52\,\text{bar}$

1012.

a) $F_1' = p\,\frac{\pi}{4} d_1^2 \left(1 + 4\mu \frac{h_1}{d_1}\right)$

$p = \frac{4F_1'}{\pi d_1 (d_1 + 4\mu h_1)}$

$p = \frac{4 \cdot 2000\,\text{N}}{\pi \cdot 20 \cdot 10^{-3}\,\text{m} \cdot (20 + 4 \cdot 0{,}12 \cdot 8) \cdot 10^{-3}\,\text{m}}$

$p = 5{,}341 \cdot 10^6\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 53{,}41\,\text{bar}$

b) $\eta = \frac{1 - 4\mu \frac{h_2}{d_2}}{1 + 4\mu \frac{h_1}{d_1}} = \frac{1 - 4 \cdot 0{,}12 \cdot \frac{20\text{mm}}{280\text{mm}}}{1 + 4 \cdot 0{,}12 \cdot \frac{8\text{mm}}{20\text{mm}}}$

$\eta = 0{,}8102$

c) $F_2' = F_1' \frac{d_2^2}{d_1^2} \eta = 2000\,\text{N} \cdot \frac{(28\,\text{cm})^2}{(2\,\text{cm})^2} \cdot 0{,}8102 = 317600\,\text{N}$

$F_2' = 317{,}6\,\text{kN}$

d) $\frac{s_2}{s_1} = \frac{d_1^2}{d_2^2}$

$s_2 = s_1 \frac{d_1^2}{d_2^2} = 30\,\text{mm} \cdot \frac{(20\,\text{mm})^2}{(280\,\text{mm})^2} = 0{,}1531\,\text{mm}$

e) $W_1 = F_1' s_1 = 2000\,\text{N} \cdot 0{,}03\,\text{m} = 60\,\text{J}$

f) $W_2 = F_2' s_2 = 317{,}6 \cdot 10^3\,\text{N} \cdot 0{,}1531 \cdot 10^{-3}\,\text{m} = 48{,}61\,\text{J}$

g) $z = \frac{s}{s_2} = \frac{28\,\text{mm}}{0{,}1531\,\text{mm}} = 182{,}9 \approx 183$ Hübe

Druckverteilung unter Berücksichtigung der Schwerkraft

1013.

$p = \rho g h = 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}3\,\text{m}$

$p = 2943\,\text{Pa} = 0{,}02943\,\text{bar}$

1014.

$p = \rho g h$

$p = 1030\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6000\,\text{m} = 606{,}3 \cdot 10^5\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

$p = 606{,}3\,\text{bar}$

1015.

$p = \rho g h = 1700\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3{,}25\,\text{m}$

$p = 54\,200\,\text{Pa} = 0{,}542\,\text{bar}$

1016.

$p = \rho g h \longrightarrow h = \frac{p}{\rho g}$

$h = \frac{100000\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{13590\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0{,}7501\,\text{m} = 750{,}1\,\text{mm}$

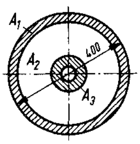
1017.

$F = pA = \rho g h \pi r^2$

$= 1030\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 11\,000\,\text{m} \cdot \pi \cdot (1{,}1\,\text{m})^2$

$F = 422{,}5 \cdot 10^6\,\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} = 422{,}5\,\text{MN}$

1018.



$A_1 = \frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_2^2) = \frac{\pi}{4}(0{,}4^2 - 0{,}34^2)\,\text{m}^2 = 0{,}03487\,\text{m}^2$

$A_2 = \frac{\pi}{4}(d_2^2 - d_3^2) = \frac{\pi}{4}(0{,}34^2 - 0{,}1^2)\,\text{m}^2 = 0{,}08294\,\text{m}^2$

$A_3 = \frac{\pi}{4}(d_3^2 - d_4^2) = \frac{\pi}{4}(0{,}1^2 - 0{,}04^2)\,\text{m}^2 = 0{,}00660\,\text{m}^2$

$F_1 = p_1(A_1 + A_3) = \rho g h_1 (A_1 + A_3)$

$F_1 = 7{,}2 \cdot 10^3\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}21\,\text{m}\,(34{,}87 + 6{,}6) \cdot 10^{-3}\,\text{m}^2$

$F_1 = 615{,}1\,\text{N}$

$F_2 = p_2 A_2 = \rho g h_2 A_2$

$F_2 = 7{,}2 \cdot 10^3\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}24\,\text{m} \cdot 82{,}94 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^2$

$F_2 = 1406\,\text{N}$

$F = F_1 + F_2 = 2021\,\text{N}$

1019.

$F_b = \rho g h A$

$F_b = 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2{,}4\,\text{m} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (0{,}16\,\text{m})^2 = 473{,}4\,\text{N}$

1020.

$$F_s = \rho g A y_0 = 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\frac{\pi}{4}\cdot(0{,}08\text{ m})^2\cdot 4{,}5\text{ m}$$

$$F_s = 221{,}9\text{ N}$$

1021.

a) $F_s = \rho g A y_0$

$$F_s = 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 3{,}5\text{ m}\cdot 0{,}4\text{ m}\cdot 1{,}75\text{ m} = 24\,030\text{ N}$$

b) $e = \dfrac{I}{A y_0}$

$$e = \frac{b h^3}{12\cdot b h\cdot\frac{h}{2}} = \frac{h}{6} = \frac{3{,}5\text{ m}}{6} = 0{,}5833\text{ m}$$

(h Höhe des Wasserspiegels über dem Boden)

$y = y_0 + e;\qquad h_1 = h - y$

(h_1 Höhe des Druckmittelpunktes über dem Boden)

$$h_1 = h - y_0 - e = 3{,}5\text{ m} - 1{,}75\text{ m} - 0{,}5833\text{ m} = 1{,}167\text{ m}$$

c) $M_b = F_s h_1$

$$M_b = 24\,030\text{ N}\cdot 1{,}167\text{ m} = 28\,040\text{ Nm}$$

1022.

a) $\dfrac{\rho_2}{\rho_1} = \dfrac{h_1}{h_2}$

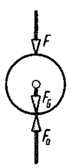
$$\rho_2 = \rho_1\,\frac{h_1}{h_2} = 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot\frac{12\text{ mm}}{13{,}2\text{ mm}} = 909{,}1\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

b) $$h_1 = h_2\,\frac{\rho_2}{\rho_1} = 13{,}2\text{ mm}\cdot\frac{1100\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 14{,}52\text{ mm}$$

h_1 Höhe der Wassersäule über der Trennfläche
h_2 Höhe der Ölsäule über der Trennfläche

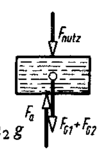
Auftriebskraft

1023.



$$F_a = V\rho g = F_G + F$$
$$F = V\rho g - F_G = g(V\rho - m)$$
$$F = 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\left(\frac{\pi}{6}\cdot 0{,}4^3\text{ m}^3\cdot 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 0{,}5\text{ kg}\right)$$
$$F = 323{,}8\text{ N}$$

1024.



$$F_a = F_{\text{nutz}} + F_{G1} + F_{G2}$$
$$F_{\text{nutz}} = F_a - F_{G1} - F_{G2} = V\rho_w g - m_1 g - m_2 g$$
$$F_{\text{nutz}} = (V\rho_w - m_1 - m_2)g$$
$$F_{\text{nutz}} = (10300\text{ kg} - 300\text{ kg} - 7000\text{ kg})\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$
$$F_{\text{nutz}} = 29430\,\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} = 29{,}43\text{ kN}$$

Bernoulli'sche Gleichung

1025.

a) $A_1 w_1 = A_2 w_2$

$$w_2 = w_1\,\frac{A_1}{A_2} = w_1\,\frac{\frac{\pi}{4}d_1^2}{\frac{\pi}{4}d_2^2} = w_1\,\frac{d_1^2}{d_2^2}$$

$$w_2 = 4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot\frac{(3\text{ cm})^2}{(2\text{ cm})^2} = 9\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) Bernoulli'sche Druckgleichung

$$p_1 + \frac{\rho}{2}w_1^2 = p_2 + \frac{\rho}{2}w_2^2$$
$$p_2 = p_1 + \frac{\rho}{2}(w_1^2 - w_2^2)$$
$$p_2 = 10000\text{ Pa} + 500\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}(4^2 - 9^2)\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$
$$p_2 = -22\,500\,\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2\text{m}^2} = -0{,}225\text{ bar (Unterdruck)}$$

1026.

$$p_1 + \frac{\rho}{2}w_1^2 = p_2 + \frac{\rho}{2}w_2^2$$

erforderliche Strömungsgeschwindigkeit:

$$\frac{\rho}{2}w_2^2 = p_1 - p_2 + \frac{\rho}{2}w_1^2$$

$$w_2 = \sqrt{\frac{p_1 - p_2 + \frac{\rho}{2}w_1^2}{\frac{\rho}{2}}}$$

$$w_2 = \sqrt{\frac{5000\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2} + 40000\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2} + 500\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot\left(4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{500\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 10{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Hinweis: $-p_2 = -(-0{,}4\text{ bar}) = +0{,}4\text{ bar}$.

$A_1 w_1 = A_2 w_2$ (Kontinuitätsgleichung)

$$\frac{\pi}{4}d_1^2 w_1 = \frac{\pi}{4}d_2^2 w_2$$

$$d_2 = \sqrt{\frac{w_1}{w_2}d_1^2} = \sqrt{\frac{4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{10{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}\cdot(80\text{ mm})^2} = 49{,}86\text{ mm}$$

1027.

a) $$\frac{w^2}{2g} = \frac{\left(12\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 7{,}339\text{ m}$$

b) $$H = h + \frac{w^2}{2g} = 15\text{ m} + 7{,}339\text{ m} = 22{,}34\text{ m}$$

c) $$p = \rho g h = 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 15\text{ m}$$

$$p = 147150\text{ Pa} = 1{,}472\text{ bar}$$

Ausfluss aus Gefäßen

1028.

a) $w = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}9\,\text{m}} = 4{,}202\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) $V_e = q_{Ve}t = \mu A w t = \mu \frac{\pi}{4} d^2 w t$

$V_e = 0{,}64 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (0{,}02\,\text{m})^2 \cdot 4{,}202\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 86\,400\,\text{s}$

$V_e = 73\,\text{m}^3$

1029.

$q_{Ve} = \frac{V_e}{t} = \mu q_V$

$t = \frac{V_e}{\mu q_V} = \frac{V_e}{\mu A \sqrt{2gh}}$

$$t = \frac{200\,\text{m}^3}{0{,}815 \cdot 0{,}001963\,\text{m}^2 \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 7{,}5\,\text{m}}}$$

$t = 10306\,\text{s} = 2\,\text{h}\ 51\,\text{min}\ 46\,\text{s}$

1030.

$q_{Ve} = \mu A \sqrt{2gh} \longrightarrow A = \frac{q_{Ve}}{\mu \sqrt{2gh}}$

$$A = \frac{10^{-3}\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{0{,}96 \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3{,}6\,\text{m}}}$$

$A = 0{,}1239 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^2 = 123{,}9\,\text{mm}^2$

$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 123{,}9\,\text{mm}^2}{\pi}} = 12{,}56\,\text{mm}$

1031.

$q_{Ve} = \mu A \sqrt{2gh} = \frac{V_e}{t}$

$\mu = \frac{V_e}{t A \sqrt{2gh}}$

$$\mu = \frac{1{,}8\,\text{m}^3}{106{,}5\,\text{s} \cdot 0{,}001963\,\text{m}^2 \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4\,\text{m}}} = 0{,}9717$$

1032.

a) $w_e = \varphi \sqrt{2gh}$

$w_e = 0{,}98 \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6\,\text{m}} = 10{,}63\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) $q_{Ve} = \mu A \sqrt{2gh} = \mu \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{2gh}$

$q_{Ve} = 0{,}63 \cdot \frac{\pi}{4} (0{,}08\,\text{m})^2 \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6\,\text{m}}$

$q_{Ve} = 0{,}03436\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 123{,}7\,\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$

c) $q_{Ve} = \mu \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{2g(h_1 - h_2)}$

$q_{Ve} = 0{,}63 \cdot \frac{\pi}{4} (0{,}08\,\text{m})^2 \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} (6\,\text{m} - 2\,\text{m})}$

$q_{Ve} = 0{,}02805\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 101\,\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$

1033.

$w = \sqrt{2g\left(h + \frac{p_ü}{\rho g}\right)}$

$w = \sqrt{2g\left(0 + \frac{p_ü}{\rho g}\right)} = \sqrt{\frac{2p_ü}{\rho}}$

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot 6 \cdot 10^5\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 34{,}64\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(Kontrolle mit $p_ü = \frac{\rho}{2} w^2$)

1034.

a) $w_e = \varphi \sqrt{2gh} = 0{,}98 \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2{,}3\,\text{m}} = 6{,}583\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) $q_{Ve} = \mu A \sqrt{2gh} = 0{,}64 \cdot 0{,}00785\,\text{m}^2 \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2{,}3\,\text{m}}$

$q_{Ve} = 0{,}03377\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 33{,}77\,\frac{l}{\text{s}}$

c) $t_1 = \frac{V_{e1}}{q_{Ve}} = \frac{2\,\text{m} \cdot 8\,\text{m} \cdot 1{,}7\,\text{m}}{0{,}03377\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}}} = 805{,}5\,\text{s}$

$t_1 = 13\,\text{min}\ 25{,}5\,\text{s}$

d) $t_2 = \frac{2\,V_{e2}}{\mu A \sqrt{2gh}} = \frac{2 \cdot 2\,\text{m} \cdot 8\,\text{m} \cdot 2{,}3\,\text{m}}{0{,}64 \cdot 0{,}00785\,\text{m}^2 \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2{,}3\,\text{m}}}$

$t_2 = 2179{,}7\,\text{s} = 36\,\text{min}\ 19{,}7\,\text{s}$

$t_{ges} = t_1 + t_2 = 49\,\text{min}\ 45\,\text{s}$

1035.

a) $w_e = \varphi \sqrt{2gh} = 0{,}98 \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 280\,\text{m}} = 72{,}64\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) $q_{Ve} = \mu \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{2gh}$

$q_{Ve} = 0{,}98 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (0{,}15\,\text{m})^2 \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 280\,\text{m}}$

$q_{Ve} = 1{,}284\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

c) $P = \frac{W}{t} = \frac{E_{kin}}{t}$

W Arbeitsvermögen des Wassers = kinetische Energie

$$P = \frac{\frac{mw^2}{2}}{t} = \frac{mw^2}{2t} = q_m \frac{w^2}{2}$$

q_m Massenstrom, d.h. die Masse des je Sekunde durch die Düse strömenden Wassers

$$P = 1284\,\frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot \frac{(72{,}64\,\frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2} = 3\,386\,000\,\frac{\text{kg}\,\text{m}^2}{\text{s}^3}$$

$P = 3386\,\text{kW}\quad \left(1\,\frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^3} = 1\,\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} \cdot 1\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 1\,\frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 1\,\frac{\text{J}}{\text{s}} = 1\,\text{W}\right)$

Strömung in Rohrleitungen

1036.

a) $q_{Ve} = Aw$

$$w = \frac{q_{Ve}}{A} = \frac{\frac{V_e}{t}}{\frac{\pi}{4}d^2} = \frac{4V_e}{\pi d^2 t}$$

$$w = \frac{4 \cdot 11\,\mathrm{m}^3}{\pi(0{,}08\,\mathrm{m})^2 \cdot 3600\,\mathrm{s}} = 0{,}6079\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

b) $\Delta p = \lambda \frac{l}{d}\frac{\rho}{2}w^2 = 0{,}028 \cdot \frac{230\,\mathrm{m}}{0{,}08\,\mathrm{m}} \cdot 500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot (0{,}6079\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2$

$\Delta p = 14873\,\mathrm{Pa} = 0{,}1487\,\mathrm{bar}$

1037.

a) $q_{Ve} = Aw \longrightarrow w = \frac{4V_e}{\pi d^2 t}$ (s. Lösung 1036)

$$w = \frac{4 \cdot 280\,\mathrm{m}^3}{\pi \cdot (0{,}125\,\mathrm{m})^2 \cdot 3600\,\mathrm{s}} = 6{,}338\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

b) $\Delta p = \lambda \frac{l}{d}\frac{\rho}{2}w^2 = 0{,}015 \cdot \frac{350\mathrm{m}}{0{,}125\mathrm{m}} \cdot 500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot (6{,}338\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2$

$\Delta p = 843\,500\,\mathrm{Pa} = 8{,}435\,\mathrm{bar}$

1038.

a) $q_V = Aw = \frac{\pi}{4}d^2 w$

$$d = \sqrt{\frac{4q_V}{\pi w}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0{,}002\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}}{\pi \cdot 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}} = 0{,}03568\,\mathrm{m}$$

$d = 36\,\mathrm{mm}$ (NW 36)

b) $w = \frac{q_V}{A} = \frac{4 \cdot 0{,}002\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}}{\pi \cdot (0{,}036\,\mathrm{m})^2} = 1{,}965\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

c) $\Delta p = \lambda \frac{l}{d}\frac{\rho}{2}w^2 = 0{,}025 \cdot \frac{300\,\mathrm{m}}{0{,}036\,\mathrm{m}} \cdot 500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot (1{,}965\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2$

$\Delta p = 402\,160\,\mathrm{Pa} = 4{,}022\,\mathrm{bar}$

d) $\frac{\rho}{2}w^2 = 500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot (1{,}965\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2 = 1930{,}4\,\mathrm{Pa} = 0{,}0193\,\mathrm{bar}$

e) $p_{ges} = \frac{\rho}{2}w^2 + \rho g h + \Delta p$

$$\rho g h = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 20\,\mathrm{m}$$
$$= 196200\,\mathrm{Pa} = 1{,}962\,\mathrm{bar}$$

$p_{ges} = 0{,}0193\,\mathrm{bar} + 1{,}962\,\mathrm{bar} + 4{,}022\,\mathrm{bar}$

$p_{ges} = 6{,}003\,\mathrm{bar}$

f) $\text{Leistung} = \frac{\text{Energie}}{\text{Zeit}} \longrightarrow P = \frac{W}{t} = \frac{p_{ges}V}{t}$

$P = p_{ges}\frac{V}{t} = p_{ges}q_V = 6{,}003 \cdot 10^5\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} \cdot 2 \cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$

$P = 12{,}01 \cdot 10^2\,\mathrm{W} = 1{,}201\,\mathrm{kW}$