

לע' מילון

בס"ד

משולש פשוט, ערך וARBINOS של גיאומטריה

לע' מילון
חוברת מס' 1

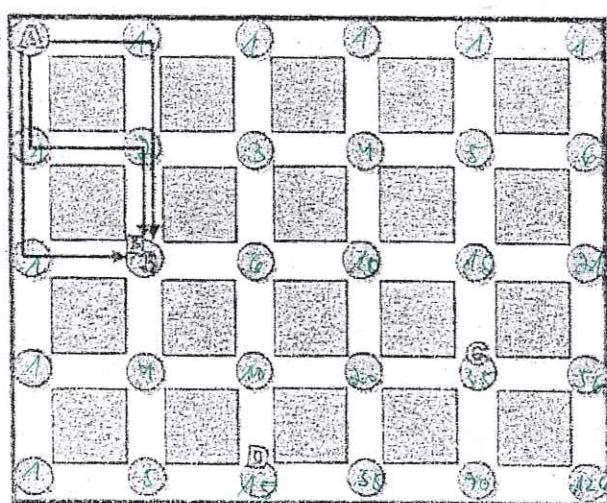
מגמת תכניות / כיתות ה/
© ל.ל.

עליך נסן, מילון גיאומטריה וARBINOS

משולש פסקל

משימה 1

בעיה: מנקודה A יוצאות שתי מוניות, האחת לכיוון נקודה C והשנייה לכיוון נקודה D.



בדרכן הם מתקדמיות תמיד ימינה ו/או מטה, ללא חזרה שמאלה או מעלה. כמה אפשרויות עומדות לפני כל מונית כדי להגיע בהן ליעדה? הדרכת: תחילה בצתמים הקרובים לנקודה A ובדקי את מספר האפשרויות להגיע מנקודה A אליהן.

משימה 2

מלאי את לוח המשושים שלפניך על פי הכלל: המספר בכל משושה שווה לסכום המספרים הרשומים

במשושים

שמעליין

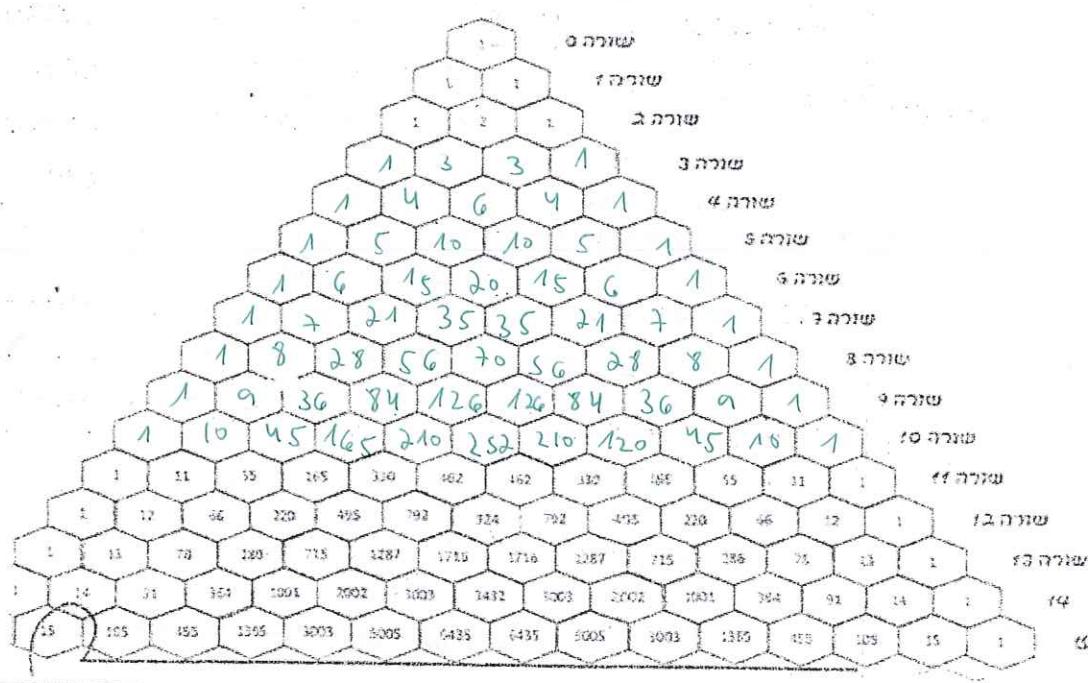
בלוח.

משולש זה

נקרא

לולען

לולען



משימה 3

מצאי תכונות מתמטיות במשולש פשוט

א. תוכנות של שורות:

- כמה משושים בכל שורה? נסחי כלל: הנ'
 - חשבי את הסכום של כל שורה ונסחי אותה בכתב חזקות:

שורות	0	1	2	3	4	5	6	n
סכום השורה במספרים	1	2	4	8	16	32	64	
בכתיב חזקות	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^n

3. מה היחס בין סכום שורה לסכום השורה שלפנייה? נסחוי כלל: $a_n = \frac{1}{n+1} a_{n+1}$

4. חשבו את הסכום של כל השורות עד השורה המבוקשת ונסחוי את הכלל בכתיב חזקות:

שורה	0	1	2	3	4	5	6	n
סכום כל השורות עד שורה זו, כולל, במספרים	1	3	7	15	31	63	127	
בכתיב חזקות	$2^1 - 1$	$2^2 - 1$	$2^3 - 1$	$2^4 - 1$	$2^5 - 1$	$2^6 - 1$	$2^7 - 1$	$2^{n+1} - 1$

ב. העברי לו אנכי מקדקוד המשולש לבסיס ובדקי האם הוא יוצר חוקיות מסויימת. אם כן, מהו?

1 3 6 20 70 250 924 3432

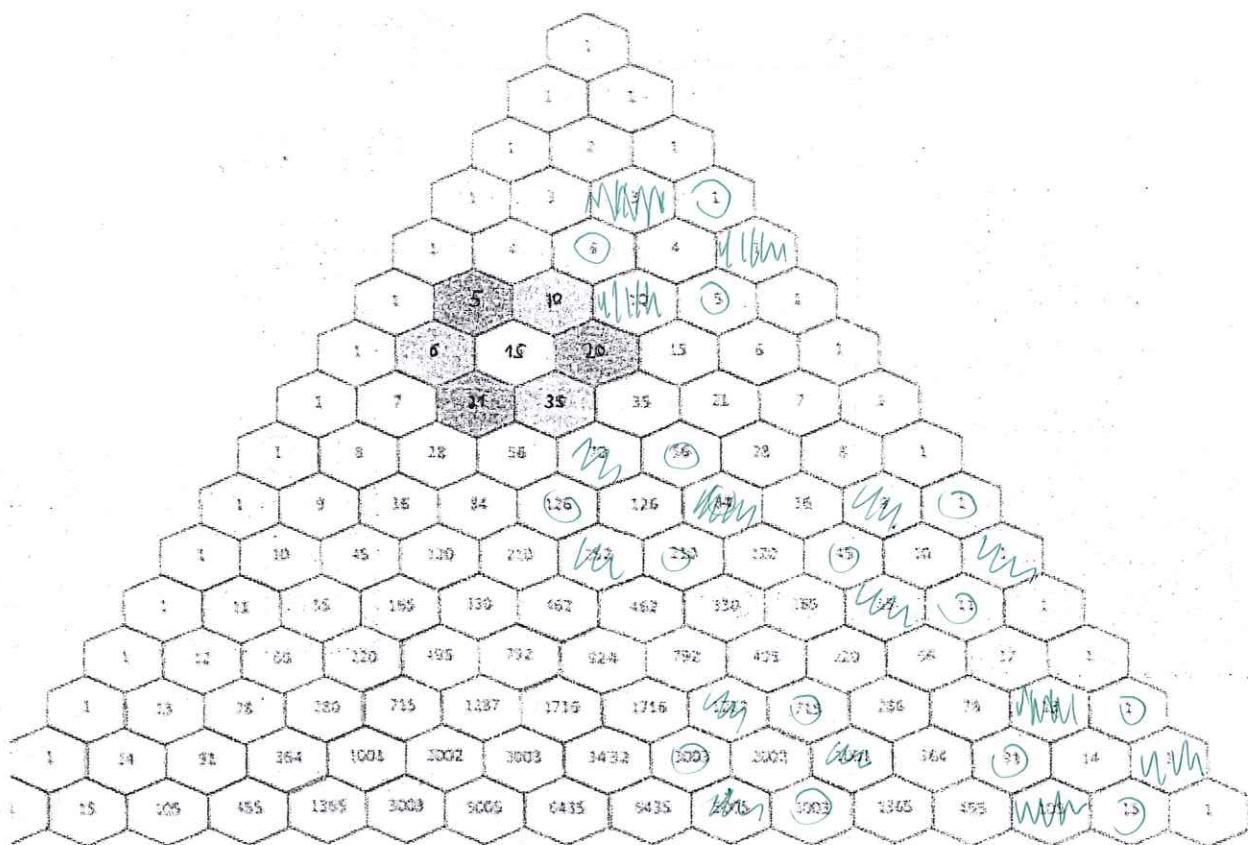
תבונות של אלכסונים (נייטן להטכל הון מימין והוא משמאלי)

- האלכסון החיצוני של המשולש מורכב מ 1
 - האלכסון השני במשולש אוסף את (זעטן גלאזון)
 - האלכסון השלישי במשולש אוסף את (זעטן גלאזון) (הרחבת להלן)
 - האלכסון הרביעי במשולש אוסף את (זעטן גלאזון) (הרחבת להלן)

ד. פרחי פסקל

1. בדק ב"פרח" שלפניך את מכפלת עלי הכותרת הכהים ואת מכפלת עלי הכותרת

הבהירים. מה קיבלת? $\frac{2100}{2100}$ ✓



2. מצאי פרחים נוספים ושעריו את המשפטים המתבגרת בהם.
בנוסף ל-2100 (המתקבל מ- $(x+y)^6$) מתקבלו $210, 105, 45, 15, 5, 1$.

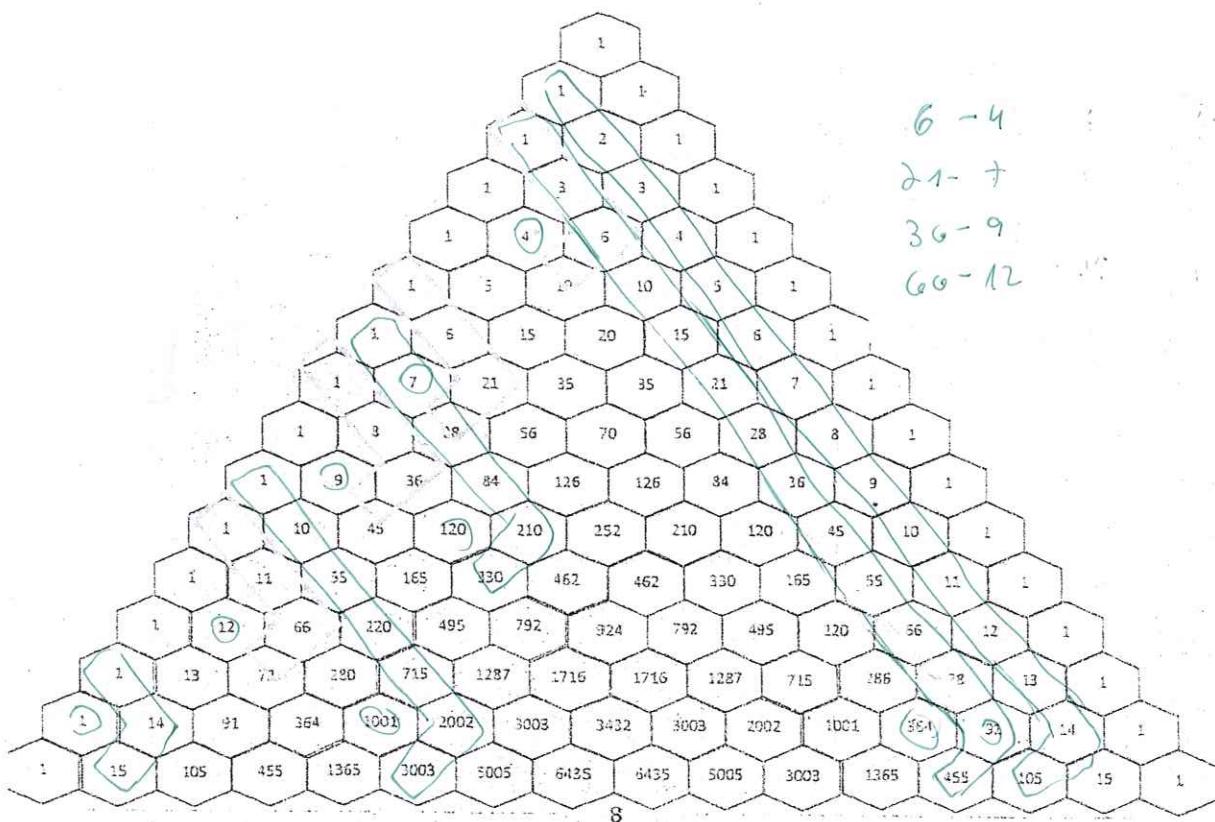
- ג. סוף, שורה (210, 105, 45, 15, 5, 1)
- ה. סדרה של שורות (210, 105, 45, 15, 5, 1)
- ט. סדרה של שורות (210, 105, 45, 15, 5, 1)
- ז. סדרה של שורות (210, 105, 45, 15, 5, 1)
- י. סדרה של שורות (210, 105, 45, 15, 5, 1)
- כ. סדרה של שורות (210, 105, 45, 15, 5, 1)
- ל. סדרה של שורות (210, 105, 45, 15, 5, 1)
- מ. סדרה של שורות (210, 105, 45, 15, 5, 1)
- ן. סדרה של שורות (210, 105, 45, 15, 5, 1)
- ס. סדרה של שורות (210, 105, 45, 15, 5, 1)

ה. "גרבי" פסקל

1. בדקי ב"ארביים" שלפניך את המספר הרשום בעקב לעומת סכום המספרים לאורך הגרב.

העלי השעה: (05:00)

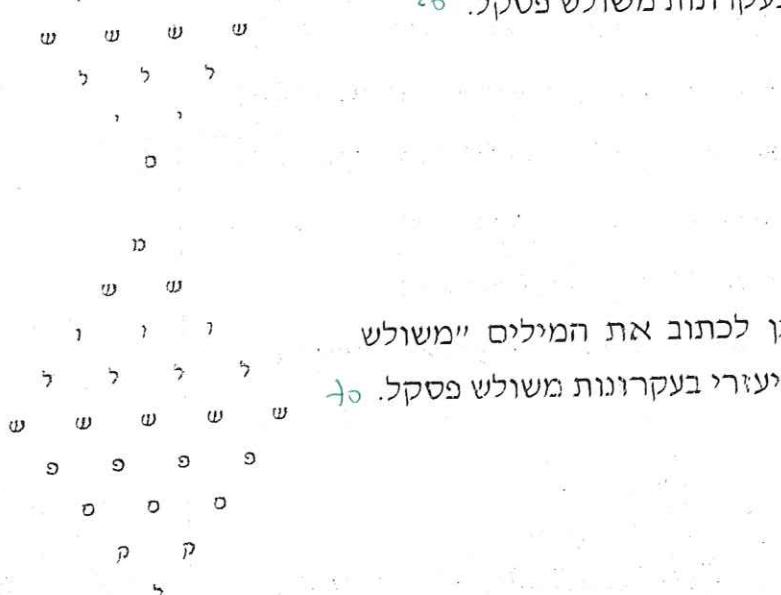
2. מדי אורים נוספים מנוקדות נוספות. האם הכל קיים גם בהם?



משימה 4

שעועשי פסקל:

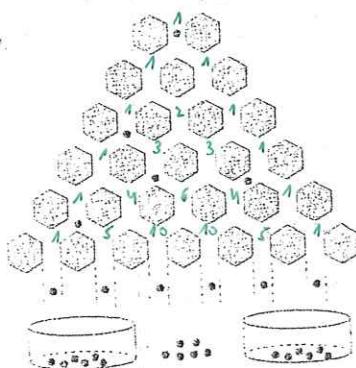
- א. מצאי בכמה דרכים ניתן לכתוב את המילה "ירושלים" בסכמתה הבאה. היעורי בעקרונות מושולש פסקל.



משימה 5

ויזה בראש "פסקלי": לפניך משחק מזל. על המשתנה לזרוק כדור בין המשושיםعلילונים. כדור הנופל לכלי מזכה בנקודה, ואילו כדור הנופל מוחז לכלி מסיד נקודת.

1. האם המשחק הוגן? (אם מספר האפשרויות לזכות בו הוא לפחות כמספר האפשרויות להפסיד בו?)



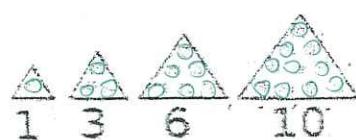
הדרך: בכמה דרכים ניתן להגיע לכלים? בכמה דרכים ניתן להגיע אל מוחז לכלים? (בצאתם מ-10 גלגולים, מ-20 גלגולים, מ-30 גלגולים, מ-40 גלגולים, מ-50 גלגולים, מ-60 גלגולים, מ-70 גלגולים, מ-80 גלגולים, מ-90 גלגולים, מ-100 גלגולים.)

2. כיצד ניתן להוכיח את המשחק להוגן?

- א. הציגי אפשרות למשחק שבו סיכון וזכיות שוויים לזכויי הפסד.
 - ב. הציגי אפשרות למשחק שבו סיכון וזכיות גדולים מזכויי הפסד.
- הציגי גם איזה גודל גלגול אחד יכול לזכות או לפסד?
- הציגי גם איזה גודל גלגול אחד יכול לזכות או לפסד?
- הציגי גם איזה גודל גלגול אחד יכול לזכות או לפסד?
- הציגי גם איזה גודל גלגול אחד יכול לזכות או לפסד?

נספח 1: מספר משולשי

מספר משולשי



בחורת המספרים, מופיע **מספר משולשי** אם אפשר לסדרו בצורה משולש שווה צלעות, כלומר, אם ניתן לבנות מ- n כוורות זוגיים והם משולש שווה צלעות. המספרים המשולשיים הראשונים הם $1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, \dots$, והנוסחה הכלכליהantuwa על ידי המקודם הבינומי:

$$1 + 2 + \dots + n = \binom{n+1}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{x=1}^n x = 1 + 2 + \dots + n$$

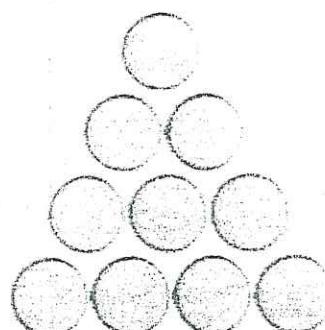
נוסחה נוספת להנוסחה היא באמצעות סכום בסיסי:

לדוגמא, לקבל את המספר המשולשי הרביעי, נכניס את המספר 4 לנוסחה:

$$\frac{4(4+1)}{2} = 10 = 1 + 2 + 3 + 4$$

דוגמאות וצורות

לדוגמא, המספר 10 הוא **מספר משולשי**, משום שהוא ניתן בצורה משולש משוכפל:



את המספר 10 לא ניתן לתאר בצורת ריבוע; אך 9 אפשר (וזה מספר ריבועי):

נספח 2: מספר ארבעוני (טטרהארד)

זה עתה ס"מכם את שעור התעמלות שלכם ואותם אוספים את הבדלים.

נניח שאתם צריכים לעורום את כל הבדלים לצורת פירמידה.

מה יהיה גובה הפירמידה?



הבעיה:

נניח שיש לכם 1,000 כדורים טריים. אתם רוצים לבנות את הפירמידה המשולשת היכי גודלה שתיתן.

1. כמה כדורים בפירמידה שלכם?

2. כמה קומות בגובה פירמידה זו?

3. כמה כדורים נוספים תיזהדקקו על מנת לבנות פירמידה עם קומה נוספת?

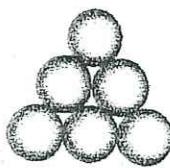
קשה? בואו נתחיל מבעיה קטנה יותר ...

התחלת הבעיה:

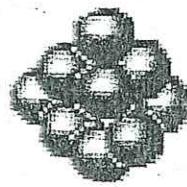
הבסיס נראה כך:



פירמידה בת שתי קומות נראה כך:



הבסיס נראה כך:



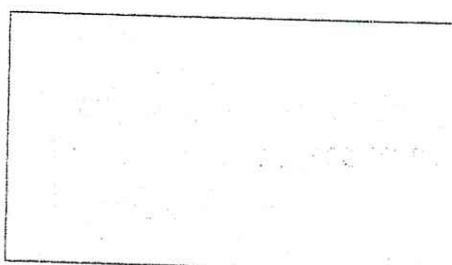
פירמידה בת שלוש קומות נראה כך:

סה"כ כדורים בפירמידה בת שלוש קומות: _____

נית שיש לכם רק 12 כדורים.

מהו הפירמידה הגדולה ביותר שתצליחו ליצור מ-12 כדורים?

כמה כדורים יהיו בפירמידה זו?



צייר את בסיס הפירמידה הבאה:

לכמה כדורים נוספים תיזדקקו על מנת לבנות פירמידה עם קומה נוספת?

ולבסוף:

הכוו לאקסל נון (עבור הפירמידות שיצרתם) טבלה המפרטת

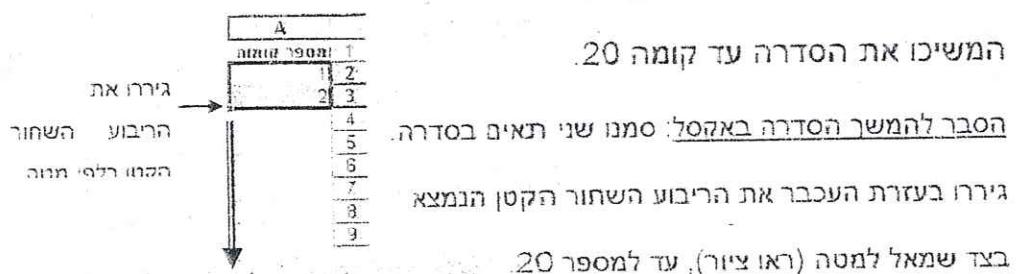
את מספר הקומות, מספר הכדורים בסיס ומספר הכדורים

סה"כ.

2. אפ"מ כל אחת מסדרות המספרים שקיבלתם בעמודות שיצרתם

באקסל:

❖ איזו סדרה התקבלה בעמודת "מספר קומות"?



❖ איזו סדרה התקבלה בעמודת "מספר כדרים בבסיס"?

רישמו את ההפרש בין כל שני מספרים בסדרת "מספר כדרים בסיסי".

מה גיליתם?

המשיכו את הסדרה?

הסביר להמשך סדרת "מספר כדרים בסיסי", מה הקשר בין מספר הcdrים בסיסי הפירמידה למספר הcdrים בפירמידה הקודמת לה?

הכניסו לתא בעמודת "מספר כדרים בסיסי" מסחה (תרגול) שתוחבר את מספר

הcdrים בסיסי הפירמידה הקודמת למספר הקומות של הפירמידה - צייר).

B	A
1	מספר קומות רצ' כדרים בסיסי
1	1 2
3	2 3
6	3 4
10	4 5
=35+AB	5 6
	6 7

גירשו את המסחה שיצרתם כלפי מטה עד המקרה של 20 קומות.

מטודת פסקל, עשרה ותבנית של גורם

• סכמו בעמודות "מספר כדורים בסה"כ" את סמות ה כדורים שבשתי

C	B	A	אנו, קיומו מס' כדורים בבסיס מס' כדורים בסה"כ
1	1	1	1
4	3	2	3
10	6	3	4
20	10	4	5
=25+86	15	5	6
	21	6	7
	28	7	8

העמודות האחרות.

הסביר לסטודנטים "מספר כדורים בסה"כ": היכנסו למשתנה
"מספר כדורים בסה"כ", רשמו סימן =, הציבוו עם
המרה את "מס' כדורים בסה"כ" בקומה הקודמת
הציבו על התא המורה על "מספר כדורים בבסיס" באותה שורה
(פירמידה). לחזו על Enter. (ראו דוגמה).

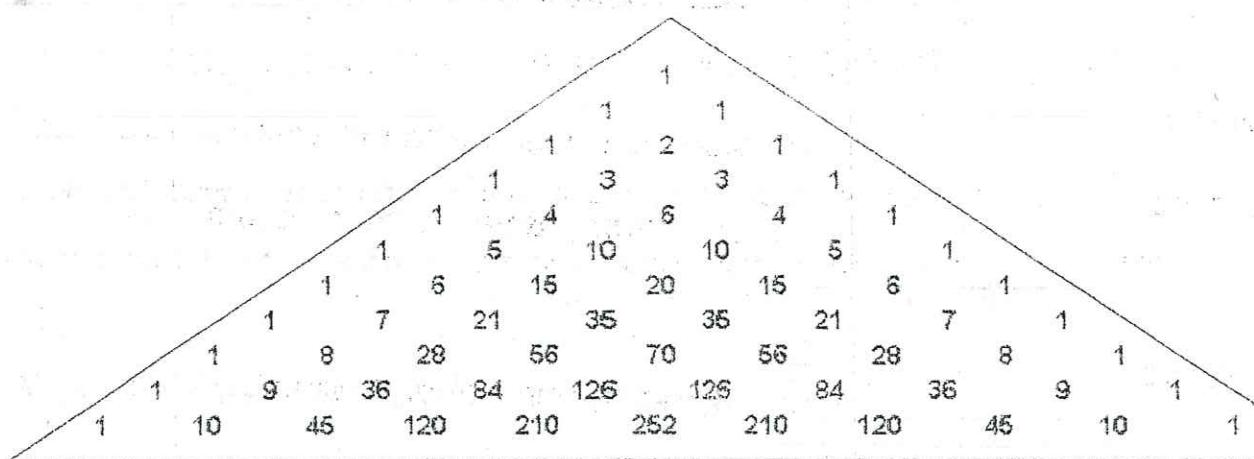
איזו סדרה התקבלה בעמודות "מספר כדורים בסה"כ"?

3. הסדרה 1, 3, 10, 6, 15, ... (סדרת "מספר ה כדורים בבסיס")

נקראת סדרת המספרים המשולשים. מה הקשר לדעתכם בין

סדרה זו למשולשים?

4. הבינו במשולש פוקל שלפניכם:



מה הקשר בין הסדרה של מספר הכחורים בבסה"כ למשולש

60%

סמן את שלוש הסדרות שיצרתם באקSEL בתוך משולש פסקל.

המספרים בסדרה המראה את "מספר כחורים בסה"כ"

נקראים ארבעוניים (טטראהדר).

העמקה ויצירות:

1. מה יקרה אם נבנה פירמידה ריבועית עם הכחורים?

2. האם יש פירמידות נוספות מלבד משולשות וריבועיות?

3. נניח שאנו רציפם לפצל את כל הכחורים. למשל, כשהתחלם מ-1000
כחורים, 31 נשארו לא בשימוש (לאחר שבנו את הפירמידה בעזרת 969
כחורים). מה עוד יכולם ליצור פירמידה של 20 כחורים, פירמידה של 10
כחורים, ופירמידה של כדור אחד. בסה"כ 4 פירמידות. נסו רענן זה של מספר
פירמידות עם מספרים אחרים. איתן כמות כחורים, הקטנה מ-1000 מוניבה
את המספר הגדול ביותר של פירמידות?

פִּרְמַדָּת כְּלֹוָהִים

לטורה:

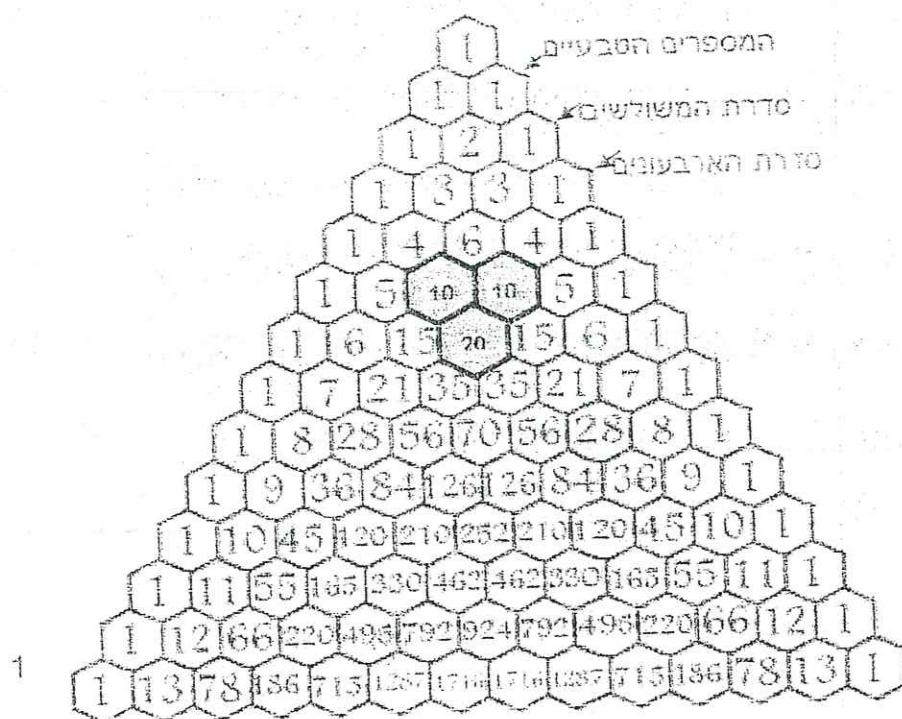
א) הפעולות שבסקת במבנה גופים שתוארים יוצר סדרות של מספרים שונים (טבעיים, משלשים, ארבעונים) והקשר שלהם למשולש פסקל.

ב) מומלץ לתת לילדים לעבוד עם כדורופ-קטנים ולחבר אותם בעזרת דבק פלסטילינה (Uhutac).

ג) התלמידים יכין נסחאות לאקסל ליצירת המשך לסדרות אותן הם תתחילו לבנות בעזרת הכדורופן. ככלمر, האקסל אפשר, בבעיה זו, הרחבה למקרים נוספים מעבר למשולש, מעבר למה שיריבנה בעזרת הכדורופן.

קשר למשולש פסקל

א) סדרת המספרים הטבעיים נמצאת באקסון הראשון במשולש פסקל, המספרים המשולשים נמצאים באקסון השני והרביעוני באקסון השלישי. המשולש בניי כך שכל מספר הוא סכום של שני המספרים שמעלוי, אך כל פעם מוסיף לארבעון 20 בניי מהארבעון 10 והמספר המשולש 10 שנמצאים מעלי, אך כל פעם מוסיף לארבעון הקודם בסיס חדש גדול יותר שהוא מספר המשולש.



קשר לפיענוח "בבאים רצועות"

4. הארבען 10 הוא סכום האלכסון $6+3+1$, כלומר סכום המספרים המשולשים עד ארבען. המספר הארבעה החמישי הוא סכום חמשת המספרים המשולשים מ-1 עד 15. המטרה כאן לא להגעה לסכום המספרים המשולשים או הארבעונים, אלא לגלות זאת במשולש סקל.

התקה על מספרים משולשים

1. בם את סדרת המספרים המשולשיים באקלס.
ר' שמו מספר משולש כלשהו מטען הסדרה שבעתת:
האם תוכל ליזור את המספר שכותבתם מתייר מאספרים משולשים בלבד?
אם הצלחתם רישמו את המספרים המשולשים שסכוםם מנבא את המספר המשולש
שלכם:

2. בຄמק מספרים משולשים השתמשו?

3. בזיהו עד מספרים משולשיים.
האם כל מספר משולש ניתן להציג כסכום מספרים משולשיים?

4. חיבור שני מספרים משולשים סמוכים.

$$1+3=$$

$$3+6=$$

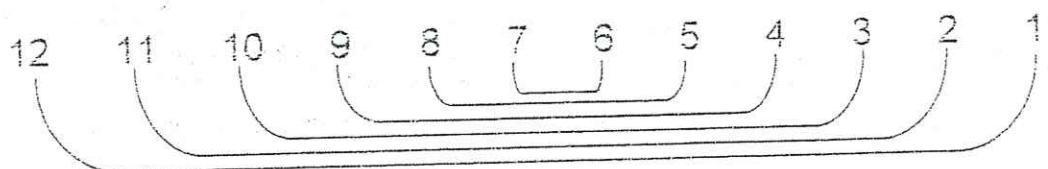
$$6+10=$$

$$10+15=$$

5. מה קיבלת?

6. חיבור את כל המספרים השלמים שבין 1 ל 12.

7. מיכל להעדר בשיטה של גאון:



8. חיבור את אורך המספרים. מה סכום כל זוג?

9. כמה אמות בעלות אותו סכום קיבלתם?

10. מה סכום כל המספרים החלמים מ-1 עד 12?

11. מה הקשר בין סכום 12 המספרים כפי שיחסתם למספר המשולשים?

12. כמה מהו המספר המשולש ה-12?

13. האם תוכל לרשום את סכום המספרים החלמים מ-1 עד 7 מבלי לחשב אם כן, מהו?

14. בזקן, האם צדקה?

15. האם זו מתיקת תמד?

16. מה הכלל?

התרגה על מספרים ארבעוניים (ספר האחד)

1. ניתן לחתום בעקבות הפעולות עם הגדירות לפאות ארבעון, שהוא אחד מהמשת

הופיעים המשוכלים של אפלטון

עוצרת!^ח

משימה 1

בעיה: במכירה ביתית מציעים עליאניות ב 5 דגמים. כל דגם מופיע ב 5 מידות. בכל דגם יש שתי אפשרויות: עם / ללא שרול. לצורך נוחות, הוציאה המוכרת רק עליאנית אחת לדוגמה, מתווך מחשבה שכאשר היא תיקנה היא תביא מושchorה הסgorה בשיקות עליאנית זהה אחרת.
כמה עליאניותفتحה המוכרת לציבור?

משימה 2

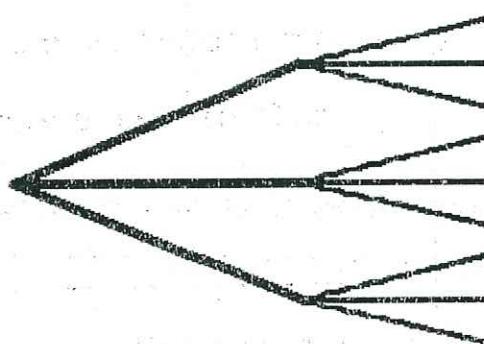
בעיה: אדם עסק במסחר אסור והמשטרה מתחשפת את עקבותיו. היא מחזיקה בידה את תМОונתו, אולם מתכוונת לאפשרות שהוא שינה את צבעם של שערו ו/או עיניו. חוקרי המשטרה הצינו את האפשרויות להלן: **שערו** של האיש הוא שחור / בוחר / אדמוני. **עיניו** של האיש הן חומות / ירוקות / כחולות.

1. כמה תМОונות פרופיל אפשריות צריכה המשטרה להכין?
א. נחשב את האפשרויות ברשימה:

ב. נחשב את האפשרויות בטבלה:

אדמוני	בhair	שחור	צבע שיער	צבע עיניים
				חומות
				ירוקות
				כחולות
סה"כ אפשרויות:				

ג. נחשב את האפשרויות בדיאגרמת עץ:



הגדרה: קומבינטוריקה -

2. בהמשך, חוקרי המשטרה הציעו להוסיף את קритריון לכל התמונות, והוא: פה קופז / פה מגץ. כמה תמונות פרופיל יש להcin כעת?
3. נACHI ורגיל כפל לחישוב כללי של מספר תמונות הפרופיל עפ"י שלושת הקритריונים.

הערה:

משימה 3

ששה אנשים הגיעו למסעדה והתוכחו באיזה סדר לשבת. אחד הציע לפि תאריך לידיה, אחר הציע לפि הא' ב', וכך לכל אחד מהשישה הייתה הצעה אחרת. ניגש אליהם המלצר ו אמר: "כל יום תשבו בסדר אחר ולאחר שתשבו בכל הנסיבות אני נותן לכם ארוחה בחיננס. לאחר כמה ימים קיבלו האנשים ארוחה זו?

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$$

הגדרה: עצרת (א) -

משימה 4

שרה ורבקה שיחקו במשחק בול פגיעה. מהלך המשחק הוא: משחкат את בוחרת ארבעה מותן ששה צבעים ומסדרת אותם בסדר כלשהו בשורה. המשחקת השנייה צריכה לנחש הן את הצבעים שנבחרו והן את הסדר המדויק שבו מטוודרים החלקיים.

1. כמה אפשרויות של סדר קיימות במהלך? 24
2. לאחר הניסיון הראשון אמרה שורה לרבקה: "בחזרת את הצבעים הנכונים אולם אף אחד מהם אינם במקומות". כמה אפשרויות לשורה בענין? 23
3. רבקה סיירה את הצבעים מחדש ואז אמרה לה שרה: "כעת שני חלקים במקום ושניים אינם. כמה אפשרויות נותרו? 22
4. "אין לי כוח לנפות כל כך הרבה" אמרה רבקה לשורה. "תגלו לי אלו חלקים נכונים". רבקה נענתה לה. כמה אפשרויות נותרו לרבקה? 2

משימה 5

באולם "בسمות" הכריזו על מבצע: "הזמינים מספר תופחות כרצונכם מתוך 8 סוגים השפ".

1. משפחתי א' מעוניינת בתוספות אחת. כמה אפשרויות יש לה?
2. משפחתי ב' מעוניינת ב7 תוספות. כמה אפשרויות יש לה?
3. האם יש קשר בין מספר התפריטים שניתן להזמין עט תוספת אחת לבין מספר התפריטים שניתנו להרכיב מ7 תוספות?
4. משפחתי ג' מעוניינת רק ב2 תוספות. כמה אופנים ניתנים להרכיב את התפריט שלהם?

פרק שלושה עשר

קומבינטוריקה והבינומות של מילוטון

תמורות (סדר איברים שונים בשורה)

עשרה של מס' פ

הקומבינטוריקה עוסקת בפיתוח שיטות למנוח של איברים בעלי תכונה מסוימת ומציאת מס'ם. בהרבה מקרים התוצאה המתבקשת מילאה ביטחונית שדה עזירה של מספר. נזכיר אם כך חוויה את המושג π (הערכה). הביטוי π מוגדר רק לאספרים טבעיים באופן הבא:

$$\pi = \pi_1 \cdot \pi_2 \cdot \dots \cdot \pi_n \quad \text{לגביו } \pi = n \text{ מנדרים}$$

פונקציה מהמשמעות הטבעיות למטרדים הטבעיים.

תמורות

נדון תחיליה בסידור של n איברים (או עצמים) שונים בשורה. זה אומר —

המודעות — מט' האפשרויות לסדר n איברים שונים בשורה וקדא מט' האפשרויות (הפרמוטציות) של n איברים. (n מט' טבעי).

לדוגמא: — מט' התמורות של שני איברים שונים a ו- b הוא 2 כי קיימות שתי אפשרויות לסדרות בשורה: ab , ba . באופן דומה מט' התמורות של 3 איברים שונים a , b , c הוא 6 הדרכיםpNext: abc , acb , bac , cab , cab , cba .

הערה — מט' התמורות של n איברים מוגדר כ- P_n , גם מט' התמורות של איבר אחד שהוא 1 . מוקובל לסמך את מט' התמורות של n איברים בסימן P_n .

טענה:

$$P_n = n!$$

הוכחה:

עלינו לסדר n איברים שונים בשורה. במקומות הראשונים ניתן להציב כל אחד מ- n האיברים השניים, כלומר יש n אפשרויות לבחרת האיבר הראשון, לבחירת האיבר במקומות השני יש רק $n - 1$ אפשרויות כי אסור לבחר את האיבר שעדין במקומות השלישי, וכך הלאה לבחירת האיבר במקומות השלישי יש $n - 2$ אפשרויות ועוד. לאיבר האחרון בשורה יש $n - m$ אפשרויות אחת בלבד. לכן מט' האפשרויות לסדר n איברים שונים בשורה הוא:

$$n(n - 1)(n - 2) \dots 1 = n!$$

①

הערות:

א) בטרם של חוץ מה כפלי את מספר האפשרויות זו בזו. למעשה הסתמכו על ערךן כפלי בקבינטוניות דואמר: מספר התוצאות האפשרות של נסיו שבו במונה של גבאי הוא מוגבל ממספר התוצאות האפשרות בכל אחד מהשלבים. במקרה הנו של שלבים אחדים (היבר הראשון, השני וכו'). הגיטוי היה סידור האיברים בשורה. יש להזכיר שמדובר במקרה בו שורה של נסיו נסוי שלב אחד יכול ל��ות וגם שלב אחר. במקרה אחר – מוגבלים במקרה בו שורה אחת נסוי שלב אחד יכול ל��ות וגם השלב השני יכול ל��ות וגם השלב השלישי יכול ל��ות וכו'.

ב) קיימות מקרים שבהם מוגבלים דיבור ולא כפלי. עושים זאת כאשר רצים לחשב את סה"כ האפשרויות במונה נתונות, (שיתבע שנטען עצם מוגבלים משלבים), בתנאי של לפחות שני נסיבות אין תוצאות מסוימות (קבוצה זאת בוגרת). כלומר מוגבלות הייבור באשר התרחשותו של נסין אחד פותחת את התרחשותו של נסין אחר (ראת העלה בעמ' הבא). במקרה אחר – מוגבלים הייבור כאשר רק אחד מכל הנסיבות יכול ל��ות באותו זמן, ד"א או הנסיך הראשון או הנסיך השני או הנסיך השלישי וכו' יובילו ל��ות.

לדוגמה א':

נרכנות הספורות 1, 2, 3, 4, 5, 6. מזא במל' מספור במל' 6 ספורות שונות ניתן לרשום בעדרון בנקודות הבאים:
 א. ללא הצלחות. 3. ראשונה ממשמאלי.
 ב. שוטפהה 3 איבריה דראשונה ממשמאלי. 4. שוטפותה 3 ו-4 נמצאות בקענות.
 ג. 1-3 מספורות הראשונות ממשמאלי אך איזוגיות 1-3 במספרות מימין הן וגוזנות.

פתרונות:

א. זה סידור של 6 איברים שונים בשורה. מספר האפשרויות הוא $6! = 1 \cdot 2 \dots 6 = 720$.
 ב. קל לזכור לרשום 720 מספורים בני 6 טיפות שונות באמצעות הספורות 1, 2, 3, 4, 5, 6.
 ג. איבר ווטפהה 3 נמצאות ממשמאלי או מרווח עד לסדר 5 ספורות שונות בשורה, כלומר יש $120 = 15$ אפשרויות.

ג'. קל להזכיר שכל המספרים המבוקשים בטיען זה הם אלה שמנוטיעים בסעיף א' ולא מוגבלים בטיען ב'. לכן מסped המספרים בני 6 ספורות שונות שאינם מוחזקים בספרה 3 הוא: $720 - 120 = 600$.

ד' אך אורות לפתרון – יש 5 אפשרויות לבחור את הספרה הראשונה ממשמאלי, לאחר מכן יש 5 אפשרויות לסדר את 5 הספרות שנשארו בשורה, לכן בסה"כ $600 = 5 \cdot 5$.

ה'. כאשר הספרה 3 ראשונה ממשמאלי וווטפהה 4 אחורונה מזמן אפשר לסדר ביןיהן את 4 הספרות הנותרות בשורה ב-4 אפשרויות. ניתן גם לחוליק את הספרות 3 ו-4 במקומות ולבן נקבל שוב 4 אפשרויות לסדר. בסה"כ מספר האפשרויות הדורש

$$4! + 4! = 24 + 24 = 48$$

ו'. לסדר את שלוש הספרות האפשרות (1, 3, 5) בשלוש המיקומות הראשונים יש $3! = 6$ אפשרויות. לסדר את שלוש הספרות הוגוויות (2, 4, 6) בשלושה המיקומות האחרוןים יש גם כן $3! = 6$ אפשרויות. לכן סה"כ מספר האפשרויות הוא $3! \cdot 3! = 6 \cdot 6 = 36$.

העדרות:

נראイ לשיטת לב להבדל בדרך הפתרון שבין סעיף ד' לסעיף ח'. בסעיף ד' חיברנו את מספר האפשרויות $6 \cdot 6 = 36$. וアイלו בסעיף ח' כפלו את מספר האפשרויות $24 + 24 = 48$. מימין סותרת את הטעבר לגביה סעיף ד' – האפשרות שהספרה 3 משמאל והספרה 4 מימין סותרת את האפשרות שהספרה 3 מימין והספרה 4 משמאל. כלומר שתי האפשרויות אינן יכולות להתרחש בו זמינות (אין להן תוצאות מסוימות), ז"א או האפשרות הראשונה או האפשרות השנייה מתרחשת וכך מתרחשת את סה"כ התוצאות של שתי האפשרויות. ההסבר לגביה סעיף ח' – האפשרות ש-3 הספרות האזניות במקומות הראשונים אינה סותרת את האפשרות ש-3 הספרות התוצאות במקומות האחרונים. כלומר האפשרות מתרחשות בו מנייה, ז"א גם האפשרות הראשונה וגם האפשרות השנייה מתרחשות. וכך מבצעים כפלי. עד נעיר כאן שנית היה לפתרור את סעיף ד' בדומה לפתרון בסעיף ח' חזאת ע"י כפלי של 24 ב-21. שזהו מספר הסודוריים של הספרות 3 ו-4 בקצוות.

צירופים

(בחירה לא חסيبة בסדר ולא חוזרת)

הבחירה בטיעף זה רומה לבחירה שבסעיף הקדם אבל אין חסיבות בסדר. מספר האפשרויות של בחירה כזאת, שהיא לא חסيبة בסדר ולא חוזרת, נקרא גם מספר החזירות (קומבינציות). לדוגמא – האפשרויות לבחור שני איברים משלוש האיברים (a, b, c) כאשר הבחירה היא לא חסيبة בסדר ולא חוזרת הן: (a, b), (a, c), (b, a), (b, c), (c, a), (c, b). כלומר יש 3 אפשרויות.

טבלה:

מספר האפשרויות לבחור k איברים מתוך n איברים שווים כאשר הבחירה זאת לא חסيبة בסדר ולא חוזרת (מספר החזירות) מסומן ב- C_n^k או $\binom{n}{k}$ ושוה:

$$C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

תרגיל א' : בקורס 4 קיימות אודיטיות ו-5 עותקים, וכך בוגדים שבעה. מען בכך אפשרות ניתן לבחור מהם 3 מודלים בוגדים הבאים:

- ללא בוגדים.
- סבב אחד אודיט ו-5 עותקים.
- ללא אודיט ו-5 עותקים אודיטים ו-5 עותקים.
- ללא אודיט ו-5 עותקים אודיטים ו-5 עותקים.

פתרון : א. זה בחומר לא חישבות לסדר ולא הזרה של 3 מודלים מתוך 11 כורדים שונים.

$$\text{מספר האפשרויות הוא } \binom{11}{3} = \frac{11!}{3!(11-3)!} = 462 \quad \text{ב. זה שאם האודיטים בוגדים מתקן ארכעה הבודדים האודיטים יש לך} \quad \binom{4}{2} = \frac{4!}{2!(4-2)!} = 6 \quad \text{אפשרויות. אך שלושת העותקים מוחדים מוחר שבוגעת הנזירים הצדדיים יש לך}$$

אפשרויות. אך אודיטים נוחדים מוחר שבוגעת הנזירים הצדדיים יש לך $\binom{7}{2} = \frac{7!}{2!(7-2)!} = 210$.

ג. אפשרויות. לכן מספר האפשרויות בפוקה זה וזה $\binom{7}{3} = 35$.
ג. האפשרויות שעני בודדים לבלי יותר יהו אודיטים והשאר עותקים הן: (1) אף כדור אודם ו-5 כדורים הצדדיים, (2) כדור אחד אודם ו-4 כדורים הצדדיים, (3) 2 כורדים אודם ו-3 כדורים הצדדיים. את האפשרות השלישית כבר חישבנו בסעיף ב'. לכן שתי ה惋שות נקבע בהתאם למיניבר בסעיף ב': לאפשרות (1) $\binom{4}{1} = 4$ ולאפשרות (2) $21 + 140 + 210 = 371$. מאין שמספר האפשרויות הוא $\binom{4}{1} \cdot \binom{7}{1} = 140$.

תרגיל ב' : בקורס אוניברסיטת בן-גוריון לבחור מבין 4 קצינים ו-6 חיילים צוות של 5 אנשים שבו 2 קצינים ו-3 חיילים בתנאי ש乞ין מסויים אין ייחד בצוות.

פתרון : מספר האפשרויות לבחור 5 אנשים שניים ממה קצינים ו-3 חיילים מתוך 4 קצינים ו-6 חיילים הוא $\binom{9}{3} = 84$. אם הקצין המטוטם והחיליל המסוים בצוות או נשאר לבחור עוד 3 אפשרויות שאחד מהם קצין ופעמי האחרים חיילים מתוך 3 קצינים ו-6 חיילים. ניתן לעשות גם $2 \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{6}{2} = 84 \cdot 15 = 1260$ אפשרויות. לכן מספר האפשרויות שה乞ין המטוטם והחיליל המסוים לא ייחדו בצוות הוא $1260 - 84 = 1176$.

תרגיל ג' : יש לחלק 4 קלפים אודיטים שונים ו-6 קלפים שבודדים שונים בין 4 שחקנים – לכל אחד 5 קלפים. מען בכך אוניברס ויתן לעשוה את בוגדים הבאים:
א. ללא דוגלה. ב. שבל שחקן יקבל קלף אחד אודם.

פתרונות:

א. הבעיה שלפנינו היא חלוקה של 12 איברים שונים (קלפים) ל-4 קבוצות שונות
4 האנשים בך שבעל קבוצה 3 איברים. מעשה פתרנו בבר夷ות דומות (ראה דוגמא ב')

$$\frac{12!}{(3!)^4}$$

מספר האפשרויות שהארט הראשון קיבל 3 קלפים מ-12!

הקלפים הוא $\binom{12}{3}$ כי זאת בחירה ללא חשיבות לסדר ולא החזרה. הארט השני יוכל 3

קלפים מ-9 הקלפים שנותרו ומספר האפשרויות הוא $\binom{9}{3}$. מספר האפשרויות של הארט
השלישי הוא $\binom{6}{3}$. את שלושת הקלפים שנשארו מקבל הארט הרביעי. לכן מספר האפשרויות

$$\frac{12!}{3!} \cdot \frac{9!}{3!} \cdot \frac{6!}{3!} = \frac{12!}{3! \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{12!}{(3!)^4} = 369600.$$

ב. סדר האפשרויות שהארט הראשון קיבל קלף אחד איזה מבין 4 הקלפים האדומים 1-2
כלבום תוצאות בין 3 הקלפים השחורים הוא $\binom{4}{2}$. מספר האפשרויות לארט השני

הוא $\binom{2}{1}$ ולשלישי $\binom{4}{2}$. את הקלפים שנותרו מקבל הארט הרביעי. לכן מספר
האפשרויות הוא $\binom{4}{2} \cdot \binom{8}{2} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{2}{1} = 60480$

$$\frac{4!}{(1!)^2} \cdot \frac{8!}{(2!)^4} = 60480$$

בדיוק כמו שזגמאן ב', שבעמ' 137 בותן אותה תוצאה: $60480 = 60480$.

פתרון 4:

א. מזא כמה מחלקים שונים יש במספר 504.

ב. מזא את סכומם של כל המחלקים הניתן.

פתרונות:

א. אם נפרק את הדיסטרbutor למכפלת של מספרים ראשוניים נקבל $504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$. מחלוקת

בלשונו זהה מהצורה $z^2 \cdot 2^x \cdot 3^y \cdot 7^z$ כאשר $0 \leq x \leq 3$, $0 \leq y \leq 2$, $0 \leq z \leq 1$.

כלומר לבחירת x יש $\binom{4}{1}$ אפשרויות, לבחירת y יש $\binom{3}{1}$ אפשרויות
ולבחירת z יש $\binom{2}{1}$ אפשרויות. לכן מספר המחלקים (ב כולל המספר עצמו) $1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

ב. סכום המחלקים והambilits את הגורם $2^x \cdot 3^y$ הוא

$$2^x \cdot 3^y \cdot 7^0 + 2^x \cdot 3^y \cdot 7^1 = 2^x \cdot 3^y (7^0 + 7^1) = 8 \cdot 2^x \cdot 3^y$$

$$8 \cdot 2^x (3^0 + 3^1 + 3^2) = 8 \cdot 13 \cdot 2^x$$

$$8 \cdot 13 (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3) = 8 \cdot 13 \cdot 15 = 1560$$

הכינום של נוטון

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

למעשה נסחאות אלה הן מקרים פרטיים של נוסחה הבסיס של נוטון שהיא נוסחה לחישוב
הארכי (טיטני) פאקטור טכנית כלשהי.

נוסחת הבינום של נוטון:

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n b^0 + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \\ + \binom{n}{k}a^{n-k}b^k + \dots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + \binom{n}{n}a^0b^n$$

מספר הביצועים $\binom{n}{k}$ וקarakטר הבינומי בוטדר k ומוגדר (ראה עמוד 140)

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

תabela אפקט

אם נתרטט את המספרים והדינמיים $\binom{n}{k}$. לפי שורות עליות ... נארה באשר
בכל שורה מופיעים המקרים עליות n, k = 0, 1, 2, ..., n. נקבל משולש של מושגים
הקרויה משולש פסקל.

	1	2	1
	1	3	1
	1	6	4
	1	10	10
	1	15	20
1	7	21	35
1	8	28	56
1	9	36	84
1	10	45	120
1	11	55	165

הוגמא א':

מما את האיבר הרביעי בפיתוח הבינום
נתרן:

האיבר הרביעי מתקובל באש"ר $k = 3$ לכן:

$$T_4 = \binom{10}{3} (za^2)^{10-3} \left(\frac{1}{za}\right)^3 = 120 \cdot z^7 \cdot a^{14} \cdot \frac{1}{z^3 \cdot a^3} = 1920a^{11}$$

הוגמא ב':

מما את המקדם של x^{-2} בפיתוח הבינום
נתרן:

האיבר במקום ה-1 הוא: $\binom{16}{k} a^{16-k} (\sqrt{x})^{16-k} \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^k$

שווה את הביטויים עם x^{-2} ונקבל:

$$\binom{16}{k} \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^k = x^{-2} \quad \text{ולכן} \quad \frac{1}{2}(16-k) - \frac{1}{2}k = -2 \quad x^{\frac{1}{2}(16-k)} \cdot x^{-\frac{1}{2}k} = x^{-2}$$

נולם $k = 12$ מאך $\frac{1}{2}(16-12) - \frac{1}{2}12 = -2$ ונקבל:

$$\binom{16}{12} a^{16-12} = 1820a^4 \quad \text{לכן המקדם של } x^{-2} \text{ הוא:}$$

הוגמא ג':

מما את ערך x עבורם האיבר השלישי בפיתוח הבינום שווה ל-240
נתרן:

האיבר השלישי מתקובל באש"ר $k = 2$ לפ"ד הנחיה:

$$T_3 = \binom{6}{2} (\sqrt{x})^4 (x^{\log_2 x})^2 = 15x^2 (x^{\log_2 x})^2 = 240$$

נולם $x \cdot x^{\log_2 x} = 4$ נוציא לארכותם לפ"ד:

נשים 2 מ-2 האגפים ונקבל $\log_2 x + \log_2 x \cdot \log_2 x = 2$, $\log_2(x \cdot x^{\log_2 x}) = \log_2 4$, $\log_2(x \cdot x^{\log_2 x})^2 = 16$
מתקבלת המשוואה הריבועית $\log_2^2 x + \log_2 x - 2 = 0$ שפתרונותיה שלה הם
 $x = \frac{1}{4}$ או $x = 2$. מכאן שערך x הדרושים הם $\log_2 x = -2$ או $\log_2 x = 1$.

הוגמא ד':

מما את האיבר הנגיד ביחס בפיתוח הבינום $(a+b)^n$ באש"ר $a = b$ מספרים חידושים.
נתרן:

ונחשב את זהים בין האיבר במקום ה- $i+1$ לאיבר במקום ה- i :

תרגילים

לפרק שלושה-עشر

קומבינטוריקה ותבניות של פירוטו

תרגיל 14 (שיוך איבריים שונים בשורה)

הנשכה לchieve מתקף תורתו (ראה עלי' 133):

$$P_a = n!$$

מתקף האפשרויות לסדר n אובייקטים שונים בשורה זו:

- (1) א. בכמה אופנים שונים ניתן לשדר 5 זילינט בשורה? $5! = 120$
 ב. מני גרכות אופניות ניתן לשדר את חמישת הווילטים הניל בשורה אם אחד מהם, שהוא המפקד, חייב ליחסות הראשון ממשמאלי. $4! = 24$

השאלה: א. 120 ב. 24

- (2) נתנו 6 כדוריות הונאות ב-6 צבעים שונים: אדום, כתום, צהוב, ירוק, כחול, סגול. מין בכמה אופנים ניתן לסדר אותן בשורה אחורית במקדים הבאים:

א. ללא הגבלה $6! = 720$

ב. שוכדור האזוט בקצת השמאל, והכדור הצהוב בקצת הימין. $5! = 120$

ג. שהכדור האדום והכדור הירוק בקצות. $4! = 24$

השאלה: א. 720 ב. 24. ג. 120

מן כמה מיליט (לא חזקן בעלות מוץ) כנות 7 אובייקטים שונים על שולחן בעזרת הצעצוע א' – א' מקודם הנקרא:

א. הנקה א' מיליט. תאריך מיליט מוקדם. $6! - 2 = 714$

השאלה: א. 3600 ב. 1440

- (3) כנא כנות מיליט (לא חזקן ובעל מוץ) כנות 6 אובייקטים שונים על שולחן בעזרת הצעצוע א' – א' מיליט. כל גמרית הנקרא:

א. שוכדור הירוק כונך הՁאנן (כונך בדרכו). $5! = 120$

ג. כונך בדרכו שוכדור א' – א' הՁאנן (הՁאנן פינטן).

השאלה: א. 720 ב. 360

א. אל גראנץ

בנין כמוה מספרים בעלי 6 ספרות שנות נתקל לשושט בערך ההפזרת 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

5

במקדים הבאים:

א. שהספרה הראשונה מושטאל דיא אי זוניה.

ב. שהמספר הוא און.

ג. שהספרה 6 אינון ספרות זיהויה.

ד. שהספרה וקצתו און מושטאל ב-3 כל שנות.

השובה: א. 8. 600. ב. 360. ג. 360. ד. 360.

בנין כמוה אוניות נתקל לידר בשורה 6 בטורית זני יוצרים ומקדים הבאים:

א. שני הילדים יומדו זה לכ. זן.

ב. שני שמי זיהויה יומדו לפורת מזון אהן.

השובה: א. 0080. ב. 30240.

6

$$8! - (7! \cdot 2) = 30240$$

$$\begin{aligned} & 8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \\ & 7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \\ & 8! - (7! \cdot 2) = 8 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \\ & 8 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 1440 \end{aligned}$$

על מנת 10 ספרות שמיים מ-5 אוניות ב-3 בשורות. נון בצד אוניות
ו-2ן לצדדים ומקדים הבאים:

ג. שאריות וספריות הראויות משפטן הם אוניות, שלשות הנושאות בצד ימין
עבוריין ומימין שני וספרית בצד ימין. $5! \cdot 3! \cdot 2! = 1440$

: שהספרים מכל שפה שמיים זה לאות

$$(5! \cdot 3! \cdot 2!) \cdot 3! = 8640$$

$$(5! \cdot 2!) \cdot 5! - 8640 = 10160$$

וננו הספרות 0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9.

בנין מספרים בעלי 7 ספרות שנות (יזה לידה און?) (מספר שמייה השפטן היא
און נרשות).

$$6! \cdot 6 = 6320$$

כמה מהספריות והן מושטאל ב-5 לא שאריות?

$$5! \cdot 5 + 6! = 1320$$

כמה מהספריות שמייה און נרשות?

$$(5! \cdot 5) \cdot 2 + 6! = 1920$$

השובה: א. 1920. ב. 1320. ג. 6320.

7

8

(20) מנג' כמות מילוט גודל 3 אמצעית שוטרת נזק ליגור מתקופת א' ב' ג' ג' ג' ס' ס' ס'

השנה: 19440

(21) מנג' כמות מסופרים בעלי 6 שיטות שונות נתן לשוטר גנרט השטרות 0, 1, 2, 3, 5, 7, 9
בנוסף שטוטרדים יוציאו:

א. גודל 200,000. ב. גודל 200,000. ג. גודל 200,000. ד. גודל 200,000. א. גודל 200,000. ב. גודל 200,000. ג. גודל 200,000. ד. גודל 200,000.
השנה: 312 * 3.61 = 1145. 312 * 1.168 = 360.

(22) מנג' כמות אופנים נתן לפיד גודל, וזה איז זה, 6 אופנים בעלי גבאים שונים במקצים:

א. גודל הגבורה ביחס לא עטורי עד האות הטעון ביחס.

ב. האות הטעון ביחס לא עטורי יעדיר לרגל האות הטעון ביחס.

ג. שטוטרדים הוויל יונקיין ביחס.

השנה: 360 * 3.61 = 1300. 360 * 1.168 = 420. 360 * 3.61 = 1300. 360 * 1.168 = 420.
 $1300 + 420 + 1300 + 420 = 3600$

(23) בגבון גנטוגנטיקה 4 שאלות באלהר, 3 שאלות בגנטומטריה ו-3 שאלות
בטריגונומטריה. מנג' כמות אופנים נתן לשדר את השאלות במקץ במקצים הבהאים:

א. השאלות באלהר תהיינה 4 השאלות ווושטוטר.

ב. השאלות בטריגונומטריה לא תהיינה 3 השאלות ווושטוטר (ברציפות).

ג. השאלות באלהר וווענה זו לצד זו ווושטוטר גנטומטריה וווענה זו לצד זו.

ה. כהן בטיער נו ווושטוטר באלהר וווענה לפמי השאלות גנטומטריה.

השנה: 3640 * 1.17280 = 3598560. ב. 17280 * 3.61 = 6273792.

(24) מנג' כמות מסופרים בעלי 5 שיטות שוטר, גודלים מהמטפס 41389, נתן ליגור בעזר
והפוזר של המסתור והויל.

השנה: 195 * 3598560

(25) מנג' כמות אופנים נתן לשדר בשארית 3 פבנרים 1-5 ילוים במקצים הבהאים:
א. שיחן לפוחת שי פבנרים שביניהם ימדו לפוחת ילך אחד ושיחן לפוחת שני ילוים.

ב. נך שבח כל שני פבנרים יעדיר לפוחת ילך אחד.

השנה: 34560 * 3.61 = 126096.

צידוקיות (בוחירה ללא חסימות לטזר ולא חזרה)

הנוסחה לחישוב מספר וצידוקיות (ראה עמ' 140) :

$$\cancel{\binom{n}{k}} = \binom{n}{k} = \frac{1^n}{k!(n-k)!}$$

מספר האפשרויות לבחור k איברים מתוך n איברים שונים
כאשר חזרה היא לא חסימת לטזר וללא חזרה הוא:

- 1) בכו' 8 צורות שונות. כמו אופנים נתון לחזיה ממו' :
א. 3 כזרים. ב. 4 כזרים.

$$\text{решение: } \begin{aligned} \binom{4}{3} &= \frac{8!}{5! \cdot 1!} = 70 \\ \binom{4}{3} &= \frac{8!}{3! \cdot (4-3)!} = 56 \end{aligned}$$

- 2) הנה במקרה אופנית נתון לבחור מכך של 15 תלמידים ווד' כיצד שבע 4 תלמידים
במקירם הباءיט.

$$\begin{aligned} \binom{15}{5} &= \frac{15!}{10! \cdot 5!} = 360 \\ \binom{15}{3} &= \frac{15!}{12! \cdot 3!} = 455 \end{aligned}$$

ג. תחכמי שתלמיד מסיים ריבוע להיזכר ושניים אחרים אינם יכולים לחזור.

$$\binom{12}{3} = \frac{12!}{9! \cdot 3!} = 220$$

решение: 220. 2. 364. 3. 1365. נ.

- 3) מכאן במקרה אופנית ניתן לחלק 12 אופים לטמי' תזריזות שונות ומקירם וונאים:

- א. כד שבעה מוחדרים 5 אושם ובע' 7 אושם.
ב. כד שבעה חזר 6 אושם.

решение: 924. 2. 1564. נ.

- 4) מכאן 5 תלמידי כיתה י' ו- 6 תלמידי י"ב צריכים לבחור משלחת בן 7 תלמידים. כמו
במקרה זה עושים זאת במקירם הנאים:

решение: 110.

- ב. ש- 3 מתלמידים במשלחת הם מכינה י' ואלה שאר מכינה י"ב.

решение: 15.

решение: 15. 2. 150. 3. 330. נ.

- 5) מצד שבע' 11 כזרים שונים, ש- 4 מהם לגברים ושהאר אוזו'ם, מוגבלים 5 כזרים
מגן במקרה אופנים נתון למגוון צורה במקירם הباءיט.

- א. לא הבלתי. ג. שבעה' מהם שבע' ו- 3 אוזומים.
ב. אוניברסיטרי. ג. שלפוחות שבעה' מהן לאו'ם.

решение: 301. 7. 371. 2. 210. 3. 462. נ.

הנחיות ותבניות של פורט

16) סעודה בז' 5 חלום ובית הנבוכים, צרכן להזין מזון מוגן או מזון אויר לטרונות מוגנה או מושג נזקינו לשארם ומפלגה ב'. למפלגה א' 6 מוגדים לעוזה ולמפלגה ב' 5 מוגדים. מכאן כו' רשות שוכן מפלים להוזת לעוזה.

השאלה: 380

17) אל נזק לסתור 10 שער 14 שאלות שנויות בתפקיד. מכאן בכתה אוניות יכול לעשות זאת:

במקרים הבאים:

- א. ללא תגבורת
- ב. אם 3 שאלות הן חזקות
- ג. אם עלי' לעונת על 4 מ-6 השאלות הראשוות ועל 6 מ-8 השאלות האחרזנות.
- ד. אם עלי' לעונת לפחות על 3 שאלות מ-5 הראשוות.

השאלה: A. 1001 B. 330 C. 420 D. 906

18) בזקירות אחר 8 לזרם והקצעה שנייה 10 לזרם. בקבוצת הראשוות ישנו יلد אחר בבליך ששמו אלון ובקבוצת השניה ישנו יلد אחר בלבד ששמו אורי. מזמן שוי הקבוצות ביחס ווצית לבוחר קבוצה שבת 5 יlezit כז ש-2 והם מהקבוצה הראשוונה 1-3 הם מהקבוצה השניה. מכאן בכתה אוניות נידון לבוחר אותן הקבוצות אוניל, בז חמשת הילדיים, בוגרים שאלון ואורי לא ירוו בז בלחן.

השאלה: 3108

19) יש לבוחר ועוזה שבח. חי'ר, סע' 1-3 המקרים מוטפומים. את הועודה בוירחן מבן 6 ובבנה מלגון א' 2-3 חזרה מפלגה ב'. בסע'ון אוניות אפשר לבוחר את הועודה את היין' ורטגן לא ימליכת לזרות מאוזות מפלגות וגט שלושת הריבritis הנוטפים לא יכולים להיות מאוזות מלגון.

השאלה: 16800

בשיטות שונות (קומבינטוריקה)

(1) החלטה 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9 ושותה על שבעה פתקים, כל ספרה על פתק אחד. מונע בכמה אופנים נוון:

- לפחות שלשה מתוך קבוצה זו בלבד, שוכניםם לאותה איזומורפיות ואלה שאר הארכנות לאותה איזומורפיות.
- כטיל אgel לאותה איזומורפיות מכך כטילם ריק פתקים על משלוחית או זוגיים.
- כטו בשיער או אבל בכל קבוצה כדיין שהיות פתק עם מספר זהן.

התשובה: א. 20 ג. 10 ב. 35 ד. 5

(2) מאון כזרעל רוזה לבוחר 5 שחקנים לhaniיה הראשון מהן 10 שחקנים שלדרשותה. פאן בכמה אופנים תואם יכול לעשות זאת בנסיבות הבאים:

- לא הגבלה.
- אם ענ שחקנים מסויימים חייבים להיות בhaniיה הראשון.
- אם שני שחקנים מסויימים חייבים להיות ולא יכולים להיות בhaniיה השני.
- אם שני שחקנים מסויימים לא יכולים לשחק ביריד בhaniיה.

$$\frac{10!}{5!} - \frac{9!}{5!} = 196 \quad \text{התשובה: א. } 196$$

$$\frac{10!}{5!} + \frac{9!}{5!} + \frac{8!}{5!} + \frac{7!}{5!} = 106$$

(3) מאון בכמה אופנים ניתן לבוחר 4 קלפים מבין 6 קלפים שונים שעוזרים ו-4 קלפים איזומורפים בנסיבות ובאים:

- שלכל היוזה שני קלפים הם שוואים.
- שכל היוזה קלף אחד שווה לקלף הראשון או איזומורפי לו.

התשובה: א. 115 ב. 196

(4) על מז' 14 ספירות זהם חנוך ליט בעקבות. א. מז' איזט, 4 צחובים, 3 יוקשים
ב-2-1 כחולים. פגא את מז' חאשודות לאידור הספרים על המדף במקצת הباءים:

א. לא חנוך.

ב. כד שבעל קטן וזה סוף פעול.

ג. כד שבעל קטן האשטאל עני ספירות צהובים ובקצת הזמן שניות אדומות.

ד. כד שבעל חמשת הספרים האזומים? אין פגץ מהקצווין.

ה. כד שבעל חמשת הספרים האזומים? אין פגץ מהקצווין.

.2520 .25200 .2 .27720 .2 .2522520 .2 .239500600 .2

(5) בכוח אומלט נון להוציאו 10 אנשים על עני ספירים שאחד מקום ל-7 אנשים ובשני מקומות ל-5 אנשים?

השובה: 0.239500600

(6) הראות שטדר האפשרות לחושט א. אנשים על ספיטל עם k מנקמות (k < n)
שאלה למטדר האפשרות לבזר א. אנשים מבן n, אנשים ולחושטם על ספיטל עם k מנקמות.

(7) בחרוץ רבעת שני טפחים שבעל אחד מנות 5 מנקמות ישיבת. השיבת על ספיטל אורך ר'נ

ברazon הנטיעת ועל השמי הילא נד כיוון הנטיעת. פגא גמת אוניות נון להוציאו 10

ונוטעים על עני וחספחים במקורות תרائيים.

א. בז' ש-4 וועסיק בפירותיהם ריבית לשבות עם כיוון הנטיעת 1-2 מטחים אירופים

ב. קיימים לשנת נד כיוון הנטיעת.

ג. כניל אבל עני המשאש שיעזבים נד כיוון הנטיעת חייכים לשבות בקצת הספרים.

.5760 .2 .57600 .2 .5760 .2 .5760 .2 .5760 .2 .5760 .2 .5760 .2

(8) למיניהם אבאים ייש לבזר צוואר שבו מנקד שורא קץין, סן שוג הווא קץין 1-3 חמילין
ונטיאט, שעאט קאיים, ווילקינסם קשר, רוזטי ווילקלו. את האוצאות בורחט מונן, 5
קץינין 1-8; ואילם.

א. בכמה אוניות נון לבזר את התזוזין?

ב. וכמה אוניות נון לבזר את התזוזין אף קץין מטחים הוויל מטחים לא יובילו להוציאו
ג. גראן

.5712 .2 .6720 .2 .6720 .2 .6720 .2 .6720 .2 .6720 .2 .6720 .2 .6720 .2 .6720 .2

(9) יש להלך 3 קלטיים טהורין שנים 1-12-1 קלטיים אוניות שוניות בז' 3 טחונים — כל
אחד 5 קלטיים. פגא בכמה אוניות נון לעשות זאת במקורות הباءים:

א. לא תמלטן — ב. של שחקן יקלט קלטן לאן שאר.

השובה: .207900 .2 .756756 .2 .756756 .2 .756756 .2 .756756 .2 .756756 .2 .756756 .2 .756756 .2

10) בכמה אופנים ניתן לחלק 12 צעוזעים שונים ל-4 ילדים במקומות הבאים:

א. כל ילד קיבל 3 צעוזעים.

ב. ילד מסויים קיבל 6 צעוזעים ושלשות האחרים יקבלו כל אחד שני צעוזעים.

ג. ילד כלשהו קיבל 9 צעוזעים ושלשות האחרים יקבלו כל אחד צעוזע אחד.

תשובה: א. 00.369600. ב. 00.83160. ג. 5280.

11) מצא בכמה אופנים ניתן לדוד זו על גבי זו 3 קובייות צבעוניות (כל אחת בעלת צבע שונה)

בירור עם 6 קובייות שרירותיות זהות במקומות הבאים:

א. שלל הקובייז והשחזרות תהיינה סמכות זו לו.

ב. שלל הקובייז הצבעוניות סמכות זו לו.

ג. שהקוביות הצבעוניות אין נוגעת זו בזו.

תשובה: א. 24. ב. 210. ג. 42.

12) מכיתה של 10 תלמידים צריך לבחרו 2 ועדות שבסאותן 4 תלמידים ובשניה 3 תלמידים.

כל תלמיד יכול להיבחר רק לועצת אותה. חשב בכמה אופנים ניתן לבחרו את הועדות

במקומות הבאים:

א. אין בוועדות הפקidis.

ב. בכל ועידה יש הפקיד אחד של יוריך.

ג. בכל ועודה כל הפקidis שונים.

תשובה: א. 4200. ב. 50400. ג. 604800.

13) מצא בכמה אופנים ניתן להוציא 8 אנשים שבב שני שלוחנות עגולים – 4 ליד כל שלוחן.

תשובה: 2520.

14) בשק 18 כדורים שונים מהם 5 אדומים, 4 ירוקים, 2 אדמדמים והשאר כחוללים. בכמה

אופנים ניתן לבחרו מביניהם 6 כדורים כך אחד מהם ירוק, אחד אדום ולכל היותר 3

אדומים.

תשובה: 3920.

15) בכמה אופנים ניתן לחלק את הספריות 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, ל-3 קבוצות?

תשובה: 301.

16) בין 10 תלמידים מחלקיקס 10 שאלוני בינה משני סוגים שניים – 5 מסוג אחד ו-5

משוגשנו. לאחר שמחליקיט את השאלונים מושיבים את התלמידים ב-5 ספסלים,

המסודרים בזווית זה, בכל ספסל שני תלמידים כך שכל שני תלמידים שקייבלו שאלהים

שונים ישבו בספסל אחד וכל התלמידים שקיבלו אותן שמו באותו ספסל.

א. בהנחה שהשאליות כבר חולקו, מצא בכמה אופנים ניתן להוציא את התלמידים.

ב. בהנחה שהשאליות טרם חולקו, מצא בכמה אופנים ניתן לחלק את השאלונים

וליחסיבם את התלמידים.

השאלה: א. 000 .28800 ב. 7257600

17) א. מצא את סכום כל המספרים בעלי 4 ספרות שונות שניתן ליצור ממספרות 1, 3, 5, 6, 7, 9.

ב. כניל ומספרות הן 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

השובה: א. 99990 ב. 644460

*18) כמה מספרים בעלי 4 ספרות שונות המוחלקים ב-3 ללא שאריות אפשר ליצור ממספרות 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

השובה: 72

19) מונך 10 נקודות במישור בדיקק 4 נקודות נמצאות על ישר אחד, פרט לאלה אין בין

נקודות אף 3 נקודות או יותר שון על ישר אחד.

א. כמה משלושים שונים אפשר ליצור עשי חיבור כל 3 נקודות מתוך 10 הנקודות הנילין.

ב. כמה ישרים שונים אפשר ליצור אם דרך כל 2 נקודות מתוך 10 הנקודות הנילין

לאבידים ישר?

ג. ענו על שער א' אם במקומ 4 נקודות יש בדיקק 6 נקודות על ישר אחד.

השובה: א. 126 ב. 400 ג. 3

20) א. מזא כמה מחלקים שונים יש למספר 18000.

ב. חנאו את סכום של כל המחלקים הנילין.

ג. מה מכפלה כל המחלקים? (כחוב את התוצאות בעורת חזקה).

השובה: א. 18000³⁰ ב. 60 ג. 62868

הבינוס של ניוטון

אשחת הבינוס של ניוטון (ראה עמי 146):

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k + \dots + nab^{n-1} + b^n$$

$$T_{k+1} = \binom{n}{k} a^{n-k} b^k \quad \text{היאר במקומם } k+1 = \text{היא}$$

תמה לפיה נסחת הבינוס:

$$(1+2a)^7 \quad (3) \quad (x-1)^6 \quad (2) \quad (x+2)^6 \quad (1)$$

$$\left(a^2b + \frac{1}{ab}\right)^5 \quad (6) \quad \left(\frac{\sqrt{x}}{a} - \frac{b}{\sqrt{x}}\right)^4 \quad (3) \quad \left(a - \frac{1}{a}\right)^6 \quad (4)$$

מצא את n בפיתוח הבינוס $(a+b)^n$ אם:

(1) המקדים השלישי הוא 15

(2) המקדים השלישי מהסוף הנו 28

(3) סכום שלושת המקדים הראשונים הוא 29

(4) המקדים הרביעי גזול פי 2.5 משלכות המקבדים השני והשלישי.

(5) המקדים האמצעי גזול פי 1.2 ממקודם שלפניהם.

(6) המקבדים החמישי, השישי והשביעי מקיימים סדרה חשבונית.

צובחו: 14, 7, 12, 10, 11, 10, 7, 9, 8, 8, 16, 7 (12), 11, 10, 7 (9), 8 (8), 16, 7 (7)

מצאו את n בפיתוח ויביטו $(a+b)^n$ אם המקבדים של שלושה איברים עוקבים הם:

טור פולני להעוזר במושולש פסקל

210, 120, 45 (15)

28, 56, 70 (16)

15, 20, 15 (17)

צובחו: 10 (15), 8 (14), 6 (13)

גא את האיגר:

$$\left(x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{10} \quad (17) \quad \text{השביעי בפיתוח} \quad \left(a + \frac{2}{a}\right)^8 \quad (18) \quad \text{הרביעי בפיתוח}$$

$$\left(\sqrt{3}a^4\sqrt{b} - \frac{1}{a^3\sqrt{b}}\right)^7 \quad (19) \quad \text{הרביעי בפיתוח} \quad \left(\frac{a}{\sqrt{b}} - \frac{2}{\sqrt{a}}\right)^9 \quad (20) \quad \text{השביעי בפיתוח}$$

$$\left(a\sqrt{x} + \frac{b}{\sqrt[4]{3}x}\right)^{10} \quad (21) \quad \text{הרביעי בפיתוח} \quad \left(\sqrt{xy} - \frac{\sqrt[4]{x}}{\sqrt[3]{y}}\right)^{15} \quad (22) \quad \text{השלשית עשר בפיתוח}$$

$$.455 \sqrt{\frac{x^9}{y^5}} \quad (20) \quad -.315ay\sqrt{b} \quad (19) \quad -.112\sqrt{a^3} \quad (18) \quad .210x^5 \quad (17) \quad .1120 \quad (16) \quad .4862a^{10}b^8\sqrt[3]{x^4} \quad (21)$$

נוסחת ברנולי: הסתברות ל- א הצלחות ב- n ניסיונות

$$P_n(k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

בקיבוץ מסויים - 3 מכל 4 המתגייסים לצבע מתקבלים לקורס טיס. 7 מתגייסים מאותו קיבוץ נבחרו באופן מקרי.

מצא את ההסתברויות האלה:

- א) 5 התקבלו לקורס טיס.
ב) לפחות 3 אבל לא יותר מ- 5 התקבלו.

פתרונות

$$(\text{"הצלחה"} - \text{התקבלות לקורס טיס}) \quad P = \frac{3}{4}$$

$$q = \frac{1}{4} \quad (\text{"כשלון"} - \text{אי התקבלות לקורס טיס})$$

$$P(\text{א}) = \binom{7}{5} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5 \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{21 \cdot 243}{4^7} = 0.31146$$

$$P(\text{ב}) = \binom{7}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 + \binom{7}{4} \left(\frac{3}{4}\right)^4 \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \binom{7}{5} \left(\frac{3}{4}\right)^5 \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 0.542$$

5% מכל מוצריו של מפעל מסוים פגומים. מהי ההסתברות, שמתוך 10 מוצרים שנבחרו באופן מקרי:

- א) מוצר אחד פגום?
ב) אף מוצר אינו פגום?
ג) לפחות מוצר אחד פגום?

פתרונות

$$P = 0.05 \quad (\text{פגום})$$

$$q = 0.95 \quad (\text{לא פגום})$$

$$P(N) = \binom{10}{1} 0.05 \cdot 0.95^9 = 0.315$$

$$P(B) = 0.95^{10} = 0.5987$$

$$P(A) = 1 - P(B) = 1 - 0.5987 = 0.4013$$

נוסחאות מתמטיקה

5-4 יחידות לימוד

אלגברה

$$a^n - b^n = (a - b) \cdot (a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + a^{n-3} \cdot b^2 + \dots + b^{n-1})$$

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} \cdot a^{n-1} \cdot b + \dots + \binom{n}{k} \cdot a^{n-k} \cdot b^k + \dots + b^n$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (x_1, x_2 \text{ שורשי המשוואה ריבועית})$$

נוסחאות וייטה

סדרות

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	האיבר ה- n -י
$a_n = a_1 q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$	$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$	הסכום:

$$z = a + bi = r \cdot (\cos \theta + i \sin \theta)$$

מספרים מרוכבים

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 \cdot [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

מכפלה בהצגה קוטבית:

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$$

משפט דה-מורابر:

$$z^n = r \cdot (\cos \alpha + i \sin \alpha)$$

$$\text{הם: } z_k = \sqrt[n]{r} \cdot \left[\cos\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) \right], \quad k = 0, 1, \dots, n-1$$

קומבינטוריקה

$$P_n = n!$$

מספר התמורות של n עצמים (בלי חזרות):

$$P_r = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdots n_k!}$$

מספר התמורות של n עצמים כسمותכם

יש n_k, n_1, n_2, \dots, n עצמים שווים ביניהם:

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

מספר החליפות של k מתוך n עצמים A_n^k (בלי חזרות):

מספר הצירופים של k

$$C_n^k = C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

מתוך n עצמים C_n^k (בלי חזרות):

סטטיסטיקה והסתברות

סטטיסטיקת פאזה

$$S = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot f_2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \cdot f_n}{N}}$$

x_1, \dots, x_n , f_1, \dots, f_n ה שכיחויות של x_1, \dots, x_n

$$f_1 + f_2 + \dots + f_n = N ; \quad \bar{x} \text{ ממוצע חנთוניים}$$

נוסחתה בדנולי הסתברות ל- k הצלחות ב- n ניסיונות

$$P_n(k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} : p \text{ בהסתפלהות ביטנית עם הסתברות}$$

1/3/18

$$110x^6 - 35x^8$$

207

$$(x+2)^6$$

$$x^6 + 6x^5 \cdot 2 + 15x^4 \cdot 2^2 + 20x^3 \cdot 2^3 + 15x^2 \cdot 2^4 + 6x \cdot 2^5 + 2^6$$
$$x^6 + 12x^5 + 60x^4 + 160x^3 + 240x^2 + 192x + 64$$

$$a = x$$

$$b = 2$$

$$n=6 \quad 1 \quad 6 \quad 15 \quad 20 \quad 15 \quad 6 \quad 1$$
$$\left(\begin{array}{l} 6 \\ 0 \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{l} 6 \\ 1 \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{l} 6 \\ 2 \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{l} 6 \\ 3 \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{l} 6 \\ 4 \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{l} 6 \\ 5 \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{l} 6 \\ 6 \end{array}\right)$$

$$x^6 + 6x^5 \cdot 2 + 15x^4 \cdot 2^2 + 20x^3 \cdot 2^3 + 15x^2 \cdot 2^4 + 6x \cdot 2^5 + 2^6$$
$$x^6 + 12x^5 + 60x^4 + 160x^3 + 240x^2 + 192x + 64$$

$$(x-1)^8$$

$$a = x$$

$$b = -1$$

$$n=8 \quad 1 \quad 8 \quad 28 \quad 56 \quad 70 \quad 56 \quad 28 \quad 8 \quad 1$$
$$\left(\begin{array}{l} 8 \\ 0 \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{l} 8 \\ 1 \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{l} 8 \\ 2 \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{l} 8 \\ 3 \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{l} 8 \\ 4 \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{l} 8 \\ 5 \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{l} 8 \\ 6 \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{l} 8 \\ 7 \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{l} 8 \\ 8 \end{array}\right)$$

$$x^8 + 8x^7 \cdot (-1) + 28x^6 \cdot (-1)^2 + 56x^5 \cdot (-1)^3 + 56x^4 \cdot (-1)^4 + 28x^3 \cdot (-1)^5 + 8x^2 \cdot (-1)^6 + x \cdot (-1)^7$$
$$x^8 - 16x^7 + 112x^6 - 448x^5 + 896x^4 - 896x^3 + 512x^2 - 128x$$

$$\frac{n(n-1)}{2} = 15 \quad -12n^2 + n - 30 = 0 \quad (n-5)(n+6) = 0 \quad n_1 = 5, n_2 = -6$$

$$\frac{n!}{(n-2)!} = 15 \quad \frac{n!}{\cancel{n-1} \cdot \cancel{(n-2)!}} = 15 \quad \frac{n!}{\cancel{n-1} \cdot \cancel{(n-2)!}} = 15$$

$$\begin{array}{c} (n) \\ (0) \quad (1) \quad (2) \quad (3) \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \quad n \quad \frac{n}{2} \quad \frac{n}{3} \end{array}$$

(1)

$$\frac{n}{n-2} = 28$$

(8)

$$\frac{n!}{(n-2)!(n-(n-2))!} = 28$$

$$\frac{n!}{(n-2)!2!} = 28$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!2!} = 28$$

$$\frac{h!}{3!(n-3)!} = 2.5 \left(n + \frac{h!}{2!(n-2)!} \right)$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{3!(n-3)!} = 2.5 \left(n + \frac{n(n-1)(n-2)!}{2!(n-2)!} \right) \quad \frac{n(n-1)}{2} = 27$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 2.5n^2 + 2.5 \left(\frac{n^2-n}{2} \right)$$

$$h^2 - h = 56$$

$$(n_1 = 8) \quad \cancel{n_2 = -7}$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 2.5n^2 + \frac{2.5n^2}{2} - \frac{2.5n}{2} \quad \binom{n}{0} \cdot \binom{n}{1} \cdot \binom{n}{2} = 27 \quad (9)$$

$$n^2 - n + \frac{n!}{2!(n-2)!} = 27$$

$$\frac{n^2 - 3n + 2}{6} = 2.5 + \frac{2.5n}{2} - \frac{2.5}{2} \quad n^2 - n + \frac{n(n-1)(n-2)!}{2!(n-2)!} = 27$$

$$n^2 - n + \frac{n(n-1)}{2} = 27 \times 3$$

$$n^2 - 3n + 2 = 15 + 7.5n - 7.5 \quad n^2 - 2n + n^2 - n = 58$$

$$n^2 - 10.5n + 5.5 = 0$$

$$n^2 - n - 56 = 0$$

$$(n_1 = 11, n_2 = -5)$$

$$(n+8)(n-7) = 0$$

$$n_1 = -8, n_2 = 7$$

$\int_{-3}^{\infty} \frac{1}{x^2} dx$

-35 3158 -1120 -

$$a = x^2$$

$$b = -\sqrt{x}$$

$$n = 10$$

$$K = 6$$

(1+)

ans?

$$a = a \quad \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$b = \frac{2}{a}$$

$$n = 8 \quad \frac{8!}{4!(4!)^2} \cdot \frac{4^4 \cdot 2^4}{4^4} = 1120$$

$$K = 4 \quad 70 \rightarrow 10$$

(10)

אי שיויוניים ממULAה ראשונה

מערכות "או" - "ווגט"

בעיות, בעיות עם פרמטרים

חוברת מס' 2

מגמת תכנות / כיתות ה'

פתרון אי שיוויוניים ממעלת ראשונה

אי שיוויוניים ממעלת ראשונה, הכוונה,
 אי שיוויוניים ממעלת ראשונה דומים בצורתם החיצונית ל
 וכן גם דרכי הפתרון שלהם דומים לשווואות אלה.
 כיצד פותרים ? _____

- לדוגמא: _____ א.
 _____ ב.
 _____ ג.
 _____ ד.

גם בפתרון אי שיוויון ממעלת ראשונה נוקטים פעולות אלה, אלא שיש שינוי:

אי שיוויוניים מ_____	משוואות מ_____		
		חיבור גודל חיובי	שלב ג': _____
		חיבור גודל שלילי	
מסקנה: _____			
		(+)*(+)	שלב ד': כפל חילוק בחובי _____ אם יש לשים לב ל 2 מקרים: = _____
		(-)*(+)	
		(+)*(-)	
		(+)*(-)	
מסקנה: <u>השוויה נסובלת לאפס</u>			

תעבורה (משוואות עם פרמטרים):

$$.3(2x-6)+x-3 < 3x-5x+6 \quad \text{פתרון: } x \geq 3$$

$$\text{פתרון: } -2x+6 < -2x+3 \quad \text{ולכן } x \in \mathbb{R}$$

$$\text{נפתוח שוויוניות ונכט איברים: נקבל: } -2x+6 < 3x-3 \quad \text{נבדוק את הביטויים עם } x \text{ לאיך שאלות או רешויות נקבע}$$

$$\text{נבדוק את היחסים לזרק תרפה או רשות דיבר) ב- 9 (שזה מספר דיבר) }$$

$$\begin{aligned} \frac{3b}{8-2b} (6, \frac{a}{a-3}, 5, \frac{6m-5}{5m}, 4, \frac{-5a+4}{2a}, 3, \frac{2a-3}{7}, 2, -1.5b) \\ (3, 5a+2) (13, \frac{3a-5}{a^2-a-1}, 12, \frac{-2a+3}{a^2+3a}, 11, \frac{4k+3}{k^2+1}, 9, \frac{5b-3}{2b+1}, 8, \frac{2b-1}{3b+5}) \\ \left(\frac{a+1}{3}, \frac{2-a}{3}\right) (17, \left(\frac{2-a}{2}, \frac{a}{2}\right) (16, (5a, 2a-3a^2), 15, (4a, 1-3a)) \\ \left(\frac{5}{a+3}, \frac{3-4a}{a+3}\right) (22, \left(\frac{5a}{a+1}, \frac{3a^2}{a+1}\right) (21, \left(\frac{3a}{2}, -\frac{3}{2}\right) (20, (a, 3a)) \\ (a^2-2, -a^2) (27, (3a, a-3) (25, \left(\frac{6a}{a+2}, \frac{9a^2}{2(a+2)}\right) (24, \left(\frac{a^2+2}{4-5a}, \frac{2a+5}{4-5a}\right) (23) \\ (-7m, 2m) (32, \frac{1}{2}m, 3m) (31, -5m) (30, -4m, 2m) (29, 2m, m) (28) \\ -2-3a, -2a (37, 2a+1, a) (36, a-4, 1) (35, a-3, 1) (34, \frac{4}{5}k, -8k) (33) \\ (\text{הדרון}), של שג אב והשוגג). \\ \text{מספר זוגית בזווית של שני וווחומים אמם זה אומפעש בבל אחורי גורלה.} \end{aligned}$$

ט' מערבות של איז שוויוניות ממעליה לאישוג – מערבות גג"

כאשר נהוגים עיגי איז שוויוניות או יונגן בעלי אוות המשתנה מתפרקת מערבות של איז שוויוניות. הדשון שנדן בו הוא מעברה שבה ארין למצעאות היחסים המשוואת (הדרון).

$$(-3-2, a-3) (43, -a-1, a+4) (42, \frac{2a-3}{3}, 1, (41, 3a, 2, (40, \frac{2-m}{2m}, \frac{1}{2}, (28$$

$$,-a-2, a-3) (43, -a-1, a+4) (42, \frac{2a-3}{3}, 1, (41, 3a, 2, (40, \frac{2-m}{2m}, \frac{1}{2}, (28$$

$$,-1, m+4) (46, (2-3a, 4-4a), (-1, 1-a) (45, (-m-1, -m^2-m+1), (1, m+1) (44$$

$$(a, a^2-a), (-2, a+8) (47, (m-2, m^2-6m+10)$$

מיכריה שבה פארק למצוא איז היחסים דמתה שבעיר שגיאי שוריוניות מערבות גג". וווחים. וווחים את היחסים המתוועדים של איז השוגגים של איז השוגגים על ציר המספרים.

ט' איז שוויוניות ממעליה לאישוג

ז' גוגמא:

شرطן ציר דמטסרים איז היחסים (1) $x \geq 2$ (2) $-1 < x < 5$ (3) $x \geq 2$ (4) $\text{המשוואת שגיגים נחיה}. \text{פתרון:}$

$$\text{בטעיב ה-} n \text{ בפתרון של איז שוויוניות ממעליה ובעזרה של שגיגים נחיה ראנטונר.}$$

$$\text{לפוגאת לאיז שוויוניות ממעליה ראנטונר.}$$

$$\text{ושגיגים נחיה ראנטונר.}$$

$$\text{פוגרין איז שוויון כבזורה פירוש יידדה לאיז עיבים של המשוואת איז השוגיג.}$$

$$\text{ונגידים יש להציג מעתה שבנה בדרכו כל פתרון איז איז שוגיגים שוגרונת (הדרון) ההי שגיגים נחיה ראנטונר.}$$

$$\text{פוגרין רג'ים שגיגים נחיה ראנטונר.}$$

$$\text{ושגיגים רג'ים שגיגים נחיה ראנטונר.}$$

$$\text{פוגרין רג'ים שגיגים נחיה ראנטונר.}$$

לטב' א:

$$\begin{array}{llll} 0 < x \leq 2 & \text{מ}' & -1 \leq x \leq 3 & \text{(22)} \\ -1 \leq x \leq 5 & \text{מ}' & -3 \leq x < 3 & \text{(24)} \end{array}$$

$$-1 \leq x < 5 \quad \text{מ}' \quad -3 \leq x < 3 \quad \text{(24)}$$

$$-2 < x < 6 \quad \text{מ}' \quad 1 < x \leq 6 \quad \text{(23)}$$

פחוור את המנורמות הבאות של אי השוויות (מערכות "אגס")

$$\begin{array}{l} \text{נפתרו תרגיל } 5x - 2m = x - 4 \quad \text{בנוסף ל-} \quad 5x - 2m = x - 4 \\ \text{טחן}: \\ 2x = 2m - 4 \quad \text{כלומר,} \quad Ax = 2m - 4 \quad \text{בדי שהתנתק יתפרק מ-} 2 \quad \text{ונמצא} \\ \text{צריך להתחיקים} \quad m - 2 < 3 \quad \text{הו או שירון יתפרק לשול הדוא ב-} m. \\ \text{פתרו איז דושווין הוא} \quad 2 < m < 5 \quad \text{ובען ב-} 5 \quad \text{שבור} \\ \text{לטיבם: החקהנו של דמשוואת הלא נורול מ-} 5 \quad \text{ובען ב-} 5 \quad \text{שבור} \end{array}$$

$$-2(x-1) + 3x > 6 - x \quad \text{מ}' \quad 2x - 5 \leq 3(x-3) \quad \text{(27)}$$

$$5(x-1) + 3 \geq x - 2 \quad \text{מ}' \quad 3(x-2) - 4 < 2x - 6 \quad \text{(28)}$$

$$\frac{x}{6} - \frac{3x-1}{4} < 2 \quad \text{מ}' \quad 1 \geq \frac{x}{3} - \frac{x+3}{7} \quad \text{(29)}$$

$$\frac{x}{2} - \frac{x+3}{5} < 0 \quad \text{מ}' \quad \frac{x}{3} - \frac{x-1}{2} < 1 \quad \text{(30)}$$

$$3(x-2) + 10 < 19 \quad \text{מ}' \quad 1 + 2(x+1) \geq 3x + 3 - x \quad \text{(31)}$$

$$2x + 1 \geq 2(4x+5) \quad \text{מ}' \quad 6(x+1) \geq 4x + 3 \quad \text{(32)}$$

$$3(x+1) - 5 < 2(x+1) - 3 \quad \text{מ}' \quad x - 1 < 2(x-3) + 1 \quad \text{(33)}$$

$$4x - x - 4 < 3(x-1) \quad \text{מ}' \quad 1 + 2x \leq 2(x-1) + 3 \quad \text{(34)}$$

$$\frac{x+3}{2} \geq \frac{x-1}{3} - \frac{2x-5}{6} \quad \text{(8)}$$

$$4 \leq 3x - 5 < x + 3 \quad \text{(35)}$$

$$\frac{-3(x-1)^2 - x}{2} + 1 < \frac{3x(1-x)}{2} + 2x \quad \text{(12)}$$

$$2(x+3) + x \leq 4x + 6 < x + 7 \quad \text{(40)}$$

$$5(x+2) - 4 \geq 3(x+2) + 2x \quad \text{(14)}$$

$$x + 3 \leq 5x - 1 < 2x + 5 \quad \text{(39)}$$

$$2x + 1 < 4x + 3 < 3x - 2 \quad \text{(41)}$$

$$x - 5 \leq 2x - 9 \leq 3 - x \quad \text{(42)}$$

מ妖ת טול איז שוויונם ממעליה ראנשונה — מ妖ת טול איז שוויונם גאנשלזונר — גאנשלזונר איז שוויונם גאנשלזונר

שרוט איז השוויונם הבאים ומאי איז פטרויום:

$$x \leq 0 \quad \text{וגם} \quad x < -1 \quad \text{(16)}$$

$$x \geq 3 \quad \text{וגם} \quad x < 3 \quad \text{(15)}$$

$$x \geq -1 \quad \text{וגם} \quad x > 2 \quad \text{(43)}$$

$$x \geq 4 \quad \text{וגם} \quad x > 4 \quad \text{(45)}$$

$$x \leq 1 \quad \text{וגם} \quad 4 \leq x < 6 \quad \text{(18)}$$

$$x \geq 2 \quad \text{וגם} \quad 2x + 11 > 5x + 8 \quad \text{(26)}$$

$$x > -2 \quad \text{וגם} \quad -1 < x < 0 \quad \text{(46)}$$

$$x > 0 \quad \text{וגם} \quad x \leq 0 \quad \text{(20)}$$

$$x \leq -1 \quad \text{וגם} \quad x \geq -1 \quad \text{(19)}$$

טול גילילא וגעגען ראנשלה ראנשלה (הו)

אי שוויונם ממעליה ראנשלה וגעגען ראנשלה

אי שוויונם גאנשלזונר איז שוויונם:

$$\text{פחוור את אי השוויונם הבאים:}$$

$$2x - 5 + x < -2x + 10 \quad \text{(1)}$$

$$4 - 2x > 3x - 5 + x \quad \text{(3)}$$

$$4x - 6 - 5x \leq -2x + 2 + 3x \quad \text{(2)}$$

$$6x + 7 - 2x \leq 12 - x - 5 + 7x \quad \text{(4)}$$

$$5(1-x) \geq 4(x+2) - 3x \quad \text{(6)}$$

$$1 + x < 3(5 - 2x) + 3(2 - x) \quad \text{(5)}$$

$$\frac{x+1}{2} < \frac{x+4}{5} - \frac{x+7}{10} \quad \text{(7)}$$

$$\frac{4(x+2)}{3} - \frac{17-2x}{12} < 2x \quad \text{(9)}$$

$$(x-2)^2 > \left(\frac{2x+3}{2}\right)^2 - 7 \quad \text{(11)}$$

$$4(x-2) + 3x < 2(4x-3) - (x+2) \quad \text{(13)}$$

$$5(x-2) + 3x < 2(4x-3) - (x+2) \quad \text{(13)}$$

הנחות לאו:

$$x \geq -1 \quad \text{וגם} \quad x < 3 \quad \text{(15)}$$

$$x \geq 3 \quad \text{וגם} \quad 2 \leq x < 5 \quad \text{(17)}$$

$$x \geq 1 \quad \text{וגם} \quad 4 \leq x < 6 \quad \text{(18)}$$

$$x \geq 2 \quad \text{וגם} \quad x > 0 \quad \text{(20)}$$

$$x \geq -1 \quad \text{וגם} \quad x \geq -1 \quad \text{(19)}$$

$$x < 0 \quad \text{וגם} \quad 2 < m < 5 \quad \text{* תחילה: מ-} 2 \quad \text{ב-} 2 \quad \text{מ-} 5 \quad \text{ב-} 5 \quad \text{מ-} 0 \quad \text{ב-} 0 \quad \text{מ-} 2 \quad \text{ב-} 2$$

$$2 < m < 5 \quad \text{ב-} 5 \quad \text{מ-} 0 \quad \text{ב-} 0 \quad \text{מ-} 2 \quad \text{ב-} 2 \quad \text{מ-} 5 \quad \text{ב-} 5 \quad \text{מ-} 2 \quad \text{ב-} 2$$

$$26$$

ב) { $-2 < x < 0$ ו $x > 4$ } \cap { $x < 4$ ו $x > 5$ } \Rightarrow {} \Rightarrow {}

$$\begin{aligned}x > 3 \quad \text{ול } -1 \leq x < 2 \quad (48) \\0 \leq x < 2 \quad \text{ול } -1 \leq x \leq 3 \quad (50) \\-3 < x \leq 0 \quad \text{ול } 2 \leq x < 4 \quad (52) \\1 < x \leq 6 \quad \text{ול } \{x < 2 \text{ ו } x > 3\} \quad (53)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\{x < -4 \text{ ו } 0 < x < 3\} \cap \{x > 5\} \quad (71) \\(x < -8 \text{ ו } -4 < x < 2 \text{ ו } x > 3) \quad (53)\end{aligned}$$

בעיה 7: מינימום פונקציית דואגונה

מינימום פונקציית דואגונה $y = 3x+15$ הוא חיבורו של איברי x ו-15.

מינימום פונקציית דואגונה $y = 3x-8$ הוא חיבורו של איברי x ו-8.

מינימום פונקציית דואגונה $y = 3x-4$ הוא חיבורו של איברי x ו-4.

מינימום פונקציית דואגונה $y = 3x-1$ הוא חיבורו של איברי x ו-1.

מינימום פונקציית דואגונה $y = 3x+3$ הוא חיבורו של איברי x ו-3.

מינימום פונקציית דואגונה $y = 2x-4$ הוא חיבורו של איברי x ו-4.

מינימום פונקציית דואגונה $y = 2x+8$ הוא חיבורו של איברי x ו-8.

מינימום פונקציית דואגונה $y = 2x+1$ הוא חיבורו של איברי x ו-1.

מינימום פונקציית דואגונה $y = 2x-1$ הוא חיבורו של איברי x ו-1.

מינימום פונקציית דואגונה $y = 2x-5$ הוא חיבורו של איברי x ו-5.

מינימום פונקציית דואגונה $y = 2x-7$ הוא חיבורו של איברי x ו-7.

מינימום פונקציית דואגונה $y = 2x-9$ הוא חיבורו של איברי x ו-9.

מינימום פונקציית דואגונה $y = 2x-11$ הוא חיבורו של איברי x ו-11.

מינימום פונקציית דואגונה $y = 2x-13$ הוא חיבורו של איברי x ו-13.

$$5(x-1)+2 > 2(9-x) \quad \text{ול } 3(x-1)+4x < 2x-13 \quad (58)$$

$$(x-2)^2 - 3x > x^2 - 3 \quad \text{ול } 2(x-3) - 3x > 3(x+2) \quad (59)$$

$$\begin{aligned}x^2 - 1 \leq (x-1)^2 \quad \text{ול } x^2 + 1 < (x+1)^2 \quad (60) \\1 < \frac{x}{3} - \frac{x-2}{6} \quad \text{ול } \frac{x}{4} + \frac{x}{2} < 3 \quad (61) \\-\frac{1}{2}x + 2 < x - \frac{1}{2}x \quad \text{ול } 2x + 3 - x < x - 1 \quad (62)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-3 < x \leq -1 \quad \text{ול } x \geq 4 \quad (54) \\1 < x \leq 6 \quad \text{ול } \{x < 2 \text{ ו } x > 3\} \quad (53)\end{aligned}$$

הינה אוסף של פונקציות דואגונה, והן יוצאים מינימום.

תשובה (אי שוויון מינימום):

$$x \geq -2 \quad (8) \quad x < -1 \quad (7) \quad x \leq -\frac{1}{2} \quad (6) \quad x \geq 0 \quad (4) \quad x < \frac{1}{3} \quad (3) \quad x \geq -4 \quad (2) \quad x < 3 \quad (1)$$

$$x = -1 \quad (14) \quad x < -\frac{1}{2} \quad (12) \quad x < \frac{1}{4} \quad (11) \quad x > -5 \quad (10) \quad x > 2\frac{1}{2} \quad (9)$$

$$-1 < x \leq 3 \quad (25) \quad 1 < x < 6 \quad (23) \quad 0 < x \leq 2 \quad (22) \quad 1 < x \leq 4 \quad (21)$$

$$-3 < x < 2 \quad (30) \quad -3 < x \leq 7\frac{1}{2} \quad (29) \quad 0 \leq x < 4 \quad (28) \quad x \geq 4 \quad (27) \quad x < 0 \quad (26)$$

$$x > 1 \quad (36) \quad 3 \leq x < 4 \quad (35) \quad \text{אין פתרון.}$$

$$x \geq -1 \quad (43) \quad x = 4 \quad (42) \quad 0 \leq x < \frac{1}{3} \quad (40) \quad x < -\frac{1}{2} \quad (38) \quad x \geq 4 \quad (37)$$

$$x > 3 \quad -1 \leq x < 2 \quad (48) \quad x > 0 \quad (47) \quad x > -2 \quad (46) \quad x \neq 4 \quad (45) \quad x \in \text{כל} \quad (44)$$

$$3 < x \leq 6 \quad (53) \quad -3 < x \leq 0 \quad \text{אין} \quad 2 \leq x < 4 \quad (52) \quad -1 \leq x \leq 7 \quad (51) \quad -2 \leq x \leq 6 \quad (49)$$

$$x < -1\frac{1}{2} \quad x \geq 1 \quad (56) \quad x > 2\frac{1}{2} \quad (55) \quad -3 < x \leq -1 \quad \text{אין} \quad 4 \leq x \leq 7 \quad (54) \quad 1 < x < 2 \quad \text{אין}$$

$$x \neq 4 \quad (61) \quad x \in \text{כל} \quad (60) \quad x < -2 \quad \text{אין} \quad x > 3 \quad (58) \quad x \leq 1 \quad (57)$$

$$x > 2 \quad (66) \quad x \leq -3 \quad \text{אין} \quad x > 0 \quad (65) \quad .5 < x \leq 7 \quad (64) \quad 1 < x < 2 \quad (63)$$

$$-1 < x < 1 \quad \text{אין} \quad 4 < x < 5 \quad (69) \quad -1 < x < 2 \quad \text{אין} \quad 3 < x < 4 \quad (68) \quad 2 < x < 4 \quad (67)$$

$$x > -5 \quad (72) \quad x < -8 \quad \text{אין} \quad 0 < x < 2 \quad \text{אין} \quad x > 5 \quad (71) \quad -2 < x < 0 \quad \text{אין} \quad 2 < x < 3 \quad (70)$$

$$2\frac{1}{2} < x < 6 \quad (78) \quad x \leq -\frac{3}{4} \quad \text{אין} \quad x \geq 1\frac{1}{2} \quad (77) \quad 2 < x < 6 \quad (75) \quad x > 3 \quad (74) \quad x > 4 \quad (73)$$

$$4 < m < 6 \quad (83) \quad 2 < a < 12 \quad (82) \quad 2 < x \leq 5 \quad (81) \quad 1 < a < 5 \quad (80) \quad 0 < x < 2\frac{1}{2} \quad (79)$$

$$-1 < m \leq -\frac{1}{2} \quad (86) \quad -1 < a < 3 \quad \text{ב.} \quad .3a+2 \quad \text{ן.} \quad (85) \quad .1 > -4 \quad \text{ג.} \quad 1.5a+3 \quad \text{ן.} \quad (84)$$

$$-6 < m < 1\frac{1}{2} \quad \text{ל.} \quad .m < -6 < -\frac{1}{2} \quad \text{א.} \quad (89) \quad .m > 1\frac{1}{2} \quad \text{ן.} \quad (90) \quad -.1 < m < -\frac{1}{2} \quad \text{ג.}$$

$$.3+2,a-1 \quad (92) \quad .0 < a < 5 \quad (3) \quad a < 0 \quad (2) \quad a > 5 \quad (1) \quad \text{ה.} \quad .3-5,a \quad (91)$$

$$-.2 < m < 0 \quad (93) \quad -.2 < a < 1 \quad (3) \quad a < -2 \quad (2) \quad a > 1 \quad (1)$$

א. שוויגים ואי שוויגים

א. שוויגים ואי שוויגים

בטענה בפתרון של אי שוויגים ובוואנום של מעכבות של או שוויגים

דואג להרשותם של שוויגים ווואנום של מעכבות של או שוויגים ווואנום.

לפניהם שבעבור לפתרו אי שוויגים ריבועיים נביא הסבר קצר על הערך דבטוטנותם של המשוואות.

המשוואות שבעבור לפתרו נקבעו בוקה דההיה של פתרון דבוקה עט.

בוקה: בפונק' "מסתפרט מממשיעים" דבוקה לכל המשוואות ילו שונמעוצאים על

ציר המסתפרט.

$$(3) \quad \begin{cases} \text{מתקבל ערך א. שוויגים ומייחד בפונק' מושגים מהפונק' ב. שוויגים ומייחד בפונק' מושגים מהפונק' ג. שוויגים ומייחד בפונק' מושגים מהפונק' ד. שוויגים ומייחד בפונק' מושגים מהפונק' ה. שוויגים ומייחד בפונק' מושגים מהפונק' ג'. שוויגים ומייחד בפונק' מושגים מהפונק' ד'. שוויגים ומייחד בפונק' מושגים מהפונק' ג''. שוויגים ומייחד בפונק' מושגים מהפונק' ד''}. \end{cases}$$

ככל היותר יש שמותה ... גו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- ק. ח' ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' ~

3.1 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

3.1.1

3.1.2

3.1.3 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

+ 3. - 3.

+ 1. + 2.

+ 1. + 2.

3.1.4 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

+ 3. - 3.

+ 1. + 2.

+ 1. + 2.

3.1.5 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

+ 3. - 3.

+ 1. + 2.

+ 1. + 2.

3.1.6 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

+ 3. - 3.

+ 1. + 2.

3.1.7 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

+ 3. - 3.

+ 1. + 2.

3.1.8 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

+ 3. - 3.

+ 1. + 2.

3.1.9 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

+ 3. - 3.

+ 1. + 2.

3.1.10 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

+ 3. - 3.

+ 1. + 2.

3.1.11 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

+ 3. - 3.

+ 1. + 2.

3.1.12 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

+ 3. - 3.

+ 1. + 2.

3.1.13 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

+ 3. - 3.

+ 1. + 2.

3.1.14 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

+ 3. - 3.

+ 1. + 2.

3.1.15 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

+ 3. - 3.

+ 1. + 2.

3.1.16 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

+ 3. - 3.

+ 1. + 2.

3.1.17 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

3.1.18 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

3.1.19 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

3.1.20 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

3.1.21 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

3.1.22 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

3.1.23 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

3.1.24 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

3.1.25 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

3.1.26 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

3.1.27 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

3.1.28 כרך הוריו שמוות ~ בינו (מתקתקה 5.1.4.4 ו- 5.1.4.5) ו- מ. ח' ו- נ. ח' ו- ס. ח' ו- ת. ח' *

26 91P

$$4(x-2) + 3x < 2(4x-3) - (x+2) \quad (13)$$

$$4x - 8 + 3x < 8x - 6 - x - 2$$

$$0x < 0$$

∅

$$5(x+2) - 4 > 3(x+2) + 2x \quad (14)$$

$$5x + 10 - 4 > 3x + 6 + 2x$$

$$0x > 0$$

-1/1200 ∞

$$\frac{(x-2)^2}{x^2-4x+4} > \left(\frac{2x+3}{x}\right)^2 - 7 \quad (11)$$

$$\frac{x^2-4x+4}{x^2-4x+4} > \frac{4x^2+12x+9}{4x} - 7$$

$$4x^2 - 16x + 16 > 4x^2 + 12x + 9 - 28$$

$$35 > 28x$$

$$1.25 > x$$

$$x \geq -1 \text{ ll } x < 3 \quad (15)$$

$$-1 \leq x < 3$$

$$x > 0 \text{ le } x \leq 0 \quad (20)$$

x ∅

$$x \geq 3 \quad 2 \leq x < 5 \quad (17)$$

$$3(x < 5)$$

$$0 < x \leq 2 \text{ ll } -1 \leq x < 3 \quad (22 \text{ maliy})$$

$$0 < x \leq 2$$

$$9 - x > 3(x+3) \text{ ll } 2x + 11 > 5x + 8 \quad (20)$$

$$9 - x > 3x + 9 \text{ ll } 2x + 11 > 5x + 8$$

$$0 > 4x$$

$$3 > 3x$$

$$10 > x \text{ ll } 1 > x$$

$$0 > x$$

$$3(x+1) - 5 < 2(x+1) - 3 \text{ ll } x - 1 < 2(x - 3) + 1 \quad (3.3)$$

$$3x + 3 - 5 < 2x + 2 - 3 \text{ ll } x - 1 < 2x - 6 - 1$$

$$x < 1 \text{ ll } 4 < x$$

∅

-7(1) -

$$4x - x - 4 \leq 3(x-1) \quad || \quad 1 + 2x \leq 2(x-1) + 3 \quad (34)$$

$$3x - 4 \leq 3x - 3 \quad || \quad 1 + 2x \leq 2x - 1 + 3$$

$$0x \leq 1 \quad || \quad 0x \leq 0$$

无解集 ∞

$$4 \leq 3x - 5 < x + 3 \quad (35)$$

$$4 \leq 3x - 5 \quad 3x - 5 < x + 3$$

$$9 \leq 3x \quad 2x < 8$$

$$3 \leq x \quad x < 4 \\ 4 > x$$

$$3 \leq x < 4$$

$$5(x-1) \geq 2(9-x) \quad || \quad 3(x-1) + 4x < 2x + 3 \quad (58)$$

$$5x - 5 + 2x \geq 18 - 2x \quad || \quad 3x - 3 + 4x < 2x + 3$$

$$7x > 21 \quad || \quad 5x < 10$$

$$x > 3 \quad || \quad x < 2$$

$$(x-2)^2 - 3x > x^2 - 3 \quad || \quad 2(x-3) - 3x > 3(x+1) \quad (59)$$

$$x^2 - 4x + 4 - 3x > x^2 - 3 \quad || \quad 2x - 6 - 3x > 3x + 6$$

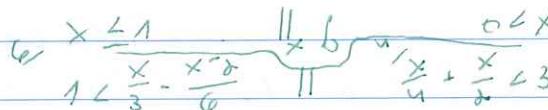
$$-7x > -7 \quad || \quad -4x > 12$$

$$x > 1 \quad || \quad x > -3$$

$$x^2 - 1 \leq (y-1)^2 \quad || \quad x^2 + 1 < (x+1)^2 \quad (60)$$

$$x^2 - 1 \leq x^2 - 2x + 1 \quad || \quad x^2 + 1 < x^2 + 2x + 1$$

$$2x \leq 2 \quad || \quad 0 < 2x$$

6) 

$$1 < \frac{x}{3} - \frac{x}{6} \quad || \quad \frac{x}{4} + \frac{x}{2} < 3 \quad (61)$$

$$6 < 2x - x \leq 1 \quad || \quad 1 < 2x < 1$$

$$4 < x \quad || \quad 3x < 1$$

$$4 < x \quad || \quad x < 1$$

$$x \neq 1$$

$$\frac{1}{2}x^2 + 2 < x - \frac{1}{2}x \quad || \quad 2x^2 - x < x - 1 \quad (62)$$

$$2 < 0x \quad || \quad 0x < -1$$

∅

173/1P 12

201 31P8

207

$$0 > -2x > 8$$

(73)

$$\therefore 2 < -x < 4$$

-4 < x < 2

$$-6 < 3 - 3x \leq 0 \quad (76) \quad \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq 2x - 4 \leq 8 \\ 2x \leq 8 \end{array} \right. \quad (75)$$

$$-9 < -3x \quad -3x \leq -3$$

$$3 > x \quad x > 1$$

$$1 < x < 3$$

(81)

$$-4 \leq 2x \quad 2x \leq 8$$

$$2 \leq x \quad 2x \leq 12$$

$$2 \leq x < 6$$

$$-x + 3 < x - 2 < 0.5x + 1 \quad (78)$$

$$5 < 2x$$

$$2.5 < x$$

$$2.5 < x < 6$$

$$18 < 2(3a+1) + 2(a+1) < 150 \quad (80)$$

$$18 < 8a + 10$$

$$8 < 8a$$

$$1 < a$$

$$8a + 10 < 50$$

$$8a < 40$$

$$a < 5$$

$$1 < a < 5$$

$$15 < m - 2 \quad (m+1) \quad \text{if } m - 2 < 15 \quad (m+1) \quad \text{if } m+1 < 15 + m - 2 \quad (83) \quad 30 \quad 31P8$$

$$15 < 4m$$

$$-18 < 2m$$

$$2m < 18$$

$$4 < m$$

$$-9 < m$$

$$m < 6$$

$$4 < m < 6$$

$$3a - 6 - a^2 - 3 > a - 3$$

$$3a - 6 < 2(a + 3)$$

(82)

$$3a > 6$$

$$3a - 6 < 2a + 6$$

$$a > 2$$

$$a < 12$$

$$2 < a < 12$$

$$2(2x - 3a) = 3(2 - a) + 2x \quad (84)$$

$$4x - 6a = 6 - 3a + 2x$$

$$2x = 6 - 3a$$

$$x = \frac{1}{2}a + 3$$

$$-3 < \frac{1}{2}a + 3$$

$$-6 < \frac{1}{2}a$$

$$-4 < a$$

$$2x - 2m = 5x^{\perp} \cdot 3^{\perp} m \quad (86) \quad \begin{cases} ax^{\perp} 3(x - 2a) = x(a^{\perp} 1)^{\perp} \cdot 5 \cdot 85 \\ ax^{\perp} 3x - 6a = ax^{\perp} x + 9 \end{cases}$$

$$-6m - 3 = 3x / :3$$

$$-2m - 1 = x$$

$$0 \leq -2m - 1$$

$$1 \leq -2m$$

$$-\frac{1}{2} \geq m$$

$$-2m - 1 < 1$$

$$-2m < 2$$

$$m > -1$$

-70M -

$$2x - y = (a / :2)$$

$$x = 3a^{\perp} 2$$

$$-1 < 3a^{\perp} 2 \quad 11 > 3a^{\perp} 2 . ?$$

$$-1 < a \quad 3 > a$$

$$-1 < m \leq -\frac{1}{2}$$

$$-1 < a < 3$$

$$\begin{cases} x - y = a - 5 \\ x^{\perp} y = 3a - 3 \end{cases} \quad (87)$$

$$3x - m = 2(x + m) - 5 \quad (87)$$

$$x = 3a - 3 - y$$

$$3x - m = 2x^{\perp} + 2m - 5$$

$$y = x - a^{\perp} 5$$

$$x = 3m - 5$$

$$x = 3a - 3 - x^{\perp} a - 5$$

$$2m > 3m - 5 \quad m < 3m - 5$$

$$2 > 4a - y$$

$$5 > m \quad 5 < 2m$$

$$y = 2a - 4$$

$$2.5 < m < 5$$

$$y = 3a - 3 - y - a^{\perp} 5$$

$$\begin{cases} x - y = m \\ x^{\perp} 2y = 4m^{\perp} 3 \end{cases} \quad (88)$$

$$2y = 2a^{\perp} 2$$

$$\begin{cases} y = x - m \\ x = 4m - 2y^{\perp} 3 \end{cases}$$

$$y = a^{\perp} 1$$

$$y = 4m - 2y^{\perp} 3 - n$$

$$0 < a^{\perp} 1$$

$$0 > 2a - 4$$

$$-1 < a$$

$$4 > 2a$$

$$2 > a$$

$$3y = 3m^{\perp} 3$$

$$y = m^{\perp} 1$$

$$-1 < a < 2$$

$$x = 4m - 2(x + m)^{\perp} 3$$

$$x = 4m - 2x^{\perp} 2m + 3$$

$$3x = 6m^{\perp} 3$$

$$x = 2m + 1$$

$$0 > m^{\perp} 1 \quad 0 < 2m^{\perp} 1 . ? \quad 0 > m^{\perp} 1 \quad 0 > 2m^{\perp} 1 . ? \quad 0 < m^{\perp} 1 \quad 0 < 2m^{\perp} 1 . ?$$

$$-1 > m \quad 1 - \frac{1}{2} < m \quad -1 > m \quad 1 - \frac{1}{2} > m \quad -1 < m \quad 1 < m \quad -\frac{1}{2} < m$$

$$-\frac{1}{2} < m < -1$$

$$-1 > m$$

$$-\frac{1}{2} < m$$

φ

प्र० १८

- प० १९ -

30 P

$$\begin{array}{c|cc} 2 & 1 \\ \hline (-1) & (-1) \\ & (-1) \\ (-1) 3 & \end{array}$$

$$y = 3x + m - 24$$

(9)

$$y = -2x + 6m + 6$$

$$3x + m - 24 = -2x + 6m + 6$$

$$5x = 5m + 30$$

$$x = m + 6$$

$$y = 3(m + 6) - m - 24$$

$$y = 3m + 18 - m - 24$$

$$y = 4m - 6$$

$m < 0$ लिम-6 < 0. P $m < 0$ लिम-6 > 0. P $m > 0$ लिम-6 > 0. I

$m < 6$ ले $m < 1.5$ $m < 6$ ले $m > 1.5$ $m > 6$ ले $m > \frac{1}{2}$

$m < -6$

∅

$m > 1.5$

$$x^2 - (2ax) + a^2 + a - 2 = 0 \quad (a_2)$$

$m > 6$ लि $m < 0.3$

$$\underbrace{x^2}_{a=1} - 2ax - \underbrace{x^2 + a^2 + a - 2}_{a=1} = 0$$

$m > 6$ ले $m < 1.5$

$$b = -2a + 1$$

$-6 < m < 1.5$

$$c = a^2 + a - 2$$

$$x^2 - (2a - s)x - a^2 - sa = 0 \quad (a_1)$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-2a - 1) \pm \sqrt{(-2a - 1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (a^2 + a - 2)}}{2} \quad a = 1$$

$$b = -2a + 5$$

$$x_{1,2} = \frac{2a + 1 \pm \sqrt{4a^2 + 4a + 1 - 4a^2 - 4a + 5}}{2}$$

$$c = a^2 - sa$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-2a + 5) \pm \sqrt{(-2a + 5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (a^2 - sa)}}{2}$$

$$x_1 = \frac{2a + 1 + 3}{2} \quad x_2 = \frac{2a + 1 - 3}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{2a - s + 5}{2} \quad x_{1,2} = \frac{2a - s - 5}{2}$$

$$\Delta x_1 = \frac{2}{2a + 1} \quad \Delta x_2 = \frac{2}{2a - 2}$$

$$x_{1,2} = \frac{2a - s + 5}{2} \quad x_{1,2} = \frac{2a - s - 5}{2}$$

$$x_1 = a + 2 \quad x_2 = a - 1$$

$$2x_1 = 2a \quad 2x_2 = 2a - 10$$

$0 > a^2 \text{ ले } a - 1 < 3 \quad 0 < a + 2 \text{ ले } 0 < a - 1 \quad 1 \quad 0 < a - 1 \quad 1$

$$x_1 = a \quad x_2 = a - 5$$

$-2 > a \text{ ले } 1 < a$

$$0 > a \text{ ले } 0 < a - 5 \quad 2 \quad 0 < a \text{ ले } 0 < a - 5 \quad 1$$

$-2 > a \text{ ले } 1 > a$

$$0 > a \text{ ले } 0 < a - 5 \quad 3 \quad 0 > a \text{ ले } 5 < a$$

$-2 > a$

$$0 > a \text{ ले } 5 < a \quad 4$$

-70m -

$$-5 < x_1 < 1 \\ -5 < x_2 < 1$$

$$x^2 - 3mx + 2m^2 + m - 1 = 0$$

93

20?

$$a=1 \quad b=-3m \quad c=2m^2+m-1$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-3m) \pm \sqrt{(-3m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (2m^2 + m - 1)}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{3m \pm \sqrt{9m^2 - 8m^2 - 4m + 4}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{3m \pm \sqrt{m^2 - 4m + 4}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{3m \pm \sqrt{(m-2)(m+2)}}{2} = (m-2)^2$$

$$x_1 = \frac{3m + (m-2)}{2}, \quad x_2 = \frac{3m - (m-2)}{2}$$

$$2x_1 = 3m + m - 2 \quad | \quad 2x_2 = 2m + 2$$

$$x_1 = 2m - 1 \quad | \quad x_2 = m + 1$$

x₂

x₁

$$-5 < m + 1 < 1 \quad m + 1 < 1$$

$$-5 < 2m - 1 < 1 \quad 2m - 1 < 1$$

$$-6 < m$$

$$m < 0$$

$$-4 < 2m$$

$$2m < 2$$

$$-6 < m < 0$$

$$-2 < m$$

$$m < 1$$

$$-2 < m < 0$$

$$-2 < m < 1$$

אָלָעַתְּנִינֵּנוּ בְּנֵי אֶחָד

אֲלֹהִים - "אֱלֹהִים"

בְּנֵי אֶחָד, בְּנֵי אֶחָד

חוּרָת מִזְגָּר 3

מְגֻמָּת הַכּוֹת / כִּיחּוֹת הַ

כפי שביררנו, נסחתה המשוואה הירביעית $ax^4 + bx^2 + c = 0$. $\neq 0$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

היא היביטר $b^2 - 4ac$ שבתוךה השורש הירביעי מסתמן ב- $b^2 - 4ac$) ונקרא ה-ה-דיסקrimיננטה.

מבחןים במקודם הבאים:

(א) אם $\Delta > 0$ אז לממשואת הירביעית יש שני שורשים ממשיים שונים $x_1 \neq x_2$.

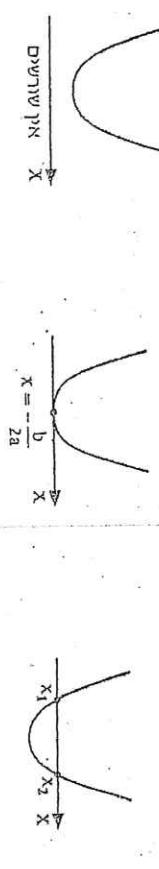
(ב) אם $\Delta = 0$ אז לממשואת הירביעית יש שורש ממשי אחד $x_1 = x_2$.

(ג) אם $\Delta < 0$ אז לממשואת הירביעית אין שורשים ממשיים.

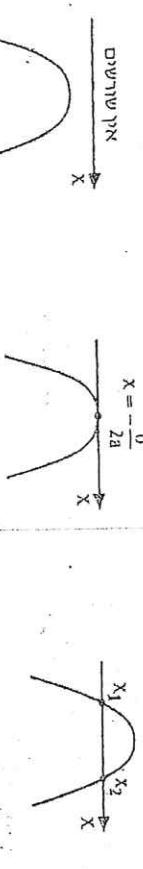
הינו אמורים הנדרפים (כלآل ציר $x-y$) של הדמיינציה $y = ax^2 + bx + c$ בהתאם

למקרים השונים מושגים באפשרות הבאים:

$$\begin{array}{ll} \Delta < 0, a > 0 & \text{(1)} \\ \Delta = 0, a > 0 & \text{(2)} \\ \Delta > 0, a > 0 & \text{(3)} \\ \Delta > 0, a > 0 & \text{(4)} \end{array}$$



$$\begin{array}{ll} \Delta > 0, a < 0 & \text{(5)} \\ \Delta = 0, a < 0 & \text{(6)} \\ \Delta > 0, a < 0 & \text{(7)} \end{array}$$



ניבור לפרטן אי שוויונים ריבועיים. כל אי שוויון ריבועי אפשר להביע (בעזרת פעולות אלגבריות) לאחת מהצורות הבאות:

$$\begin{array}{ll} ax^2 + bx + c < 0 & \text{(2)} \\ ax^2 + bx + c > 0 & \text{(1)} \end{array}$$

ע"ס הנדרפים של הפרבולה שהבאנן יונקן לאי שוויון ריבועי מהצורה $ax^2 + bx + c < 0$ או $ax^2 + bx + c > 0$. שוקל למציאת התחום בו הפרבולה

$$\text{זיהויות } y = ax^2 + bx + c$$

הנורו, אם $a > 0$, המקיים של x^2 הוא שלילי, אז אמ' שאר לבכטיל את אי השוויון ב- x^2 , להפוך את בינהו געך לקביל געך. במקורה כזה נירע לסתוקם באיזים A -ג' שהבאנן.

אי שוויוני ריבועי

אי שוויוני ריבועי ומשמעותו באלגברה

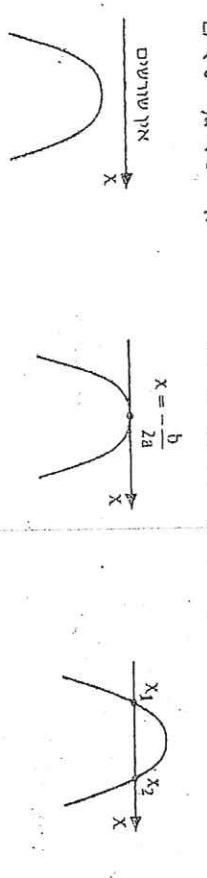
בטעין זהណון בפתרון של אי שוויונים ריבועיים ובפתרון של מערכות של אי שוויונים ריבועיים.

המונאות לאי שוויונים ריבועיים: $x^2 < 3 < 2x + 5$. $x^2 - 2x - 5 < 0$ – וברא.

לפנינו שניבור לפחר או שוויון ליבורוים נבייא הסבר קצר על הקשר שבקן דפתרונו הממשים של משוואת ריבועית לבני נקודות קדוחהן של הפרבוללה הדמייצגת אותה ע"מ ציר $x-y$.

הנורו: במספרים ממשיים הובונה לכל המספרים הממשאים לנו שמשאים על ציר $x-y$.

$$\begin{array}{ll} \Delta > 0, a < 0 & \text{(1)} \\ \Delta = 0, a < 0 & \text{(2)} \\ \Delta < 0 & \text{(3)} \end{array}$$



$a > 0$, $b < 0$, $c > 0$

עס הושערת הדאורה והסיקנו נובל לסקבום:

באי דוגמא לדוגמה ומכנה נסיק מסקנה בילוי.

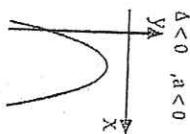
- (א) אי הטעו $\Delta = 0$. מתקיימות שתי התנאים הבאים:
לכל x אם מתקיימת $ax^2+bx+c < 0$ (1)
כלל x אם מתקיימת $ax^2+bx+c > 0$ (2).

הערה: אם $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$

באי דוגמא:

הערה: נושא זה שורשין ריבועים.

$y < 0$, $a < 0$



- (ב) אי הטעו $\Delta < 0$. מתקיימת שגיאת הנגדאות הבאות:

כלל x אם מתקיימת שגיאת הנגדאות הבאות:
 $ax^2+bx+c < 0$ (2) $\Rightarrow a > 0$, $b < 0$, $c > 0$.

הערה: אם $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$

הערה: נושא זה שורשין ריבועים.

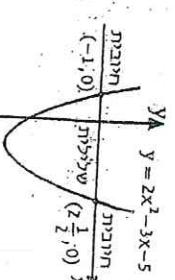
לדוגמא ב':
הוכח שאינשווין מתקיימים לכל x

$\Delta < 0$ (2), $a < 0$ (1). אמ' כי שורש ריבועי הneg שלילי לכל x ושהם לא-

שיטם או נקודות התוחנה על ציר x -הORIZONTAL.

בالم' $a = 2 > 0$ -שיטם (1) \Rightarrow CASE: (1) \Rightarrow CASE: (2)

לכל x אין השווין נכון כלל x .



- (ג) הטעו $\Delta > 0$. מתקיימת שגיאת הנגדאות הבאות:

שיטם לבב: גрафה של אי השוויגרים ריבועים
באי דוגמא לפהרין מערבת של אי שוויוניות ריבועים.

לדוגמא ג':
לפוגאת את המערבת הראהה של אי השוויוניות:

שיטם לבב: גрафה של אי השוויגרים הריבועים $0 > 2x^2 - 3x - 5$ ה-א התחום שבו הטרבללה חובייתן במלול $x > -1$ $\Rightarrow x > \frac{1}{2}$.

פוגאת את המערבת הראהה של אי השוויוניות: $0 > x^2 - 1$ $\Rightarrow x > 1$.

פוגאת ג':
פוגאת את המערבת הראהה של אי השוויוניות: $0 > x^2 - 6 \leq 0$.

פוגאת ג':
פוגאת את המערבת הראהה של אי השוויוניות: $0 > x^2 - 1 > -1$.

פוגאת ג':
פוגאת את המערבת הראהה של אי השוויוניות: $0 > x^2 - 1 > -1$.

פוגאת ג':
פוגאת את המערבת הראהה של אי השוויוניות: $0 > x^2 - 1 > -1$.

פוגאת ג':
פוגאת את המערבת הראהה של אי השוויוניות: $0 > x^2 - 1 > -1$.

פוגאת ג':
פוגאת את המערבת הראהה של אי השוויוניות: $0 > x^2 - 1 > -1$.

פוגאת ג':
פוגאת את המערבת הראהה של אי השוויוניות: $0 > x^2 - 1 > -1$.

פוגאת ג':
פוגאת את המערבת הראהה של אי השוויוניות: $0 > x^2 - 1 > -1$.

פוגאת ג':
פוגאת את המערבת הראהה של אי השוויוניות: $0 > x^2 - 1 > -1$.

פוגאת ג':
פוגאת את המערבת הראהה של אי השוויוניות: $0 > x^2 - 1 > -1$.

פוגאת ג':
פוגאת את המערבת הראהה של אי השוויוניות: $0 > x^2 - 1 > -1$.

פוגאת ג':
פוגאת את המערבת הראהה של אי השוויוניות: $0 > x^2 - 1 > -1$.

פוגאת ג':
פוגאת את המערבת הראהה של אי השוויוניות: $0 > x^2 - 1 > -1$.

פוגאת ג':
פוגאת את המערבת הראהה של אי השוויוניות: $0 > x^2 - 1 > -1$.

פוגאת ג':
פוגאת את המערבת הראהה של אי השוויוניות: $0 > x^2 - 1 > -1$.

פוגאת ג':
פוגאת את המערבת הראהה של אי השוויוניות: $0 > x^2 - 1 > -1$.

פוגאת ג':
פוגאת את המערבת הראהה של אי השוויוניות: $0 > x^2 - 1 > -1$.

השערת: נאשר למשוואות און שורשים או $a > 0$ והפרובוליה שולילית לכל x העררת: הטרבללה שלילית לכל x .

$$\frac{5+x}{9} < \left(\frac{1}{6}x+1\right) \quad (36)$$

$$\frac{x+3}{5} < \left(\frac{1}{2}x+1\right)^2 - \frac{7x+16}{10} \quad (38)$$

$$\left(\frac{x+1}{2}\right)^2 - \frac{2x-1}{3} < \frac{x+7}{6} \quad (37)$$

מגן איילו מבין אי השינויים התאמים מתקיימים לכל שול x ואילו אינם מתקיימים לאילו?

על שול x: (הוכחה תשובתך)

$$-2x^2 + 10x - 17 < 0 \quad (40)$$

$$-3x^2 + 2x - 1 \leq 0 \quad (42)$$

$$x^2 + 4x < 3x^2 + 4x + 2 \quad (44)$$

$$30x(x-1) < 5x^2 - 9 \quad (46)$$

$$9x^2 - 8x \geq 4(x-1) \quad (45)$$

$$x^2 + 4x + 5 > 0 \quad (39)$$

מגניבות של איז שוויון ריבועי — מוגניבות "אגט"

פתראת המערבות התוצאות של אי השוויונים: (מערכות "אגט")

$$x-1 > 0 \quad \text{או} \quad x^2 - 36 < 0 \quad (47)$$

$$3x-6 < 0 \quad \text{או} \quad x^2 - 49 > 0 \quad (48)$$

$$4x-16 \geq 0 \quad \text{או} \quad x^2 - 10x + 9 \leq 0 \quad (49)$$

$$x^2 - 15 < 0 \quad \text{או} \quad x^2 - 2x - 8 \geq 0 \quad (50)$$

($x-3)(x-4) \geq 0$)

$$x^2 - 6x \leq 0 \quad \text{או} \quad x^2 - 16 < 0 \quad (51)$$

$$x^2 - 6x + 5 \leq 0 \quad \text{או} \quad x^2 - 9 > 0 \quad (52)$$

$$(x-1)(x-4) \leq 0 \quad \text{או} \quad x^2 - 3x \geq 0 \quad (53)$$

$$x^2 - 10x + 21 \leq 0 \quad \text{או} \quad x^2 - 7x + 10 < 0 \quad (55)$$

$$x^2 + x > 0 \quad \text{או} \quad x^2 - 6x - 27 \leq 0 \quad (56)$$

$$x^2 - 3x - 4 > 0 \quad \text{או} \quad x^2 - 4x \geq 3x - 6 \quad (57)$$

$$x^2 - 9x + 20 > 0 \quad \text{או} \quad x^2 - 3x > 3 - x \quad (58)$$

לומאה 6:

מאת לאל ערבי x גרב הפטונקאריה גמצא מעלה דיש $y = x^2 - 3x + 2$

ptron: ערך לפחות או השרירן $x^2 - 3x + 2 > 0$ אורי העברת כל הביטויים לאנו שמאן

$x > 4$ הפתרון של אי השוויון $x^2 - 5x + 4 > 0$ בנות אבירים נקבע את אי השווון 0 ורשו התחום המbrookש.

או $x < 1$ ורשו התחום המbrookש.

תרגילים אי שוויונים ריבועיים

פורה את אי השוויונים הבאים:

$$x \leq 25 \quad \text{או} \quad x^2 - 25 \leq 50 \quad (3)$$

$$x^2 - 16 \geq 0 \quad (2) \quad x^2 - 9 < 0 \quad (4)$$

$$x^2 + 6x > 0 \quad (5) \quad x^2 - 7x < 0 \quad (4)$$

$$x^2 - x - 30 \geq 0 \quad (9) \quad x^2 - 5x - 24 > 0 \quad (8)$$

$$x^2 + 13x + 30 \geq 0 \quad (12) \quad x^2 + 12x - 32 < 0 \quad (11)$$

$$-6x^2 + 5x + 6 < 0 \quad (15) \quad 2x^2 + x - 1 \leq 0 \quad (16)$$

$$16x^2 - 24x + 9 \leq 0 \quad (18) \quad 4x^2 - 20x + 25 > 0 \quad (17)$$

$$(4x-5)^2 = 0 \quad (19)$$

$$2x^2 + 4x + 1 < 0 \quad (21) \quad x^2 - 6x + 1 \leq 0 \quad (20)$$

$$x^2 - 2x - 2 > 0 \quad (19)$$

$$-18x^2 + 30x - 13 \geq 0 \quad (24) \quad -\frac{1}{2}x^2 + 3x - 5 < 0 \quad (23)$$

$$3x(x+1) < 2(x^2 + 15) + 2x \quad (26) \quad x(x-12) \geq 2(x-24) \quad (25)$$

$$(x-2)(x+2) - 3x^2 < 7x + 1 \quad (28) \quad (x-6)(x-8) = 0 \quad (27)$$

$$(x+2)(x-3) \leq 19 - x \quad (29)$$

$$x+13 > (x+1)^2 \quad (31)$$

$$(x-2)^2 < 4(x-3) \quad (32)$$

הנימוק שנותר של אינטגרל ריבועי

פונק' אמת הטעויות הבודאות של האשוויגים:

$$\{x^2-x-2 > 0 \quad \text{או} \quad x-1 < 0\} \quad (83)$$

$$\{x^2-2x-8 < 0 \quad \text{או} \quad x-3 > 0\} \quad \text{או} \quad \{x^2-2x-8 > 0 \quad \text{או} \quad x-3 < 0\} \quad (84)$$

$$\{x^2-4x+3 < 0 \quad \text{או} \quad x^2-4x < 0\} \quad \text{או} \quad \{x^2-4x+3 > 0 \quad \text{או} \quad x^2-4x > 0\} \quad (85)$$

$$\{x^2-8x+12 < 0 \quad \text{או} \quad x^2-9 < 0\} \quad \text{או} \quad \{x^2-8x+12 > 0 \quad \text{או} \quad x^2-9 > 0\} \quad (86)$$

$$\{x^2+x-6 > 0 \quad \text{או} \quad x^2-4x-5 < 0\} \quad \text{או} \quad \{x^2+x-6 < 0 \quad \text{או} \quad x^2-4x-5 > 0\} \quad (87)$$

$$\{x^2+7x \leq 12 < x^2+4x \quad \text{או} \quad \text{מערכי והפונקציה}$$

$$-3x^2+3x-1 < 3x^2+2 < 2x^2+x+8 \quad \text{או} \quad -x^2-4x \leq x^2-5 < 10x+16 \quad (69)$$

בעזרת שנותר – אינטגרלים ריבועיים בפונק'

$$-2 < x^2-3x < 10 \quad (64)$$

$$-x^2+5x < 6 < x^2+5x \quad (66) \quad 0 < x^2-2x < 3 \quad (63)$$

$$y = 2x+1 \quad \text{מما לאילע ערכי א גורג הרכינה} \quad (68)$$

$$y = 2x+7 \quad \text{מما לאילע ערכי א יהירה גורג הרכינה} \quad (69)$$

$$y = 2x+8 \quad \text{מما לאילע ערכי א גורג הרכינה} \quad (70)$$

$$y = x+1 \quad \text{מما לאילע ערכי א גורג הרכינה} \quad (71)$$

$$y = x^2-2x-9 \quad \text{מما לאילע ערכי א גורג הרכינה} \quad (72)$$

$$y = x^2-2x+9 \quad \text{מما לאילע ערכי א גורג הרכינה} \quad (73)$$

$$y = x^2-3x+9 \quad \text{מما לאילע ערכי א גורג הרכינה} \quad (74)$$

$$y = x^2-2x+4 \quad \text{מما לאילע ערכי א גורג הרכינה} \quad (75)$$

$$y = x^2-5x+4 \quad \text{מما לאילע ערכי א גורג הרכינה} \quad (76)$$

$$y = -2x^2+x+1 \quad \text{מما לאילע ערכי א גורג הרכינה} \quad (77)$$

$$y = x^2-5x+4 \quad \text{מما לאילע ערכי א גורג הרכינה} \quad (78)$$

$$y = x^2-3x+2 \quad \text{מما לאילע ערכי א גורג הרכינה} \quad (79)$$

$$x^2-2x \leq 3x-4 \quad (5)$$

$$x(x-2) \geq 24 \quad (5)$$

$$2x^2-3x-2 < 0 \quad (6)$$

$$2x^2+4x+5 > 0 \quad (61)$$

$$2x^2+4x-3 \leq 0 \quad (62)$$

$$3x^2+2x-1 \geq 0 \quad (63)$$

$$-6 < x^2-6x+2 \leq 9 \quad (65)$$

$$-35 < x^2-12x+1 \leq 14 \quad (67)$$

$$-x^2+7x \leq 12 < x^2+4x \quad (68)$$

$$-3x+9 \geq 0 \quad \text{או} \quad x^2-25 > 0 \quad (71)$$

$$4x-4 < 0 \quad \text{או} \quad x^2-3x-28 < 0 \quad (72)$$

$$x^2-10 \leq 3x \quad \text{או} \quad x^2 < 16 \quad (73)$$

$$x^2-9x+18 \leq 0 \quad \text{או} \quad x^2-7x \geq 0 \quad (74)$$

$$x^2-3x+2 < 0 \quad \text{או} \quad x^2-9x+8 > 0 \quad (75)$$

$$x^2 < 2x+8 \quad \text{או} \quad x^2 > 4x+5 \quad (76)$$

$$x^2-x-12 \geq 0 \quad \text{או} \quad x^2-x-6 < 0 \quad (77)$$

$$x(x-1)-12 < x^2+3 \quad \text{או} \quad x(x+2) < 8(x-1) \quad (78)$$

$$x^2+3x > 12x \quad \text{או} \quad x^2+4x \leq 21 \quad (79)$$

$$x(x-4) > -5 \quad \text{או} \quad x(x-3)-2 \geq 4(x-2) \quad (80)$$

$$2x^2+5x-3 < 0 \quad \text{או} \quad 3x^2+11x-4 < 0 \quad (81)$$

$$4x^2+20x+25 \leq 0 \quad \text{או} \quad 2x^2+9x+9 > 0 \quad (82)$$

מצא לאילו ערכי x הפונקציה $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) תחילה מוגענת:

א. פרבולה.

ב. פרבולה ישנה (שיש לה מקודמת מוגענות).

ג. פרבולה הפוכה (שיש לה נקודת מקסימום).

- (106) א. הבע באמצעות x את שיעורי הנקודות של הפרבולה $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).
תשובה: שיעורי הנקודות של הפרבולה $y = ax^2 + bx + c$ הם $\left(-\frac{b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a}\right)$.
- ב. מצא לאילו ערכי x והקוורטן בבריע הראשו ($x > 0$, $y > 0$).

(107) מצא לאילו ערכי m קוורטן הטרנסול $y = x^2 - ax + 1$ נמצא בבריע השליש.

(108) מצא לאילו ערכי m קוורטן הטרנסול $y = x^2 - 2(m-1)x + m+5$ נמצא בבריע השליש.

- (109) מצא לאילו ערכי x גורף הפונקציה $y = x^2 - x - 6$ עובר בתוך הוריבע השנאי.
תשובה: סימן לב למותום שבוקטן מ-36. (הערך ר-א של הקורה A).
 ככל שהיota של הקורה A.

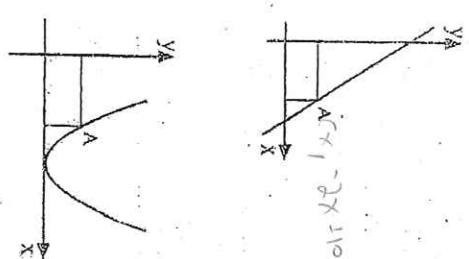
(110) מצא לאילו ערכי x גורף הפונקציה $y = 2x^2 - 3x - 5$ עובר בתוך הוריבע הרבעי.

(111) בין גורף המשיר $y = -2x+16$ והזקירות חוט מלון כתמונא ביציר.

מצא באירוע תחומי נמצאת שיעור ה-א של הקורה A כה שהיקף המלבוב היה גדול מ-27.

היקודה A ו-36. (הערך ר-א של הקורה A).

כל שהיota של הקורה A.



- (100) היבטים של משולש ישר זוגית ה-ב. $2m-1$. $1-m$.
תשובה: מצא לאילו ערכי m אורך היתר של המשולש הריבועי קטעו או שורה ל-5.
- (101) מצא לאילו ערכי x המתקיימת $y = x^2 - (2m+2)x + m^2 - 2m - 3$. x מותקן את גורף את מ-30. וקטן מ-14.

- (102) א. פטור את המשוואה $(ax+1)+4 = a(x-3)+x$.
תשובה: ב. מצא לאילו ערכי x הפטרונו של המשוואה ה-ב. x מ-6.
 מ-32. וחותם המלבוב גודל מ-42.
- (103) א. פטור את מערכות המשוואות:

$$\begin{cases} x-y=1-2a \\ x+y=2a^2-2a-1 \end{cases}$$
- ב. מצא לאילו ערכי x של הפטרונו ה-א של המשוואה ה-ב. x מ-6.
 מ-32. וחותם המלבוב גודל מ-42.

(104) מצא לאילו ערכי x מינימום ה-ב. x מ-6.
תשובה: מכיוון היחס שיל צור: $x-3 = (3m^2+4m-4)x+5$.

ב. גוּת קהה (השיפעת חובי).

ג. מוביל לציר ה-א (השיטוע של תלמיד).

(105) נתונה הפונקציה $y = x^2 - 4x - 4$.
תשובה: נמצאה מהתוות לשיר $x = a^2 - 4a - 4$. $x = 2a - 4$.
 מילולית $x = 2a - 4$.

(106) סיום מלון כתמונא ביציר.

מצא בין ערכיהם גמא שיאור ה-א של הקורה A אם שתוות המלבוב הוא ביג. 8. ל-12.

(107) בין גורף הפרבולה $y = x^2 - 2ax + 3m + 4$ והזקירות חוט מלון כתמונא ביציר.

על הערך המשמש של הפובללה. הקורה A נמצאת על הערך המשמש של הפובללה.

מצא באירוע תחומי צrisk להיות שיעור ה-א של הקורה A כה שהיקף המלבוב היה גדול מ-27.

היקודה A ו-36. (הערך ר-א של הקורה A).

כל שהיota של הקורה A.

(108) מצא לאילו ערכי m קוורטן הטרנסול $y = x^2 - 2(m-1)x + m+5$ נמצא בבריע השליש.

(109) מצא לאילו ערכי x גורף הפונקציה $y = x^2 - x - 6$ עובר בתוך הוריבע השנאי.
תשובה: סימן לב למותום שבוקטן מ-36. (הערך ר-א של הקורה A).

(110) מצא לאילו ערכי x גורף הפונקציה $y = 2x^2 - 3x - 5$ עובר בתוך הוריבע הרבעי.

(111) בין גורף המשיר $y = -2x+16$ והזקירות חוט מלון כתמונא ביציר.

מצא באירוע תחומי נמצאת שיעור ה-א של הקורה A כה שהיקף המלבוב היה גדול מ-27.

היקודה A ו-36. (הערך ר-א של הקורה A).

(112) בין גורף היטר $y = -2x+20$ והזקירות חוט מלון כתמונא ביציר.

מצא באירוע תחומי נמצאת שיעור ה-ה של הקורה A אם היקף המלבוב קרוטן מ-30. וקטן מ-14.

(113) ב. בין גורף היטר $y = -2x+10$ והזקירות חוט מלון כתמונא ביציר.

מצא באירוע תחומי נמצאת שיעור ה-ה של הקורה A אם היקף המלבוב קרוטן מ-32. וחותם המלבוב גודל מ-42.

(114) ב. בין גורף הפרבולה $y = ax^2 + 10x - a$ מציר ה- x חוטים מ-6.

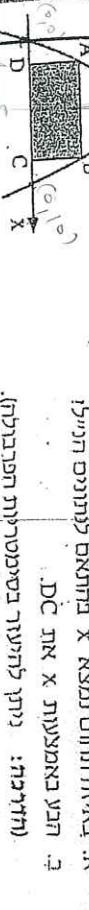
מilkן ABCD במתואר ביציר. הקורה A נמצאת על מ-6. השטמייל הופבולת. מסמן ב- x את שער ה-א של-

א. באירוע תחומי נמצאת x וחותם המלבוב גודל מ-42.

ב. הבע באמצעות x את DC.

ג. גוּת קהה (השיפעת חובי).

(115) מוביל לציר ה-א (השיטוע לשיר לאפס).



$$x = -x^2 + 8x$$

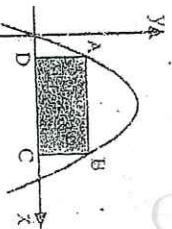
הסומן מלבן ABCD במתואר בצייר. הנקודות A, B, C, D נמצאות על העוקב השמאלי של הפרבולה.

A. מינימום תרומות נמאמן שיעור x של הנקודות ומצאת על העוקב של הפרבולה.

B. מינימום תרומות נמאמן שיעור x של הנקודות 32-Q.

C. מינימום תרומות נמאמן שיעור x של הנקודות 26-Q.

D. מינימום תרומות נמאמן שיעור x של הנקודות 26-Q.



טבילה (א) שוחרם ליביגו:

$$\text{ר} x \geq 2 \quad (6) \quad 0 < x < 7 \quad (4) \quad -5 \leq x \leq 5 \quad (3) \quad x \leq -4 \quad \text{ר} x \geq 4 \quad (2) \quad -3 < x < 3 \quad (1)$$

$$\text{ר} x < 3 \quad (10) \quad x \leq -5 \quad \text{ר} x \geq 6 \quad (9) \quad x < -3 \quad \text{ר} x > 8 \quad (8) \quad 1 < x < 7 \quad (7) \quad x \leq 0$$

$$-1 \leq x \leq \frac{1}{2} \quad (14) \quad x < -2 \quad \text{ר} x > \frac{1}{3} \quad (13) \quad -2 \leq x \leq 15 \quad (12) \quad x < 4 \quad \text{ר} x > 8 \quad (11)$$

$$\text{ר} x > 2.73 \quad (39) \quad x = \frac{3}{4} \quad (18) \quad x \neq 2\frac{1}{2} \quad (17) \quad x \in \text{כל } x > \frac{3}{2} \quad (15)$$

$$x \in \text{ר} (24) \quad x \in \text{ר} (22) \quad -1.71 < x < -0.29 \quad (21) \quad 0.17 \leq x \leq 5.83 \quad (20) \quad x < -0.73$$

$$x < -2\frac{1}{2} \quad \text{ר} x > -1 \quad (28) \quad -\frac{1}{2} < x < 2 \quad (27) \quad -6 < x < 5 \quad (26) \quad x \leq 6 \quad \text{ר} x \geq 8 \quad (25)$$

$$x \in \text{ר} (33) \quad x = 5 \quad (32) \quad -4 < x < 3 \quad (31) \quad x \leq 0 \quad \text{ר} x \geq \frac{4}{3} \quad (30) \quad -5 \leq x \leq 5 \quad (29)$$

$$x \in \text{ר} (39) \quad x < -2.4 \quad \text{ר} x > 2 \quad (38) \quad -1 < x < 2\frac{1}{3} \quad (37) \quad x \neq -4 \quad (36) \quad x \in \text{ר} (34)$$

$$x \in \text{ר} (46) \quad x \in \text{ר} (44) \quad x \in \text{ר} (43) \quad x \in \text{ר} (42) \quad x \in \text{ר} (41) \quad x \in \text{ר} (40)$$

$$x \leq -2 \quad \text{ר} 4 \leq x < 5 \quad (50) \quad 4 \leq x \leq 9 \quad (49) \quad x < -7 \quad (48) \quad 1 < x < 6 \quad (47)$$

$$3 \leq x < 5 \quad (55) \quad x \leq 0 \quad \text{ר} x > 4 \quad (54) \quad -3 \leq x < -2 \quad \text{ר} 2 < x \leq 4 \quad (53) \quad 0 \leq x < 4 \quad (51)$$

$$3 < x < 4 \quad \text{ר} x > 5 \quad (58) \quad x < -1 \quad \text{ר} x \geq 6 \quad (57) \quad -3 \leq x < -1 \quad \text{ר} 0 < x \leq 9 \quad (56)$$

$$\frac{1}{4} \leq x \leq 1 \quad (61) \quad x \leq -4 \quad \text{ר} x \geq 6 \quad (60) \quad x \neq 2, 1 \leq x \leq 4 \quad (59) \quad x < -1 \quad \text{ר}$$

$$\text{ר} 2 < x < 5 \quad (64) \quad -1 < x < 0 \quad \text{ר} 2 < x < 3 \quad (63) \quad -\frac{3}{2} \leq x \leq -1 \quad \text{ר} \frac{1}{3} \leq x \leq 1 \quad (62)$$

$$x < -6 \quad \text{ר} 1 < x < 2 \quad \text{ר} x > 3 \quad (66) \quad -1 \leq x < 2 \quad \text{ר} 4 < x \leq 7 \quad (65) \quad -2 < x < 1$$

$$-2 < x < 3 \quad (70) \quad x < -6 \quad \text{ר} 2 < x \leq 3 \quad \text{ר} x \geq 4 \quad (68) \quad x \neq 6, -1 \leq x \leq 13 \quad (67)$$

$$\text{ר} 3 \leq x \leq 6 \quad \text{ר} x \geq 7 \quad (74) \quad -4 < x \leq 5 \quad (73) \quad x < 7 \quad (72) \quad x < -5 \quad \text{ר} x \geq -3 \quad (71)$$

$$x \leq -3 \quad \text{ר} -2 < x < 3 \quad \text{ר} x \geq 4 \quad (77) \quad x \neq 1 \quad x < 2 \quad \text{ר} x > 8 \quad (75) \quad x \leq 0$$

$$x = -\frac{5}{2} \quad \text{ר} x > -\frac{3}{2} \quad (82) \quad -4 < x < \frac{1}{2} \quad (81) \quad x \in \text{ר} (80) \quad x \neq 6 \quad (79) \quad -5 < x < 4 \quad (78)$$

$$\text{ר} x > 4 \quad (85) \quad x < -2 \quad \text{ר} 3 < x < 4 \quad (84) \quad x < -1 \quad \text{ר} 1 < x < 2 \quad (83) \quad x < -3 \quad \text{ר}$$

$$2 < x < 5 \quad (87) \quad x < -3 \quad \text{ר} 2 < x < 3 \quad \text{ר} x > 6 \quad (86) \quad x < 0 \quad \text{ר} 1 < x < 3$$

$$x \geq 5 \quad (92) \quad x < -3 \quad \text{ר} x > 2 \quad (90) \quad -1\frac{1}{2} < x < 1 \quad (89) \quad 1 < x < 6 \quad (88) \quad -3 < x < -1$$

$$1 < x < 4 \quad (96) \quad x \neq 1 \quad (95) \quad 1 < x < 2\frac{1}{2} \quad (94) \quad x < -1 \quad \text{ר} x > 2\frac{1}{2} \quad (93) \quad x \leq -2 \quad \text{ר}$$

$$2 < x < 5 \quad (99) \quad 1 < x < 2 \quad \text{ר} 3 < x < 4 \quad (98) \quad 1 < x < 2 \quad \text{ר} 3 < x < 4 \quad (97)$$

$$1.1.2n - 3 \quad 3118$$

$$-18x^2 + 30x - 13 \geq 0 \quad | : (-18) \quad (24)$$

$$x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{13}{18} \leq 0$$

$$x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{13}{18} = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{\frac{5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{13}{18}}}{2}$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = \frac{13}{18}$$

$$x(x-12) \geq 2(x-24) \quad (25)$$

$$x^2 - 12x \geq 2x - 48$$

$$x^2 - 14x + 48 \geq 0$$

$$x^2 - 14x + 48 = 0$$

$$(x-8)(x-6) = 0$$

$$x_1 = 8 \quad x_2 = 6$$

$$x < 6 \quad || \quad x > 8$$

$$5x(x-1) \geq x(x+4x) \quad (30)$$

$$5x^2 - 5x \geq x^2 + 4x^2$$

$$9x^2 - 12x \geq 0 \quad | : 9$$

$$x^2 - \frac{4}{3}x \geq 0$$

$$x(x - \frac{4}{3}) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = \frac{4}{3}$$

$$x \leq 0 \quad || \quad x \geq \frac{4}{3}$$

$$(x-2)^2 \leq 4(x-3) \quad (33)$$

$$x^2 - 4x + 4 \leq 4x - 12$$

$$x^2 - 8x + 16 \leq 0$$

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$(x-4)(x-4) = 0$$

$$x = 4$$

$$x \neq 4$$

$$(2x-3)^2 \geq 8(1-2x)/34$$

$$4x^2 - 12x + 9 \geq 8 - 16x$$

$$x \quad | \quad 4x^2 + 4x + 1 \geq 0$$

$$4x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$(x+0.5)(x+0.5) = 0$$

$$x = -0.5$$

$$2x^2 \leq 50 \quad | : 2 \quad (3)$$

$$x^2 \leq 25 \leq 0$$

$$x^2 - 25 \leq 0$$

$$x^2 - 25 = 0$$

$$(x+5)(x-5) = 0$$

$$-5 \leq x \leq 5$$

$$x^2 - 8x + 7 \leq 0 \quad (4)$$

$$(x-7)(x-1) \leq 0$$

$$(x-7)(x-1) = 0$$

$$1 \leq x \leq 7$$

$$-x^2 + 13x - 30 \geq 0 \quad | : (-1) \quad (12)$$

$$x^2 - 13x + 30 \leq 0$$

$$x^2 - 13x + 30 = 0$$

$$(x-2)(x-15) = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = 15$$

$$-2 \leq x \leq 15$$

$$ux^2 - 20x + 25 \geq 0 \quad | : u \quad (17)$$

$$x^2 - 5x + 6.25 \geq 0$$

$$x^2 - 5x + 6.25 = 0$$

$$(x-2.5)(x-2.5) = 0$$

$$x = 2.5 \dots$$

$$x \neq 2.5$$

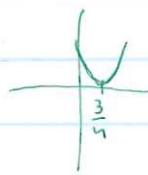
$$16x^2 - 24x + 9 \leq 0 \quad | : 16 \quad (18)$$

$$x^2 - 1.5x + \frac{9}{16} \leq 0$$

$$x^2 - 1.5x + \frac{9}{16} = 0$$

$$(x - \frac{3}{4})(x - \frac{3}{4}) = 0$$

$$x = \frac{3}{4}$$



75P

$$x^2 - 20 - 25 \leq 0 \quad || \quad 2x^2 + 9x + 9 \geq 0$$

$$4x^2 - 20 - 25 = 0 \quad || \quad 2x^2 + 9x + 9 = 0$$

$$(2x+5)(2x+5) = 0 \quad (2x+3)(x+3) = 0$$

$$\therefore x = -2.5$$

$$x_1 = -1.5 \quad x_2 = -3$$

$$\begin{array}{c} \diagup \\ -3 \end{array} \quad \begin{array}{c} \diagdown \\ -2.5 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \diagup \\ -1.5 \end{array} \quad \begin{array}{c} \diagdown \\ x < -3 \quad || \quad x > -1.5 \end{array}$$

$$x = -2.5 \quad || \quad x < -3 \quad || \quad x > -1.5$$

$$5 \quad 3 \text{ or } y$$

$$y = x^2 - 12x - 36$$

$$0 = x^2 - 12x - 36$$

$$0 = (x+6)^2$$

$$x = 6$$

$$-3 \quad 3 \text{ or } y$$

$$0 < x < 6$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array}$$

$$x^2 - 12x - 36 > 0$$

$$12 < 9 \quad || \quad -36 < 0$$

$$2(x+6)(x-6)$$

$$12 < 2x^2 - 22x + 2 < 36$$

$$2x^2 - 22x + 2 < 36 \quad || \quad 2x^2 - 22x + 2 < 36$$

$$2x^2 - 22x + 2 < 36 \quad || \quad 2x^2 - 22x + 2 < 36$$

$$(2x+2)(x-1) = 0 \quad || \quad (2x-2)(x+1) = 0$$

$$x_1 = 6 \quad x_2 = 5 \quad || \quad x_1 = 1 \quad x_2 = -2$$

$$x < 5 \quad || \quad x > 6$$

$$\begin{array}{c} \diagup \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \diagdown \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{c} \diagup \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{c} \diagdown \\ 6 \end{array} \quad \begin{array}{c} \diagup \\ 9 \end{array}$$

$$-2 < x < 5 \quad 6$$

-20M7

$$4/x + 16 \geq 0 \quad || \quad x^2 - 10x + 9 \leq 0$$

$$x - 4 \geq 0 \quad || \quad x^2 - 10x + 9 \leq 0$$

$$x \geq 4 \quad || \quad (x-9)(x-1) \leq 0$$

$$x_1 = 9 \quad x_2 = 1$$

$$\begin{array}{c} \diagup \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \diagdown \\ 9 \end{array}$$

$$1 < x < 9$$

$$-1 < x < 9$$

$$- - -$$

$$x^2 - 12x - 10 \leq 0$$

$$x^2 - 4 \geq 0$$

$$(x-3)(x-4) \geq 0 \quad x^2 - 4 \geq 0$$

$$x_1 = -3 \quad x_2 = 4 \quad (x-2)(x+2) \geq 0$$

$$\begin{array}{c} \diagup \\ -2 \end{array} \quad \begin{array}{c} \diagdown \\ 2 \end{array}$$

$$y = 0$$

$$-3 \leq x \leq 4$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -2$$

$$-2 > x \quad x > 2$$

$$-3 \leq x < -2 \quad || \quad 2 < x \leq 4$$

$$\begin{array}{c} \diagup \\ -3 \end{array} \quad \begin{array}{c} \diagdown \\ -2 \end{array} \quad \begin{array}{c} \diagup \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{c} \diagdown \\ 4 \end{array}$$

$$x^2 - 3x - 2 \leq 0 \quad || \quad x^2 - 9x + 8 \geq 0$$

$$x^2 - 3x - 2 = 0 \quad x^2 - 9x + 8 = 0$$

$$(x-2)(x-1) = 0 \quad (x-1)(x-8) = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = 1 \quad x_1 = 1 \quad x_2 = 9$$

$$\begin{array}{c} \diagup \\ x < 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \diagdown \\ x > 9 \end{array}$$

$$4 < x < 3 \quad ||$$

$$x < 1 \quad || \quad x < 2 \quad || \quad x > 8 \quad \begin{array}{c} \diagup \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \diagdown \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{c} \diagup \\ 8 \end{array}$$

$$x(x-4) > -5 \quad || \quad x(x-3) - 2 \geq 4(x-2)$$

$$x^2 - 4x + 5 > 0 \quad || \quad x^2 - 3x - 2 \geq 4x - 8$$

$$x^2 - 4x + 5 = 0 \quad x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$(x-1)(x-6) = 0$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 6$$

$$\begin{array}{c} \diagup \\ x < 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \diagdown \\ x > 6 \end{array}$$

$$x = b \quad \begin{array}{c} \diagup \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \diagdown \\ 6 \end{array}$$

1) 2020

2020

$$y = \left(\frac{m}{2}\right)^2 - m \cdot \frac{m}{2} + 1$$

$$y = \frac{m^2}{4} - \frac{m^2}{2} + 1$$

$$y = \frac{m^2}{4} - \frac{2m^2}{4} + 1$$

$$y = \frac{-m^2}{4} + 1$$

$$y = x^2 - mx + 1$$

$$\alpha = 1$$

$$b = -m / 2 = -\frac{m}{2}$$

$$\frac{m}{2} < 0 \quad \text{ll} \quad \frac{-m^2 + 4}{4} > 0$$

$$m < 0 \quad \text{ll}$$

$$-m^2 < -4 \quad \text{U}$$

$$m^2 > 4 \quad \text{U}$$

$$m = -2$$

$$m = 2$$

$$(m_1) \quad y = x^2 - 2mx + 3m^2 - 4$$

$$\alpha = 1$$

$$b = -2m \quad \frac{-(-2m)}{2-1} = \frac{2m}{2} = m$$

$$y = m^2 - 2m \cdot m + 3m^2 - 4$$

$$(106) \quad \begin{array}{c} 0 \\ | \\ -2 \end{array} \quad \begin{array}{c} 0 \\ | \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} 0 \\ | \\ x < -2 \end{array}$$

$$m < -2 \quad \text{ll} \quad m > 2$$

$$x(a+1)x^2 = a(a-3+x) \quad \text{K} \quad (102)$$

$$ax^2 + x^2 = a^2 - 3a + ax$$

$$x = a^2 - 3a - 4$$

$$0 < a^2 - 3a - 4 < 6 \quad ?$$

$$0 < a^2 - 3a - 4 \quad \text{ll} \quad a^2 - 3a - 10 < 0$$

$$0 = a^2 - 3a - 4$$

$$0 = (a+1)(a-4)$$

$$a_1 = -1 \quad a_2 = 4$$

$$a < -1 \quad \text{ll} \quad a > 4$$

$$a^2 - 3a - 10 < 0$$

$$(a+2)(a-5) = 0$$

$$a_1 = -2 \quad a_2 = 5$$

$$-2 < a < 5$$

$$\begin{array}{c} 2 \\ | \\ -2 \end{array} \quad \begin{array}{c} 1 \\ | \\ 4 \end{array} \quad \begin{array}{c} 5 \\ | \\ 5 \end{array}$$

$$-1 < a < -1 \quad \text{ll} \quad 4 < a < 5$$

-7(2m)) -

2'07

$$y = (3x^2 - 6m - 4)x^{-5} \quad (104)$$

$$0 = 3m^2 + 4m - 4$$

$m > 0$ ~~F~~

$$0 = 3m^2 + 4m - 4$$

$m < 0$ ~~F~~

$$0 = (3m - 2)(m + 2)$$

$m = 0$ ~~F~~

$$m_1 = \frac{2}{3} \quad m_2 = -2$$

$m = -2$ ~~F~~

$$-2 > m \quad || \quad m > \frac{2}{3} \quad .F$$

$$-2 < m < \frac{2}{3} \quad .P$$

$$-2, \frac{2}{3} \quad .P$$

$$y = (2m^2 - 9m - 5)x^2 \quad (105)$$

$$0 = 2m^2 - 9m - 5 \quad a > 0 \quad \cup$$

$$0 = (2m + 1)(m - 5) \quad a < 0 \quad \cap$$

$$m_1 = -0.5 \quad m_2 = 5 \quad a = 0 \quad \text{not rel}$$

$$m \neq -0.5, 5 \quad .F$$

$$m < -0.5 \quad || \quad m > 5 \quad .P$$

$$-0.5 < m < 5 \quad .P$$

$$26 < A < 32 \quad .F \quad (114)$$

$$0 < A < 4$$

$$\begin{array}{c} 1 \\ | \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ | \end{array} \begin{array}{c} 3 \\ | \end{array} \begin{array}{c} 4 \\ | \end{array} \begin{array}{c} 5 \\ | \end{array} \begin{array}{c} 6 \\ | \end{array} \begin{array}{c} 7 \\ | \end{array}$$

$$26 < 2(8x - 2) + (-x^2 - 8x) < 32$$

- 7017 -

307

$$(x_1 - 2x^2 + 20)$$

(112)

$$\begin{aligned} & \text{d}(x^2(-2x^2 + 20)) < 32 \\ & \quad \text{② } x(-2x^2 + 20) > 2 \\ & \quad \text{③ } -2x^2 + 20x - 42 > 0 \end{aligned}$$

$$x^2 - 10x + 21 < 0$$



$$x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$(x-7)(x-3) = 0$$

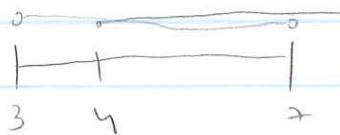
$$x_1 = 3 \quad x_2 = 7$$

$$-2x^2 + 40 < 32$$

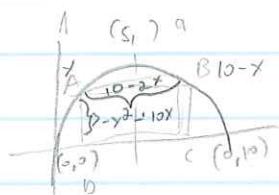
$$-2x^2 + 8 < 0$$

$$8 < 2x$$

$$4 < x$$



$$4 < x < 7$$



$$\text{④ } 3 < x < 7 : (10 - 2x)^2 - (-x^2 + 10) < 50$$

⑤

$$3 < 20 - 4x - 2x^2 - 20x$$

$$0 < -2x^2 - 16x - 14 \quad | : -2$$

$$0 > x^2 + 8x + 7$$

$$0 = (x-1)(x+7)$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = -7$$



$$2(10 - 2x - x^2 - 10) < 50$$

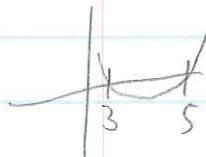
$$20 - 4x - 2x^2 - 20x < 50$$

$$-2x^2 - 16x - 30 < 0$$

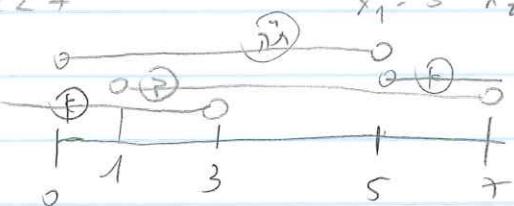
$$x^2 + 8x + 15 > 0$$

$$x^2 + 8x + 15 = 0$$

$$(x+5)(x+3) = 0$$



$$-7 < x < 1$$



$$3 > x$$

$$5 < x$$

$$1 < x < 3$$

1813) $x^2 - 8x + 15 = 0$ (to solve)

20

Method 1: Factorization
1813) $x^2 - 8x + 15 = 0$ $\rightarrow (x-3)(x-5) = 0$

∴ $x_1 = 3, x_2 = 5$

$$x^2 - 8x + 15 = 0 \rightarrow x_1 = 3, x_2 = 5$$

Method 2: Quadratic formula
 $x^2 - 8x + 15 = 0$, $(x-3)(x-5) = 0$

$$x_1 = 3, x_2 = 5$$

$$x^2 - bx + c = 0 \rightarrow x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$$

$$x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 4$$

$$(x - \frac{1}{2})(x - 4) = 0$$

$$x^2 - bx + c = 0$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$\frac{1}{2} + (-4) \quad \frac{1}{2} \cdot (-4)$$

$$x^2 - 3.5x - 2 = 0$$

Upon

$$x^2 - bx + c = 0; \alpha = 1, \beta = -4$$

$$-(\alpha \cdot \beta) = b$$

$$(\text{Method 2}) \quad \alpha \cdot \beta = c$$

∴ $x^2 - bx + c = 0$; $\alpha = 1, \beta = -4$

$$-\beta \alpha, \alpha \cdot \beta = c$$

$$x^2 - \frac{b}{\alpha}x + \frac{c}{\alpha} = 0$$

$$\frac{b}{\alpha} = -(\beta \cdot \alpha)$$

$$\frac{c}{\alpha} = \alpha \cdot \beta$$

-1821 -

$$x_1 = 1 - \sqrt{2}$$

∴ Method 1813) Answer 1821

$$x_2 = 1 + \sqrt{2}$$

$$x^2 - \frac{b}{\alpha}x + \frac{c}{\alpha} = 0$$

- 1800 -

$$x_1 = 3 \quad \text{for } x_1 \text{ value in part 1}$$

$$x_2 = m^{\frac{1}{3}}$$

$$y^2 + \frac{b}{a}y + \frac{c}{a} = 0$$

$$-(3^{-\frac{1}{3}}) \quad 3(\mu-1)$$

$$\alpha \neq 0 \quad x^2 - (m^{\frac{1}{3}})x - 3m^{\frac{1}{3}} = 0$$

$$\alpha x^2 + bx + c = 0 \quad \text{for } x \text{ value in part 2}$$

$$\beta - 1 \neq p \text{ for real}$$

$$\frac{\alpha^{\frac{1}{3}}b}{\alpha^{\frac{1}{3}}c}(2) \quad \frac{c}{b}(1) \quad \text{for } x_1 \text{ value in part 2}$$

$$\frac{(c+a)^2}{ac}(4) \quad \frac{b^2}{ac}(3)$$

()

NY/2) MELLOM NY/2)

ist

: NYF PFO: $ax^2 + bx + c = 0$: affernt

$$x_1^2, x_2^2, \text{ m b, merr vere ye} \quad (1)$$

$$x_1 = x_2 = ? \quad | \quad x = ? \quad \text{merr vere pfo} \quad (2)$$

$$\text{merr vere pfo} \quad (3)$$

as) (gloss ofen seien) rei ip afdn fü d. affernt mR K

$$: \text{stc } a = 0 \quad \text{reko M/P}$$

$$\text{merr vere pfo } b \neq 0 \quad (1)$$

$$\text{merr vere pfo } b = 0 \quad (2)$$

as), (gloss ofen seien) affernt afdn fü affernt mR I

$$: \text{stc } a \neq 0 \quad \text{reko M/P}$$

$$\Delta > 0 \quad \text{merr vere pfo, } r_1 = +\infty \quad (1)$$

$$\Delta = 0 \quad \text{merr vere pfo, } r_0 = +\infty \quad (2)$$

$$\Delta < 0 \quad \text{merr vere pfo, } r = \frac{+u}{+t} \quad (3)$$

MELLOM

MELLOM 2 (k): affernt a m b, merr vere pfo $mx^2 - 2x + 2m - 1 = 0$ affernt afdn (1)

(a < 0) merr vere pfo (i) afdn vere (ii) merr vere

$x \leq y \leq 1$ afdn $y = mx^2 - 2x + 2m - 1$ afdn a m vere iaf afdn (2)

(a < 0) merr vere

Grafik Method

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ hat zwei reelle Lösungen}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 > 0 \quad x_2 < 0 \quad \text{oder} \quad x_1 < 0 \quad x_2 > 0$$

Mögliche Fälle für Positionen der Nullstellen im Koeffizienten-Diagramm:

Reelle positive $\Delta > 0$ $\frac{c}{a} > 0$ $-\frac{b}{a} < 0$	Reelle negative $\Delta > 0$ $\frac{c}{a} > 0$ $-\frac{b}{a} > 0$	Negative $\frac{c}{a} < 0$ $\Delta > 0$ $-\frac{b}{a} > 0$	Negative $\frac{c}{a} < 0$ $\Delta < 0$
---	---	---	---

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Affinität

$$x_1 \cdot x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$4x^2 + (5m+3)x + m^2 + 3 = 0 \text{ Koeffizienten } \text{④}$$

Die Koeffizienten müssen von m abhängen, um die Nullstellen zu bestimmen.

$$f = mx^2 + (2m+3)x + m + 4 \text{ Koeffizienten } \text{⑤}$$

Die Koeffizienten müssen von m abhängen, um die Nullstellen zu bestimmen.

$$f = (m+1)x^2 + 2(m+1)x + 2m + 5 \text{ Koeffizienten } \text{⑥}$$

Die Koeffizienten müssen von m abhängen, um die Nullstellen zu bestimmen.

202

18/10/2022

- 1/10/2022

$$y = mx^2 - mx - 1 \quad (2)$$

$m > 0$ $m < 0$
 ↗ ↘ ↗ ↘
 $a = m$ $a = m$
 $b = -m$ $b = -m$
 $c = -1$ $c = -1$
 ↗ ↗ ↗ ↗
 $m > 0$ $m < 0$
 $\Delta > 0$ $\Delta > 0$
 $m > 0$ $m < 0$
 $m > 0$ $m < 0$

$$mx^2 - 2x - 2m - 1 = 0 \quad (2)$$

$a = m$ $a = m$
 $b = -2$ $b = -2$
 $c = -2m - 1$ $c = -2m - 1$
 $b^2 - 4ac > 0$
 $(-2)^2 - 4 \cdot m \cdot (-2m - 1) > 0$
 $4 + 8m^2 + 4m > 0$
 $2m^2 + m + 1 < 0$
 $2m^2 + m + 1 = 0$
 $m_1 = 1 \quad m_2 = -\frac{1}{2}$

$$(-m)^2 - 4 \cdot m \cdot (-1) > 0$$

$m^2 + 4m > 0$
 $m(m+4) > 0$
 $m_1 = 0, m_2 = -4$
 $0 \leq m < 4 \rightarrow \text{IP}$
 $x \rightarrow \text{IP} \rightarrow \text{NP} \rightarrow \text{NP}$

$$\Delta < 0 : -\frac{1}{2} < m < 1 \rightarrow \text{IP}$$

$m_1 = 1 \quad m_2 = -\frac{1}{2}$
 $m = -\frac{1}{2}, 1 \rightarrow \text{IP}$
 $\Delta = 0 \rightarrow \text{NP}$
 $\Delta < 0 \rightarrow \text{NP}$

$$\Delta < 0 : -\frac{1}{2} > m > 1 \rightarrow \text{IP}$$

$\Delta < 0 \rightarrow \text{NP}$

- 761 -
1/k NO 1 -

267

$$a = 4$$

$$4x^2 + (sm-3)x + m^2-3 = 0$$

(1)

$$b = sm+3$$

$$c = m^2-3$$

$$\begin{aligned} & (sm+3)^2 - 4 \cdot 4 \cdot m^2 + 3 \geq 0 \\ & 16m^2 + 30m + 9 - 16m^2 - 12 \geq 0 \\ & 18m + 9 \geq 0 \\ & 3m^2 + 10m - 13 \geq 0 \quad m = 1, -\frac{13}{3} \quad || \quad 18m \quad | \quad m < \frac{13}{3} \end{aligned}$$

$$m = 1$$

$$m = -\frac{13}{3}$$

$$\frac{c}{a} > 0 \quad \frac{m^2-3}{4} > 0$$

(2)

-70117-

$$a = m$$

$$y = mx^2 - (2m^3)x + m^4$$

②

$$b = -(2m^3)$$

$$c = m^4$$

, JC

$$a = (m-1)$$

$$b = -2(m+5)$$

$$c = 2m+5$$

-1 0 1 2

$$y = (m-1)x^3 - 2(m+5)x^2 + 2m+5$$

(3)

381

$$\frac{c}{a} < 0$$

$$\frac{c+m+5}{m-1} < 0$$

$$m \neq 1$$

$$(2m+5)(m-1) < 0$$

$$m = -2.5 \quad m = 1$$

$$\begin{array}{|c|} \hline -2.5 < m < 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{-b}{2a} = 0 \quad \cancel{\frac{-2(m+5)}{2(m-1)}} = 0$$

$$m = 1 \Rightarrow$$

$$m = -1$$

Frage der Woche

Welche Werte kann m für das System

$$\boxed{x+1} \leq 0 \quad \text{und} \quad mx^2 + 5x = x^2 \quad \text{haben?}$$

$\frac{x^2}{x-1} \geq -2$ ist falsch.

$$(m+1, m+5) \quad \text{ist ein Punkt im ersten Quadranten}$$

$$mx^2 + 5x = x^2 \quad \text{ist äquivalent zu } m = \frac{x^2 - 5x}{x}$$

$$m > 0 \quad \text{für } x < 0 \quad \text{und } m < 0 \quad \text{für } x > 0$$

$$m < \frac{5}{4} \quad \text{für } m \geq 1 \quad \text{ausgenommen } m = 1$$

$$\frac{x+3}{x-1} + 2 \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x+3+2(x-1)}{x-1} \geq 0$$

$$3x+1 \geq 0 \quad \Rightarrow \quad (3x+1)(x-1) \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{x \geq \frac{1}{3}}$$

$$m > 0 \quad \text{für } x < -\frac{1}{3} \quad \text{und } m < 0 \quad \text{für } x > \frac{1}{3}$$

$$\boxed{x > 1 \quad \text{und} \quad x \leq -\frac{1}{3}}$$

$$(m+1)x^2 + (m+5)x = 0 \quad \text{ist äquivalent zu } (m+1)x + m+5 = 0$$

Für welche Werte muss m sein, damit es in der Gleichung
 $m+1 \cdot x^2 + (m+5)x = 0$ eine Nullstelle gibt?

$$\left(\begin{array}{l} m \leq -2 \\ m > 0 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{l} m \leq -2 \\ m > 0 \end{array} \right) \quad \text{ist falsch, weil dann ist } m > 0 \quad \text{aber } m < 0$$

I 26th Oct 1910

Worshipper & I 26th

203 2) G. 1. 26th 26th

(3' 26th)

O

Q

($\liminf_{x \rightarrow -\infty}$ מינימום, $\limsup_{x \rightarrow +\infty}$ מקסימום, $\liminf_{x \rightarrow +\infty}$ מקסימום נרחב פונקציית)

$$[x < -2 \text{ ו } x \geq 3] \text{ נורמה}$$

$$[(11x^2 + 14x + 1) \geq 0]$$

$$[-2 < x < 3] \text{ נורמה}$$

$$[x \leq -3 \text{ ו } x = -2 \text{ ו } x \geq 3] \text{ נורמה}$$

($\liminf_{x \rightarrow -\infty}$ מינימום נורמה - מינימום)

$$5(x-1)^2 \geq 2(9-x) \quad \text{ו } 3(x-1)^2 + 4x < 2x-13$$

$$\frac{1}{2}x^2 + 2 < x - \frac{1}{2}x \quad \text{ו } 2x+3-x < x-1$$

$$2x^2 + 3x - 1 < 3x^2 + 2 < 2x^2 + x + 8$$

$$4x^2 + 2x + 5 \leq 0 \quad \text{ו } 2x^2 + 9x + 9 > 0$$

(1)

(2)

(3)

(4)

($\liminf_{x \rightarrow -\infty}$ מינימום, $\limsup_{x \rightarrow +\infty}$ מקסימום נורמה - מקסימום נורמה)

$$\cdot \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -6x^4 < 0 \quad \text{ו } x = -6x^4 \text{ נורמה}$$

$$\begin{cases} x < 0 \\ x = 0 \\ x > 0 \end{cases} \quad \text{ו } f'(x) = 12x^3 \quad \text{ו } f''(x) = 36x^2$$

$$\begin{cases} x < 0 \\ x = 0 \\ x > 0 \end{cases} \quad \text{ו } f'(x) = 12x^3 < 0 \quad \text{ו } f''(x) = 36x^2 > 0$$

$$f(x) \leq 0 \quad \text{ו } x = 0 \quad \text{ו } f'(x) = 0 \quad \text{ו } f''(x) > 0 \Rightarrow 0 < x < -$$

$$x \in (-\infty, 0) \quad \text{ו } f(x) < 0 \quad \text{ו } f'(x) = 12x^3 < 0 \quad \text{ו } f''(x) = 36x^2 > 0 \quad \text{ו } f'''(x) = 108x < 0 \quad \text{ו } f''''(x) = 108 < 0 \quad \text{ו } f''''(x) < 0$$

$$\boxed{\text{השאלה: } f(x) \leq 0 \text{ ו } f'(x) = 0 \text{ ו } f''(x) > 0 \Rightarrow (9x^2 + 6x - 1) \geq 0}$$

$$x \in (-\infty, 0) \quad \text{ו } f(x) = (m+6)x^2 - (3m+2)x + 1 \leq 0 \quad \text{ו } f'(x) = 2(m+6)x - (3m+2) \leq 0 \quad \text{ו } f''(x) = 2(m+6) \leq 0$$

$$\Delta = 0 \quad \text{ו } 2(m+6) \leq 0 \quad \text{ו } m+6 \leq 0 \quad \text{ו } m \leq -6$$

$$\boxed{\Delta = 0 \quad \text{ו } 2(m+6) \leq 0 \quad \text{ו } m \leq -6 \quad \text{ו } m \in (-\infty, -6]}$$

$$\boxed{x^2 - 2(m+2)x + 3m+6 \leq 0 \quad \text{ו } x_1 = m+2 - \sqrt{(m+2)^2 - 3m-6} \quad \text{ו } x_2 = m+2 + \sqrt{(m+2)^2 - 3m-6}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} & \frac{3m+6}{2} < 0 \quad \text{ו } m < -2 - \frac{3m+6}{2} \\ & \frac{3m+6}{2} \geq 0 \quad \text{ו } m \geq -2 - \frac{3m+6}{2} \end{aligned}}$$

מגניטים - כוח.

$$(m-2)x^2 - 2mx + 2m - 3 = 0$$

פתרונות נועדו ④

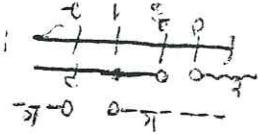
ככל מילון נועל ז מילון כ מושך מימין
בנ' פית מילון מושך ומכה מושך מימין ז
בנ' מילון מילון מושך מושך מימין ז

. מילון מילון מילון מושך מושך מושך מימין ז (2)
. מילון מילון מילון מושך מושך מושך מימין ז

!הנץ עלה!

א) מילון מילון מילון מילון.

$$\begin{array}{l} \text{III} \quad \text{מילון } 0 < \frac{w}{q} - \frac{1}{(m-2)} \quad \dots \quad \text{מילון } 0 > \frac{w}{q}, \text{ מילון } \text{מילון } \\ \text{II} \quad \text{מילון } 0 < \frac{w}{q} \quad \dots \quad \text{מילון } 0 < \frac{1}{(m-2)} \\ \text{I} \quad \text{מילון } 0 < \frac{1}{(m-2)} \quad \dots \quad \text{מילון } 0 < \frac{w}{q} \end{array}$$



$$\begin{array}{l} \text{III} \quad \text{מילון } 0 < \frac{w}{q} - \frac{1}{(m-2)} \quad \dots \quad \text{מילון } 0 < w \\ \text{II} \quad \text{מילון } 0 < \frac{w}{q} \quad \dots \quad \text{מילון } \frac{w}{q} < w \\ \text{I} \quad \text{מילון } 0 < \frac{1}{(m-2)} \quad \dots \quad \text{מילון } \frac{1}{(m-2)} < w \end{array}$$

ט) מילון מילון מילון מילון מילון מילון מילון: $w > m > c$

$$\bar{z} \text{ מילון מילון } = z > \frac{w}{q}, \text{ מילון } z > \frac{w-m}{w-q} \quad \dots \quad \text{מילון } z > w$$

ט) מילון מילון מילון מילון מילון מילון מילון מילון: $w > m > c$

$$\bar{z} \text{ מילון מילון } = w < \frac{w}{q}, \text{ מילון } w < \frac{w-m}{w-q} \quad \dots \quad \text{מילון } w < w$$

$$\text{ט) מילון מילון מילון מילון מילון מילון מילון מילון: } \boxed{w > m > c}$$

(4)

502

$$\int_{\Delta} f(x) dx = \int_{\Delta} g(x) dx - \int_{\Delta} h(x) dx \leq 0$$

(1) $a \neq 0$, $\delta = \frac{1}{m-1}$

$\Delta = 0$ \Leftrightarrow $\int_{\Delta} f(x) dx = 0$ \Leftrightarrow $f(x) = 0$ $\forall x \in \Delta$

$\Delta > 0$ \Leftrightarrow $\int_{\Delta} f(x) dx > 0$ \Leftrightarrow $f(x) > 0$ $\forall x \in \Delta$

$$\int_{\Delta} g(x) dx \geq \int_{\Delta} h(x) dx \Leftrightarrow \Delta \geq 0$$

(2) $\Delta > 0$

$$\int_{\Delta} g(x) dx \geq \int_{\Delta} h(x) dx \Leftrightarrow \int_{\Delta} (g(x) - h(x)) dx \geq 0$$

(3) $\Delta < 0$

$$\int_{\Delta} g(x) dx \leq \int_{\Delta} h(x) dx \Leftrightarrow \int_{\Delta} (h(x) - g(x)) dx \geq 0$$

$$\int_{\Delta} (h(x) - g(x)) dx \geq 0 \Leftrightarrow \int_{\Delta} (m-1)(m-4) dx \geq 0$$

(4) $m-1 > 0$

$$\int_{\Delta} (m-1)(m-4) dx \geq 0 \Leftrightarrow m-1 \geq 0$$

$m-1 > 0$ $\Leftrightarrow m > 1$ $\Leftrightarrow m \in \mathbb{N}$

$$\int_{\Delta} (m-1)(m-4) dx \geq 0 \Leftrightarrow (m-1)(m-4) \geq 0$$

$$(m-1)(m-4) \geq 0 \Leftrightarrow m-1 \geq 0 \quad \text{oder} \quad m-4 \geq 0$$

$$m-4 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 4$$

$$m \geq 4 \Leftrightarrow m \geq 3 + 1 \Leftrightarrow m \geq 3$$

$$m \geq 3 \Leftrightarrow m \geq 2 + 1 \Leftrightarrow m \geq 2$$

Ergebnis: $x \in \mathbb{R}$ ist ein Fixpunkt von f \Leftrightarrow $x = 0$ oder $x = 1$

(1) $x = 0$ ist ein Fixpunkt von f $\Leftrightarrow f(0) = 0$

$f(0) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(x-1) = 0$

$x = 0$ oder $x = 1$

(2) $x = 1$ ist ein Fixpunkt von f $\Leftrightarrow f(1) = 1$

$f(1) = 1 \Leftrightarrow x^2 - x = 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

(3) $x = 0$ oder $x = 1$ ist ein Fixpunkt von f $\Leftrightarrow f(x) = x$

$f(x) = x \Leftrightarrow x^2 - x = x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0$

$x = 0$ oder $x = 2$

$f(x) = x \Leftrightarrow x^2 - x = x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0$

$x = 0$ oder $x = 2$

$f(x) = x \Leftrightarrow x^2 - x = x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0$

$x = 0$ oder $x = 2$

$f(x) = x \Leftrightarrow x^2 - x = x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0$

$x = 0$ oder $x = 2$

$f(x) = x \Leftrightarrow x^2 - x = x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0$

$x = 0$ oder $x = 2$

$f(x) = x \Leftrightarrow x^2 - x = x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0$

$x = 0$ oder $x = 2$

Ergebnis: $x \in \mathbb{R}$ ist ein Fixpunkt von f \Leftrightarrow $x = 0$ oder $x = 1$

(5)

$$\begin{cases} x^2 - x = 0 \\ x^2 - 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x-1) = 0 \\ x(x-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ oder } x = 1 \\ x = 0 \text{ oder } x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0, 1, 2$$

(2)

107

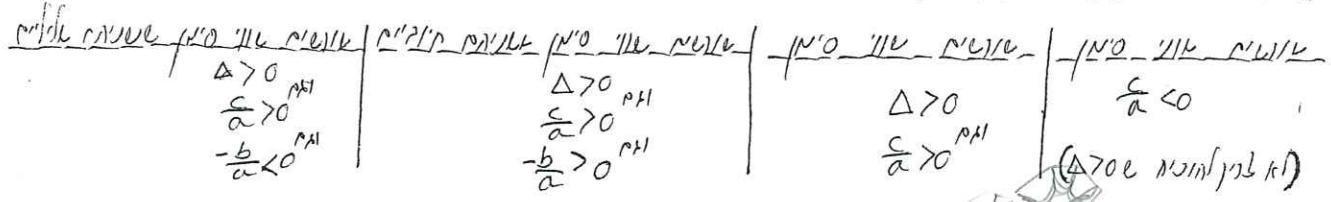
DGII MENORAH 18/12/11 MENORAH 18/12/11

תנורא

... מינימום $\Delta > 0$ $\Delta = 0$ $\Delta < 0$... מינימום 2 $\Delta < 0$: מינימום $f(x) = ax^2 + bx + c$ מינימום פונקציית $f(x)$. אם $a > 0$ מינימום שטוח, אולם אם $a < 0$, אז מינימום $f(x)$ ב- $x_1 \leq x \leq x_2$.

$$\frac{x_1+x_2}{2} \text{ פל} \quad \frac{x_1+x_2}{2} = -\frac{b}{a} : \text{כגון} \quad f(x) = x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} : \text{כגון}$$

לעתים מינימום פונקציית $f(x)$ ב- $x_1 \leq x \leq x_2$ לא מינימום ב- x_1 ו- x_2 .



$b \neq 0 \rightarrow a=0$ ל. מינימום, מינימום או מינימום פונקציית $f(x)$ עבור $x \in \mathbb{R}$ $\Delta = 0 \rightarrow$ שטוח, x מינימום או מינימום פונקציית $f(x)$.

$b=0, a=0$ ל. מינימום, מינימום או מינימום פונקציית $f(x)$ עבור $x \in \mathbb{R}$ $\Delta < 0$ נרחב מינימום פונקציית $f(x)$.

מינימום פונקציית $f(x) = mx^2 + sx + t$

$$m \neq 0 \rightarrow \Delta > 0 \rightarrow m(x+1)^2 + s(x+1) + t = m(x^2 + 2x + 1) + s(x+1) + t = mx^2 + (2m+s)x + (m+s+t) = mx^2 + bx + c$$

$$[(m-1)x^2 + (m+5)x = 0 \leftarrow mx^2 - x^2 + mx + 5x = 0 \leftarrow m^2 + mx + 5x = x^2 : \text{פל}] \cdot ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow \Delta > 0$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \frac{(m+5)^2}{m-1} = 0, m = -5 : \text{פל} \leftarrow (m+5)^2 - 4(m-1) \cdot 0 > 0 \leftarrow \\ \frac{m+5}{m-1} > 0 \end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} m \neq -5-1 \quad (\text{בנוסף} \quad m \neq 1 \quad \text{ולפ' 2 בפ' 2}) \\ \text{מינימום} \quad \text{מינימום 2 בפ' 2} \end{array}}$$

I: מינימום פונקציית $f(x) = mx^2 + 6 = 2(x^2 + m)$ מינימום שטוח, $m > 0$ $\Delta > 0$

$$[(m-2)x^2 + 2m + 6 = 0 \leftarrow mx^2 - 2x^2 + 6 + 2m = 0 \leftarrow mx^2 + 6 = 2x^2 - 2m : \text{פל}] \cdot ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow \Delta > 0$$

II: מינימום שטוח, $b = 0 = -2m$

$$[-4(2m^2 - 4m + 6m - 12) \geq 0 \leftarrow (m-2)(2m+6) \geq 0 \leftarrow a = m-2, b = 0, c = 2m+6] \Delta \geq 0 \text{ ענ' מינימום פונקציית } II$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \frac{1}{2m+6} \\ \frac{1}{m-2} \end{array}} \leftarrow m_1 = -3 \quad (m+3)(m-2) = 0 : \text{פל} \leftarrow m^2 + m - 6 \leq 0 \leftarrow$$

$$\boxed{\begin{array}{l} m = -3/2 : \text{פל} \\ -3 \leq m \leq 2 \end{array}}$$

(מינימום שטוח, מינימום פונקציית $f(x) = x^2 + mx + n$ $\rightarrow -3 < m < 2$ נס' 1, x^2 מינימום פונקציית $f(x)$ פונקציית $f(x)$)

3

107

(1) $y = (m^2 - 1)x^2 + (m-1)x + 2$ ב. פ' 3 $\frac{1}{2}$

$m = -1 \wedge b = 0 \wedge m = 1 \wedge a > 0 \wedge \Delta \geq 0$ I: מינימום
 $m > 1 \wedge m < -1$ II: $(m+1)(m-1) > 0 \Leftrightarrow a = m^2 - 1$. $a > 0$ III: $\Delta < 0$ IV: $m^2 - 2m + 1 - 8m^2 + 8 < 0$

$m_1 = \frac{14}{14} = 1$ $m_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{256}}{14}$ $m_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 7 \cdot -9}}{2 \cdot 7}$

$m_2 = \frac{-18}{14} = -\frac{9}{7}$

$m < -\frac{9}{7}$ $m > 1$

× ידית ב. פ' 3: $m < -\frac{9}{7} \wedge m \geq 1 \wedge \Delta < 0$

(2) $y = (m^2 - 1)x^2 + (m-1)x + 2$ ב. פ' 3 $\frac{1}{2}$

$m = -1 \wedge b \neq 0 \wedge a = 0$

(א) $m \neq \pm 1$ $m = -\frac{9}{7} \wedge m = 1$: $\Delta = 0 \wedge \Delta < 0$ II: $m = -\frac{9}{7} \wedge m = -1$ י. פ' 3

$\frac{b}{a} = -3 \Rightarrow \frac{m-2}{m-1} = -3$ מינימום $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ב. פ' 3 $\frac{1}{2}$

$m = \frac{5}{4} \wedge 4m = 5 \wedge m+3m-2-3=0 \wedge \frac{m-2+3(m-1)}{m-1}=0 \wedge \frac{m-2+3}{m-1}=0$

$m > 2 \wedge m < 1$

$\frac{b}{a} = -3 \Rightarrow \frac{m-2}{m-1} = -3$ מינימום $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ב. פ' 3 $\frac{1}{2}$

$m = \frac{5}{4} \wedge 4m = 5 \wedge m+3m-2-3=0 \wedge \frac{m-2+3(m-1)}{m-1}=0 \wedge \frac{m-2+3}{m-1}=0$

$m > 2 \wedge m < 1$

$-3 \rightarrow \frac{m-2}{m-1} \rightarrow$

principles

"NP" /NP

94

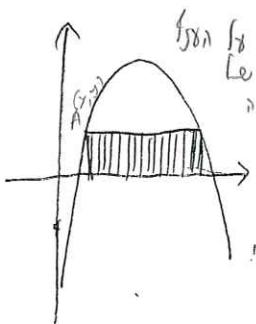
$$(1) \quad \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} < 3 \quad (x-1) \neq 0 \quad 1-x < 3(x-1) + 3 \quad (1)$$

$$2x^2 + 5x - 3 < 0 \quad | \cdot x \quad 3x^2 + 11x - 4 < 0 \quad (2)$$

$$-x^2 - 5x < 6 < x^2 + 5x \quad (2)$$

• ۱۰۰) پردازشی این داده‌ها را می‌توان با استفاده از آنالیز فرایندی و میانگین‌گیری از داده‌ها برآورد کرد.

? m $\{c\}_N$ $N/2N$ $1S/1P$, $m+1$, $2m+3$, $10 \rightarrow$ when $\{c\}_N$ $\{1S/1P\}$ $\{2m+3\}$



$$x^2 + y^2 = 10x - 16 \quad (1) \quad (2)$$

¶ No 9.65 N 167° 1 No 10.5° N 133°

$$2 \lambda^{(1)N} \int_0^1 m \sin \phi d\lambda - \lambda^{(2)N} (M-2)X^2 + MX^2 G - M = 0$$

$$x^2 - (M^2 - 4M + 5)x - (M + 2) = 0 \quad \text{with } x = M \text{ or } x = -M - 2 \quad (1)$$

.0 NNDOC NUL ^{N16} Y10 RANENN NULIC JE

$$y = x^2 - 2mx + 3m + 4 \quad \text{if } f_1(x) > 0 \quad \text{if } f_1(x) \leq 0 \quad (2)$$

לְמִזְבֵּחַ תְּמִימָה וְמִשְׁעָדָה
לְמִזְבֵּחַ תְּמִימָה וְמִשְׁעָדָה
לְמִזְבֵּחַ תְּמִימָה וְמִשְׁעָדָה

176-22

(1)

1) $y^2 - 4 - x < 3(x-1)$
2) $4x - 4 - x < 3x - 3$

נירגניר גראן

98%

טפוח

$$y^2 - 4 - x < 3(x-1) \quad \text{לכ} \quad 1 - 2x \leq 3(x-1) + 3 \quad (1)$$

$$4x - 4 - x < 3x - 3 \quad \text{לכ} \quad 1 - 2x \leq 2x - 2 - 3 \quad (2)$$

$$0x \leq 1$$

$$0x \leq 0$$

X B

$$-y^2 - 5x < 6 < x^2 - 5x$$

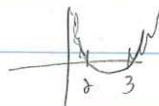
$$-y^2 + 5x < 6$$

$$0 < x^2 - 5x - 6$$

$$0 = y^2 - 5x^2 - 6$$

$$0 < x^2 - 5x - 6$$

$$0 = x^2 - 5x - 6$$

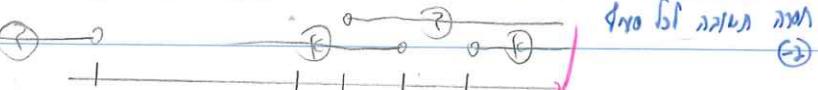


$$0 = (x-2)(x-3)$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = 3$$

$$0 = (x-1)(x+6)$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = -6$$



טב

-1 1/2 - 1

$$x < -6 \quad |(x > 3) \quad ||(1 < x < 2)$$

P

$$\boxed{\Delta > 0 \text{ כוונת מינוס 1, 1, 5}}$$

M > 2

$$M^2 - 2M - 3 > 0 \quad (1)$$

ריבוע פוליאון

$$\left\{ \begin{array}{l} 10 < ((2M+3)(M-1)) \\ 2M+3 < (M-1)+10 \\ M+1 < (2M+3)-10 \end{array} \right.$$

$$(M-2)x^2 + Mx + 6 - M = 0 \quad (2)$$

$$\Delta > 0 \text{ כוונת מינוס 1, 1, 2} \quad a = M-2$$

$$\frac{b}{a} \text{ כוונת מינוס 1, 1, 2} \quad b = M$$

-1/2

$$m \neq 2 \quad -\infty \quad (3)$$

$$\left[\begin{array}{l} c = (a-m) \\ -\frac{m}{m-2} < 0 \end{array} \right] \quad \left[\begin{array}{l} m^2 - 4 \cdot (M-2)(G-M) > 0 \\ \frac{6-m}{m-2} > 0 \end{array} \right] \quad \left[\begin{array}{l} M^2 - 4(M-2)(G-M) > 0 \end{array} \right]$$

$$a = 1$$

$$x^2 - (M^2 - 4M + 3)x - (6M^2 - 2) = 0$$

$$b = -(M^2 - 4M + 3)$$

$$c = -6M^2 + 2$$

$$2 \quad 1 \quad 1 \quad 3 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0$$

-1/2 1/2 0 1/2

<

2

ר'ז'ל מ'ג
217

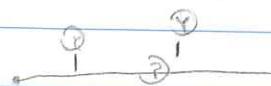
ר'ז'ל - א'ג'ל נ'ג'ל

308

$$\Delta > 0 \quad r^2 < 0 \quad \alpha \neq 0$$

\checkmark $\frac{c}{a} < 0$ $-\frac{b}{a} = 0$ $-m^2 < 0$ $m^2 > 0$ $m > 0$ $m < 0$

ר'ז'ל ר'ז'ל מ'ג, $\Delta > 0$, $r^2 < 0$, $\alpha \neq 0$ ⑩



$$\frac{-cm^{1/2}}{1} < 0$$

$$0 \frac{1}{3} 1 \frac{2}{3}$$

$$-cm^{1/2} < 0$$

$$\therefore -cm < -2$$

$$\checkmark \boxed{m > \frac{1}{3}}$$

$$\frac{m^2 - 4m + 3}{1} = 0$$

מ'ג ⑪

$$m^2 - 4m + 3 = 0$$

$$(m-1)(m-3) = 0$$

$$m_1 = 1 \quad m_2 = 3$$

$$\checkmark \boxed{m=3 \quad || \quad m=1}$$

