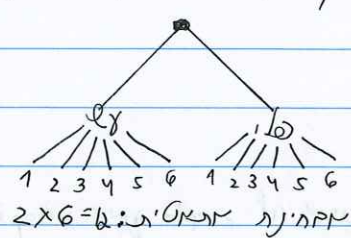


קומבינטוריקה

הצקרון הקסיסי של הקומבינטוריקה היא צקרון הנכל
בזמנה - צוניכז ניסוי של השל מטרע ולוחניה השל קוקיה
אניסוי זה שני שלמים:

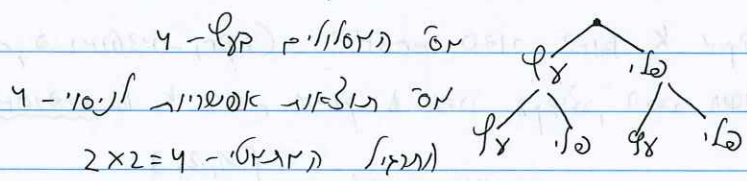
שלם ראשון - השל מטרע, זה השלם האפשרי: 2 אפשרויות: של, של
שלם שני - השל קוקיה, זה השלם האפשרי: 6 אפשרויות: 1, 2, 3, 4, 5, 6
כמה השלם אניסוי כולל?

נימ ארזי אר השלם האפשרי של הניסוי קבוצת של



כמה מסלולים אצל 12, וזה זה השלם האפשרי של הניסוי:

זה השלם האפשרי = מכלל זה השלם האפשרי קשק $X I$ מכללם אפשרי השלם II
זהו מכלל ונסנס - מכלל מטרע שצמי, כמה השלם האפשרי אניסוי?



נימ ארזי אר צקרון הנכל צקרו ניסוי קל א שלמים.
צקרון הנכל: אר קניסי קיזי א שלמים כן ש: וזה זה השלם האפשרי
קשק ה-1, זה השלם האפשרי קניסי כולל.

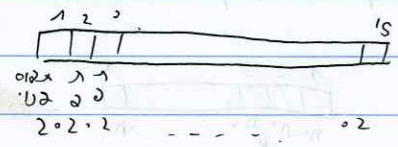
$$\prod_{i=1}^k n_i = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \dots \cdot n_k$$

הסרי = זה השלם האפשרי של הניסוי הוא מכלל זה השלם האפשרי קל
שלם קשק הניסוי.

בזמנה

א מסלולי קוקיה, מטרע, וסקיקון, כמה השלם אניסוי - $48 = 4 \times 2 \times 6$ קוקיה
ב מסלולי קוקיה, שלם שצמי, כמה השלם אניסוי - $216 = 6 \times 6 \times 6$
ג יש 15 נסאור, כל נסא יכל ארזי ופוס/שני, זה זה השלם האפשרי של תפיס - ונסאור

$$2^{15} = 32768$$



המשק-

המשק -

1. 2. 3. ... n

0! = 1

9! / 6! = 7 * 8 * 9

5! = 1 * 2 * 3 * 4 * 5

5! = 5 * 4 * 3 * 2 * 1

5! = 5 * 4!

n! = n * (n-1)!

10. דגימה

קיימים שני סוגי דגימה אסלניים: דגימה עם החזרה: כל איבר יכול להופיע יותר מפעם אחת, ודגימה בלי החזרה: כל איבר יכול להופיע פעם אחת בלבד.

סוגי מדגמים

מדגם סדר (סדרות, פרמוטציות, nPr) = מספר דרכים קבוצה A מקבלת קבוצה B

אינדיקס (ניחש) מופיע כל איבר ממוצע אחר, דוגל הקבוצה הזוהי קטן קבוצה.

שני מדגמים שונים {1, 2, 3; 3, 1, 2}

הסדר: שני מדגמים קבלי אולם אקט קספר שונה גם מדגמים שונים.

דוגמאות

כמה מספרים תלת-ספרתיים ניתן ליצור מהספרות 1-9

א. קבוצה עם החזרה

ב. קבוצה קלי החזרה.

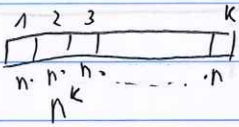
9 * 9 * 9 = 9^3 = 729

א. קבוצה עם החזרה

9 * 8 * 7 = 504

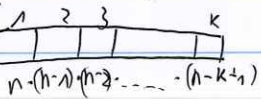
ב. קבוצה קלי החזרה

כמה מדגמים סדרתיים קבוצה A ניתן ליצור מקבוצה קבוצה B אינדיקס קבוצה עם החזרה, קבוצה קלי החזרה.



א. קבוצה עם החזרה

n! / (n-k)! = nPr k



ב. קבוצה קלי החזרה

- המושג -

• מדד זה הוא סדר (ציונים, קואורדינטות, מספר) = מדד זה הוא סדר קבוע א מוקדנה קר n
מקרים היא קבועה של א אינדיקטור ממוק n אינדיקטור הקבועה. הסדר הוא תשוק

$$\left\{ \begin{matrix} 1, 2, 3, \\ 3, 1, 2 \end{matrix} \right.$$

המקרה: שני מדד זה קצו. אלה (האנדר) קבוע שונה יתשוק אלה המדד.

כמו מדד זה הוא סדר זה קבוע א ניתן לייצר קבועה קר n אינדיקטור קבועה/אלה המדד?

יש קשר הדוק בין מדד המדד זה הסדר זה לאלה המדד זה המדד זה המדד זה המדד זה.

דוגמה - גורם הסדר - 0-9, דוגמה 3 סדר

סדר	מדד זה	מדד זה	ציונים
6, 7, 8, 2	4, 3, 1	1	1
4, 5, 6, 1, 3	4, 3, 1	1	1

מדד (הסדר זה) הוא כי אלה המדד זה, ציב מוקד ק-וא אלה המדד זה של מדד

$$0 \leq k \leq n \iff \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

גורם (הציונים):

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \quad (1)$$

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1 \quad (2)$$

$$\binom{n}{1} = n \quad (3)$$

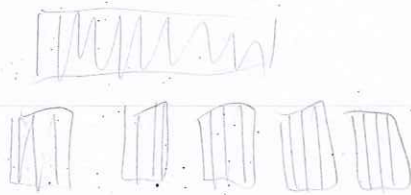
$$\binom{n}{k} = 0 \quad \text{כאשר } k > n \quad (4)$$

קומבינטוריקה

1. כמה מילים שונות בנות 5 אותיות אפשר ליצור בעזרת האותיות א, ב, ג, ד, ה? (כאשר אות אינה מופיעה פעמיים במילה) בלי לשים לב למובן המילה?
2. כנ"ל אם מדובר באותיות ז, ח, ט, י, ק?
3. כנ"ל אם מדובר באותיות כ, מ, נ, ו, י?
4. סטודנט התבקש לדרג 7 מרצים לפי טיב הוראתם, מה מספר הדרוגים האפשריים?
5. במשפחה אב, אם, 3 בנים ו-3 בנות. בכמה אופנים יכולים בני המשפחה להסב מסביב שולחן האוכל העגול? תשובה: 5040. נמקי מדוע?
6. בכמה אופנים ניתן לסדר כיתת 9 חיילים בשורה אחת כך ש-3 מתוכם ימצאו תמיד זה ליד זה?
7. בכמה אופנים ניתן לסדר 3 כדורים שחורים זהים, 4 לבנים זהים ו-7 ירוקים זהים?
8. על מדף 2 ספרים צהובים שונים, 3 אדומים שונים, 4 חומים שונים ו-3 שחורים שונים. כמה אפשרויות יש לסדר את הספרים על המדף כך שספרים בעלי אותו צבע יעמדו תמיד זה ליד זה?
9. כמה מספרים בני 4 ספרות אפשר לכתוב בעזרת הספרות 1...9?
10. כספת במשרד נפתחת ע"י הקשת קוד בן 4 ספרות שונות מבין הספרות 2 עד 6 (כולל 6), כמה קודים שונים אפשר ליצור?
11. R כדורים ממוספרים מ-1 עד R מוטלים באקראי בתוך n תאים (כל תא יכול להכיל יותר מכדור אחד). אחרי כל הטלה רושמים לאיזה תא נפל הכדור. כמה תוצאות אפשריות לנסוי?
12. כמה מספרי טלפון בני 5 ספרות אפשר ליצור מהספרות 0-9 בתנאי ששום מספר לא יתחיל ב-0?
13. בכמה אופנים שונים אפשר לחלק 52 קלפים ל-4 שחקנים 13 קלפים לכל אחד?
14. במשחק פוקר מקבל כל שחקן 5 קלפים מחבילה בת 52. הקלפים 1,2,...,10,J,Q,K מופיעים כל אחד ב-4 צורות: מלבן, מעוקן (אדומים) פרח ועלה (שחורים). כמה אפשרויות של חמישיות של קלפים יכול לקבל שחקן אחד אם כולם יהיו אדומים?

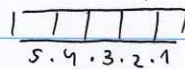
קומבינטוריקה תרגיל

1. אוכלוסיה ממוינת עפ"י מספר חתכים : מין (זכר, נקבה), מצב משפחתי (רווק, נשוי, גרוש, אלמן) והשכלה (יסודית, תכנית, גבוהה) כמה מיונים שונים קיימים?
2. מהו מספר האפשרויות לפזור 3 כדורים שונים ב-4 תאים שונים? (ניתן להכניס בכל תא יותר מכדור אחד)
3. מהו מספר האפשרויות לשגור 4 מכתבים שונים דרך 2 תיבות דואר שונות כאשר תיבה אחת יכולה לשמש לשגור כל המכתבים?
4. מהו מספר האפשרויות לסדור 5 ספרים שונים על 7 מדפים שונים כאשר מדף יחיד כלשהו יכול להכיל את כל חמשת הספרים?
5. מהו מספר האפשרויות לסדור 2 ספרי מתמטיקה שונים, 4 ספרי פיסיקה שונים, 3 ספרי כימיה שונים על מדף בתנאים הבאים :
 א. ללא הגבלות?
 ב. כך שהספרים מאותו תחום יעמדו זה ליד זה?
6. מהו מספר האפשרויות לחלוקה של 10 אנשים לשתי קבוצות בנות 3 אנשים ו-7 אנשים?
7. מתוך 10 דיירים בבנין משותף יש לבחור ועד בן 6 נציגים. כמה אפשרויות קיימות :
 א. ללא הגבלות?
 ב. כאשר 3 דיירים מסוימים חייבים לשבת בוועד?
 ג. כאשר 2 דיירים מסוימים אינם יכולים לשבת בוועד בו זמנית עקב סכסוך ביניהם?
8. מהו מספר האפשרויות לחלוקת 20 חפצים שונים בין 5 אנשים כך שכל אחד יקבל 4 חפצים שונים?

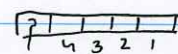


קורס הנדסה - גאומטריה - חשבון

207



$$5! = 120$$



$$4! = 24$$

$$2 \times 4! = 48$$

$$7! = 5040$$

$$\frac{8!}{2} = 7! = 5040$$

$$7! \cdot 3! = 30240$$

$$= 120720$$

$$4! \cdot 2! \cdot 3! \cdot 4! \cdot 3! = 4! \cdot 72$$

הקצת מקומות לאלפים
במקומות האחרים



ספרות
8 3 5 6

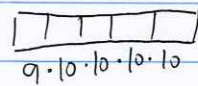
$$9^4 = 6561$$

$$r = 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$$

$$K=4 \quad h=5$$

$$\frac{5!}{(5-n)!} = \frac{5!}{1!} = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$$

$$n^R$$



$$= 9 \cdot 10^4 = 90000$$

$$\binom{52}{13} \cdot \binom{39}{13} \cdot \binom{26}{13} \cdot \binom{13}{13} = 5.364 \cdot 10^{28}$$

$$\binom{26}{5} = 65780$$

הפרש בין המספרים

1. $2 \cdot 4 = 8$



$2 \cdot 4 = 8$

(1)

2. $4^3 = 64$

P.S.E.P.2

$4^3 = 64$

(2)

3. $2^4 = 16$



$2^4 = 16$

(3)

4. $2^5 = 32$



$2^5 = 32$

(4)

5. $3^4 = 81$

$3^4 = 81$

(5)

6. $3! = 6$

$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

(6)

7. $4! = 24$

$(4) \cdot (3) \cdot (2) \cdot (1) = 24$

$\frac{(10)!}{(4)!} = 120$

(7)

8. $5! = 120$

$\frac{(10)!}{(5)!} = 252$

(8)

9. $6! = 720$

$\frac{(10)!}{(6)!} = 84$

(9)

10. $7! = 5040$

$\frac{(10)!}{(7)!} = 210$

(10)

11. $8! = 40320$

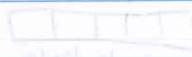


(11)

12. $9! = 362880$

$\frac{(10)!}{(9)!} = 10$

13. $10! = 3628800$



14. $11! = 39916800$

15. $12! = 479001600$

16. $13! = 6227020800$

17. $14! = 87178291200$

$14! = 87178291200$