

الف- پشته ای با سه عملکرد  $\text{Push} - \text{Pop} - \text{Multipop}$  وجود دارد. هزینه سرشکن، هر عملکرد چقدر است؟ چرا؟

هزینه سرشکن از  $O(1)$  است.

با استفاده از یکی از روش های تحلیل سرشکن می توان نشان داد.

تحلیل aggregate- وقتی  $n$  عملکرد داشته باشیم تعداد  $\text{push}$  ها حداکثر  $n$  تاست. تعداد  $\text{pop}$  و  $\text{multipop}$  در مجموع به اندازه تعداد  $\text{push}$  ها خواهد بود (بیشتر از تعدادی که  $\text{push}$  کرده ایم نمیتوان  $\text{pop}$  داشت) در نتیجه مجموع هزینه  $\text{pop}$  ها بیشتر از  $n$  نیست. به طور سرشکن هزینه هر عملکرد از  $O(1) = \frac{O(n)}{n}$  است.

ب- فرض کنید پشته ای با چهار عملکرد  $\text{Push} - \text{Pop} - \text{Multipush} - \text{Multipop}$  داریم: (در واقع به پشته قسمت الف،  $\text{mltipush}$  را نیز اضافه کرده ایم)

تحلیل سرشکن ارایه شده برای قسمت الف برقرار است؟ چرا؟

خیر. برای مثلاً پشته ای را در نظر بگیرید که به ترتیب  $\text{multipush}(k)$  و  $\text{multipop}(k)$  انجام می شود. هزینه سرشکن در این حالت  $O(k)$  است.

ج- صف داده ساختاری با دو عملکرد وارد کردن و خارج کردن داده است. داده ها به ترتیب ورود، خارج می شوند. (تفاوت صف و پشته در خارج شدن داده است. در پشته آخرین داده وارد شده خارج می شود و در صف داده ای که زودتر از همه اضافه شده است). در واقع مفهوم صف مشابه همان مفهوم صف در موارد روزمره است.

با استفاده از دو تا پشته یک صف را پیاده سازی کنید به گونه ای که هزینه سرشکن هر عملکرد  $\text{enqueue}$  و  $\text{dequeue}$  برابر با  $O(1)$  باشد. توضیح دهید چرا هزینه سرشکن  $O(1)$  است.

پشته ۱ و پشته ۲ را در نظر می گیریم.

برای  $\text{enqueue}$  داده را در پشته ۱ وارد می کنیم.

برای  $\text{dequeue}$  پشته ۲ را بررسی می کنیم اگر خالی نبود از آن  $\text{pop}$  می کنیم در غیر اینصورت داده های پشته ۱ را به ترتیب از  $\text{pop}$  و به پشته ۲  $\text{push}$  می کنیم.

عمل صف به درستی دارد انجام می شود. ته صف در پشته ۱ قرار دارد و سر صف در پشته ۲ قرار دارد. هرگاه پشته ۲ خالی شود با جابجا کردن کل پشته ۱ به پشته ۲ صف بهم نمی ریزد (دقت شود اگر پشته ۲ خالی نباشد، جابجایی داده از پشته ۱ به پشته ۲ ترتیب صف را بهم می ریزد).

تحلیل زمانی:

هر داده را با هزینه سرشکن ۴ به پشته ۱  $\text{push}$  می کنیم. برای  $\text{push}$  کردن هزینه ۱ مصرف می شود. بعداً برای جابجایی از پشته ۱ به پشته ۲ به ترتیب یک  $\text{pop}$  و یک  $\text{push}$  مصرف می شود. و در نهایت برای خروج از پشته ۲ هزینه ۱ مصرف می شود.