

**Politechnika Warszawska**  
**Modelowanie Matematyczne**

**Projekt 2**

**Dane nr 8**

Informatyka – Inteligentne systemy

Paweł Sarnacki 305290

Prowadzący: dr hab. inż. Mariusz Kaleta

Sprawdzający: dr inż. Adam Krzemienowski

Warszawa 2023

### 1. Surowiec:

$s_1$  – ilość wykorzystanego w tonach surowca 1

$s_2$  – ilość wykorzystanego w tonach surowca 2

$$0 \leq s_1 \leq 11000 \quad (1)$$

$$0 \leq s_2 \leq 11000 \quad (2)$$

### 2. Transport surowca:

$c_1$  – ilość ciężarówek do transportu surowca 1

$p_1$  – ilość przyczep do transportu surowca 1

$c_2$  – ilość ciężarówek do transportu surowca 2

$$0 \leq c_1, p_1, c_2 \quad (3)$$

$$24c_1 + 13p_1 \geq s_1 \quad (4)$$

$$25c_2 \geq s_2 \quad (5)$$

$$24c_1 + 13p_1 \geq s_1 \quad (6)$$

$$c_1 \leq 343 \quad (7)$$

$$p_1 \leq c_1 \quad (8)$$

### 3. Przygotownia i zakład obróbki:

$s_{p1}$  – ilość surowca 1 w tonach, przeznaczona do przygotowywalni

$s_{p2}$  – ilość surowca 2 w tonach, przeznaczona do przygotowywalni

$s_{z2}$  – ilość surowca 2 w tonach, przeznaczona do zakładu obróbki cieplnej

$$0 \leq s_{p2}, s_{p2}, s_{z2} \quad (9)$$

$$s_{p1} = s_1 \quad (10)$$

$$s_2 = s_{p2} + s_{z2} \quad (11)$$

$$0 \leq s_{p1} + s_{p2} \leq 17600 \quad (12)$$

$$s_{z2} \leq 8250 \quad (13)$$

#### 4. Półprodukty:

$s_{D11}$  – ilość surowca 1 przeznaczonego na produkcję półproduktu D1 w tonach

$s_{D12}$  – ilość surowca 1 przeznaczonego na produkcję półproduktu D2 w tonach

$s_{D21}$  – ilość surowca 2 przeznaczonego na produkcję półproduktu D1 w tonach

$s_{D22}$  – ilość surowca 2 przeznaczonego na produkcję półproduktu D2 w tonach

$s_{D1}$  – ilość wyprodukowanego półproduktu D1 w tonach

$s_{D2}$  – ilość wyprodukowanego półproduktu D2 w tonach

Moja interpretacja tabeli:

Z jednej tony surowca 1 przeznaczonego na półprodukt 1 ( $s_{D11}$ ) otrzymujemy 0,4 tony półproduktu 1 ( $s_{D1}$ )

Z jednej tony surowca 2 przeznaczonego na półprodukt 1 ( $s_{D21}$ ) otrzymujemy 0,8 tony półproduktu 1 ( $s_{D1}$ )

ltd. dla reszty

$$0 \leq s_{D1}, s_{D2}, s_{D11}, s_{D12}, s_{D21}, s_{D22} \quad (14)$$

$$s_{D1} = 0,4s_{D11} + 0,8s_{D21} \quad (15)$$

$$s_{D2} = 0,6s_{D12} + 0,2s_{D22} \quad (16)$$

$$s_{D11} + s_{D12} = s_{p1} \quad (17)$$

$$s_{D21} + s_{D22} = s_{p2} \quad (18)$$

#### 5. Wyroby:

$W_1$  – ilość wyprodukowanego wyrobu 1 w tonach

$W_2$  – ilość wyprodukowanego wyrobu 2 w tonach

$$5500 \leq W_1, W_2 \quad (19)$$

$$W_1 = s_{D1} \quad (20)$$

$$W_2 = s_{D2} + s_{z2} \quad (21)$$

## 6. Pracownicy:

$p$  – ilość zatrudnionych pracowników w przygotowalni

$lpt$  – liczba pełnych wielokrotności 150 ton

$$lpt \geq \frac{s_{p1} + s_{p2}}{150} \quad (22)$$

$$p \geq 2 \quad (23)$$

$$p \geq 2lpt \quad (24)$$

Liczba pełnych ton musiała zostać wprowadzona, aby zaokrąglić przed mnożeniem np. dla przypadku:

$$s_{p1} + s_{p2} = 5000 \quad (25)$$

$$\frac{s_{p1} + s_{p2}}{150} \approx 33,33 \quad (26)$$

$$2 * 33,33 = 66,66 \quad (27)$$

Wtedy liczba pracowników wynosiła by 67 i nie były by spełnione warunki.

Wprowadzenie tej zmiennej zapewnia nam:

$$s_{p1} + s_{p2} = 5000 \quad (28)$$

$$lpt = 34 \geq \frac{s_{p1} + s_{p2}}{150} \approx 33,33 \quad (29)$$

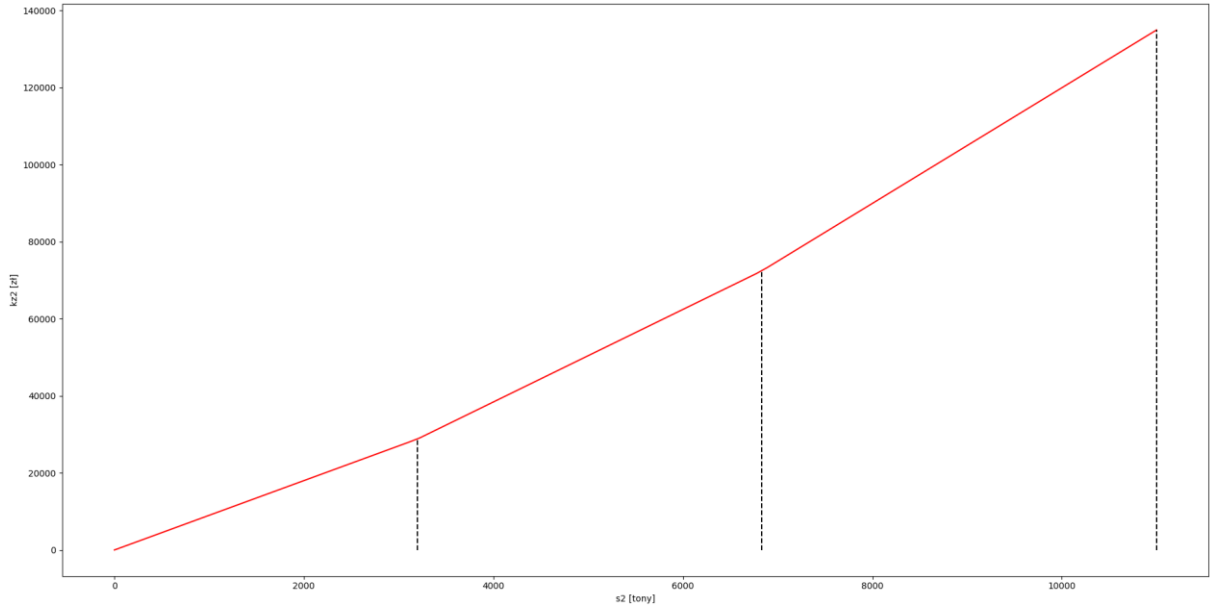
$$2 * 34 = 68 \quad (30)$$

## 7. Zysk z wyrobów:

$$f_W = 440W_1 + 536W_2 \quad (31)$$

## 8. Koszt surowca S1:

Funkcja jest funkcją odcinkami liniową, wypukłą



$$f_{s11}(s_1) = 9s_1, \quad 0 \leq s_1 \leq 3200 \quad (32)$$

$$f_{s12}(s_1) = 9 * 3200 + 12(s_1 - 3200), \quad 3200 < s_1 \leq 6831 \quad (33)$$

$$f_{s13}(s_1) = 9 * 3200 + 12(6831 - 3200) + 15(s_1 - 6831), \quad 6831 < s_1 \quad (34)$$

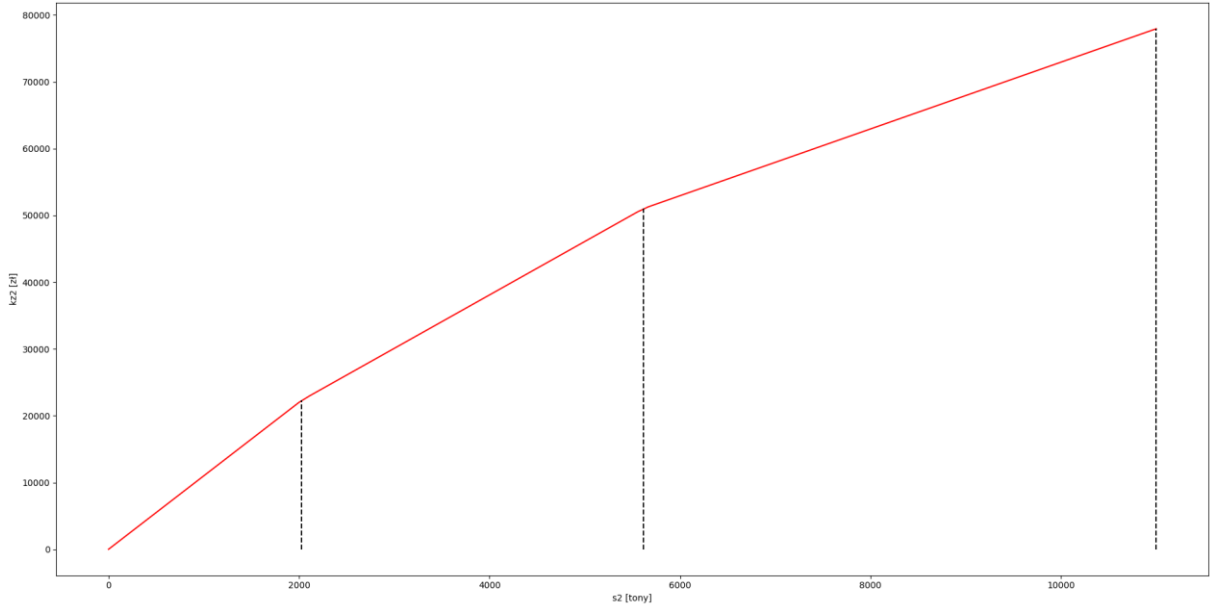
$$f_{s1}(s_1) = \max(f_{s11}, f_{s12}, f_{s13}) = z_{s1} \quad (35)$$

$$k_{z1} = \min z_{s1} \quad (36)$$

$$z_{s1} \geq f_{s1i}(s_1) \text{ dla } i = 1, 2, 3 \quad (37)$$

### 9. Koszt surowca S2:

Funkcja jest funkcją odcinkami liniową, wklęsła



$$f_{s21}(s_2) = 11s_2, \quad 0 \leq s_2 \leq 2029 \quad (38)$$

$$f_{s22}(s_2) = 11 * 2029 + 8(s_2 - 2029), \quad 2029 < s_2 \leq 5618 \quad (39)$$

$$f_{s23}(s_2) = 11 * 2029 + 8(5618 - 2029) + 5(s_2 - 5618), \quad 5618 < s_2 \quad (40)$$

$$f_{s2}(s_2) = \min(f_{s21}, f_{s22}, f_{s23}) = z_{s2} \quad (41)$$

$$k_{z2} = \min z_{s2} \quad (42)$$

$$z_{s2} \geq f_{s2i}(s_2) - M(1 - y_{s2i}), \quad y_{s2i} = \{0,1\} \text{ dla } i = 1,2,3 \quad (43)$$

$$m = 3 \quad (44)$$

$$\sum_{i=1}^m y_{s2i} = 1 \quad (45)$$

Gdzie  $M$  – duża stała

### 10. Koszt transportu:

$$f_t = 1100c_1 + 670p_1 + 1500c_2 \quad (46)$$

$c_1$  – ilość ciężarówek do transportu surowca  $s_1$

$p_1$  – ilość przyczep do transportu surowca  $s_1$

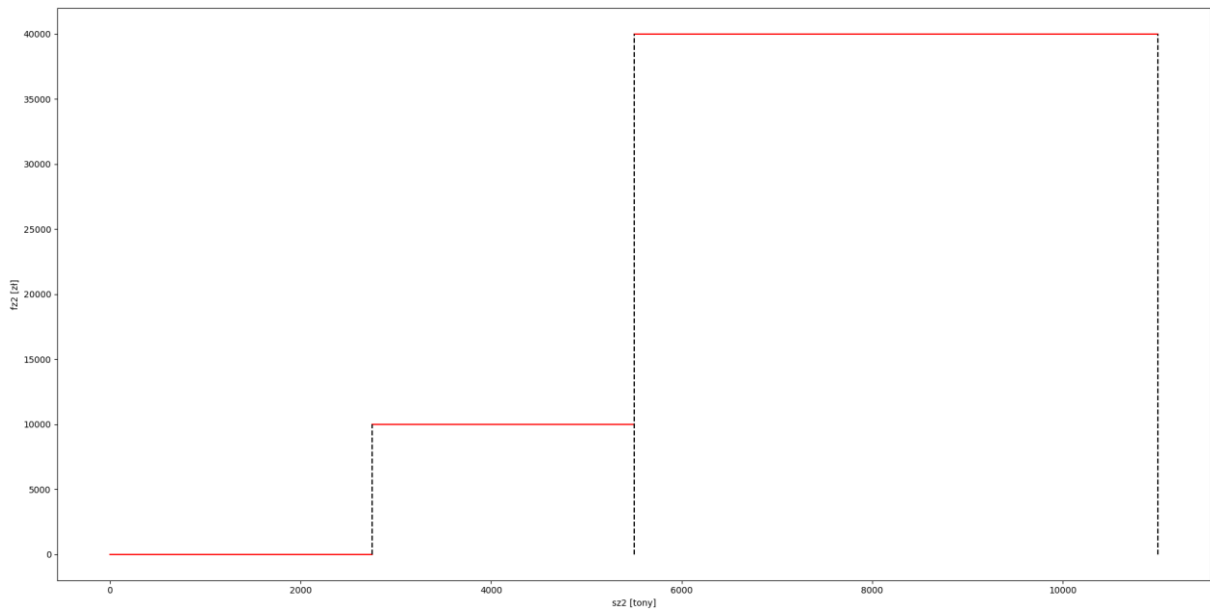
$c_2$  – ilość ciężarówek do transportu surowca  $s_2$

### 11. Koszt pracownika:

$$f_p = 170p \quad (47)$$

$p$  – ilość zatrudnionych pracowników w przygotowalni

### 12. Koszt zakładu obróbki cieplnej:



$$b_1 = 2750 \quad (48)$$

$$b_2 = 5500 \quad (49)$$

$$s_{z2} \leq M * y_{zi} + b_i(1 - y_{zi}) \text{ dla } i = 1, 2 \quad (50)$$

$$f_{z2} = 1000y_{z1} + 3000y_{z2} \quad (51)$$

$s_{z2}$  – ilość surowca  $s_2$  przeznaczona do zakładu obróbki cieplnej

### 13. Zysk, funkcja celu:

$$f_z = \max(f_z - k_{s1} - k_{s2} - f_t - f_p - f_{z2}) \quad (52)$$

#### 14. Otrzymane wyniki:

```
amp1: include projection;
Gurobi 11.0.0: optimal solution; objective 6696142
12 simplex iterations
1 branching nodes
absmipgap=278.205, relmipgap=4.15471e-05
s1 = 11000
s2 = 11000
c1 = 343
c2 = 440
p1 = 213
sp1 = 11000
sp2 = 6600
sz2 = 4400
sd11 = 550
sd12 = 10450
sd21 = 6600
sd22 = 0
sd1 = 5500
sd2 = 6270
w1 = 5500
w2 = 10670
p = 236
lpt = 118
kz1 = 134907
kz2 = 77941
fz2 = 10000
ys21 = 0
ys22 = 0
ys23 = 1
yz1 = 1
yz2 = 0

amp1: █
```



### 15. Wnioski:

- Ograniczenia dla surowców są spełnione
- Ograniczenia dla ciężarówek i przyczep są spełnione
- Ilość surowca 1 przeznaczanego do przygotowywalni jest równa ilości surowca 1, co jest poprawnym wynikiem, ponieważ surowiec 1, może trafić tylko do przygotowywalni

$$s_{p1} = s_1 = 11000 \quad (53)$$

- Suma ilość surowca 1 i 2 przeznaczanego do przygotowywalni jest równa maksymalnej przepustowości przygotowywalni, co spełnia ograniczenia
- Ilość surowca 1 przeznaczonego na półprodukt 1 jest mniejsza od ilości surowca 2. Może to być spowodowane tym, że z surowca 2 otrzymujemy 2 razy więcej półproduktu 1 niż z surowca 1

$$s_{D11} < s_{D21} \quad (54)$$

$$550 < 6600 \quad (55)$$

- Półprodukt 2 w przygotowywalni jest całkowicie wytwarzany z surowca 1 przeznaczonego na półprodukt. Może to być spowodowane tym, że z surowca 1 otrzymujemy 3 razy więcej półproduktu niż z surowca 2

$$s_{D12} = 10540 \quad (56)$$

$$s_{D22} = 0 \quad (57)$$

- Została wyprodukowana, tylko minimalna ilość wyrobu 1,

$$W_1 = 5500, \quad W_2 = 10670 \quad (58)$$

spowodowane to może być tym, że cena sprzedaży wyrobu 2 była korzystniejsza.

$$440 < 536 \quad (59)$$

Dodatkowo w wynikach widzimy, że koszty pozyskania surowca 1, są większe niż koszty pozyskania surowca 2, pomimo tego że kupiliśmy tyle samo obu surowców, co oby oznaczały, że zakup surowca 2 jest korzystniejszy.

$$k_{z2} < k_{z1}, \quad s_1 = s_2 \quad (60)$$

$$77941 < 134907 \quad (61)$$

Dodatkowo surowiec 2 jest w stosunku 1:1 wykorzystywany przez zakład obróbki cieplnej w produkcji wyrobu 2, który jak już zostało wspomniane jest sprzedawany po korzystniejszej cenie i ma korzystniejszą stałą cen wyprodukowania.

$$f_{z2} = 10000 \quad (62)$$

$$440 < 536 \quad (63)$$

Podsumowując wszystko, można założyć że uzyskane wyniki są poprawne.

- Ograniczenia dotyczące bezpieczeństwa pracowników są spełnione.
- Maksymalny zysk, przy wykorzystaniu wszystkich dostępnych surowców i infrastruktury wynosi 6696142 zł