Politechnika Warszawska

Algorytmy i metody optymalizacji

Projekt

Optymalizacja bez ograniczeń - Projekt nr 1, Zestaw nr 35

Informatyka – Inteligentne systemy

Paweł Sarnacki 305290

Prowadzący: dr hab. inż. Andrzej Stachurski

Warszawa 2023

1. Układ równań określających nasze położenie w układzie współrzędnych kartezjańskich

$$\begin{cases} x = R \cdot \cos(\theta)\cos(\phi) \\ y = R \cdot \cos(\theta)\sin(\phi) \\ z = R \cdot \sin(\phi) \end{cases}$$

Gdzie:

θ - szerokość geograficzna

ϕ - długość geograficzna

R – suma wysokości satelitów i promienia ziemi

Przejście odwrotne z układu sferycznego do układu kartezjańskiego:

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$
$$\phi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$
$$\theta = \arcsin\left(\frac{z}{r}\right)$$

2. Zadanie optymalizacji bez ograniczeń

Zadanie te można sprowadzić do równania odległości punktu D od satelity.

$$d = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}$$

Tą samą odległość można uzyskać dla iloczynu prędkości sygnału satelitów C i czasu nadejścia sygnału t_i

$$d = Ct_i$$

Po odpowiednim przekształceniu uzyskujemy równanie:

$$(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2 - (Ct_i)^2 = 0$$

Zadanie optymalizacji metodą najmniejszych kwadratów:

$$f(x, y, z,) = \sum_{i=i}^{5}((x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2 - (Ct_i)^2)^2$$

3. Wyznaczenie położenia

a) Matlab

```
R_z = 6378137;
C = 299792458;
H = 20e6;
R = R_z + H;


THETA = [52.885907 50.312052 47.796902 50.619584 55.488272];
FI    = [13.395837 12.373351 19.381854 26.244260 28.787526];
T = [6.673373199095137e-02 6.678066375193663e-02 6.683909890606424e-02
6.687425145593737e-02 6.693691622507883e-02];
%T=round(T,17)

global X_i Y_i Z_i CT;

CT = C .* T;

X_i = R .* cos(deg2rad(THETA)) .* cos(deg2rad(FI));
Y_i = R .* cos(deg2rad(THETA)) .* sin(deg2rad(FI));
Z_i = R .* sin(deg2rad(THETA));


X_0 = [0 0 0];
%X_0 = [3.6+06 1.1e+06 5.1e+06];
%X_0 = [3.6+07 1.1e+07 5.1e+07];
%X_0 = [1.548362e+07 3.687532e+06 2.103486e+07];

%SOLVER OPTIONS
SOLVER_OPTIONS = optimoptions(@lsqnonlin, 'Algorithm', 'levenberg-marquardt');
SOLVER_OPTIONS.Display = 'iter-detailed';
SOLVER_OPTIONS.MaxIter = 400;                         % wartość domyślna: 400
SOLVER_OPTIONS.MaxFunctionEvaluations = 200;          % wartość domyślna: 200
SOLVER_OPTIONS.TolFun = 1e-20;                        % wartość domyślna: 1e-6
SOLVER_OPTIONS.StepTolerance = 1e-20;                 % wartość domyślna: 1e-6
SOLVER_OPTIONS.OptimalityTolerance = 1e-20;           % wartość domyślna: 1e-6
SOLVER_OPTIONS.SpecifyObjectiveGradient = true;       % wartość domyślna: false

[y, resnorm, residual, exitflag, output] = lsqnonlin(@NMK, X_0, [], [],
SOLVER_OPTIONS);
X = y(1);
Y = y(2);
Z = y(3);

r = sqrt(X^2 + Y^2 + Z^2);
szerokosc = rad2deg(asin(Z / r));
dlugosc = rad2deg(atan(Y / X));

x = sprintf('Szerokosc: %f\nDlugosc: %f\n', szerokosc, dlugosc);
disp(x)
display(resnorm)
```

Uzyskany wynik to: Szerokość = 53.039593 Długość = 17.075340

Definicja Funkcji NMK

```
function [F, J] = NMK(x)
    global X_i Y_i Z_i CT
    F = (x(1) - X_i).^2 + (x(2) - Y_i).^2 + (x(3) - Z_i).^2 - CT.^2;
    if nargout > 1
        J = [2 * x(1) - 2 .* X_i;  2 * x(2) - 2. * Y_i; 2 * x(3) - 2 .* Z_i].';
    end
end
```

b) AMPL

```
param N;

param R_z;

param C;

param H;

param W;

param Theta{1..N};

param Fi{1..N};

param T{1..N};

param R = R_z + H;

param CT{i in 1..N} = C * T[i];

param rad;

param deg;

param Szer_Theta{i in 1..N} = Theta[i] * rad;

param Dlu_Fi{i in 1..N} = Fi[i] * rad;

param X{i in 1..N} = R * cos(Szer_Theta[i]) * cos(Dlu_Fi[i]);

param Y{i in 1..N} = R * cos(Szer_Theta[i]) * sin(Dlu_Fi[i]);

param Z{i in 1..N} = R * sin(Szer_Theta[i]);

var x >= 0;

var y >= 0;

var z >= 0;

var r = sqrt(x^2 + y^2 + z^2);

var Szer = asin(z/r) * deg;

var Dlug = atan(y/x) * deg;

minimize OBJECTIVE_FUN: sum{i in 1..N} (W * (x - X[i])^2 + W * (y - Y[i])^2
+ W * (z - Z[i])^2 - W * CT[i]^2)^2;
```

```
data;
param N := 5;
param R_z := 6378137;
param C := 299792458;
param H := 20000000;
param W := 0.0000005;
param Theta :=
1 52.885907
2 50.312052
3 47.796902
4 50.619584
5 55.488272;
param Fi :=
1 13.395837
2 12.373351
3 19.381854
4 26.244260
5 28.787526;
param T :=
1 0.06673373199095137
2 0.06678066375193663
3 0.06683909890606424
4 0.06687425145593737
5 0.06693691622507883;
param rad := 0.0174532925;
param deg := 57.2957795;
```

```
option solver minos;

solve;

display OBJECTIVE_FUN;

display Szer;

display Dlug

MINOS 5.51: optimal solution found.

18 iterations, objective 4.083609006e-07

Nonlin evals: obj = 48, grad = 47.

OBJECTIVE_FUN = 4.08361e-07

Szer = 53.0396

Dlug = 17.0753
```

Wynik jest taki sam jak uzyskany w Matlabie

4. Wpływ zmiany

a) Punktu startowego

Punkt startowy	Norma residuum	Współrzędne	opis
[0 0 0]	0.0430	Szerokosc: 53.039593 Dlugosc: 17.075340	pkt startowy
`[3.6+06 1.1e+06 5.1e+06];`	0.0352	Szerokosc: 53.039593 Dlugosc: 17.075340	pkt bliski powierzchni ziemi
[3.6+07 1.1e+07 5.1e+07]	1.7552e+25	Szerokosc: 53.022368 Dlugosc: 19.887299	pkt spoza ziemi
[1.548362e+07 3.687532e+06 2.103486e+07]	3.5501e+05	Szerokosc: 53.022368 Dlugosc: 19.887299	pkt satelity

Przyjęcie punktu blisko ziemi daje podobne rezultaty. Przyjęcie pkt spoza ziemi daje dużo gorsze rezultaty, a najgorsze są dla pierwszej satelity. Wynika z tego, że najlepiej przymować punkt w wewnątrz ziemi lub blisko jej powierzchni.

b) Dokładności w teście STOP-u metody

Wartość TolFun	Podany J		Aproksymacja J	
	Liczba iteracji	Liczba oszacowań	Liczba iteracji	Liczba oszacowań
1e-6;	5	5	7	28
`1e-10;`	6	6	7	28
`1e-20;`	7	35	8	57

Dla podanego Jakobianu liczba iteracji jest mniejsza, a liczba oszacowań jest znacznie większa

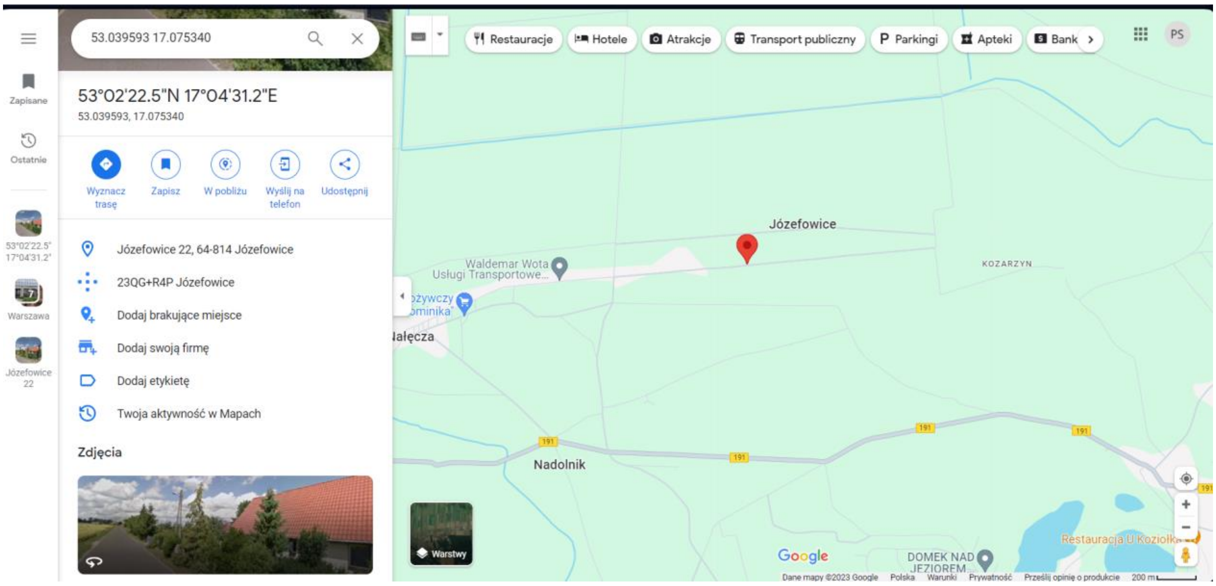
c) Zaburzeń w danych

Jako zaburzenie wybrano modyfikację czasu nadejścia sygnału, po przez zaokrąglanie wartości czasu

Zaokrąglenia	Norma residuum	Współrzędne
`T=round(T,17)`	0.0352	Szerokosc: 53.039593 Dlugosc: 17.075340
T=round(T,16)	0.6484	Szerokosc: 53.039593 Dlugosc: 17.075340
T=round(T,15)	57.4492	Szerokosc: 53.039593 Dlugosc: 17.075340
T=round(T,14)	4.8916e+03	Szerokosc: 53.039593 Dlugosc: 17.075340
T=round(T,6)	2.8841e+18	Szerokosc: 53.033502 Dlugosc: 17.086001

Dopiero dla bardzo dużego zakłócenia, wartości ulegają zmianie, co oznacza, że wyznaczanie położenia w ten sposób jest odporne na zakłócenia i póki nie nastąpią znaczniejsze zaburzenia.

5. Wyznaczone położenie w google maps



Położenie znajduję się niedaleko miejscowości Józefowice.