

Sprawozdanie laboratoryjne z ćwiczenia nr 2.

Interpolacja Lagrange'a i Newtona

Piotr Sarna LK1

Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest porównanie dwóch metod interpolacji: interpolacji Lagrange'a oraz interpolacji Newtona. Analizowane będą ich współczynniki oraz błędy interpolacji na podstawie zadanych punktów. Ponadto, zostanie przeprowadzona wizualizacja wyników w postaci wykresu.

Dane wejściowe

Punkty interpolacyjne: $x=[0,1,2,3,4,5,-2]$

Wielomian: $W(x) = -x^4 - 5x^3 + 5x^2 - 2x + 1$. Na podstawie tego wielomianu obliczono wartości y w punktach x , używając funkcji `polyval` w MATLABie.

Interpolacja Lagrange'a

Interpolacja Lagrange'a polega na wyznaczeniu wielomianu interpolacyjnego, który przechodzi przez wszystkie dane punkty. Dla każdego punktu obliczany jest tzw. wielomian cząstkowy Lagrange'a, który jest następnie sumowany, by otrzymać końcowy wielomian interpolacyjny.

Interpolacja Newtona

Interpolacja Newtona jest podobna do interpolacji Lagrange'a, ale wykorzystuje różnice dzielone. W metodzie tej konstrukcja wielomianu opiera się na kolejnym dodawaniu składników w postaci iloczynów różnic dzielonych.

Analiza wyników

Po wyznaczeniu współczynników dla obu wielomianów interpolacyjnych (Lagrange'a i Newtona), porównano je z rzeczywistymi współczynnikami wielomianu interpolowanego. Wartości w tabeli pokazują, że zarówno dla interpolacji Lagrange'a, jak i Newtona błędy są równe zero (prawa kolumna), co wskazuje na dokładność interpolacji (gdyż oba wielomiany dokładnie przechodzą przez punkty).

```

Command Window

x =
    0     1     2     3     4     5    -2
w =
     1    -5     5    -2     1

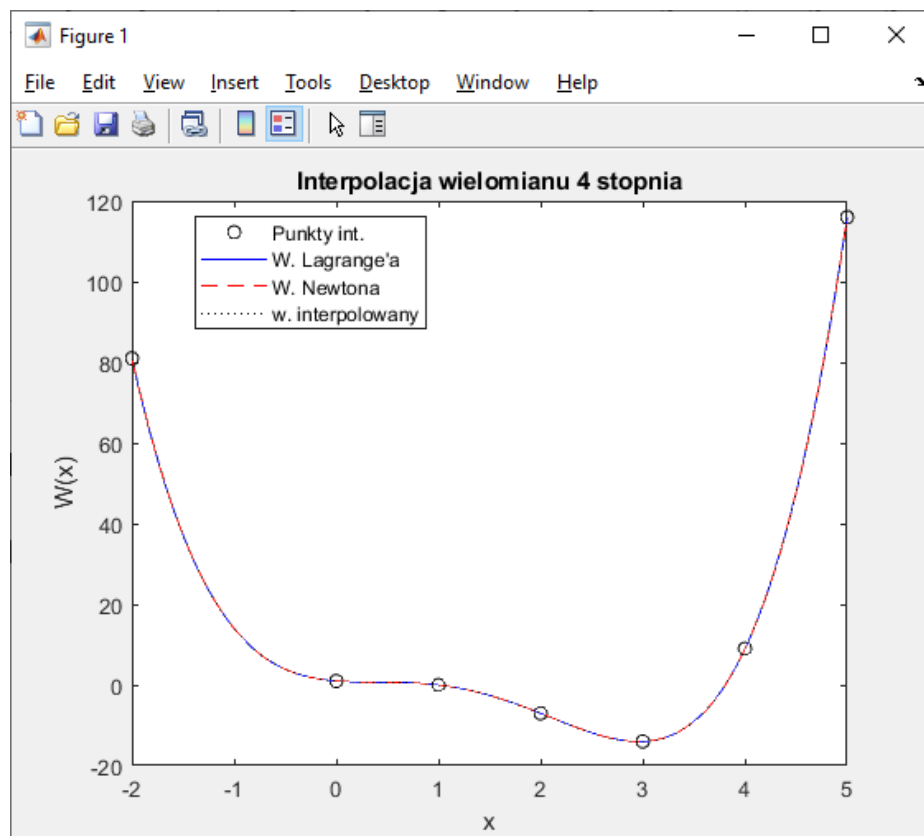
NrWsp   WielInt   WielLag   BładLag   WielNew   BładNew
      0   1.0000e+00   1.0000e+00           0   1.0000e+00           0
1.0000e+00 -2.0000e+00 -2.0000e+00  1.3323e-15 -2.0000e+00           0
2.0000e+00  5.0000e+00  5.0000e+00           0   5.0000e+00           0
3.0000e+00 -5.0000e+00 -5.0000e+00  5.3291e-15 -5.0000e+00           0
4.0000e+00  1.0000e+00  1.0000e+00  1.5543e-15  1.0000e+00           0
5.0000e+00           0   4.7184e-16 -4.7184e-16           0           0
6.0000e+00           0   3.4694e-18 -3.4694e-18           0           0
fx >>

```

Wykres

Na wykresie przedstawiono:

- Punkty interpolacyjne (x,y) jako czarne kółka.
- Wielomian interpolacyjny Lagrange'a jako niebieską linię.
- Wielomian interpolacyjny Newtona jako czerwoną linię.
- Rzeczywisty wielomian (którego wartości zostały obliczone na podstawie współczynnik w) jako czarną linię przerywaną.



Wnioski

Obie metody (Lagrange'a i Newtona) są w stanie dokładnie wyznaczyć współczynniki wielomianu interpolacyjnego i przechodzą przez punkty interpolacyjne bez błędów.

Zarówno dla interpolacji Lagrange'a, jak i Newtona błędy interpolacji są zerowe, co świadczy o pełnej dokładności obu metod w przypadku zadanych punktów.

Wykres pokazuje, że oba wielomiany interpolacyjne bardzo dobrze odwzorowują rzeczywisty wielomian, co wskazuje na ich wysoką dokładność.

Różnice między metodami są minimalne, jednak w praktyce metoda Newtona jest często bardziej stabilna, szczególnie przy większej liczbie punktów interpolacyjnych.