Sebastian Sarnecki, gr.3, 155189

Zastosowanie rozwiązywania układów równań liniowych do obliczenia prawdopodobieństwa wygranej w grze losowej

W grze bierze udział 2 graczy: gracz1 i gracz2. Odbywa sie ona na planszy złożonej z N pól, numerowanych od 0 do N-1. Każdy gracz startuje z pola nr 0. Gra polega na rzutach sześcienną kostką, na każdej ściance różna liczba oczek od 1 do 6. Rozgrywka kończy sie w momencie, gdy, któryś z graczy wyjdzie poza planszę, czyli zostanie spełniony warunek $a + x > N$, gdzie a to pozycja gracza, x liczba wylosowanych oczek. Na planszy są również pułapki. Cofają gracza od ilość pól znajdujących sie na pułapce, jeżeli gracz stanął w ruchu na jedną z nich.

Do liczenia prawdopodobieństwa, że wygra gracz1, który startuje jako pierwszy wykorzystuję trzy metody. Cała rozgrywka toczy się na podanej planszy.

9. 28, {2, -1}, {4, -4}, {5, -2}, {6, -5}, {7, -6}, {10, -1}, {13, -2}, {15, -1}, {18, -4}, {20, -9}, {22, -3}, {24, -1}, {26, -26}.

Następujące metody dają prawdopodobieństwa:

Metoda Monte Carlo: 0. 5122906, liczba symulowanych rozgrywek wynosi 5 000000. Prawdopodobieństwo wyliczyłem ze stosunku liczby wygranych rozgrywek gracza1 do ilości wszystkich rozgrywek.

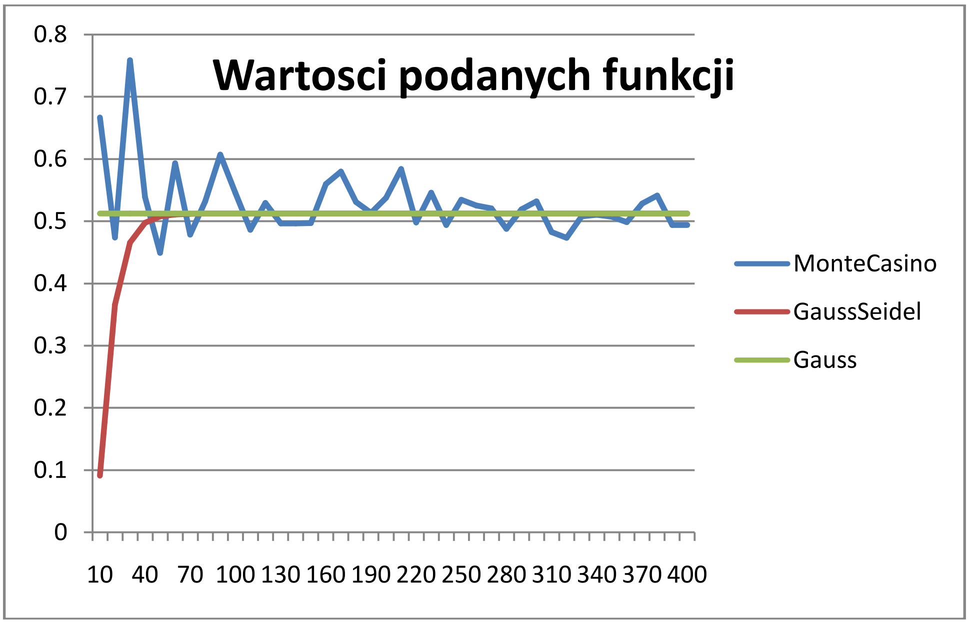
Metoda Gaussa: 0.51227278632128093, wynik powstał z rozwiązania układu 2*N*N równań, metodą eliminacji Gaussa

Metoda iteracyjna Gaussa-Seidla: 0.5122727863212795, jest to wartość, którą osiągamy przy około 320. iteracji, i która przy kolejnych iteracjach się nie zmienia

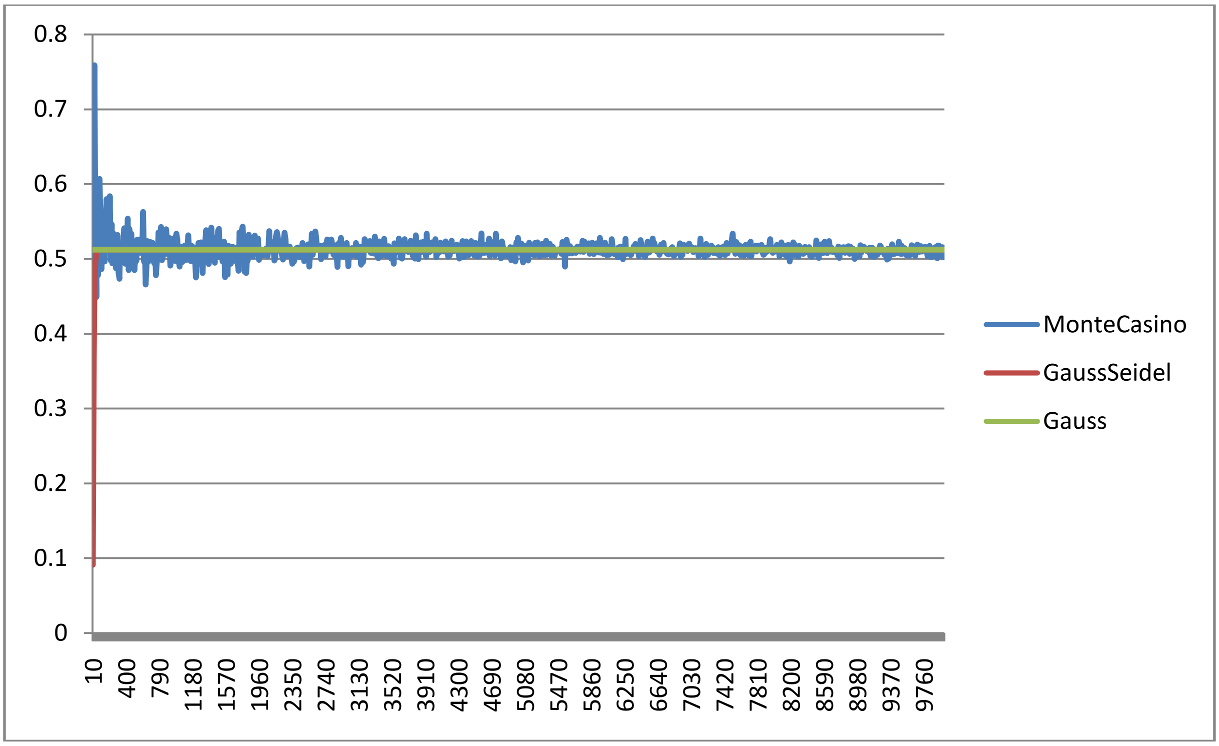
Przyjmując metodę Monte Carlo za wzorcową otrzymujemy następujące błędy bezwzględne:

$$\&x = \left|\frac{x - x`}{x}\right|$$

Błąd bezwzględny Metody Gaussa wynosi 3.47726050800118E-05 a metody Gaussa-Seidla 3.47726050819622E-05. Błąd jest wiec niewielki i można uznać, że metody dają zbliżone wyniki. Po wynikach można zauważyć, że gracz który zaczyna rozgrywkę ma nieznaczną, przewagę wynoszącą około 1,22%.



Wybrałem przedział od 10 do 400 losowań/iteracji, ponieważ dość dobrze obrazuje jak zmieniają się wartości poszczególnych funkcji. Monte Casino przy zwiększaniu liczby losowań staje się dokładniejsza i przy większych wartościach można uzyskać dość dokładny wynik. Gauss Seidel dość szybko zbliża się do dokładnego wyniku i około 320 iteracji jego wynik nie ulega zmianie. Metoda Gaussa jest to oczywiście stała.



A fakt jak metoda Monte Casino zmierza do wartości jak najbardziej dokładnej, obrazuje wykres 0 do 10000 losowań. Z wykresów wynika też, metoda Gaussa Seidla jest na początku najmniej dokładna, lecz dość szybko osiąga wartość dość dokładną, co odróżnia ją od Monte Casino, które ciągle oscyluje w okolicach dokładnej wartości. Podsumowując, metody Gaussa i Gaussa-Seidla potrzebują, większej złożoności pamięciowej, bo wymagają dwuwymiarowych macierzy, a Monte Casino, tylko wektora pułapek, lecz Monte Cassino potrzebuje generatora liczb pseudolosowych i wielu symulacji, aby uzyskać dokładny wynik.