

# Ausarbeitung Übung 5

Studienarbeit von Dominik Schiller, Constanze Kramer, Simon Arnold & Tobias Lingenberg  
Datum: 16. Dezember 2020

Darmstadt



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Ausarbeitung Übung 5

Studienarbeit von Dominik Schiller, Constanze Kramer, Simon Arnold & Tobias Lingenberg

Datum: 16. Dezember 2020

Darmstadt



---

# Inhaltsverzeichnis

---

0.1	Geschichteter Plattenkondensator . . . . .	2
0.2	Aufgabe 5.3 . . . . .	5

## 0.1 Geschichteter Plattenkondensator

Möchte man numerisch die Kapazität eines Plattenkondensators mit quer geschichtetem Dielektrikum mit linear steigender relativer Permittivität bestimmen, kann man den linearen Verlauf über mehrere Schichten mit jeweils konstanter Permittivität approximieren. Wie bei numerischen Verfahren üblich wird die Approximation besser, je kleiner man die einzelnen Schichten wählt.

Die Funktion `femmcapacity` bekommt als Parameter den Abstand  $h$  zwischen den beiden Platten des Kondensators, die Kantenlänge  $a$  der quadratischen Platten,  $\epsilon_{r1}$ ,  $\epsilon_{r2}$  und die Anzahl  $N$  an Schichten übergeben und erzeugt daraus einen Plot für den Potentialverlauf im Kondensator und berechnet die Kapazität der Anordnung. Die relative Permittivität variiert hierbei linear zwischen  $\epsilon_{r1}$  am linken Rand und  $\epsilon_{r2}$  am rechten Rand. Im Folgenden werden als Abstand zwischen den Platten und als Kantenlänge 30cm angenommen. Wählt man 9 Schichten,  $\epsilon_{r1} = 1$  und  $\epsilon_{r2} = 2$  erhält man den in Abbildung 0.1b zu sehenden Potentialverlauf und eine Kapazität  $C_1 = 3,793$  pF.

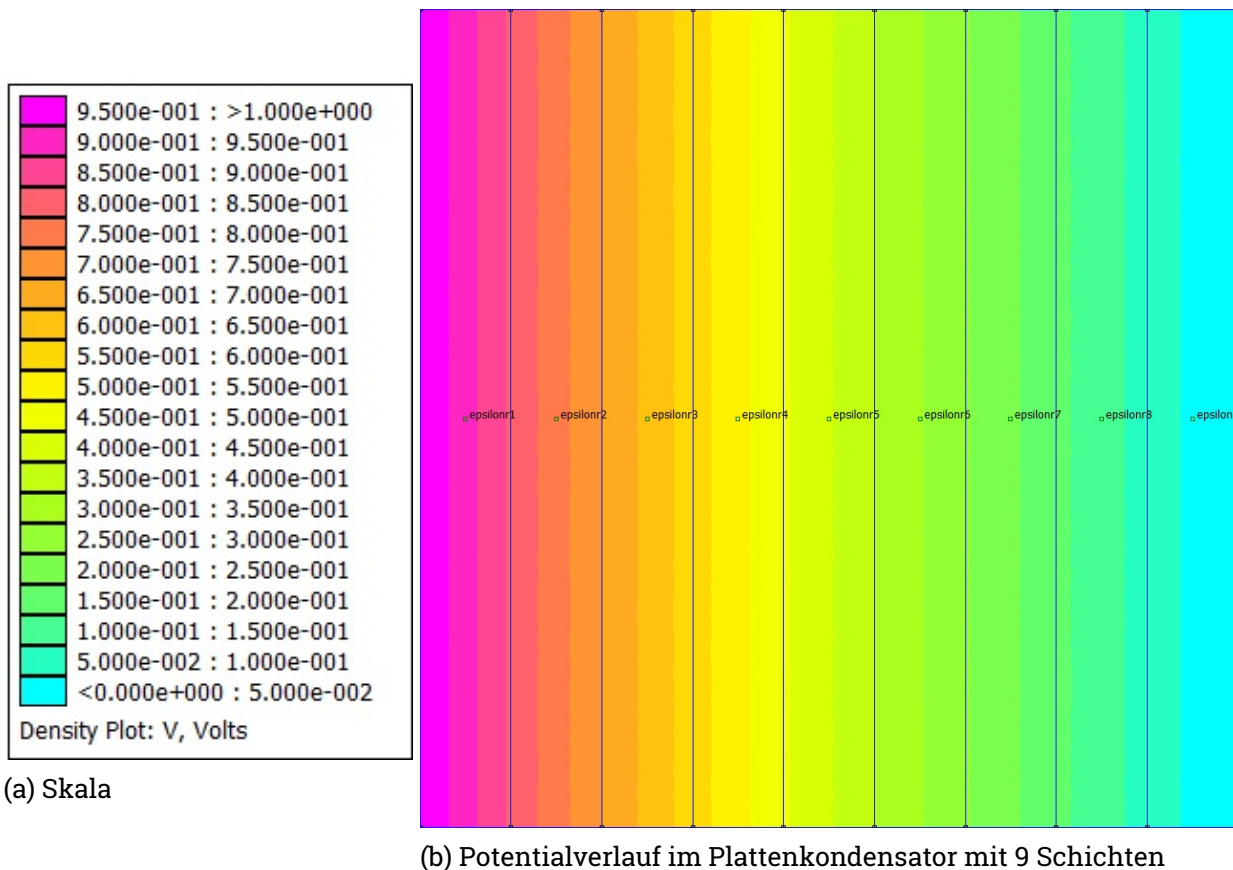


Abbildung 0.1: Potentialverlauf im Plattenkondensator mit 9 Schichten

Wiederholt man die Simulation für  $N = 1, 2, 3, \dots, 20$  Schichten und lässt sich in einem Konvergenz-Plot (Abbildung 0.2) die Kapazität in Abhängigkeit der Schichtenanzahl anzeigen, erkennt man, dass schon nach  $N = 3$  Schichten die Kapazität annähernd exakt bestimmt wird und weiter Verfeinerungen nur noch marginale Verbesserungen erzielen.

Die Option 'Vector Plot' in FEMM ist nützlich um den Verlauf des elektrischen Feldes besser darzustellen. Die Richtung der Pfeile zeigt an in welche Richtung das Feld an dieser Stelle zeigt und die Länge der Pfeile deutet

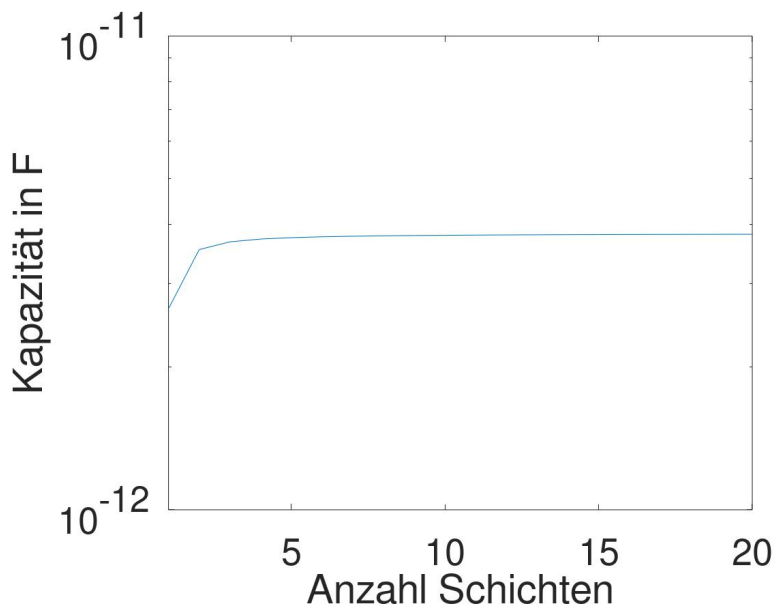


Abbildung 0.2: Änderung der Kapazität mit steigender Anzahl an Schichten im Plattenkondensator

die Stärke an dieser Stelle an.

In Abbildung 0.3b sieht man den Plot für den homogenen Plattenkondensator und in Abbildung 0.3c für den geschichteten Fall. Vergleicht man die beiden Abbildungen fällt auf, dass das elektrische Feld im homogenen Plattenkondensator ebenfalls homogen verteilt ist. Beim geschichteten Plattenkondensator hingegen ist das elektrische Feld deutlich stärker auf der Seite mit der geringeren relativen Permittivität und nimmt dann immer weiter ab je höher die relative Permittivität ist.

Bestimmt man die Kapazität für  $\epsilon_{r1} = 1$  und  $\epsilon_{r2} = 10$  und  $N = 9$  und vergleicht diese mit der vorher bestimmten Kapazität  $C_1$  stellt man fest, dass durch eine höhere relative Permittivität auch die Kapazität von 3,793 pF auf 8,916 pF steigt.

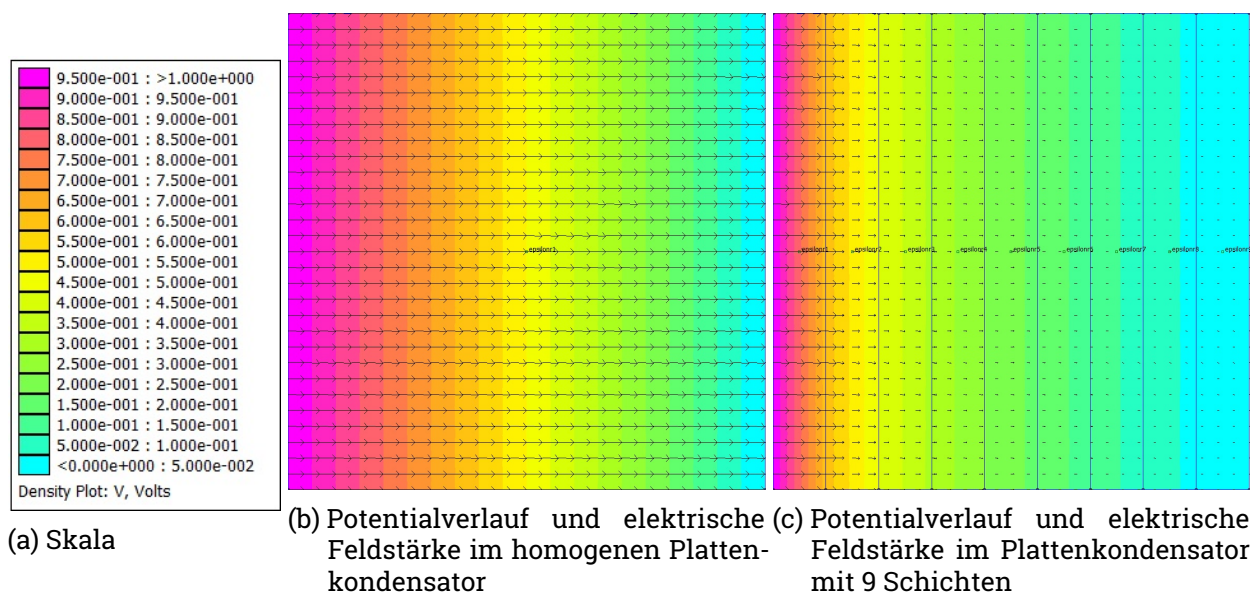


Abbildung 0.3: Potentialverlauf und elektrische Feldstärke im homogenen und im geschichteten Plattenkondensator

## 0.2 Aufgabe 5.3

Wie in der vorherigen Aufgabe und den bisherigen Ausarbeitungen gezeigt, lassen sich mit Hilfe von FEMM sehr gute Simulationen von Plattenkondensatoren erzeugen. Aber auch Kugelkondensatoren lassen sich mit FEMM simulieren und berechnen.

Die Methode `spherecapacity.m`, die im Anhang zu finden ist, nimmt die zwei Parameter  $R_1$ , der den Innenradius beschreibt und  $\epsilon_r$ , das die relative Permittivität des Dielektrikums darstellt, entgegen. Aus der Aufgabenstellung geht hervor, dass für den zweiten zur Berechnung der Kapazität benötigten, Parameter  $R_2 = R_1 + 7 \text{ cm}$  gilt.  $R_2$  ist der Außenradius des Kugelkondensators. Optional könnte man die Methode auch so schreiben, dass  $R_2$  übergeben werden kann.

Im Vergleich zu den bisherigen Simulationen in FEMM haben wir nun kein planares Problem mehr, sondern ein achsensymmetrisches. In der Problemdefinition in Zeile 6 wird deshalb ein 'axi' übergeben. Damit wird bestimmt, dass sich die erzeugte Fläche in Abbildung 0.4 nicht in die Tiefe entwickelt, sondern um die z-Achse gedreht wird. Dadurch erhalten man eine 3-Dimensionale Kugel, die FEMM zwar nicht darstellen, aber berechnen kann.

In den Zeilen 12 bis 26 werden zwei Halbkreise erzeugt, der innere Halbkreis wird auf 1 V geladen, am äußeren Halbkreis liegt eine Spannung von 0 V an. Des Weiteren werden zwischen Zeile 28 und 31 zwei Blocklabel erstellt, das erste Label liegt zwischen den beiden Halbkreisen und beinhalten die Informationen über die relative Permittivität des Dielektrikums. Mit dem zweiten Label wird sichergestellt, dass nur die von den beiden Halbkreisen und deren Verbindungslinien eingeschlossene Fläche zur Simulation genutzt wird. Hierzu wird dem Label die Property <No Mesh> übergeben. Schließlich werden in Zeile 38 und 39 die Verbindungslinien zwischen den Halbkreisen erstellt, um eine abgeschlossene Fläche zu erzeugen.

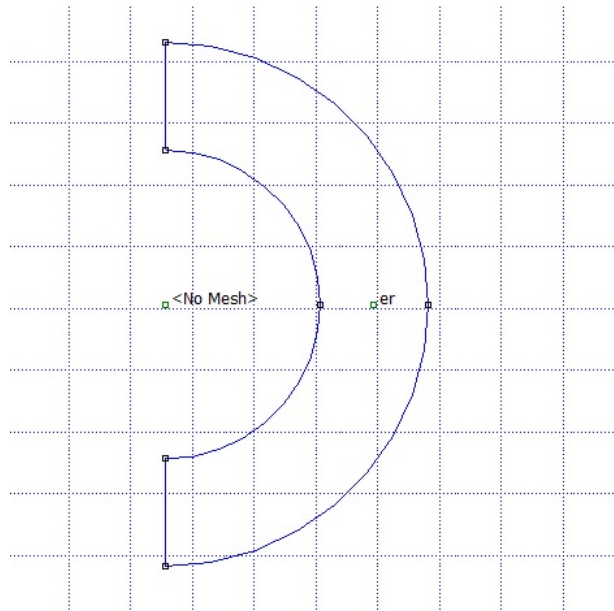


Abbildung 0.4: Ein mit Hilfe der Routine `spherecapacity` erzeugter Kugelkondensator mit  $R_1 = 7 \text{ cm}$

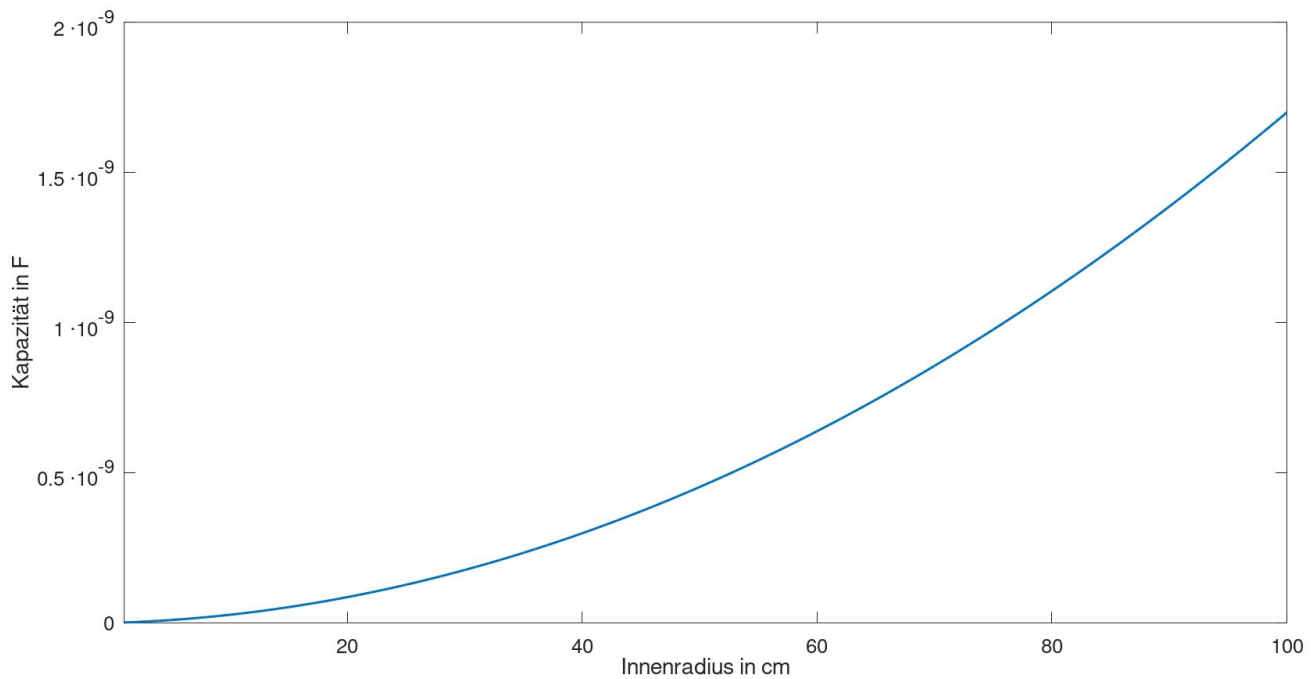


Abbildung 0.5: Entwicklung der Kapazität mit steigendem Radius  $R_1 \in \mathbb{N}, R_1 \in [1, 100]$  und  $R_2 = R_1 + 7 \text{ cm}$

Mit

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r \frac{R_2 R_1}{R_2 - R_1} \quad (1)$$

lässt sich die Kapazität eines homogenen Kugelkondensators berechnen. Um den Einfluss der Radien auf die Kapazität zu untersuchen, wurden der Methode `spherecapacity.m` 100 verschiedene Radien  $R_1 \in \mathbb{N}, R_1 \in [1, 100]$ , mit der Einheit cm übergeben. Für den Radius  $R_2$  gilt weiterhin

$$R_2 = R_1 + 7 \text{ cm}. \quad (2)$$

Die berechneten Kapazitätswerte sind in Abbildung 0.5 graphisch dargestellt. Die Formel

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r \frac{(R_1 + 0,07 \text{ m})R_1}{R_1 + 0,07 \text{ m} - R_1} \quad (3)$$

ergibt sich indem man (2) in (1) einsetzt. Durch weiteres vereinfachen folgt, dass die Kapazität

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r \frac{R_1^2 + 0,07 \text{ m}}{(0,07 \text{ m})} \quad (4)$$

quadratisch von  $R_1$  abhängt, daraus ergibt sich ein quadratischer Verlauf der Kapazität des Kugelkondensators mit steigendem Innenradius.



---

# Abbildungsverzeichnis

---

0.1	Potentialverlauf im Plattenkondensator mit 9 Schichten . . . . .	2
0.2	Änderung der Kapazität mit steigender Anzahl an Schichten im Plattenkondensator . . . . .	3
0.3	Potentialverlauf und elektrische Feldstärke im homogenen und im geschichteten Plattenkondensator . . . . .	4
0.4	Ein mit Hilfe der Routine <code>spherecapacity</code> erzeugter Kugelkondensator mit $R_1 = 7 \text{ cm}$ . . .	5
0.5	Entwicklung der Kapazität mit steigendem Radius $R_1 \in \mathbb{N}$ , $R_1 \in [1, 100]$ und $R_2 = R_1 + 7 \text{ cm}$ .	6