

Übung 10: Zeitschrittverfahren und nichtlineare Permeabilität

Einführung in die numerische Berechnung elektromagnetischer Felder

Merle Backmeyer, Marc Bodem, Laura D'Angelo, Melina Merkel,
Sebastian Schöps



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Wintersemester 2020/21

28. Januar 2021

Übungsblatt 10

Aufgabe 10.1: Impliziter Euler, Octave

Lösen Sie in Octave das semidiskrete magnetoquasistatische Problem

$$\mathbf{M}_\sigma \dot{\mathbf{a}} + \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{M}_\nu \mathbf{Ca} = \mathbf{Xi}(t)$$

mit $\mathbf{i}(t) = 10 [\sin(2\pi ft), 0]^\top$ und $f = 50$ Hz für den Transformator aus Abb. 1 im Zeitbereich $T = [0, 0.02]$ s. Die Ortsdiskretisierung mittels FIT wurde bereits für Sie durchgeführt. Sie finden die Matrizen in der Datei `trafo_linear.mat` im Moodle, die alle notwendigen Informationen enthält.

Sie benötigen insbesondere folgende Vektoren und Matrizen:

- die Leitfähigkeits- und Reluktivitätsmatrizen `prb.Msigma`, `prb.Mnu`,
- die Anregung durch die beiden Spulen $\mathbf{x} = \text{prb.Qstr}$.

Die Routine `trafo_linear.m` soll Sie bei einigen notwendigen Pre- und Postprocessing-Routinen entlasten. Folgende wichtige Funktionalitäten fehlen bzw. müssen modifiziert werden:

- Das implizite Eulerverfahren (siehe Vorlesung) mit Gleichungslöser. Benutzen Sie `pcg` als Löser, wie in der Routine vorgeschlagen, um eine Eiche zu vermeiden. Die notwendigen Verfahrensparameter finden Sie in der Routine `trafo_linear.m`.
- Postprocessing der Anregung (einfacher Linienplot) und eine Visualisierung in Paraview. Die Routine schreibt automatisch für jeden Zeitschritt eine VTK-Datei auf die Festplatte. Aufgrund der Dateinamenkonvention kann Paraview das direkt importieren und als „Film“ visualisieren. Es wird die Visualisierung der magnetischen Flussdichte (magnitude) auf einer Schnittebene vorgeschlagen, siehe Abb. 1 (rechts).

Achtung: `xmesh`, `ymesh` und `zmesh` enthalten die Gitter pro Dimension, z.B.: `xmesh=[1,2,3,4,5]`. Die Anzahl der Gitterpunkte wird hier mit `nx` bezeichnet.

Aufgabe 10.2: Nichtlineare Permeabilität

In Aufgabe 10.1 wurde ein Transformator betrachtet. Das Eisenjoch wurde als lineares Material modelliert (d.h. die Permeabilität hängt nicht von den Feldgrößen ab). Im Folgenden soll die magnetostatische Simulation dieses Modells erweitert werden, sodass auch nichtlineare Materialien verwendet werden können. Wirbelstromeffekte werden weiterhin vernachlässigt.

a) Modifizieren Sie zunächst Ihre Lösung zur Aufgabe 10.1 so, dass ein magnetostatischer Eisenblock im Rechengebiet mit berücksichtigt wird. Verwenden Sie dazu noch eine lineare Permeabilität $\mu_{r,\text{Eisen}} = 1000$ und eine Anregung von 1.5A pro Spule (siehe Vorlage `trafo_nichtlinear.m`).

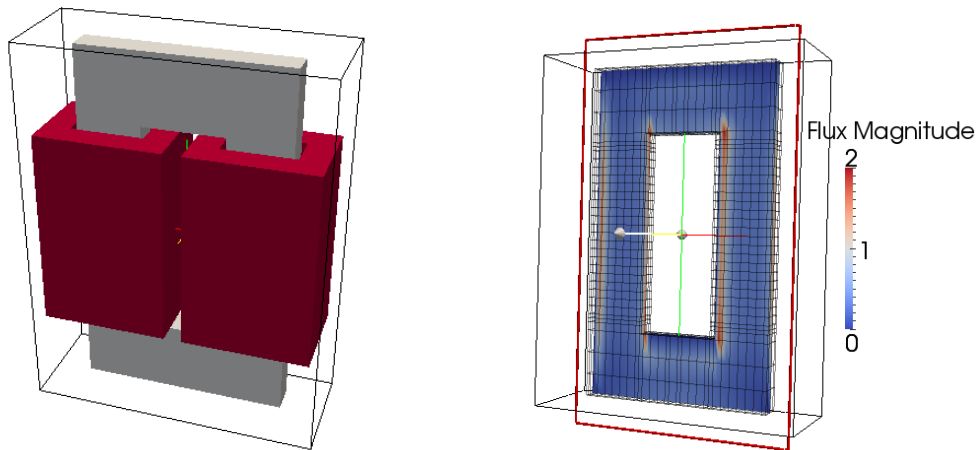


Abbildung 1: Transformator visualisiert mit Paraview (links) und Flussdichte in Schnittebene visualisiert mit Paraview (rechts).

b) Implementieren Sie die nichtlineare Kennlinie gegeben durch

$$\nu(B) = k_1 e^{k_2 |B|^2} + k_3 \quad \text{mit} \quad |B| = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}$$

und $k_1 = 0.3774$, $k_2 = 2.970$, $k_3 = 388.33$ für das Eisenjoch. Da die Kennlinie nichtlinear ist, hängt die Permeabilität im Eisen von der magnetischen Flussdichte ab. Da diese wiederum im Vorhinein nicht bekannt ist, muss ein iteratives Verfahren verwendet werden, um die Lösung zu bestimmen.

c) Betrachten Sie das nichtlineare Gleichungssystem $\mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x} = \mathbf{b}$. Um die Lösung \mathbf{x} zu bestimmen, lässt sich eine Fixpunkt-Iteration verwenden, die sich folgendermaßen schreiben lässt:

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}^{(i)})\mathbf{x}^{(i+1)} = \mathbf{b}. \quad (1)$$

Hierbei bezeichnen die Indizes Lösungen im Schritt i bzw. $i + 1$. Das heißt $\mathbf{x}^{(i+1)}$ bezeichnet die “neue” Lösung während $\mathbf{x}^{(i)}$ eine “alte” Lösung bezeichnet. Wenden Sie die Fixpunktiteration auf das Gleichungssystem der Magnetostatik in FIT an und implementieren Sie die Iteration mittels einer while-Schleife. Wählen Sie als Startwert z.B. $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ und brechen Sie die Iteration ab, sobald das relative Inkrement klein ist, d.h.

$$\frac{\|\mathbf{x}^{(i+1)} - \mathbf{x}^{(i)}\|}{\|\mathbf{x}^{(i+1)}\|} < 10^{-6}. \quad (2)$$

d) Visualisieren Sie Ihre Ergebnisse mit Paraview. Um \vec{B} auf den Zellzentren visualisieren zu können benötigen Sie die Filter „Cell Centers“ und „Glyphs“. Wie verhalten sich Lösung und Verfahren, wenn Sie den Strom erhöhen bzw. verringern?

Ausblick: Statt (1) verwendet man in der Praxis bevorzugt das Newton-Verfahren zur Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems, welches allerdings die Jacobi-Matrix benötigt. Nähere Informationen dazu finden Sie im Skript.

Ausarbeitung der Aufgaben 10.1 und 10.2 und Abgabe der Übung via Moodle bis spätestens 10. Februar 2021 um 23:59 Uhr. Diskussion etwaiger Probleme in der Übung am 4. Februar 2021.