



**INSTITUTO
FEDERAL**

Santa Catarina

Câmpus
São José

Relatório Sistemas de Comunicação 1

Laboratório - Sinais de Espectro

Sumário

1	Introdução	3
2	Conceitos Teóricos	3
2.1	Energia e Potência Média de um Sinal	3
2.2	Densidade Espectral de Potência	3
2.3	Transformada de Fourier	4
2.4	Autocorrelação	4
2.5	Filtros Ideais	4
2.6	Ruído Branco	4
3	Atividades	4
3.1	Atividade 1	4
3.1.1	Sinais no domínio do tempo	4
3.1.2	Sinais no domínio da frequência	5
3.1.3	Potência média	5
3.1.4	Densidade Espectral de Potência	6
3.2	Atividade 2	6
3.2.1	Sinais no domínio do tempo	6
3.2.2	Sinais no domínio da frequência	7
3.2.3	Filtros	7
3.3	Atividade 3	9
4	Conclusão	10
5	Códigos desenvolvidos	10

1 Introdução

O presente relatório tem por objetivo detalhar as atividades de laboratório referentes à revisão de Sinais de Espectros da disciplina de Sistemas de Comunicação 1. Tais atividades visam o fortalecimento dos conceitos de sinais no domínio do tempo e no domínio da frequência, tais como: energia e potência de um sinal, transformada de Fourier, autocorrelação, ruído branco, filtros, entre outros.

Para tanto, foram desenvolvidas três atividades. A primeira atividade (A1) consiste na simulação da soma três sinais senos com diferentes amplitudes e frequências a fim de observar suas características no domínio do tempo e da frequência. Além disso, nessa atividade são analisados dados de potência média do sinal e densidade espectral do sinal.

Na segunda atividade (A2) três sinais e três filtros com diferentes características foram desenvolvidos a fim de observar o comportamento do sinal, no domínio do tempo e da frequência, após a sua passagem por esses filtros.

Na terceira atividade (A3) foram simulados um sinal aleatório gaussiano e um filtro a fim de compreender os conceitos de autocorrelação e ruído branco.

Para as simulações realizadas foi utilizado o software Matlab. Nos conceitos teóricos são apresentados breves resumos sobre a base teórica necessária no desenvolvimento das atividades, nas Atividades são descritas as atividades desenvolvidas e debatidos os resultados obtidos.

2 Conceitos Teóricos

Os sinais de espectro podem ser analisados através de diversas características, tais como sua energia, potência média, sua transformada de Fourier, sua autocorrelação, entre outros. Abaixo segue a descrição de alguns elementos utilizados para a análise dos sinais.

2.1 Energia e Potência Média de um Sinal

Em algumas aplicações, o sinal analisado está relacionado com a quantidade de energia e potência que um sistema pode capturar. Classificar um determinado sinal como sinal de energia ou de potência facilita seu tratamento matemático.

Para ser considerado um sinal de energia, a energia dissipada de um sinal deve ser avaliada dentro de um intervalo de tempo e deve ser finita e sua potência média deve ser zero.

A potência média de um sinal é compreendida como a taxa pela qual a energia é entregue, sendo que para ser considerado um sinal de potência, a potência dele deve ser finita e sua energia deve ser infinita.

O cálculo da potência média dissipada pode ser feito através da [Equação 1](#).

$$P_x^T = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt \quad (1)$$

Geralmente sinais aleatórios e sinais periódicos são classificados como sinais de potência.

2.2 Densidade Espectral de Potência

A densidade espectral de um sinal está relacionado com a distribuição de sua energia (DEE) ou potência (DEP) no domínio da frequência. Isto significa dizer que é possível avaliar em quais frequências a energia ou potência de um sinal está concentrada.

2.3 Transformada de Fourier

A Transformada de Fourier permite a representação de um sinal no domínio do tempo em suas componentes de frequência.

2.4 Autocorrelação

A autocorrelação refere-se a correspondência de um sinal com sua cópia deslocada.

2.5 Filtros Ideais

Os filtros, geralmente, são utilizados para a separação de um sinal de outras componentes indesejadas, tais como ruídos, interferências, etc. Um filtro ideal é aquele que recupera as características do sinal sem distorção alguma.

Os filtros podem ser categorizados de diversas formas, por exemplo: um filtro passa-baixa recupera apenas frequências abaixo da frequência de corte, um filtro passa-faixa recupera o sinal dentro de uma determinada faixa de corte, um filtro passa-alta recupera apenas frequências acima da frequência de corte.

2.6 Ruído Branco

O ruído branco também é conhecido como ruído térmico, pois é originado pela agitação dos elementos dissipativos do circuito. O ruído branco é constante para todas as frequências, sendo assim a densidade espectral dele depende da banda e não da frequência que o sistema está operando.

A autocorrelação do ruído branco é um impulso, o que significa dizer que uma amostra de ruído é completamente decorrelacionada de outra.

3 Atividades

3.1 Atividade 1

A primeira simulação consiste em gerar um sinal composto pela somatória de três sinais senos com diferentes amplitudes e frequências. O objetivo é analisar esses sinais no domínio do tempo e da frequência, além de encontrar sua potência média e sua densidade espectral.

3.1.1 Sinais no domínio do tempo

Na [Equação 2](#), [Equação 3](#), [Equação 4](#) e [Equação 5](#) estão descritos os sinais simulados.

$$y_1(t) = 6 \sin(2\pi \times 10^3 t) \quad (2)$$

$$y_2(t) = 2 \sin(2\pi \times 3 \times 10^3 t) \quad (3)$$

$$y_3(t) = 4 \sin(2\pi \times 5 \times 10^3 t) \quad (4)$$

$$s(t) = y_1(t) + y_2(t) + y_3(t) \quad (5)$$

Na [Figura 1-a](#) o sinal tem amplitude de 6V e frequência de 1kHz, na [Figura 1-b](#) a amplitude é de 2V e frequência de 3KHz, na [Figura 1-c](#) a amplitude é de 4V e frequência de 5KHz. Como os três sinais possuem frequências diferentes ao serem somados suas amplitudes também se somam gerando como resultado a onda da [Figura 1-d](#).

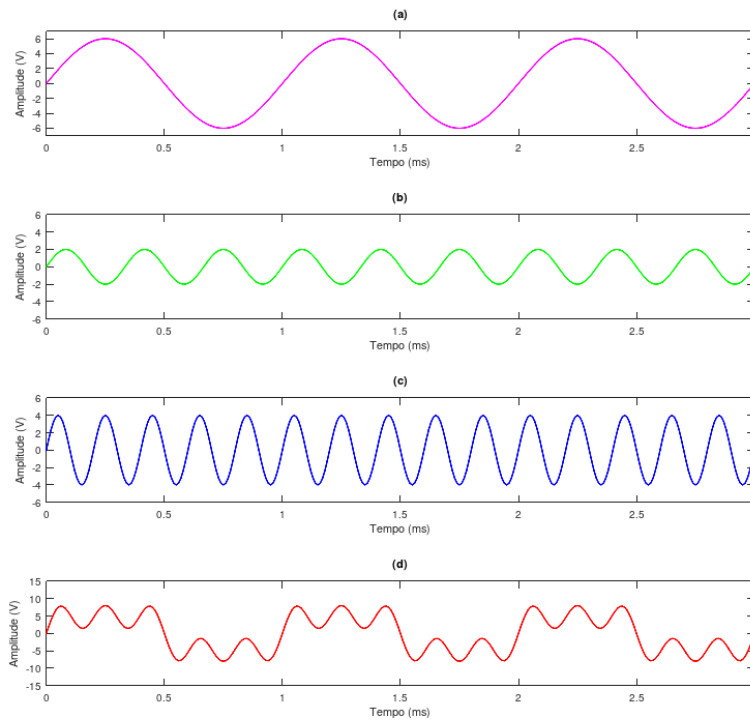


Figura 1: **(a)** - $y_1(t)$, **(b)** - $y_2(t)$, **(c)** - $y_3(t)$, **(d)** - $s(t)$. Fonte Própria.

Vale salientar que, como os períodos desses sinais são diferentes e em nenhum momento os picos ou vales ocorrem no mesmo instante de tempo a amplitude do sinal $s(t)$ nunca chega à soma das três amplitudes. Caso o sinal $s(t)$ recebesse o somatório de mais sinais senos com maiores frequências ele tenderia a se tornar um onda quadrada.

3.1.2 Sinais no domínio da frequência

Para a análise dos sinais no domínio da frequência foi utilizada a função `fft` do Matlab que faz a transformada rápida de Fourier do sinal. Conforme abordado na [Subseção 2.3](#) é através de transformada de Fourier que obtemos as componentes de frequência dos sinais. Na [Figura 2](#) estão representadas as transformadas de Fourier de cada um deles.

É possível notar que a transformada do seno é o impulso deslocado para a frequência no qual o sinal opera. Devido o seno também ser representado conforme a [Equação 6](#) ao realizar a transformada a amplitude cai pela metade, sendo que nas representações (a), (b) e (c) da [Figura 2](#) a amplitude é de 3V, 1V e 2V respectivamente.

$$\sin \theta = \frac{(e^{j\theta} - e^{-j\theta})}{2j} \quad (6)$$

Ao fazer a transformada do sinal aparece um impulso na frequência negativa de igual valor. Isso se dá ao fato de o círculo trigonométrico, no qual são representados os números complexos da [Equação 6](#), poder tanto ser compreendido no sentido anti-horário (frequências positivas) como no sentido horário (frequências negativas).

Além disso, o espectro da [Figura 2-d](#) mostra as três frequências existentes no sinal $s(t)$ que são oriundas dos sinais que compõem o somatório ([Equação 2](#), [Equação 3](#), [Equação 4](#)).

3.1.3 Potência média

Para descobrir potência média do sinal $s(t)$ foi utilizada a [Equação 1](#). Portanto, na simulação foi usada a função `norm` do Matlab, a qual faz o cálculo do módulo de um vetor, seu resultado foi elevado ao

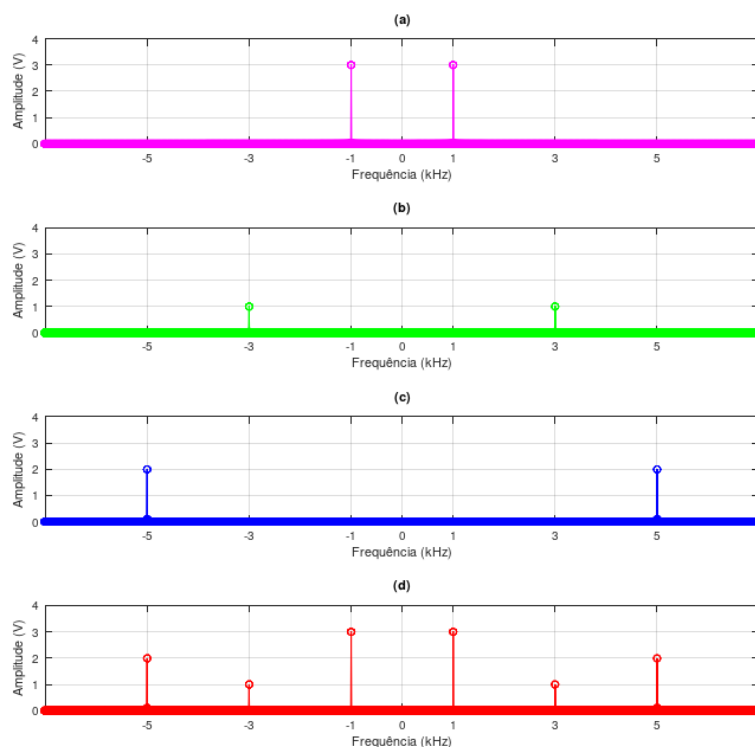


Figura 2: (a) - $Y_1(f)$, (b) - $Y_2(f)$, (c) - $Y_3(f)$, (d) - $S(f)$. Fonte Própria.

quadrado e dividido pelo tamanho do vetor. Dessa forma, se obteve o valor de 28 *Watts* de potência média do sinal.

Vale salientar, que o cálculo da potência média de $s(t)$ é mais adequado, visto que ele é um sinal periódico e portanto, considerado um sinal de potência e não de energia.

3.1.4 Densidade Espectral de Potência

Para calcular a densidade espectral de potência foi utilizada a função `pwelch` do Matlab. Essa função calcula a DEP de um sinal baseado na taxa de amostragem.

A Figura 3 mostra a DEP do sinal $s(t)$ com 30 amostras. Pode-se observar que a potência do sinal está concentrada nas frequências de 1kHz, 3kHz e 5kHz, sendo que há pouca energia nas demais frequências.

3.2 Atividade 2

3.2.1 Sinais no domínio do tempo

Na atividade 2 foram simulados 3 senoides com diferentes amplitudes e frequências, um sinal composto pela somatória desses três sinais e 3 filtros ideais com diferentes frequências de corte. O objetivo deste experimento é analisar o comportamento desses sinais no domínio do tempo e da frequência após sua passagem por diferentes filtros.

O sinais realizados estão especificados nas equações abaixo e seu comportamento possui as mesmas características que os sinais criados da Subseção 3.1, sendo que se diferenciam apenas na amplitude.

$$y_1(t) = 5 \sin(2\pi \times 10^3 t) \quad (7)$$

$$y_2(t) = \frac{5}{3} \sin(2\pi \times 3 \times 10^3 t) \quad (8)$$

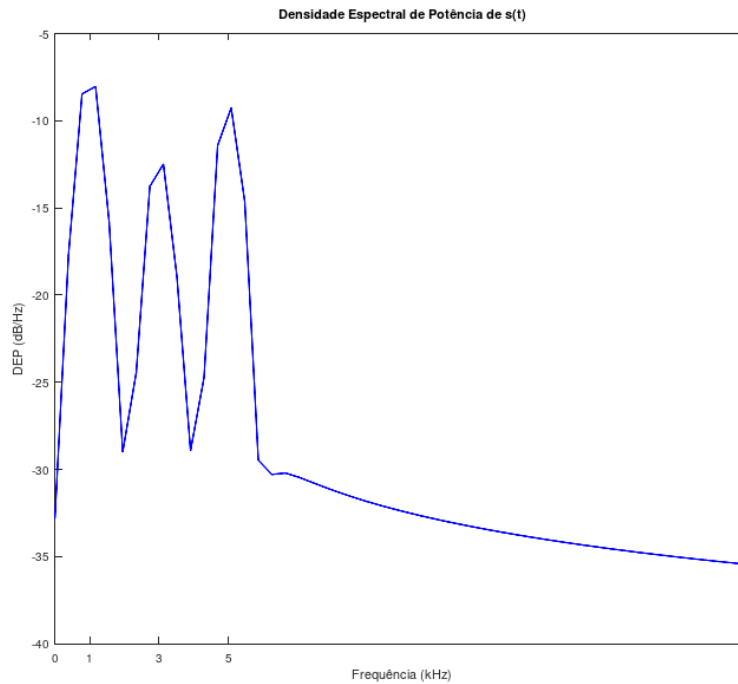


Figura 3: Densidade Espectral de Potência do sinal $s(t)$ com 30 amostras. Fonte Própria.

$$y_3(t) = 1 \sin(2\pi \times 5 \times 10^3 t) \quad (9)$$

$$s(t) = y_1(t) + y_2(t) + y_3(t) \quad (10)$$

3.2.2 Sinais no domínio da frequência

Na [Figura 4](#) estão os sinais criados e seu espectro de frequências obtido através da Transformada de Fourier.

3.2.3 Filtros

Foram criados três filtros com a função `freqz` do Matlab. Um filtro passa-baixa com frequência de corte de 2kHz ([Figura 5](#)), um filtro passa-alta de 4kHz ([Figura 6](#)) e um filtro passa-faixa entre 2kHz e 4kHz ([Figura 7](#)).

Após a criação dos filtros o sinal $s(t)$ da [Equação 10](#) foi passado pelos filtros obtendo os resultados demonstrados na [Figura 8](#).

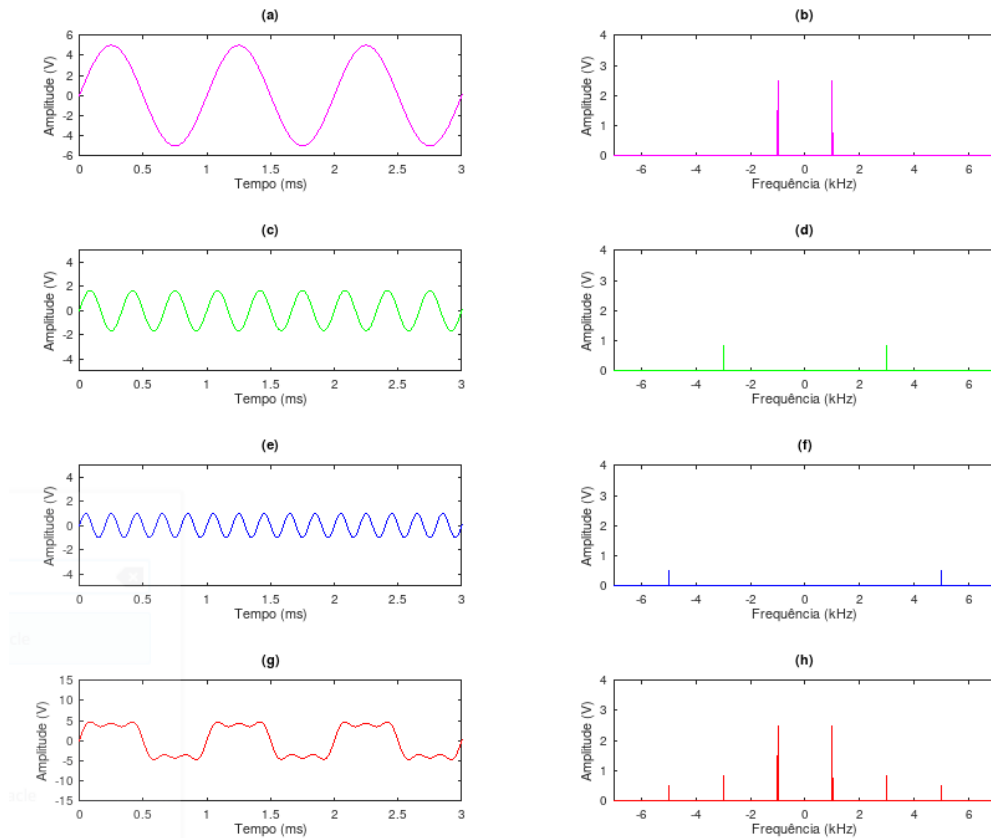


Figura 4: Sinais no domínio do tempo e da frequência. **(a)** - $y_1(t)$, **(b)** - $Y_1(f)$, **(c)** - $y_2(t)$, **(d)** - $Y_2(f)$, **(e)** - $y_3(t)$, **(f)** - $Y_3(f)$, **(g)** - $s(t)$, **(h)** - $S(f)$. Fonte Própria.

Como é possível observar na [Figura 8](#) quando o sinal foi filtrado para frequências menores que 2KHz resultou na sua componente senoidal de 1KHz, o mesmo ocorreu para o filtro passa-alta que permitiu a passagem apenas da componente de 5kHz e para o filtro passa-faixa a qual permitiu a passagem da componente de 3kHz.

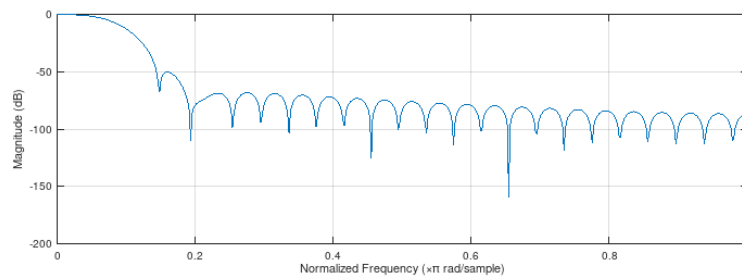


Figura 5: Filtro passa-baixa com frequência de corte de 2kHz. Fonte Própria.

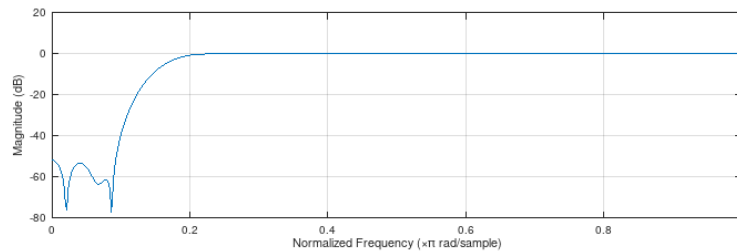


Figura 6: Filtro passa-alta de 4kHz. Fonte Própria.

3.3 Atividade 3

Neste exercício foi gerado um vetor gaussiano (Figura 9) para representar um ruído branco. Além disso foi gerado um filtro com frequência de corte de 10 kHz para fazer a filtragem do ruído. É possível observar o ruído plotado no domínio do tempo (Figura 10).

A Figura 11 apresenta a autocorrelação do sinal ruído no qual é um impulso, visto que nenhuma amostra está correlacionada com a outra.

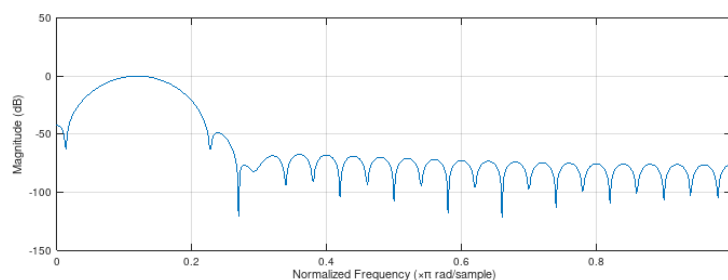


Figura 7: Filtro passa-faixa entre 2kHz e 4kHz. Fonte Própria.

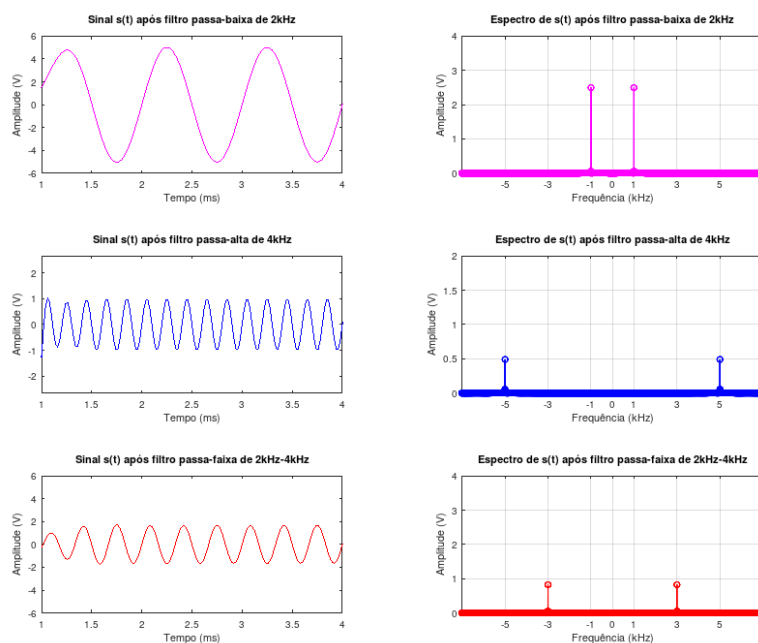


Figura 8: Sinais filtrados representados no domínio do tempo e da frequência. Fonte Própria.

Após a passagem pelo filtro o sinal apresenta o comportamento da [Figura 12](#) e é possível observar o histograma e ver que permanece com uma distribuição gaussiana

4 Conclusão

Este trabalho apresentou os conceitos sobre sinais e espectros abordados em sala de aula. No [Seção 1](#) foi apresentado o escopo geral do trabalho e seus principais objetivos. No [Seção 2](#) foram esclarecidos brevemente os principais tópicos utilizados para o desenvolvimento do laboratório e no [Seção 3](#) foram descritas as atividades desenvolvidas e os resultados obtidos.

O presente trabalho fortaleceu os conhecimentos revisados na disciplina de Sistemas de Comunicação 1 assim como possibilitou a prática em software de simulação como o Matlab, sendo que a aplicação prática dos conceitos teóricos de Sinais de Espectro e o alcance de resultados permitiram sedimentar uma base de conhecimento para o restante da disciplina.

5 Códigos desenvolvidos

Segue o [link](#) para o acesso aos códigos.

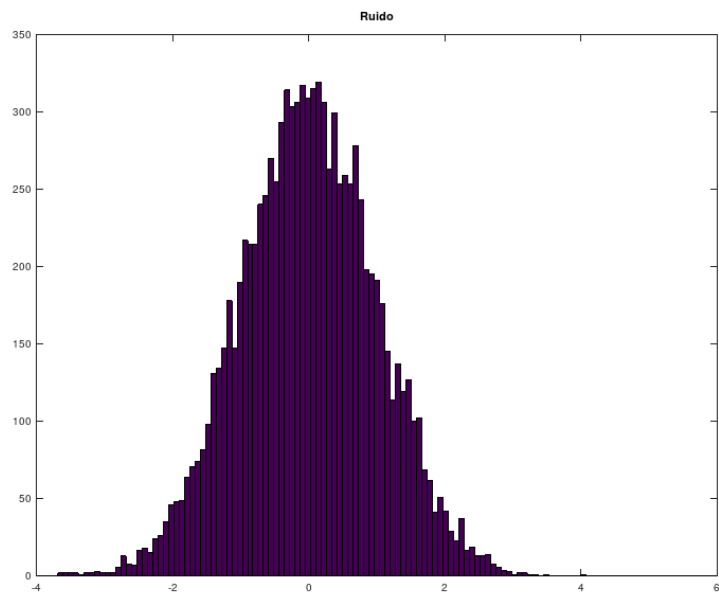


Figura 9: Ruído com distribuição gaussiana. Fonte Própria.

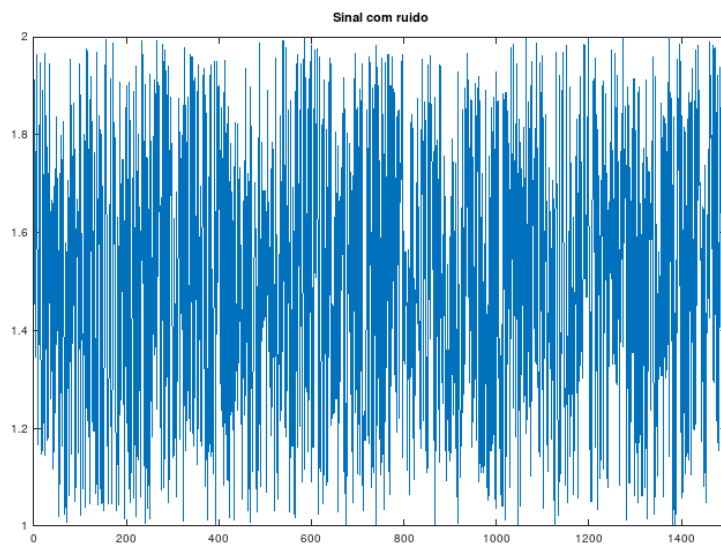


Figura 10: Ruído representado no domínio do tempo. Fonte Própria.

Referências

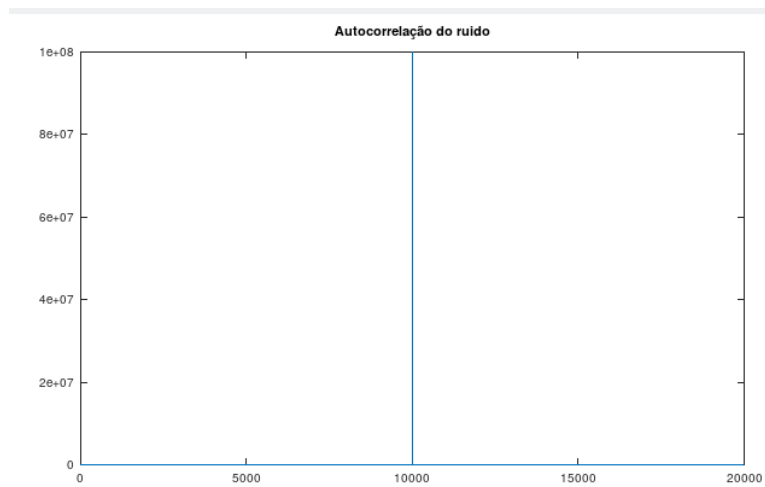


Figura 11: Autocorrelação do ruído. Fonte Própria.

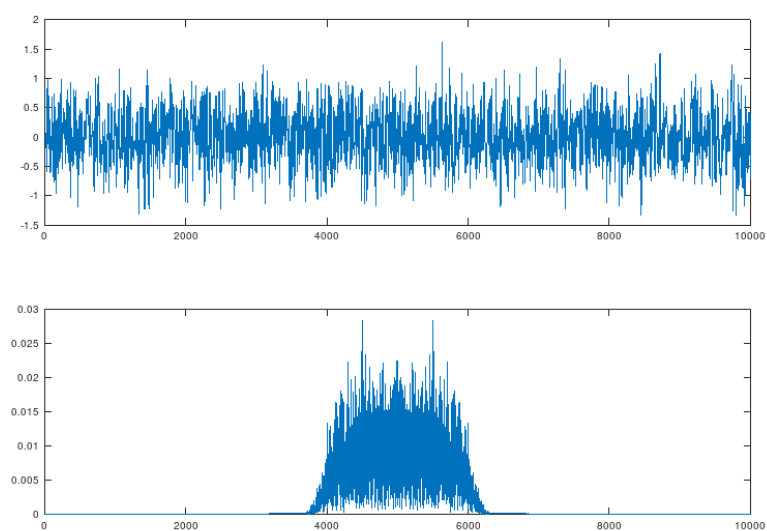


Figura 12: Ruído após passar pelo filtro. Fonte Própria.

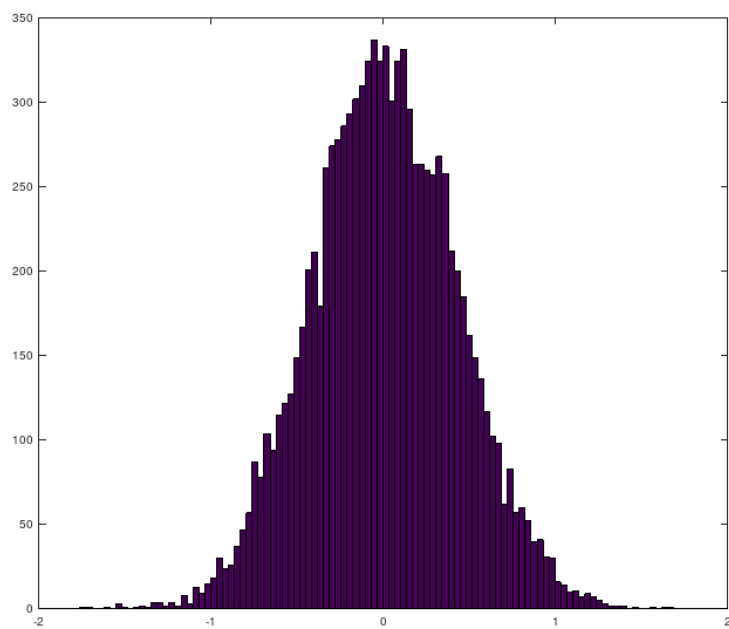


Figura 13: Histograma do ruído após passar pelo filtro. Fonte Própria.