**I.N.S.A.T**

**Année universitaire: 2015/2016**

**Section M.P.I**

## Série n°5

### Exercice 1

On considère le circuit ci-dessous alimenté par une tension sinusoïdale de fréquence variable f. On donne R = 4.7kΩ et C = 6.8nF.

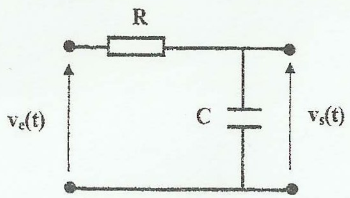



**Fig.1**

1°- Exprimer la transmittance complexe $\overline{T}(f)=\frac{\overline{V_s}}{\overline{V_e}}$ en fonction des paramètres du circuit.

Quelle est la fonction de filtrage réalisée par ce filtre ?

2°- Donner la représentation de Bode de $\overline{T}(f)$ en fonction de la fréquence f.

3°- Quelle est la fréquence de coupure $f_0$ et la bande passante à -3dB du filtre.

4°- Quelle est la fonction réalisée par le filtre pour $f \succ\succ f_0$.

5°- On applique à l'entrée du filtre un signal d'entrée $e(t)=E\sin(2\pi f_1 t)+E\sin(2\pi f_2 t)$ avec $E=1V$, $f_1=10f_0$ et $f_2=f_0/50$.

Déterminer l'expression de la tension de sortie du filtre.

### Exercice 2

On considère le circuit R-L de la figure 1, alimenté par une source de tension $v_e$ sinusoïdale, de pulsation variable ω. On donne R = 10Ω et L = 100μH.

**I-**

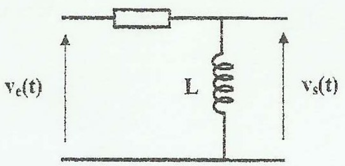



**Fig.1**

1°- Déterminer la transmittance complexe $\overline{T}(\omega)=\frac{\overline{V_s}}{\overline{V_e}}$ en fonction des éléments du circuit.



On posera $\omega_o=\frac{1}{\tau}$, avec τ = L/R la constante de temps du circuit L-R.

En déduire, les expressions du module et de l'argument de $\overline{T}(\omega)$.

2°- Donner la représentation asymptotique de Bode de $\overline{T}(\omega)$ en fonction de la pulsation ω (courbes asymptotiques de gain et de phase).

3°- Déterminer la fonction de filtrage réalisée par le circuit, le gain maximum en dB, la fréquence de coupure et la bande passante à -3dB.

4°- Quelle est la fonction de filtrage réalisée pour $\omega \ll \omega_0$. Déterminer dans ce cas la relation approchée qui lie la tension de sortie $v_s(t)$ à la tension d'entrée $v_e(t)$.

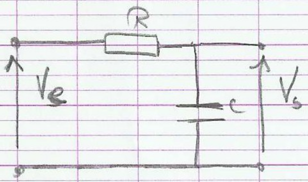
5°- On applique à l'entrée de ce filtre, une tension d'entrée $v_e(t)$ sinusoïdale et ayant pour expression :

$$v_e(t)=E+V_m\sin(\omega t) \qquad \text{avec : } V_m=5V \text{ et } f=50Hz$$

Calculer l'expression de la tension de sortie $v_s(t)$.

Circuits                Serie 5 :

Exercice 1 :




1°) $\overline{V_s} = \dfrac{\overline{Z_C}\,\overline{V_e}}{\overline{Z_C} + \overline{Z_R}}$

$\Rightarrow \dfrac{\overline{V_s}}{\overline{V_e}} = \dfrac{\overline{Z_C}}{\overline{Z_C} + \overline{Z_R}} = \dfrac{\frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}}$

$= \dfrac{1}{1 + jRC\omega}$

$= \dfrac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$ avec $\omega_0 = \dfrac{1}{RC}$ , $\tau = RC$, $\omega_0 = \dfrac{1}{\tau} = \dfrac{1}{2\pi f_0}$

$\vec{T}(f) = \dfrac{1}{1 + j\frac{f}{f_0}}$

$\Rightarrow$ C'est la $f^{\circ n}$ d'un filtre passe bas de 1er ordre

2°) Les diagrammes de Bodes :

- Courbe de Gain

$G_{dB} = 20\log(|\vec{T}|) = 20\log\left(\dfrac{1}{\sqrt{1 + (\frac{f}{f_0})^2}}\right)$

$f \to 0 : G_{dB} = 0$

$f \to \infty : G_{dB} \to -\infty$

$f = f_0 : G_{dB} = 20\log\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right) \simeq -3\,dB$

$\dfrac{f}{f_0} >>> 1$ , $\overline{T}(f) = \dfrac{1}{j\frac{f}{f_0}}$

$G_{dB} = 20\log\left(\dfrac{f_0}{f}\right) = 20\log f_0 - 20\log(f)$

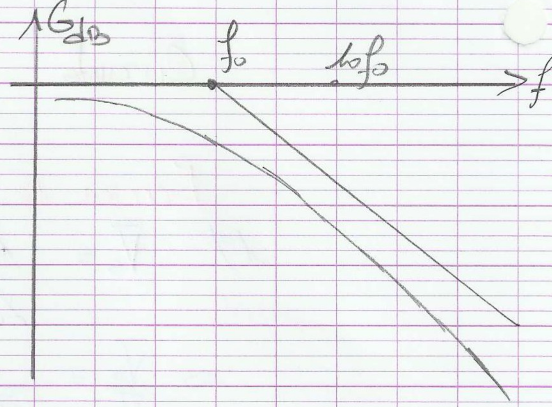
$f_0 = \dfrac{1}{2\pi RC} = 4982\,Hz \simeq 5\,KHz$

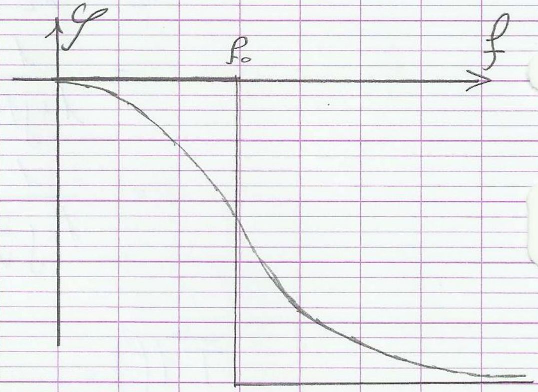
| f (Hz) | $0,1f_0$ | $0,2f_0$ | $0,3f_0$ ... | $f_0$ | $10f_0$ | $20f_0$ | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $G_{dB}$ | -0,04 | -0,17 | ... | -3 | ... | -26,03 | |

Courbe de phase :
$\varphi = \arg(\overline{T}(f))$

$= \arg\left(\dfrac{1}{1+j\frac{f}{f_0}}\right)$

$= -\mathrm{arctg}\left(\dfrac{f}{f_0}\right)$




- $f \to 0$, $\varphi \to 0$
- $f \to \infty$, $\varphi \to -\frac{\pi}{2}$
- $f = f_0$, $\varphi = -\frac{\pi}{4}$

4°) $f >> f_0$, $\dfrac{f}{f_0} >> 1$

$\overline{T}(f) = \dfrac{1}{j\frac{f}{f_0}} = \dfrac{\overline{V_s}}{\overline{V_e}}$

$\overline{V_s} = \dfrac{1}{jf}\overline{V_e} \cdot f_0 = \dfrac{1}{j\omega}\overline{V_e}\,\omega_0$

$V_s(t) = \omega_0 \int V_e(t)$

$V_s(t) = \dfrac{1}{\tau}\int V_e(t)\,dt$

$\Rightarrow$ C'est la f°t d'un intégrateur parfait

5°) $e(t) = E\sin(2\pi f_1 t) + E\sin(2\pi f_2 t)$

$f_1 = 10 f_0$, $f_2 = \dfrac{f_0}{50}$

Th. superposition

- $e_1(t) = E\cos\left(2\pi f_1 t - \frac{\pi}{2}\right) =$

$V_s(t) = \overline{T}(f_1) \cdot \overline{E_1}$

$|\overline{V_{s_1}}| = |\overline{T}(f_1)| \cdot |\overline{E_1}| = \dfrac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f_1}{f_0}\right)^2}} \cdot E_1$

$= \dfrac{E}{\sqrt{101}} = 0{,}099\,V$

Circuits Serie 5(2)

## Exercice 1(2)

$$\arg(\overline{V_{s_1}}) = \arg(\overline{T}(f_1)) + \arg(\overline{E_1})$$

$$= -\operatorname{arctg}\left(\frac{f_1}{f_0}\right) - \frac{\pi}{2}$$

$$= -1{,}47 - \frac{\pi}{2}$$

$$V_{s_1}(t) = 0{,}099 \cos\left(2\pi f_1 t - 1{,}47 - \frac{\pi}{2}\right)$$
$$= 0{,}099 \sin(2\pi f_1 t - 1{,}47)$$

- $e_2(t) = E \sin(2\pi f_2 t) = E\cos\left(2\pi f_2 t - \frac{\pi}{2}\right)$

$$\overline{V_{s_2}} = \overline{T}(f_2) \cdot \overline{E_2}$$
$$|\overline{V_{s_2}}| = |\overline{T}(f_2)|\,|\overline{E_2}| = 0{,}99$$

$$\arg(\overline{V_{s_2}}) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{f_2}{f_0}\right) - \frac{\pi}{2}$$

$$= -0{,}02 - \frac{\pi}{2}$$

$$V_{s_2}(t) = 0{,}99 \cos\left(2\pi f_2 t - 0{,}02 - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 0{,}99 \sin(2\pi f_2 t - 0{,}02)$$

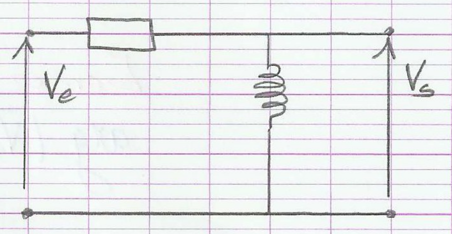
$\Rightarrow V_s(t) = V_{s_1}(t) + V_{s_2}(t)$

$$= \underbrace{0{,}099 \sin(2\pi f_1 t - 1{,}47)}_{a} + \underbrace{0{,}99 \sin(2\pi f_2 t - 0{,}02)}_{b}$$

a: $f_1 = 10 f_0$ (en dehors de la bande passante) $\Rightarrow$ signal très atténué

b: $f_2 = \frac{f_0}{50}$ $\Rightarrow$ on est dans la bande passante $\Rightarrow$ signal non atténué

Exercice 2.




$$\overline{V_s} = \frac{Lj\omega\,\overline{V_e}}{Lj\omega + R}$$

$$\cancel{= \frac{\overline{V_e}}{1+\frac{R}{Lj\omega}}}$$

$$\cancel{= \frac{\overline{V_e}}{R+}}$$

$$\frac{\overline{V_s}}{\overline{V_e}} = \frac{jL\omega}{jL\omega + R} = \frac{\frac{jL\omega}{R}}{1+j\frac{L\omega}{R}}$$

On pose $\tau = \frac{L}{R} = \frac{1}{\omega_0}$

$$\frac{\overline{V_s}}{\overline{V_e}} = \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

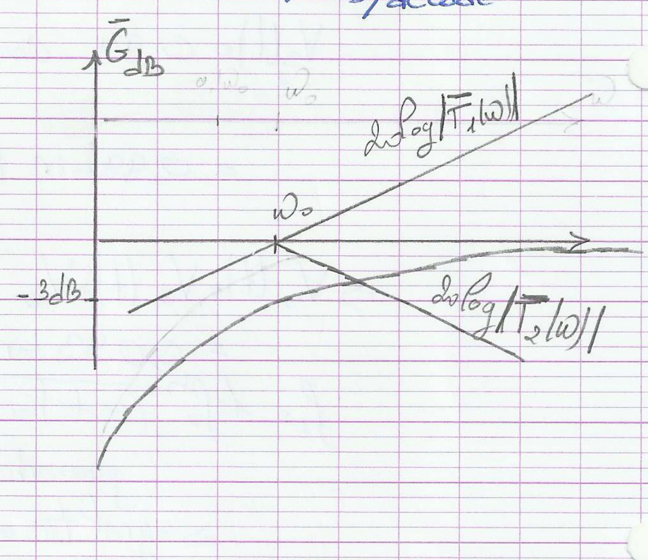
$$\overline{T}(\omega) = \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1+j\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)} = \overline{T_1}(\omega)\cdot\overline{T_2}(\omega) \text{ avec } \begin{cases} \overline{T_1}(\omega) = j\frac{\omega}{\omega_0} \\ \overline{T_2}(\omega) = \frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}} \end{cases}$$

$$|\overline{T_1}(\omega)| = \frac{\omega}{\omega_0}$$

$G_{1dB} = 20\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) = 20\log(\omega) - 20\log(\omega_0) \Rightarrow$ C'est une dte de pente 20dB/decade

$$\arg(\overline{T}(\omega)) = \frac{\pi}{2}$$

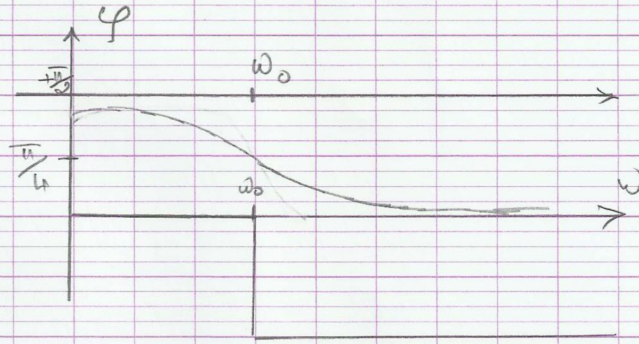
$\overline{G_d}$



Circuits Serie 5(3)

Exercice 2(2)

3°) C'est un filtre passe haut de premier ordre de Gain max = 0 et $f_c = \frac{1}{2\pi \frac{L}{R}} = 16\,KHz$




de bande passante ~~[16, +∞[~~

$[16\,KHz, +\infty[$

4°) Si $\omega \ll \omega_0$

$\Rightarrow \frac{\omega}{\omega_0} \ll 1$

$\Rightarrow T(\omega) = j\frac{\omega}{\omega_0}$

$\Rightarrow$ C'est un dérivateur parfait

$\Rightarrow V_s(t) = \frac{1}{\omega_0} \frac{dV_e(t)}{dt}$

5°) • $V_e(t) = E + V_m \sin(\omega t)$

E est une composante continue $\Rightarrow$ E va être coupée

• $50\,Hz \ll 16\,KHz \Rightarrow V_s(t) = \frac{1}{\omega_0} \frac{d(V_m \sin(\omega t))}{dt}$

$= V_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$

$= 0{,}015 \sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})$