



Plano de Ensino

- Apresentação. Revisão de Funções.
- Expressões Regulares.
- **Gramática Regular.**
- Autômatos Finitos Determinísticos.
- Conversão entre GR e AFD.
- Minimização de Autômatos.
- Autômatos Finitos Não-Determinísticos.
- Conversão de Autômatos AFD para AFND.
- Autômatos com Pilha.
- Máquinas de Turing.

Livro-Texto

- Bibliografia Básica:
 - » MENEZES, Paulo Fernando Blauth. **Linguagens Formais e Autômatos**. 5ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2008.
- Bibliografia Complementar:
 - » LEWIS, Ricki. **Elementos da Teoria da Computação**. 2ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2004.
 - » HOPCROFT, John E; ULLMAN, Jeffrey D; MOTWANI, Rajeev, SOUZA. **Introdução a Teoria dos Autômatos, Linguagens e Computação**. 1ª ed. São Paulo: CAMPUS, 2003.

3. Gramática – Alfabeto



- Alfabeto (Σ) \rightarrow é um conjunto não vazio e finito de símbolos. Sendo assim, um conjunto também é considerado um alfabeto. Letras e dígitos são exemplos de símbolos usados frequentemente.

$\Sigma = \{a, e, i, o, u\}$

$\Sigma = \{a, b, c, d, e, \dots, z\}$

$\Sigma = \{0, 1\}$

3. Gramática – Palavra



- Palavra, cadeia de caracteres ou sentença \rightarrow é uma sequência finita de símbolos (do alfabeto) justapostos. Uma palavra sem símbolo ($\epsilon \rightarrow$ vazia).

- Seja $\Sigma = \{a, e, i, o, u\}$

» Palavra vazia (ϵ) \rightarrow palavra sem símbolos \rightarrow
 $\Sigma = \{\epsilon\}$

» Conjunto de todas as palavras possíveis \rightarrow
 $\Sigma^* = \{\epsilon, a, ae, aei, aaeaa, aeioa, aeioou, \dots\}$

» Conjunto de todas as palavras possíveis excetuando-se a palavra vazia \rightarrow
 $\Sigma^+ = \{a, ae, aei, aaeaa, aeioa, aeioou, \dots\}$ ou $\Sigma^+ = \Sigma^* - \{\epsilon\}$

3. Gramática – Palavra



- Tamanho de uma palavra \rightarrow o tamanho ou comprimento de uma palavra w , representado por $|w|$ é o número de símbolos que compõem a palavra.

- Seja $\Sigma = \{a, e, i, o, u\}$

» Se $w = aei$ então $|w| = 3$

» Se $w = aeioouae$ então $|w| = 8$

» Se $w = \epsilon$ então $|w| = 0$ (sentença vazia)

3. Gramática – Palavra



- Prefixo, Sufixo e Subpalavra \rightarrow é qualquer seqüência de símbolos inicial (prefixo) ou final (sufixo) da palavra. Qualquer prefixo ou sufixo de uma palavra é uma subpalavra.
- Seja uma palavra $w = abcb$ em $\Sigma = \{a, b, c\}$
 - » Prefixos: $\epsilon, a, ab, abc, abcb$.
 - » Sufixos: $\epsilon, b, cb, bcb, abcb$.

3. Gramática – Linguagem



- Uma linguagem formal é um conjunto de palavras sobre um alfabeto.
- Sendo $\Sigma = \{a, b, c\}$:
 - » O conjunto vazio e o conjunto formado pela palavra vazia são linguagens sobre Σ ($\{\} \neq \{\epsilon\}$)
 - » O conjunto de palíndromos (mesma leitura de ambos os lados) sobre Σ é um exemplo de linguagem infinita ($\Sigma = \{\epsilon, a, b, aa, bb, aaa, bbb, aba, bab, aaaa, \dots\}$).

3. Gramática – Linguagem



- Concatenação \rightarrow é uma justaposição dos símbolos que representam as palavras componentes.
 - » Associatividade: $v(wt) = (vw)t$
 - » Elemento neutro: $\epsilon w = w = w\epsilon$
- Seja o alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$ e as palavras $v = baaaa$ e $w = bb$.
 - » $vw = baaaabb$
 - » $v\epsilon = v = baaaa$

3. Gramática – Linguagem



- Concatenação sucessiva \rightarrow é uma justaposição com os símbolos da própria palavra de forma sucessiva; é representada na forma de expoente, ou seja, w^n , onde w é a palavra e n o número de concatenações consecutivas.
 - » $w^0 = \varepsilon$
 - » $w^n = ww^{n-1}$, para $n > 0$
- Seja w uma palavra. Então:
 - » $w^1 = w$
 - » $w^2 = www$
 - » $w^5 = wwwww$
 - » $w^n = www...w$ (n vezes)

3. Gramática – Gramática



- É uma quádrupla ordenada $G = (V, T, P, S)$
 - » $V \rightarrow$ conjunto finito de símbolos variáveis ou não-terminais
 - » $T \rightarrow$ conjunto finito de símbolos terminais
 - » $P \rightarrow$ conjunto finito de pares, chamado regras de produção tal que a primeira componente é palavra de $(V \cup T)^*$ e a segunda componente é palavra de $(V \cup T)^*$
 - » $S \rightarrow$ elemento de V chamado de variável inicial

3. Gramática – Gramática



- Regra de produção \rightarrow uma regra de produção (α, β) , representada por $\alpha \rightarrow \beta$, definem condições de geração das palavras da linguagem.
 - » Uma sequência de produção $\alpha \rightarrow \beta_1, \alpha \rightarrow \beta_2, \dots, \alpha \rightarrow \beta_n$ pode ser abreviada na forma $\alpha \rightarrow \beta_1 \mid \beta_2 \mid \dots \mid \beta_n$
 - » A aplicação de uma regra de produção é denominada derivação de uma palavra. A aplicação sucessiva de regras de produção permite derivar as palavras da linguagem representada pela gramática.

3. Gramática – Gramática



- Derivação \rightarrow seja $G = (V, T, P, S)$ uma gramática, uma derivação é um par da relação com domínio em $(V \cup T)^+$ e contra-domínio em $(V \cup T)^*$.
- Um par (α, β) é representado por $\alpha \Rightarrow \beta$. A relação \Rightarrow é indutivamente definida como segue:
 - » Para toda produção da forma $S \rightarrow \beta$, o primeiro componente é o símbolo inicial de G , tem-se: $S \Rightarrow \beta$.
 - » Para todo par $\alpha \Rightarrow \beta$, onde $\beta = \beta_u \beta_v \beta_w$, se $\beta_v \rightarrow \beta_1$ é regra de P então: $\beta = \beta_u \beta_1 \beta_w$
- Portanto, uma derivação é a substituição de uma subpalavra de acordo com uma regra de produção.

3. Gramática – Gramática



- Linguagem Gerada \rightarrow seja $G = (V, T, P, S)$ uma gramática, a linguagem gerada pela gramática G , denotada por $L(G)$ é composta por todas as palavras de símbolos terminais deriváveis a partir do símbolo S , ou seja:
 $L(G) = \{w \in T^* \mid S \Rightarrow^+ w\}$
- Convenções:
 - » $A, B, C, D, \dots, T \rightarrow$ para símbolos variáveis
 - » $a, b, c, d, \dots, t \rightarrow$ para símbolos terminais

3. Gramática – Gramática



- Exemplo 1: a gramática $G = \{V, T, P, S\}$ onde:
 $V = \{S, D\}$
 $T = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 $P = \{S \rightarrow D, S \rightarrow DS, D \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9\}$
- Derivação do número **243**:
 $S \Rightarrow DS \Rightarrow 2S \Rightarrow 2DS \Rightarrow 24S \Rightarrow 24D \Rightarrow 243$
 $S \Rightarrow^6 243$

3. Gramática – Gramática

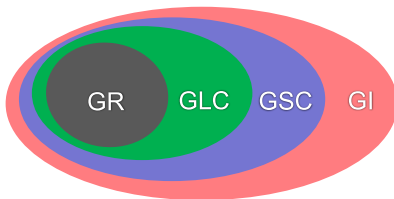


- Exemplo 2: a gramática $G = (\{S, X, Y, A, B, F\}, \{a, b\}, P, S)$ onde:
 $P = \{S \rightarrow XY, X \rightarrow XaA|XbB|F, Aa \rightarrow aA, Ab \rightarrow bA, AY \rightarrow Ya, Ba \rightarrow aB, Bb \rightarrow bB, BY \rightarrow Yb, Fa \rightarrow aF, Fb \rightarrow bF, FY \rightarrow \epsilon\}$
- Derivação da palavra baba:
 $S \Rightarrow XY \Rightarrow XaAY \Rightarrow XaYa \Rightarrow XbBaYa \Rightarrow XbaBYa \Rightarrow XbaYba \Rightarrow FbaYba \Rightarrow bFaYba \Rightarrow baFYba \Rightarrow baba$
 $S \Rightarrow^{10} baba$

3. Gramática – Tipos de Gramática



- Segundo a hierarquia de Chomsky, as gramáticas podem ser de quatro tipos. Para $G = (V, T, P, S)$ e $V = V \cup T$, temos:



3. Gramática – Tipos de Gramática



- Tipo 0 - Gramáticas Irrestritas (GI)** \rightarrow do lado esquerdo da produção pode haver uma seqüência de quaisquer símbolos, desde que, entre eles, haja um não-terminal.
- Do lado direito da produção pode haver qualquer seqüência de símbolos, inclusive a sentença vazia.
 $P = \{ \alpha \rightarrow \beta \mid \alpha \in V^+, \beta \in V^* \}$

3. Gramática – Tipos de Gramática



- **Tipo 1 - Gramáticas Sensíveis ao Contexto (GSC) →** o comprimento da sentença do lado esquerdo deve ser menor ou igual ao comprimento da sentença do lado direito da produção. Do lado direito não é aceito a sentença vazia.

- » $\alpha \rightarrow \beta \in P$ e $|\alpha| \leq |\beta|$
 - Ex: $a_1 A a_2 \rightarrow a_1 B a_2$

3. Gramática – Tipos de Gramática



- **Tipo 2 - Gramáticas Livres de Contexto (GLC) →** do lado esquerdo da produção deve, sempre, ocorrer um e apenas um símbolo variável. A sentença vazia também não é aceita do lado direito da produção.

- » $P = \{ \alpha \rightarrow \beta \mid \alpha \in N \text{ e } \beta \neq \epsilon \}$
 - Ex: $X \rightarrow abcX$ (não importa o contexto de X)

3. Gramática – Tipos de Gramática



- **Tipo 3 - Gramáticas Regulares (GR) →** do lado esquerdo da produção deve, sempre, ocorrer um e apenas um símbolo variável e do lado direito podem ocorrer ou somente um terminal, ou um terminal seguido de um variável.

- » $A \rightarrow aB$ ou $A \rightarrow a$ ou seja,
 - » $P = \{ A \rightarrow aX \mid A \in V, a \in T, X \in \{V \cup \{\epsilon\}\} \}$

3. Gramática – Tipos de Gramática



▪ Conforme o tipo da gramática que dá origem a uma linguagem, estas se classificam em:

- » LSC → Linguagem Sensível ao Contexto
- » LLC → Linguagem Livre de Contexto
- » LR → Linguagem Regular



Linguagens Formais e Autômatos

Engenharia da Computação
clayton.valdo@anhanguera.com