FACULDADE ANHANGUERA EDUCACIONAL
LISTA 2 – Matemática Aplicada III
Profa Thabata Martins

Bibliografia adotada (PLT)

Hughes-Hallett, Gleason, McCallum, et al. *Cálculo de uma variável.* 3ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002.

A FUNÇÃO DERIVADA

Para qualquer função f, definimos a função derivada f' por f'(x) = taxa de variação de f em x =

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

✓ A DERIVADA PRIMEIRA

Graficamente:

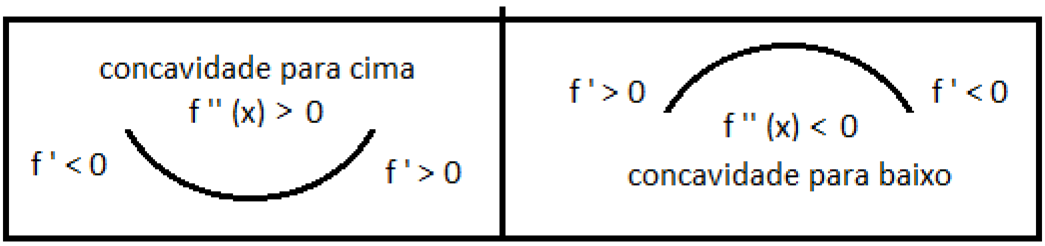
Se f' > 0 em um intervalo, então f é crescente nesse intervalo.
Se f' < 0 em um intervalo, então f é decrescente nesse intervalo.

O valor absoluto da derivada nos dá a taxa de variação, ou seja, em módulo se f' é grande em valor em módulo (positiva ou negativa), então a função é bastante inclinada (cresc/decresc).

Com isso, se é possível saber o comportamento de funções somente com sua derivada.

✓ A DERIVADA SEGUNDA

Se f''> 0 em um intervalo, então f' é crescente, logo o gráfico de f é convexo no intervalo.
Se f''< 0 em um intervalo, então f' é decrescente, logo o gráfico de f é côncavo no intervalo.



✓ PRIMEIRAS REGRAS DE DERIVAÇÃO

Regra da potência: Se $f(x) = ax^n$ então $f'(x) = a.n.x^{n-1}$ para todo $a \neq 0$ e $n \neq 0$.
Função constante Se f(x) = k então f'(x) = 0 para todo $k \in \mathbb{R}$.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

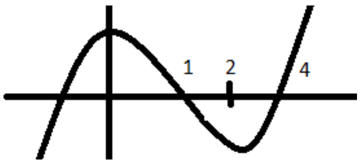
1) Para os itens abaixo encontre a derivada das funções dadas. Suponha que a, b, c e k são constantes.

a) $y = x^{11}$
b) $y = -x^{-11}$
c) $y = x^{-12}$
d) $y = x^{3/4}$
e) $f(x) = \frac{1}{x^4}$
f) $f(x) = x^e$
g) $f(t) = 3t^2 - 4t + 1$
h) $g(t) = \frac{t^3 + k}{t}$
i) $h(w) = -2w^{-3} + 3\sqrt{w}$
j) j) $y = 3t^5 - 5\sqrt{t} + \frac{7}{t}$

j) $y = x^2 + \frac{1}{2x}$
k) $f(z) = z^2 + \frac{1}{2z}$
l) $f(z) = \frac{z^2 + 1}{3z}$
m) $y = \frac{\theta - 1}{\sqrt{\theta}}$
n) $\frac{dy}{dx}$ se $y = ax^2 + bx + c$
o) $g(x) = -\frac{1}{2}(x^5 + 2x - 9)$
p) $y = -3x^4 - 4x^3 - 6x + 2$
q) $g(z) = \frac{z^7 + 5z^6 - z^3}{z^2}$

2) Para a função cujo gráfico está abaixo as quantidades são positivas ou negativas?

a) f(2) **b) f'(2)** **c) f''(2)**



3) Use a regra da potência para derivar

a) $f(x) = \frac{1}{x^3}$ b) $f(x) = x^{1/2}$ c) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

4) Encontre as derivadas de

a) $f(x) = 5x^2 + 3x + 2$ b) $f(x) = \sqrt{3}\,x^7 - \frac{x^5}{5} + \pi$

5) Derive

a) $5\sqrt{x} - \frac{10}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ b) $0{,}1\,x^3 + 2x^{\sqrt{2}}$

6) Encontre a derivada segunda e interprete seu sinal para

a) $f(x) = x^2$ b) $g(x) = x^3$ c) $k(x) = x^{1/2}$

7) Se a posição de um corpo, em metros, é dada como função do tempo t, em segundos, por

$$\mathbf{s = -4{,}9t^2 + 5t + 6.}$$

Encontre a velocidade e a aceleração do corpo no instante t.

RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1.

a) $y = 11x^{10}$

b) $y = 11x^{-12}$

c) $y = -12x^{-13}$

d) $y = (3x^{-1/4})/4$

e) $f(x) = -4x^{-5}$

f) $f(x) = ex^{e-1}$

g) $f(t) = 6t - 4$

h) $g(t) = \dfrac{2t-k}{t^2}$

i) $h(w) = 6/w^4 + 3/(2\sqrt{w})$

j) j) $y = 15t^4 - \frac{5}{2}\, t^{-1/2} - 7t^{-2}$

j) $y = x^2 + \dfrac{1}{2x}$

k) $f(z) = 2z - \frac{1}{2}\, z^{-2}$

k) $f(z) = \dfrac{z^2 - 1}{3z^2}$

l) $y = \dfrac{1}{2\sqrt{\theta}} + \dfrac{1}{2\theta^{3/2}}$

m) $\dfrac{dy}{dx} = 2ax + b$

n) $g(x) = -\frac{1}{2}\,(5x^4 + 2)$

o) $y = -12x^3 - 12x^2 - 6$

p) $g(z) = 5z^4 + 20z^3 - 1$

2. negativa, negativa, positiva.

3. $-\dfrac{3}{x^4}$; $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$; $-\dfrac{1}{3x^{4/3}}$

4. a) $10x + 3$ b) $7\sqrt{3}x^6 - x^4$

5. a) $\dfrac{5}{2\sqrt{x}} + \dfrac{20}{x^3} - \dfrac{1}{4x^{3/2}}$ b) $0{,}3x^2 + 2\sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}$

6. a) Se $f(x) = x^2$, então $f'(x) = 2x$, de modo que $f''(x) = 2$. Como f'' é sempre positiva, f é convexa, como esperado de uma parábola com a abertura virada para cima.

   b) Se $g(x) = x^3$, então $g'(x) = 3x^2$, de modo que $g''(x) = 6x$. Isso é positivo para $x>0$ e negativo para $x<0$ o que significa que x^3 é convexa para $x>0$ e côncava para $x<0$

   c) $f''(x) = -1/4x^{-3/2}$. Como k está definida somente para $x \geq 0$, quando $x > 0$ vemos que $k''(x)$ é negativa. Logo k é côncava.

7. A velocidade v é a derivada da posição

$$v = \frac{ds}{dt} = -9{,}8t + 5 \quad \text{(unidade m/s)}$$

e a aceleração é a derivada da velocidade

$$a = \frac{dv}{dt} = -9{,}8 \text{ m/s}^2$$