



## 1. Sistemas de Numeração



- Como simplificação, uma base numérica é um conjunto de símbolos (ou algarismos) com os quais podemos representar uma quantidade ou um número.
- A base decimal (base 10) é a mais difundida e é composta por 10 números: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Para expressarmos números maiores que 9, devemos somar um dígito ao número original, levando-se então a: 9 + 1 = 10, 99 + 1 = 100, 999 + 1 = 1000 e assim por diante.

## 1. Sistemas de Numeração



 Tal seqüência repete-se indefinidamente, seguindo o padrão, podemos representar os números como uma seqüência de basen que, neste caso equivale a 10n.

| Posição<br>do Dígito | 4         | 3                     | 2       | 1                   | 0     |  |
|----------------------|-----------|-----------------------|---------|---------------------|-------|--|
| Peso                 | 104=10000 | 10 <sup>3</sup> =1000 | 102=100 | 10 <sup>1</sup> =10 | 100=1 |  |

- Por exemplo:
  - » O número 1735 seria representado por:  $1x10^3 + 7x10^2 + 3x10^1 + 5x10^0 = 1000 + 700 + 30 + 5 = 1735$

# 1. Sistemas de Numeração



- Com base nesta premissa, podemos representar uma seqüência numérica de base decimal como:  $\sum_{i=1}^{s-1} x_i B^i$
- Outras bases possuem representação de seus símbolos similar à base decimal, ou seja, com a sequenciação de símbolos, obedecendo a seus limites de dígitos.

### 1. Sistemas de Numeração



- $$\begin{split} & \bullet \quad \text{Base} = 10 \text{ (decimal)} \implies 0_{10}, \, 1_{10}, \, 2_{10}, \, 3_{10}, \, 4_{10}, \, 5_{10}, \, 6_{10}, \, 7_{10}, \\ & 8_{10}, \, 9_{10}, \, 10_{10}, \, 11_{10}, \, 12_{10}, \, 13_{10}, \, 14_{10}, \, 15_{10}, \, 16_{10}, \, 17_{10}, \, \ldots \end{split}$$
- Base = 8 (octal)  $\rightarrow$  0<sub>8</sub>, 1<sub>8</sub>, 2<sub>8</sub>, 3<sub>8</sub>, 4<sub>8</sub>, 5<sub>8</sub>, 6<sub>8</sub>, 7<sub>8</sub>, 10<sub>8</sub>, 11<sub>8</sub>, 12<sub>8</sub>, 13<sub>8</sub>, 14<sub>8</sub>, 15<sub>8</sub>, 16<sub>8</sub>, 17<sub>8</sub>, 20<sub>8</sub>, 21<sub>8</sub>, 22<sub>8</sub>, 23<sub>8</sub>, ...
- Base = 16 (hexadecimal)  $\rightarrow$  0<sub>16</sub>, 1<sub>16</sub>, 2<sub>16</sub>, 3<sub>16</sub>, 4<sub>16</sub>, 5<sub>16</sub>, 6<sub>16</sub>, 7<sub>16</sub>, 8<sub>16</sub>, 9<sub>16</sub>, A<sub>16</sub>, B<sub>16</sub>, C<sub>16</sub>, D<sub>16</sub>, E<sub>16</sub>, F<sub>16</sub>, 10<sub>16</sub>, 11<sub>16</sub>, 12<sub>16</sub>, 13<sub>16</sub>, 14<sub>16</sub>, 15<sub>16</sub>, 16<sub>16</sub>, 17<sub>16</sub>, 18<sub>16</sub>, 19<sub>16</sub>, 1A<sub>16</sub>, 1B<sub>16</sub>, 1C<sub>16</sub>, 1D<sub>16</sub>, ...
- Base = 2 (binária) → 0<sub>2</sub>, 1<sub>2</sub>, 10<sub>2</sub>, 11<sub>2</sub>, 100<sub>2</sub>, 101<sub>2</sub>, 110<sub>2</sub>, 111<sub>2</sub>, 1000<sub>2</sub>, ...

## 1. Sistemas de Numeração - Conversão



 Para encontrar a correspondência entre um número de base cinco e um número na base decimal, basta computarmos o somatório dos pesos de cada um dos algarismos em relação à base 10.

$$N = A_n B^n + ... + A_3 B^3 + A_2 B^2 + A_1 B^1 + A_0 B^0$$

» Por exemplo, convertendo o número 34, para a base decimal:

| n¹ | n <sup>0</sup> | Conversão                          |
|----|----------------|------------------------------------|
| 3  | 4              | $=3x5^{1} + 4x5^{0} = 15 + 4 = 19$ |

# 1. Sistemas de Numeração - Conversão



 Para conversão de um número em qualquer base para a base decimal pode ser feita utilizando uma operação de divisão inteira com resto:

$$N/B = A_nB^{n-1} + ... + A_3B^2 + A_2B^1 + A_1B^0 + A_0B^{-1}$$

» Por exemplo, convertendo o número 53 para a base binária:

| Número | Resultado | Resto | Binário |
|--------|-----------|-------|---------|
| 53 / 2 | 26        | 1 🛕   | 1       |
| 26 / 2 | 13        | 0     | 01      |
| 13 / 2 | 6         | 1     | 101     |
| 6/2    | 3         | 0     | 0101    |
| 3 / 2  | 1         | 1     | 10101   |
| 1/2    | 0         | 1     | 110101  |

» Desta forma o número decimal 53 equivale a 1101012.

### 1. Sistemas de Numeração - Conversão



- Números com fração devemos multiplicar a fração pela base até obtermos a precisão deseja.
  - » Por exemplo, convertendo o número 0,828125 para a base binária:

| Número       | Resultado | Inteiro | Binário  |
|--------------|-----------|---------|----------|
| 0,828125 x 2 | 1,65625   | 1       | 0,1      |
| 0,65625 x 2  | 1,3125    | 1       | 0,11     |
| 0,3125 x 2   | 0,625     | 0       | 0,110    |
| 0,625 x 2    | 1,25      | 1       | 0,1101   |
| 0,25 x 2     | 0,5       | 0       | 0,11010  |
| 0,5 x 2      | 1         | 1 🔻     | 0,110101 |

» Desta forma o número decimal 0,828125 equivale a 0,1101012.

### 1. Sistemas de Numeração - Conversão



- O projeto de sistemas digitais envolve tipicamente o uso de circuitos integrados formados por componentes semicondutores, os quais são polarizados de forma a se comportar como "chaves digitais".
- Estas chaves podem assumir tipicamente dois valores:
  - » "aberto", permitindo a passagem de corrente elétrica, e
  - » "fechado", impedindo a sua passagem.
- Fazendo a correspondência entre estes estados e os algarimos 0 e 1 (0 para "chave aberta" e 1 para "chave fechada"), pode-se exprimir o estado de um conjunto de chaves digitais na forma de um número de base 2 (número binário).

# 1. Sistemas de Numeração - Conversão



- Para um número binário qualquer de N dígitos, o menor valor representável é 0 e o maior valor representável é igual a 2<sup>N</sup> – 1. Assim, um número de um byte (ou oito bits) pode assumir qualquer valor entre 0 e 2<sup>8</sup> – 1, ou seja, entre 0 e 255.
- Para bases equivalentes a 2<sup>N</sup> (2<sup>1</sup> = 2 binária, 2<sup>3</sup> = 8 octal, 2<sup>4</sup> = 16 hexadecimal), pode-se fazer a equivalência de forma direta.
  - » Assim, o número 2BD<sub>16</sub> é equivalente a 1010111101<sub>2</sub>.

| 2    | В    | D    |
|------|------|------|
| 0010 | 1011 | 1101 |

## 1. Sistemas de Numeração - Sinal



- No sistema decimal, o símbolo '-' é usado para indicar números negativos e '+' (ou simplesmente um espaço vazio) para números positivos.
- Para permitir números com sinal na base, utiliza-se um dígito (normalmente o mais significativo) para representá-lo.
- Com isto ganha-se a possibilidade de representar inteiros negativos, mas a faixa de representação é reduzida porque tem-se agora somente (n-1) dígitos para representar a magnitude.
  - » Por exemplo, para decimal com dois dígitos: tem-se a faixa de 0 até 99; com a representação em sinal magnitude obtém-se a faixa de -9 até +9 e duas representações para o zero: -0 e +0.

### 1. Sistemas de Numeração - Sinal



- De um modo geral, para uma base qualquer, das B<sup>n</sup> combinações possíveis usam-se somente 2\*B<sup>n-1</sup>-1 (descontando-se o duplo zero).
  - » No exemplo acima, das 100 combinações são utilizadas somente 19, ou seja, 2\*10<sup>2-1</sup>-1 = 20-1 = 19.

# 1. Sistemas de Numeração - Valor Numérico



Um número em sinal magnitude, independente de qual a base utilizada, é formado por duas parcelas, escritas lado a lado. A parcela à esquerda (S(a)) representa o sinal e a parcela à direita (M(a)) a magnitude:

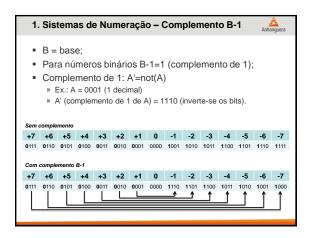
# a = S(a)M(a)

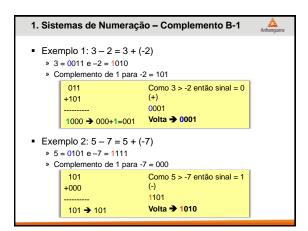
| Número | Binário     |
|--------|-------------|
| +3     | 011         |
| +2     | 010         |
| +1     | 001         |
| +0     | 000         |
| -0     | 100         |
| -1     | <b>1</b> 01 |
| -2     | 110         |
| -3     | 111         |

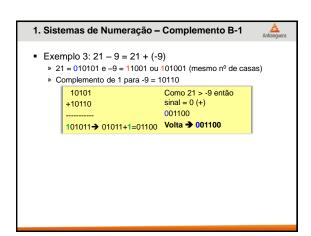
# 

| 1. Sistemas de Numeração - Valor Numérico  ■ Para base 2 com quatro dígitos, tem-se 15 combinações. A metade é 7.5 (7 arredondando-se); assim os números de 0 a 6 são positivos, e os de 7 a 14 são negativos:  » 2*B <sup>n-1</sup> -1 = 2*2*4-1 = 2*3.1 = 16-1 = 15 representações  0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 0111 0110 0101 0100 0011 0010 0001 0001 1001 1011 1100 1101 1110  S(a) S(c) S(d) M(d) Exemplo  + + + M(a) + M(c) 5 + 7 = 12  + - se M(a)≥M(c),+ M(a) - M(c) 7 + -5 = 2  se M(a)>M(c),- M(c) - M(a) 5 + -7 = -2  se M(a)≤M(c),- M(c) - M(a) - 5 + 7 = -2  se M(a)≤M(c),- M(c) - M(a) - 5 + 7 = 2 |   |                |              |              |              |                |             |       |               |                   |             |              |              |              |      |
|--|---|----------------|--------------|--------------|--------------|----------------|-------------|-------|---------------|-------------------|-------------|--------------|--------------|--------------|------|
| combinações. A metade é 7.5 (7 arredondando-se); assim os números de 0 a 6 são positivos, e os de 7 a 14 são negativos:  | 1. Sistemas de Numeração – Valor Numérico   |                |              |              |              |                |             |       |               |                   |             |              |              |              |      |
| $\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$  | combinações. A metade é 7.5 (7 arredondando-se); assim os números de 0 a 6 são positivos, e os de 7 a 14 são negativos: |                |              |              |              |                |             |       | e);           |                   |             |              |              |              |      |
| $ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$   | 0   | 1              | 2            | 3            | 4            | 5              | 6           | 7     | 8             | 9                 | 10          | 11           | 12           | 13           | 14   |
| $\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$   | 011   | 1 <b>0</b> 110 | <b>0</b> 101 | <b>0</b> 100 | <b>0</b> 011 | <b>0</b> 010   | 0001        | 0000  | <b>1</b> 001  | 1010              | 1011        | <b>1</b> 100 | <b>1</b> 101 | <b>1</b> 110 | 1111 |
| $\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$   |   | S(a            | )            | S(c)         | )            | :              | S(d)        |       |               | M(d)              |             |              | Exem         | plo          |      |
| $\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$   |   | +              |              | +            |              | + M(a)         |             |       | a) + N        | + M(c) 5 + 7 = 12 |             |              |              |              |      |
| $\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$   |   |                |              | _            |              |                | M(a) + M(c) |       | -5 + -7 = -12 |                   |             |              |              |              |      |
| - + se $M(a) < M(c)$ , - $M(a) - M(c)$ -7 + 5 = -2   | +   |                |              | _            |              | se M(a)≥M(c),+ |             | (c),+ | M(a) - M(c)   |                   | 7 + -5 = 2  |              |              |              |      |
|  |   |                |              |              |              |                |             |       |               | 5 + -7 = -2       |             |              |              |              |      |
| se M(a) <m(c).+ -="" <math="" m(a)="" m(c)="">-5+7=2</m(c).+>  |   | _              |              | +            |              | . , . , .      |             | (c),- | M(a) - M(c)   |                   | -7 + 5 = -2 |              | 2            |              |      |
|  |   |                |              |              |              | se M(a         | a)≤M        | (c),+ | M(            | c) – N            | l(a)        | -5+          | 7 = 2        |              |      |

| 1. Sistemas de Numeração – Complemento B-1   | <u>A</u><br>Anhanguera |
|--|------------------------|
| <ul> <li>Para permitir que a operação de soma seja realizad<br/>forma única, sem preocupação com os sinais dos<br/>operandos, é utilizada a representação em<br/>complemento.</li> </ul> | da de                  |
| <ul> <li>Números positivos são representados na forma noi<br/>e números negativos são representados em<br/>complemento.</li> </ul>   | mal,                   |
|  |                        |







## 1. Sistemas de Numeração - Subtração



 A operação de subtração, seja qual for o método de representação utilizado, pode ser facilmente realizada transformando-a em uma soma:

$$d = a - c = a + (-c)$$

• Assim, para realizar subtrações, pode-se simplesmente trocar o sinal do subtraendo e somá-lo ao minuendo. A troca de sinal e a soma seriam então realizadas de acordo com o sistema de representação utilizado.

### 1. Sistemas de Numeração - Estouro



| Sinal de A | Sinal de B | Sinal de D<br>(obtido) | Sinal de D<br>(real) | Estouro? |
|------------|------------|------------------------|----------------------|----------|
| +          | +          | +                      | +                    | Não      |
| +          | +          | -                      | +                    | Sim      |
| -          | -          | -                      | -                    | Não      |
| _          | _          | +                      | _                    | Sim      |
| +          | -          | +/-                    | +/-                  | Nunca    |
| -          | +          | -/+                    | -/+                  | Nunca    |

- Se dois operandos tiverem sinais diferentes nunca ocorre estouro.
- Se os dois operandos tiverem mesmo sinal e o resultado da soma tiver sinal diferente dos mesmos, ocorreu estouro e o resultado é incorreto.

# 1. Sistemas de Numeração - Estouro



- Ex.: Números de 4 bits:
  - » 1111+0001=1110 **→** -7+1=-6 (correto: sem estouro e sem vai um)

  - » 1111+1001=0001 → -8+(-1)=1 (errado, deveria ser –9; estouro: estouro com vai um)
  - » 0111+1001 = 0110 → 7+(-1) = 6 (correto - sem estouro com vai 1)
  - » 0111+0011= 1010 **→** 7+3=-2

(errado, deveria ser 10; sem estouro mais com vai um; bit mais significativo é número negativo)

