



Plano de Ensino

- Apresentação. Revisão de Funções.
- Expressões Regulares, Gramática Regular.
- Autômatos Finitos Determinísticos.
- Conversão de ER para AFD.
- Minimização de Autômatos.
- **Autômatos Finitos Não-Determinísticos.**
- **Conversão de Autômatos AFD para AFND.**
- Autômatos com Movimento Vazio (ϵ).
- Conversão de Autômatos $AF\epsilon$ para AFND.
- Autômatos com Pilha.
- Máquinas de Turing.

Livro-Texto

- Bibliografia Básica:
 - » MENEZES, Paulo Fernando Blauth. **Linguagens Formais e Autômatos**. 5ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2008.
- Bibliografia Complementar:
 - » LEWIS, Ricki. **Elementos da Teoria da Computação**. 2ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2004.
 - » HOPCROFT, John E; ULLMAN, Jeffrey D; MOTWANI, Rajeev, SOUZA. **Introdução a Teoria dos Autômatos, Linguagens e Computação**. 1ª ed. São Paulo: CAMPUS, 2003.

5. Autômatos Finitos – AFND

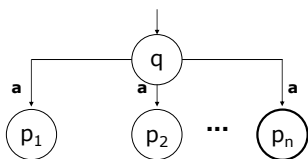


- Definição: um Autômato Finito Não-Determinístico (AFND) é uma 5-upla:
 $M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ onde:
 - $\Sigma \rightarrow$ alfabeto de símbolos de entrada.
 - $Q \rightarrow$ conjunto de estados possíveis do autômato o qual é finito.
 - $\delta \rightarrow$ função programa ou função transição:
 $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$
 - $q_0 \rightarrow$ estado inicial, tal que $q_0 \in Q$.
 - $F \rightarrow$ conjunto de estados finais tal que $F \subseteq Q$.

5. Autômatos Finitos – AFND



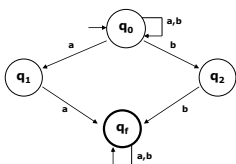
- Sabendo-se que δ é um grafo finito direto, supondo que:
 $\delta(q, a) = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$



5. Autômatos Finitos – AFND



- Exemplo: considere a linguagem $L = \{w \mid w \text{ possui aa ou bb como subpalavra}\}$ e o AFND
 $M = (\{a, b\}, \{q_0, q_1, q_2, q_f\}, \delta, q_0, \{q_f\})$ onde δ é como abaixo representado, reconhece L .



| δ | a | b |
|----------|----------------|----------------|
| q_0 | $\{q_0, q_1\}$ | $\{q_0, q_2\}$ |
| q_1 | $\{q_f\}$ | - |
| q_2 | - | $\{q_f\}$ |
| q_f | $\{q_f\}$ | $\{q_f\}$ |

5. Autômatos Finitos – Conversão AFND → AFD



- Para cada Autômato Finito Não-Determinístico existe um Autômato Finito Determinístico equivalente.
- Para tal, devemos proceder com um algoritmo para a partir de um AFND, chegarmos a um AFD.
 - » Seja $M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ um AFND então \exists um AFD $M' = (\Sigma, Q', \delta', <q_0>, F')$ equivalente.

5. Autômatos Finitos – Conversão AFND → AFD

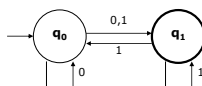


- Seja $M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ e $M' = (\Sigma, Q', \delta', <q_0>, F')$
 - » Q' contém $\delta_0 = \{q_0\}$ (o estado inicial).
 - » Faça:
 - $\delta'_0(<q_0>, w) = <q_1 \dots q_n>$
 - $\delta'_i(<q_1 \dots q_n>, w) = \delta(q_1, w) \cup \dots \cup \delta(q_n, w)$
 - E assim sucessivamente $\delta'_2, \dots, \delta'_n$
 - » $<q> \in F'$ para cada estado $q \in F$.
 - » $<q_n> \in Q'$ para cada estado $<q_n>$ gerado por δ' .

5. Autômatos Finitos – Conversão AFND → AFD



- Exemplo 1: dado um AFND $M = (\{0,1\}, \{q_0, q_1\}, \delta, \{q_0\}, \{q_1\})$
 - » Onde δ é dado pelo grafo abaixo:



- » Existe um $M' = (\{0,1\}, Q', \delta', <q_0>, F')$ equivalente.

5. Autômatos Finitos – Conversão AFND → AFD



▪ Dada a função programa δ' , temos:

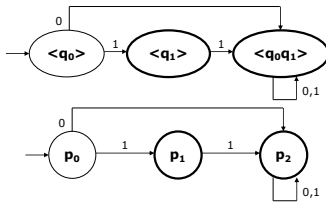
- » $\delta'(<q_0>, 0) = \delta(\{q_0\}, 0) = <q_0q_1>$
- » $\delta'(<q_0>, 1) = \delta(\{q_0\}, 1) = <q_1>$
- » $\delta'(<q_1>, 0) = \delta(\{q_1\}, 0) = \emptyset$
- » $\delta'(<q_1>, 1) = \delta(\{q_1\}, 1) = <q_0q_1>$
- » $\delta'(<q_0q_1>, 0) = \delta(\{q_0\}, 0) \cup \delta(\{q_1\}, 0) = <q_0q_1>$
- » $\delta'(<q_0q_1>, 1) = \delta(\{q_0\}, 1) \cup \delta(\{q_1\}, 1) = <q_0q_1>$

5. Autômatos Finitos – Conversão AFND → AFD



▪ Chegamos então ao AFD M' :

- » $Q' = \{<q_0>, <q_1>, <q_0q_1>\}$ ou $Q' = \{p_0, p_1, p_2\}$
- » $F' = \{<q_1>, <q_0q_1>\}$ ou $\{p_1, p_2\}$, pois $q_1 \in F$.
- » δ' é dado pelo grafo a seguir:



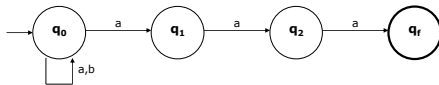
5. Autômatos Finitos – Conversão AFND → AFD



▪ Exemplo 2: dado um AFND

$M = (\{a,b\}, \{q_0, q_1, q_2, q_f\}, \delta, \{q_0\}, \{q_f\})$

» Onde δ é dado pelo grafo abaixo:



» Existe um $M' = (\{a,b\}, Q', \delta', <q_0>, F')$ equivalente.

5. Autômatos Finitos – Conversão AFND → AFD



▪ Dada a função programa δ' , temos:

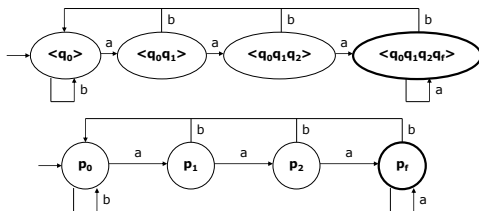
- » $\delta'(<q_0>, a) = \delta(\{q_0\}, a) = <q_0q_1>$
- » $\delta'(<q_0>, b) = \delta(\{q_0\}, b) = <q_0>$
- » $\delta'(<q_0q_1>, a) = \delta(\{q_0\}, a) \cup \delta(\{q_1\}, a) = <q_0q_1q_2>$
- » $\delta'(<q_0q_1>, b) = \delta(\{q_0\}, b) \cup \delta(\{q_1\}, b) = <q_0>$
- » $\delta'(<q_0q_1q_2>, a) = \delta(\{q_0\}, a) \cup \delta(\{q_1\}, a) \cup \delta(\{q_2\}, a) = <q_0q_1q_2q_2>$
- » $\delta'(<q_0q_1q_2>, b) = \delta(\{q_0\}, b) \cup \delta(\{q_1\}, b) \cup \delta(\{q_2\}, b) = <q_0>$
- » $\delta'(<q_0q_1q_2q_2>, a) = \delta(\{q_0\}, a) \cup \delta(\{q_1\}, a) \cup \delta(\{q_2\}, a) \cup \delta(\{q_2\}, a) = <q_0q_1q_2q_2q_2>$
- » $\delta'(<q_0q_1q_2q_2>, b) = \delta(\{q_0\}, b) \cup \delta(\{q_1\}, b) \cup \delta(\{q_2\}, b) \cup \delta(\{q_2\}, b) = <q_0>$

5. Autômatos Finitos – Conversão AFND → AFD



▪ Chegamos então ao AFD M' :

- » $Q' = \{<q_0>, <q_0q_1>, <q_0q_1q_2>, <q_0q_1q_2q_2>\}$ ou $Q' = \{p_0, p_1, p_2, p_r\}$
- » $F' = \{<q_0q_1q_2q_2>\}$ ou $\{p_r\}$, pois $q_r \in F$.
- » δ' é dado pelo grafo a seguir:



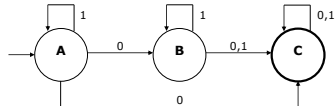
5. Autômatos Finitos – Conversão AFND → AFD



▪ Exemplo 3: dado um AFND

$M = (\{0, 1\}, \{A, B, C\}, \delta, \{A\}, \{C\})$

» Onde δ é dado pelo grafo abaixo:



» Existe um $M' = (\{0, 1\}, Q', \delta', <A>, F')$ equivalente.

5. Autômatos Finitos – Conversão AFND → AFD

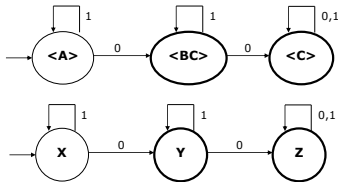


- Dada a função programa δ' , temos:
 - » $\delta'(\langle A \rangle, 0) = \delta(\{A\}, 0) = \langle BC \rangle$
 - » $\delta'(\langle A \rangle, 1) = \delta(\{A\}, 1) = \langle A \rangle$
 - » $\delta'(\langle BC \rangle, 0) = \delta(\{B\}, 0) \cup \delta(\{C\}, 0) = \langle C \rangle$
 - » $\delta'(\langle BC \rangle, 1) = \delta(\{B\}, 1) \cup \delta(\{C\}, 1) = \langle BC \rangle$
 - » $\delta'(\langle C \rangle, 0) = \delta(\{C\}, 0) = \langle C \rangle$
 - » $\delta'(\langle C \rangle, 1) = \delta(\{C\}, 1) = \langle C \rangle$

5. Autômatos Finitos – Conversão AFND → AFD



- Chegamos então ao AFD M' :
 - » $Q' = \{\langle A \rangle, \langle BC \rangle, \langle C \rangle\}$ ou $Q' = \{X, Y, Z\}$
 - » $F' = \{\langle BC \rangle, \langle C \rangle\}$ ou $\{Y, Z\}$, pois $C \in F$.
 - » δ' é dado pelo grafo a seguir:





Linguagens Formais e Autômatos

Ciência da Computação
clayton.valdo@anhanguera.com