



پائیز ۱۴۰۱

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

سری چهارم مسائل درس سیستمهای دینامیک در علوم اعصاب

تحلیل سیستمهای دینامیک مرتبه ۲

معیار بندیکسون (عدم وجود چرخه حدی): طبق معیار بندیکسون اگر دیورژانس میدان برداری داده شده یک سیستم مرتبه دو $(\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} + \frac{\partial g(x,y)}{\partial y})$ تغییر علامت ندهد (و متحد با صفر نیز نباشد)، در اینصورت سیستم دینامیک مذکور چرخه حدی ندارد.

۱. ثابت کنید مدل I_K چرخه حدی ندارد. این نکته در چه حالتی برای مدل I_A صادق است (فصل ۵ کتاب $Izh.$)؟

۲. در معادله نوسانگر $Van der Pol$ با معادلات:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -x + \mu(1 - x^2)y \end{cases}$$

از طریق بررسی معیار بندیکسون در مورد وجود یا عدم وجود یک مسیر بسته در ناحیه ای به شعاع $r=I$ حول مبدا مختصات صفحه $x-y$ تحقیق کنید. شرایط برای ناحیه ای به شعاع $r=4$ حول مبدا مختصات چگونه خواهد بود؟ لطفا توضیح دهید.

۳. مدل $FitzHugh-Nagumo$ با پارامترهای a و b و c و جریان تزریقی $I=0$ را در نظر بگیرید:

$$\dot{V} = V(a - V)(V - 1) - w + I$$

$$\dot{w} = bV - cw$$

نگاره فاز سیستم را برای سه دسته پارامتر زیر رسم نمایید. آیا در این سیستم چرخه حدی وجود دارد؟ لطفا توضیح دهید.

$$\text{۱: } a=0.1, b=0.01, c=0.02, I=0$$

$$\text{۲: } a=-0.1, b=0.01, c=0.02, I=0$$

$$\text{۳: } a=-0.1, b=0.01, c=0.02, I=5$$

۴. در هر کدام از سیستمهای زیر، از طریق بررسی معیار بندیکسون در مورد وجود و یا عدم وجود مسیری پریودیک در جوابهای سیستم بحث نمایید.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x + y + x^3 - y^3 & \dot{y} &= -x + 2y + x^2y + y^3/3 \\ \dot{x} &= -2x - 3y - xy^2 & \dot{y} &= y + x^3 - x^2y \\ \dot{x} &= a_{11}x + a_{12}y & \dot{y} &= a_{21}x + a_{22}y \quad \text{if } a_{11} + a_{22} \neq 0 \end{aligned}$$

۵. در سیستم زیر که در مختصات دکارتی بیان شده است، جوابهای پریودیک را بیابید.

$$\dot{x} = y + \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}(x^2 + y^2 - 2) \quad \dot{y} = -x + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}(x^2 + y^2 - 2)$$

۶. مدل بیوفیزیکی زیر و شرایط باز تنظیمی و پارامترهای آنرا را در نظر بگیرید:



پائیز ۱۴۰۱

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

$$c\dot{v} = I + k(v - v_r)(v - v_t) - u$$

$$\dot{u} = a(b(v - v_r) - u) \quad \text{if } v \geq v_{peak} \Rightarrow v \rightarrow v_{reset} \text{ and } u \rightarrow u + d$$

$$c = 50 \text{ pF}, v_r = -80 \text{ mV}, v_t = -25 \text{ mV}, k = 1, a = 0.01, b = -20, v_{reset} = -55 \text{ mV}, d = 150, v_{peak} = 40 \text{ mV}$$

الف: نقاط تعادل این سیستم و وضعیت پایداری آنها را به ازای مقادیر مختلف I بدست آورید.

ب: دیاگرام انشعاب سیستم را برحسب تغییرات I رسم نمائید.

۷. در سیستمهای مرتبه ۲ زیر که در مختصات قطبی بیان شده اند، تمام جوابهای پریودیک، چرخه های حدی، و پایداری آنها را تعیین کنید.

$$a. \quad \dot{r} = r^2(1 - r^2) \quad \dot{\vartheta} = 1$$

$$b. \quad \dot{r} = r(1 - r)(r - 3) \quad \dot{\vartheta} = 1$$

$$c. \quad \dot{r} = \sin \pi r \quad \dot{\vartheta} = 1$$

$$d. \quad \dot{r} = r(1 - r)(r - 2) \quad \dot{\vartheta} = -1$$

تذکر: در کلیه شبیه سازی ها برای حل معادلات دیفرانسیل از روش $RungeKutta$ مرتبه ۴ با گام های ثابت

استفاده نمائید. دقت شود که دستور پیش فرض $ode45$ در $MATLAB$ از روش $RungeKutta$ مرتبه ۴ با گام

های متغیر استفاده می نماید.

زمان تحویل تمرینها: شنبه ۱۰ دی (۱۴۰۱/۱۰/۱۰)

مسایل تحویلی: ۱ و ۲ و ۳ و ۵ و ۶

لطفا پاسخ تمرینها را تا ساعت ۲۴ به همراه کدهای شبیه سازیها در سایت درس در قالب یک فایل فشرده RAR (به نام خودتان و همراه با شماره دانشجویی تان) بارگذاری کنید.