۹۷۳۲۴۹۹

ساسان وحیدی نیا

الف)

۱_ حلقه داخلی از مرتبه logn و کلی الگوریتم از مرتبه nlogn می باشد.

$\sum_{i=1}^{n} \log i$

ب) بهترین حالت: این که آرایه کاملاً متقارن باشد تا a=b شود که while $\frac{n}{2}$ بار اجرا می شود و حلقه های پایین نیز اولی یک بار و دومی $\frac{n}{2}$ بار انجام می شود

$\underbrace{\quad}_{\frac{n}{2}}$

$\Omega(\frac{n}{2})$

$\Omega(\frac{n}{2})$

بدترین حالت: این که عناصر اولی و آخری با هم برابر نباشند، پس هرکدام از حلقه های پایینی n بار انجام می شوند که می شود n^2. بنابراین کلاً

$O(n)$

$O(n^2)$

ج) حلقه اولی که $\sqrt{n}$. حلقه دوم از پیچیدگی مرتبه n است.

$\Theta(\sqrt{n})$

پیچیدگی حلقه سوم هم $\Theta(\log n)$ می شود. پس $\Theta(\sqrt{n}\log n)$.

د) پیچیدگی هرکدام از حلقه ها $\Theta(n)$ است.

$\Theta(n^3)$

(1 (2

$$2^{n+2} \leq c2^{n-2} \Rightarrow 4 \cdot 2^n \leq \frac{1}{4} 2^n c$$

$$\Rightarrow 16 \cdot 2^n \leq 2^n c \Rightarrow 16 \leq c$$ ✓

2) فرض می کنیم برقرار نیست $\Leftarrow$

$$2^n \geq c 2^{2n}$$

$$\Rightarrow c \leq \frac{2^n}{2^{2n}} \Rightarrow \lim_{n \to \infty} \frac{2^n}{2^{2n}} = 0$$

فرض اثبات شد. $\Leftarrow$

(4

$$4^{\log_2^n} \leq 5cn^2 \Rightarrow 2^{2\log_2^n} \leq 5cn^2$$

$$\Rightarrow c \geq \frac{2^{\log_2^{n^2}}}{5n^2} \Rightarrow c \geq \frac{2^{2\log_2^n}}{5n^2} \Rightarrow \frac{4}{5} \times \frac{\log_2^n}{n^2} \leq c$$

که برقرار است. به ازای هر n

$$4^{\log_2^n} \geq 5cn^2 \Rightarrow c \leq \frac{4^{\log_2^n}}{5n^2}$$

4) الف) این تابع بیشترین تعداد اعداد مثبت پشت سرهم را برمی‌گرداند.

ب) بدترین حالت: $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \Theta(n)$

بهترین حالت: $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \Theta(1)$