ساسان وحیدی نیا ۹۷۳۲۴۹۹

(۱)

الف) $\Theta(\frac{n}{2}) \rightarrow \Theta(n)$

ب) حلقه بیرونی $\frac{n}{2}+1$ بار تکرار می شود و حلقه داخلی $\frac{n}{3}$

$\Theta(n^2)$

ج) در بهترین حالت اگر عناصر آرایه به صورت متقارن و زوج باشند، حلقه $\frac{n}{2}$ تکرار می شود.

و حلقه دوم که نیز فقط یک بار تکرار می شود که تاثیری ندارد. $\Omega(\frac{n}{2}) \rightarrow \Omega(n)$

در بدترین حالت هم که ~~عنصر اول و آخر با هم یکی نباشند~~ که به سراغ دو حلقه for می رویم که هر کدام پیچیدگی آن ها n شده که در نهایت $O(n^2)$ می شود.

د) پیچیدگی هر حلقه n می شود که: $\Theta(n \times n \times n) = \Theta(n^3)$

(۱)

۲

بدترین حالت $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \Theta(n)$

بهترین حالت $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \Theta(1)$

این تابع بیشترین تعداد اعداد مثبت پشت هم را برمی‌گرداند. طبق کد:

۳

1) $n^2 - n = \Omega(n^2 + \log n) \Rightarrow n^2 - n \geq c(n^2 + \log n)$

$\Rightarrow n^2 - n \geq cn^2 + c\log n \Rightarrow \underbrace{\frac{n^2 - n}{n^2 + \log n}} \geq c$

ماکسیمم این تابع ۱ است. پس نمی‌توان هیچ c یافت که از این تابع کوچکتر باشد. ✗

---

2) $4^{\log_2 n} = \Theta(5n^2) \Rightarrow 4^{\log_2 n} \geq c_1 n^2$

$\Rightarrow c_1 \leq \frac{4^{\log_2 n}}{n^2} \Rightarrow c \leq 1 ; n > 0$ ✓

$4^{\log_2 n} \leq c_2 n^2 \Rightarrow c_2 \geq \frac{4^{\log_2 n}}{n^2} \Rightarrow c \geq 1 ; n > 0$ ✓

②

١ ۴

$T(n) = 4T(\frac{n}{2}) + n$

$T_2 = 4^2 T(\frac{n}{2}) + n + 2n$

$T_3 = 4^3 T(\frac{n}{2}) + n + 2n + 4n$

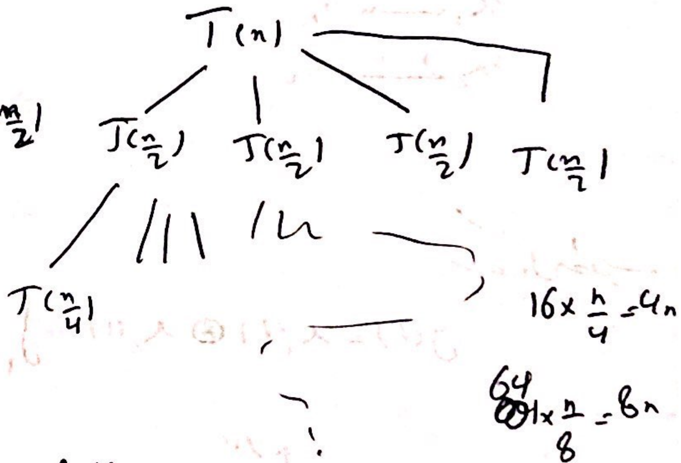
$\vdots$

$T(n) = 4^i T(\frac{n}{i}) + n \sum_{j=1}^{i} 2^i$ $(4 \times \frac{n}{2})$

$T(n) = n^2 T(1) + n^2$

$T(n) = \Theta(n^2)$

$\frac{n}{2^i} = 1 \Rightarrow i = \log n$



$n^{\log_2 4} = n^2$

فرض می‌کنیم برای $k < n$ ، $T(k) \leq ck^2$

$T(n) = 4T(\frac{n}{2}) + n \leq cn^2$

$4(c(\frac{n}{2})^2) + n \leq cn^2$

$c^2 n^2 + n \leq cn^2 \Rightarrow c^2 n + 1 \leq cn$

$\Rightarrow 1 \leq cn - c^2 n$

$\Rightarrow 1 \leq n(1-c)$

٣