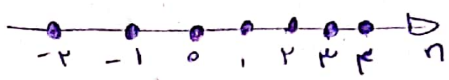
1) $x(t) = \sin at \Rightarrow T = \frac{2\pi}{a}$

2) $x[n] = \sin^2(\pi n) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2\pi n)$ $N = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$

3) $x[n] = e^{j2n} \Rightarrow$ متناوب نیست $N = \frac{2\pi}{2} = \pi$ ← عدد صحیح نیست!

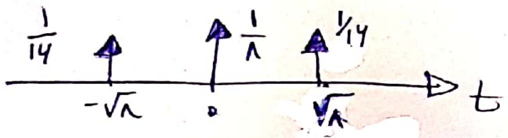
4) $x[n] = \sin \pi n^2 = 0$ $N = 0$



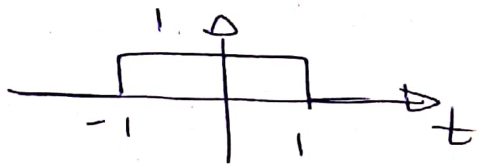
سوال ۲

1) $\delta(8t - t^3) = \delta(t(8 - t^2)) =$

$t(8 - t^2) = 0 \begin{cases} t = 0 \\ t^2 = 8 \Rightarrow t = \pm\sqrt{8} \end{cases}$

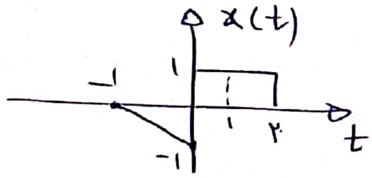


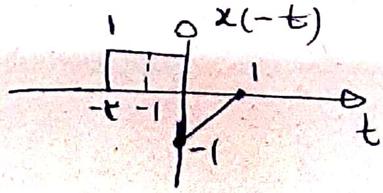
2) $u(1 - t^2) = ?$ $1 - t^2 \geq 0 \Rightarrow t^2 < 1 \Rightarrow -1 < t < 1$



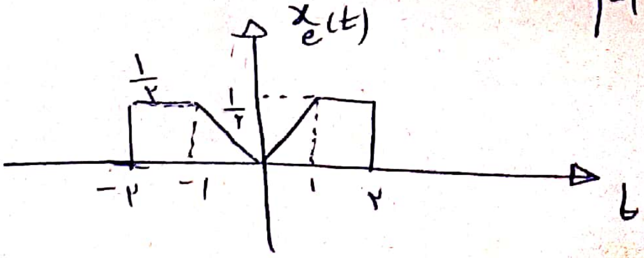
سوال ۳

a) $x_e(t) = \frac{x(t) + x(-t)}{2}$

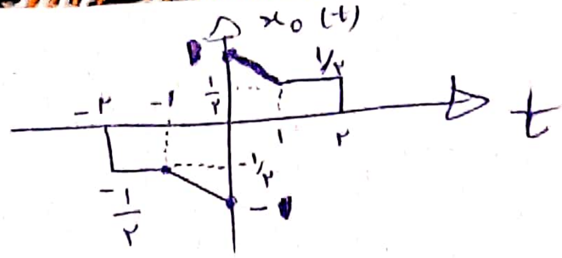




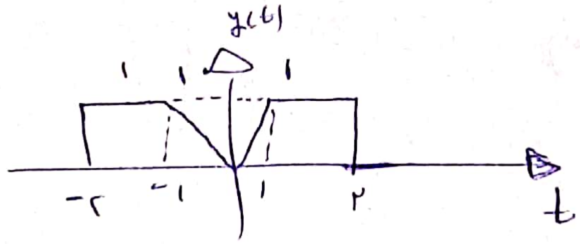
ب)



b) $x_o(t) = \dfrac{x(t) - x(-t)}{2}$



c) $x(t) + x(-t) = y(t) \Rightarrow y(t) = 2x_e(t)$



---

4 a)

1) $y[n] = x[n]+1 \Rightarrow$ بی‌حافظه است. $\Rightarrow$ خروجی در هر لحظه
به ورودی در همان لحظه بستگی دارد!

2) $y(t) = x(t+2) \Rightarrow$ حافظه دار است $\Rightarrow y(0) = x(2)$

3) $y(t) = x(\sin(t)) \Rightarrow y(\pi) = x(0) \Rightarrow$ حافظه دار است.

4) $y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau \Rightarrow$ حافظه دار است.
که خروجی از لحظه‌ی $-\infty$ تا t به ورودی بستگی دارد.

5) $y[n] = x[n/2] \Rightarrow y[4] = x[2] \Rightarrow$ حافظه دار است

---

b)

1) $y(t) = x(t^2) \Rightarrow y(2) = x(4) \Rightarrow$ غیر علی است.

2) $y(t) = x(\sin t) \Rightarrow y(-\frac{\pi}{2}) = x(-1) \Rightarrow y(-1{,}5) = x(-1)$
که غیر علی است.

۳) $y[n] = x[-n]\,u[n]$

$$\begin{cases} y[-1] = x[1]\,u[-1] = 0 \\ y[n] = 0 \quad \text{if } n < 0 \Rightarrow y[n] = x[-n] \quad \text{if } n \geq 0 \end{cases}$$

پس علی است. چون خروجی همیشه به لحظات قبلی بستگی دارد.

(c

$$y(t) = \begin{cases} x(t-1) & t > 0 \\ x(t-2) & t \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1(t - t_0) \Rightarrow y_1(t) = \begin{cases} x(t - t_0 - 1) & t > 0 \\ x(t - t_0 - 2) & t \leq 2 \end{cases} \\ y(t - t_0) = \begin{cases} x(t - t_0 - 1) & t - t_0 > 0 \\ x(t - t_0 - 2) & t - t_0 \leq 2 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow$$

چون $y_1(t) \neq y(t - t_0)$ است پس سیستم TV است.

۲) $y(t) = \cos(t)\, x(t) \Rightarrow$

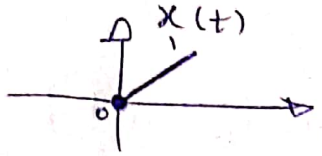
$$\begin{cases} x(t - t_0) \Rightarrow y_1(t) = \cos(t)\, x(t - t_0) \\ y(t - t_0) = \cos(t - t_0)\, x(t - t_0) \end{cases} \Rightarrow y_1(t) \neq y(t - t_0)$$

پس سیستم TV است.

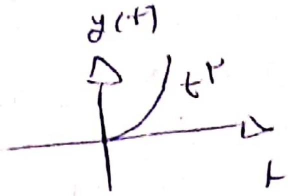
Scanned by CamScanner

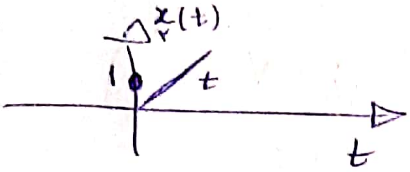
d)

1) $y(t) = t\,x(t) \Rightarrow$



$\Rightarrow y(t) = t\,x(t) \Rightarrow$





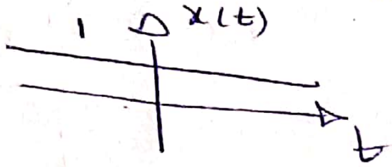
خروجی هر ۲ ورودی یکسان است پس نمی‌توان ورودی را در لحظه‌ی $t=0$ بازیابی کرد.

2) $y(t) = x(\sin(t))$

ce

1) $y(t)=\int_{-\infty}^{t} x(\tau)\,d\tau$

$x(t)=1$



$\Rightarrow y(t)=\int_{-\infty}^{t} 1\,d\tau = \tau\Big]_{-\infty}^{t} \to \infty$

به ازای ورودی محدود، خروجی بی‌کران است.

ناپایدار است

2) $y(t)=\begin{cases} t\,x(t) & t<2 \\ 0 & t\geq 2 \end{cases}$

$|x(t)|<M \Rightarrow |y(t)| = \begin{cases} |t\,x(t)| & t<2 \\ 0 & t\geq 2 \end{cases}$

اگر $t \to -\infty$ برود، خروجی به سمت ∞ میل می‌کند. یعنی به ازای ورودی محدود، خروجی بی‌کران می‌شود. پس ناپایدار است.

3) $y(t)=t\,x(t)$

$|x(t)|<M \Rightarrow |y(t)| = |t|\,|x(t)| < \infty$

که ناپایدار است. به ازای ورودی کران‌دار، خروجی بی‌کران است.

۳) $y(t) = \begin{cases} t\,x(t) & |t|<2 \\ 0 & |t|>2 \end{cases} = x(t) \quad -2<t<2$

که به ازای ورودی کران دار، خروجی محدود و کران دار است. پس پایدار است.

(۴

۱) $x(\sin t) \Rightarrow y(t) = x(\sin t)$

$\alpha x(t) \rightarrow y(t) = \alpha x(\sin(t)) \Rightarrow$ همگن ✓

$x_1(t) + x_2(t) \Rightarrow y(t) = x_1(\sin(t)) + x_2(\sin(t))$

جمع پذیری ✓ پس سیستم خطی است ✓.

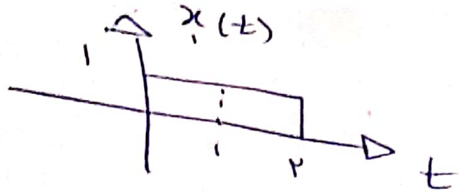
۲) $y(t) = \begin{cases} x^2(t) & t \geq 0 \\ 0 & t<0 \end{cases} \Rightarrow x_1(t) + x_2(t) = ?$

$y(t) = \underbrace{\begin{cases} (x_1(t)+x_2(t))^2 & t\geq 0 \\ 0 & t<0 \end{cases}}_{} \neq y_1(t) + y_2(t)$

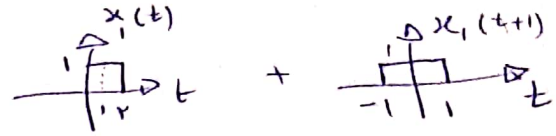
غیر خطی است.

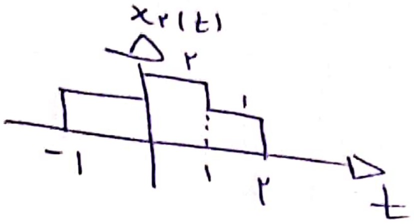
$\Downarrow$

$\begin{cases} (x_1(t))^2 + x_2^2(t) + 2x_1(t)x_2(t) & t\geq 0 \\ 0 & t<0 \end{cases}$



$\Rightarrow$





$$\Rightarrow x_2(t) = x_1(t) + x_1(t+1) \xRightarrow{LTI}$$

$$\Rightarrow y_2(t) = y_1(t) + y_1(t+1)$$