

①

$$m[n] = \sin\left(\frac{\pi}{18}\right) n^3$$

این سیگنال متناوب نیست و دوره تناوب ندارد.

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} m(3t+2k)$$

سیگنال  $y(t)$  برابر است با حاصل مجموع

انتقال یافته‌های  $m(t)$  با مقدار انتقال ۲ پس  $\leftarrow T=2$

$$m[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{|n|}$$

②

$$E_{\infty} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=-N}^{+N} |m[n]|^2 = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{2|n|}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^{|n|} = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n = 1 + \frac{\frac{1}{4} \times 2}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{2}{3} + 1}{\frac{1}{4}} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow I_{\infty} = \frac{5}{3} \quad P_{\infty} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{+N} |m[n]|^2$$

پس سیگنال یک سیگنال انرژی است.

$$m[n] = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) n^2 = \frac{1}{2} n^2$$

$$E_{\infty} = \lim_{N \rightarrow +\infty} \sum_{n=-N}^{+N} |m[n]|^2 = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} n^4 = +\infty$$

$$P_{\infty} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{+N} |m[n]|^2 = +\infty$$

سیگنال انرژی است

نه سیگنال توان.

سوال ۳ (الف)

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} m(r) dr$$

سیگنال یک سیگنال فعلی است چون

$$m(r) \rightarrow y(r)$$

$$\rightarrow m m(r) \rightarrow \Theta m y(r) \quad ; \quad A m_1(r) + B m_2(r) \rightarrow A y_1(r) + B y_2(r)$$

ب) سیگنال تغییر ناپذیر بازمان است چون مساحت زیر نمودار ورودی را در بازه  $10 + 10$  به عنوان خروجی می دهد. مسافت تأخیری ندارد.

سیگنال حافظه دار است چون برای محاسبه  $y(r)$  در هر لحظه به تمام  $m(r)$  ها در همان زمان ها نیاز است.

سیگنال غیر فعلی است. سیگنال غیر پایدار است. سیگنال معکوس ناپذیر است.

چون مقدار  $y(t)$  ثابت است برای هر  $t$

$$y(t) = \frac{1}{2} m\left(\frac{t}{2}\right) + \frac{1}{2} m\left(\frac{t}{2} + 1\right)$$

(۲)

سیگنال غیر فعلی است چون مثلاً برای  $t=0$  داریم:

$$y(0) = \frac{1}{2} m(0) + \frac{1}{2} m(1)$$

پس برای خروجی در لحظه  $t=0$  به ورودی در لحظه  $t=1$  نیاز است. پس غیر فعلی است.

$$y(t) = \frac{1}{2} m\left(\frac{t}{2}\right) + \frac{1}{2} m\left(\frac{t}{2} + 1\right)$$

سیگنال غیر فعلی است چون مثلاً برای

$$t = -2 \text{ داریم: } y(-2) = \frac{1}{2} m(-1) + \frac{1}{2} m(-3)$$

پس برای خروجی در لحظه  $t = -2$  به ورودی در لحظه  $t = -3$  نیاز است.

(۲)

$$y(t) = \begin{cases} \frac{n(t)}{|n(t)|} & n(t) \neq 0 \\ 0 & n(t) = 0 \end{cases}$$

این سیستم یک سیستم غیر خطی است  
چون سیستم تابع ~~در~~ ورودی را به خروجی می دهد. با  $K$  برابر شدن ورودی  
سیگنال  
سیستم تغییر تأخیر بازمان است.  
خروجی  $K$  برابر نمی شود.

$$y(t) = \frac{\tan(n(t))}{n(t)}$$

سیستم ناپایدار است زیرا  
ورودی زیر صاف نقص پایداری است.

$$n(t) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow |n(t)| = \pi \Rightarrow y(t) = \frac{\tan(\frac{\pi}{2})}{\frac{\pi}{2}} = 0$$

پس چون برای هر ورودی محدود خروجی نامحدود می دهد، ناپایدار است.

$$y(t) = \begin{cases} \frac{n(t)}{t} & |t| > 100 \\ \tan(t) & 10 < |t| < 100 \\ n(t-1) & |t| < 10 \end{cases}$$

سیستم پایداری است چون همواره برای  
ورودی محدود خروجی محدود می دهد.

$$|n(t)| < m \Rightarrow |y(t)| < \begin{cases} \frac{m}{100} & |t| > 100 \\ \tan(t) & 10 < |t| < 100 \\ m & |t| < 10 \end{cases}$$



(4) دوره متناوب با دوره  $N=2$  (الف)

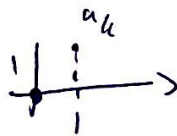
$$\omega_0 = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n \in \mathbb{Z}} x[n] e^{-jk\omega_0 n}$$

$$\Rightarrow a_k = \sum_{n=0}^1 x[n] e^{-jk\omega_0 n}$$

$$\Rightarrow a_k = [1 - e^{jk\pi}]$$

$$\Rightarrow a_0 = 0, a_1 = 1$$



$$x[n] = \sum_{k \in \mathbb{Z}} a_k e^{jk\omega_0 n}$$

$$x[n] = \sum_{k=0}^1 a_k e^{jk\pi n} = 0 + e^{j\pi n}$$

$$\Rightarrow x[n] = (-1)^n$$

(4)

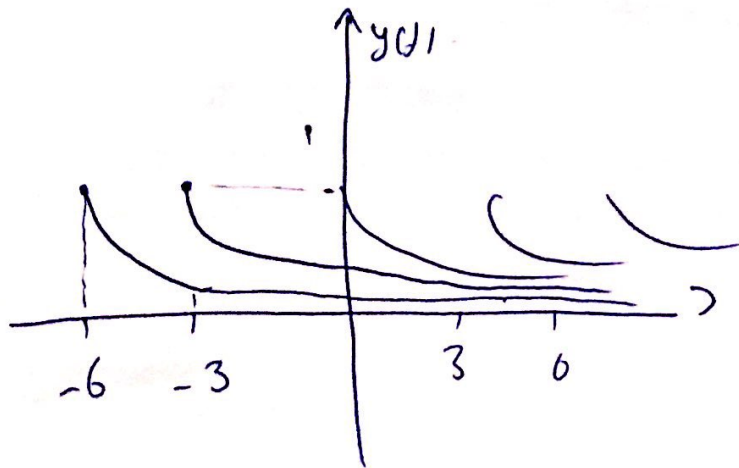
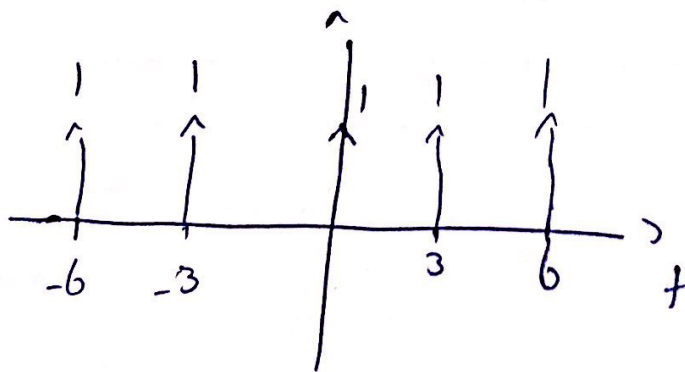
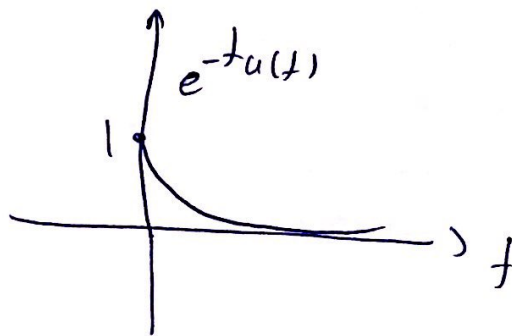
$$y(t) = e^{-t} u(t) * \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t-3k)$$

5

$$m(t) * \delta(t-t_0) = y(t-t_0)$$

$$\Rightarrow y(t) = e^{-t} u(t) * \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t-3k) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [e^{-t} u(t)] * \delta(t-3k)$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-(t-3k)} u(t-3k) \Rightarrow y(t) = e^{-t} \sum_{k=-\infty}^{\infty} (u(t-3k) e^{3k})$$



5

$$m[n] = \sum_{m=-\infty}^n y[m]$$

6

$$m[n] = \sum_{m=-\infty}^{n-1} y[m]$$

$$\Rightarrow y[n] = m[n] - m[n-1]$$

بماثوب به خاصیت ~~تفاضل~~ سبقت زمانی

$$x[n] \rightarrow a_k$$

$$x[n-1] \rightarrow e^{-jk(\frac{2\pi}{N})} a_k$$

$$b_k = [1 - e^{-jk(\frac{2\pi}{N})}] a_k$$

⑦ حافظه دار است. ناپایدار است. غیر فعلی است.

غیر فعلی است. حافظه دار است. ناپایدار است.

⑥

6