

## Domaći zadatak 2

### Obrada radarskih signala

**Objavljen:** 01.06.2020. godine

**Rok za predaju:** 15.06.2020. godine

U ovom zadatku je potrebno napisati program u Python-u koji će obrađivati radarski signal odbijen od pokretnih ciljeva. Nakon uvodnih zadataka čiji je cilj upoznavanje sa radarskim signalima i principima određivanja rastojanja na kojem se cilj nalazi kao i njegove brzine, potrebno je, iz raspoloživih podataka, odrediti rastojanja i brzine četiri cilja.

#### Linearno frekventno modulisan signal

Kompleksni linearno frekventno modulisan (LFM) signal ili *chirp* je jedan od najčešće korišćenih radarskih signala. LFM signal je impuls čije je trajanje  $T$  sekundi i definisan je jednačinom:

$$s(t) = e^{j\pi W t^2 / T}, \quad -\frac{T}{2} \leq t < \frac{T}{2}.$$

Frekvencija ovog signala je linearna funkcija vremena  $t$ . Tokom trajanja impulsa frekvencija se mijenja od  $-W/2$  do  $W/2$  Hz.

Ako je proizvod  $TW$  dovoljno veliki, najveći dio energije signala nalazi se u frekvencijskom opsegu  $|f| < \frac{W}{2}$ . Štaviše, u tom slučaju je moguće aproksimirati spektar LFM signala pravougaonikom od  $-W/2$  do  $W/2$  Hz.

S obzirom na to da je spektar LFM signala približno ograničen na opseg  $|f| < \frac{W}{2}$ , pogodno je izraziti frekvenciju odmjeravanja kao  $F_s = pW$ , gdje je  $p \geq 1$  faktor preodmjeravanja.

#### Određivanje rastojanja

Za određivanje rastojanja koriste se LFM impulsi i odbijeni signal se filtrira korišćenjem usklađenog filtra. Rezultat ovog filtriranja su vrlo uski impulsi velike amplitude čime se poboljšavaju SNR i rezolucija u rastojanju, čime detekcija ciljeva postaje lakša. Usklađeni filter zavisi od oblika radarskog signala i njegov impulсни odziv je

$$h(t) = s^*(-t) = e^{-j\pi W t^2 / T}, \quad -\frac{T}{2} \leq t < \frac{T}{2}.$$

Odziv usklađenog filtra je

$$y(n) = h(n) * Gs(t - T_d),$$

gdje je  $T_d$  kašnjenje odbijenog signala, a  $G$  konstanta. Rastojanje cilja od kojeg se odbio ovaj signal iznosi

$$R = \frac{1}{2} c T_d,$$

gdje je  $c$  brzina svjetlosti. Maksimalno rastojanje je

$$R_{\max} = \frac{1}{2} c \cdot PRI,$$

gdje je  $PRI$  period ponavljanja impulsa. Ako bi se  $PRI$  smanjio, signali odbijeni od ciljeve na rastojanju većem od  $R_{\max}$  bi stigli do prijemnika nakon što je odaslat novi impuls i ne bi bilo jasno o kojem impulsu se radi. Rezolucija rastojanja zavisi od širine impulsa  $T$  i iznosi

$$\Delta R = \frac{1}{2} c T.$$

Ako je udaljenost između dva cilja manja od  $\Delta R$  doći će do interferencije odbijenih signala i neće biti moguće razlikovati ciljeve. Uži impulsi omogućavaju postizanje bolje rezolucije, ali ograničavaju maksimalni domet jer je srednja snaga signala niža.

## Određivanje brzine cilja

Određivanje brzine cilja zasniva se na Doplerovom efektu – promjeni frekvencije signala koji se odbija od pokretnog cilja. Doplerov pomak frekvencije nakon odbijanja signala od cilja koji se kreće brzinom  $v$  iznosi

$$f_d = \frac{2v}{c} f_c = \frac{2v}{\lambda},$$

gdje je  $f_c$  frekvencija nosećeg signala, a  $c$  brzina svjetlosti. Ova jednačina je dobijena pod pretpostavkom da je signal koji se koristi kontinualna sinusoida frekvencije  $f_c$ , a cilj se kreće konstantnom brzinom. U prethodnom odjeljku je rečeno da dugački signali ne obezbjeđuju dobru rezoluciju po rastojanju. Sa druge strane, veličina Doplerovog pomaka je mala i ne može se odrediti pomoću jednog radarskog impulsa. Da bi se postigao kompromis između ova dva zahtjeva potrebno je koristiti povorku impulsa.

$$s(n) = \sum_{l=1}^{N_p} p(n - lM),$$

gdje je  $M$  period ponavljanja impulsa izražen u odmjercima, a  $N_p$  ukupan broj impulsa u povorci. Efekat Doplerovog pomaka u prijemniku se može modelirati množenjem signala  $s(n)$  kompleksnom eksponencijalnom funkcijom  $e^{j\omega_d n}$ , gdje je  $\omega_d$  digitalna frekvencija koja odgovara Doplerovom pomaku. Radarski signal se, dakle, sastoji od sinusoide modulisanе LFM impulsima, kao i pravougaonim impulsima koji upravljaju povorkom impulsa.

Ukoliko je potrebno pokriti veliki opseg rastojanja, odbijeni radarski signali mogu zauzimati veliki vremenski interval. Da bi se izbjegla neodređenost, opseg rastojanja mora biti ograničen na vremenski

interval između sukcesivnih impulsa. Maksimalno rastojanje je  $R_{max} = cPRI/2 = c/(2PRF)$ , a minimalno rastojanje je određeno dužinom impulsa (prijem signala ne počinje dok predajnik ne završi sa slanjem čitavog impulsa) i iznosi  $cT/2$ . U podacima koje ste dobili specificirani su početak i kraj prijema signala. Na primjer, prijemni prozor od 10  $\mu s$  do 40  $\mu s$  znači da prijem odmjeraka signala počinje tek 10  $\mu s$  nakon početka slanja impulsa. Odmjerci se zatim primaju specificiranom brzinom odmjeravanja sve do 40  $\mu s$  nakon slanja impulsa. Skup ovako dobijenih odmjeraka je jedna kolona matrice podataka. Proces se ponavlja za svaki impuls u povorci sve dok se ne formira čitava matrica podataka. Dakle, susjedni elementi jedne vrste razdvojeni su u vremenu za  $M$  odmjeraka.

U primljenom signalu se nalaze i dvije vrste šuma:

1. *Šum prijemnika* koji je modeliran kao Gausov bijeli šum. Nalazi se u svim signalima i potpuno je nekorelisan kako po odmjcima tako i po impulsima;
2. *Irelevantni odbijeni signali* predstavljaju distribuirane ciljeve čija je brzina (približno) jednaka nuli. Ovaj poremećaj je vrlo korelisan po impulsima.

## Zadaci

1. Napisati funkciju kojom se generišu odmjerci LFM signala na intervalu  $-\frac{T}{2} \leq t < \frac{T}{2}$ . Prototip funkcije treba da bude:

```
def diskretni_chirp(T, W, p):
    '''
    DISKRETNII_CHIRP  Generise diskretni chirp (LFM) signal
    x = diskretni_chirp(T, W, p)
    T: trajanje signala od -T/2 do +T/2
    W: ukupan frekvencijski opseg koji zauzima signal
       od -W/2 do +W/2
    p: signal se odmjerava p puta Nikvistovom brzinom (W),
       tj. frekvencija odmjeravanja je pW
    x: odmjerci LFM signala
    '''
```

2. Generisati LFM signal sa trajanjem od 100  $\mu s$  i frekvencijskim opsegom od 1 MHz. Izabrati faktor  $p = 10$ . Nacrtati realni i imaginarni dio signala. Smatrati da se radi o kontinualnom signalu i vremensku osu označiti u sekundama.
3. Generisati tri LFM signala, svaki sa trajanjem od 100  $\mu s$ , ali sa frekvencijskim opsezima od 100 kHz, 1 MHz i 10 MHz. Izaberite faktor  $p = 1.2$ .
4. Izračunati spektre tri signala iz prethodne tačke. Na istom grafiku nacrtati amplitudne spektre ovih signala tako da frekvencija 0 Hz bude u centru grafika. Na frekvencijskoj osi treba da bude digitalna frekvencija. Obratiti pažnju na normalizaciju spektara tako da se mogu upoređivati. Odrediti analitički izraz za digitalnu graničnu frekvenciju LFM signala u funkciji njegovih parametara  $T$ ,  $W$  i  $p$ . Imajući u vidu da spektar LFM signala treba da bude približno pravougaonog oblika komentarisati kvalitet aproksimacije u zavisnosti od proizvoda  $TW$ .
5. Generisati LFM signal sa trajanjem od 100  $\mu s$  i frekvencijskim opsegom od 1 MHz. Izabrati faktor  $p = 10$ . Odrediti impulsni odziv usklađenog filtra za ovaj LFM signal. Pretpostavljajući da je LFM signal primljen nakon što se odbio od cilja na udaljenosti nula, filtrirati ga usklađenim filtrom. Filtriranje može biti implementirano u vremenskom ili frekvencijskom domenu. Nacrtati moduo odziva usklađenog filtra. Smatrati da se radi o kontinualnom signalu i vremensku osu označiti u sekundama.

6. Generisati signal trajanja 300  $\mu\text{s}$  tako da centralnih 100  $\mu\text{s}$  zauzima LFM signal iz prethodne tačke, a ostatak signala je jednak nuli. Dodati signalu kompleksni Gausov bijeli šum kod kojeg su varijanse realne i imaginarne komponente šuma jednake i iznose 5. Koliki je odnos signal-šum u ovom slučaju? (Vodite računa da se radi o kompleksnim signalima.) Nacrtati realni dio dobijenog signala. Smatrati da se radi o kontinualnom signalu i vremensku osu označiti u sekundama.
7. Filtrirati signal usklađenim filtrom i nacrtati odziv. Smatrati da se radi o kontinualnom signalu i vremensku osu označiti u sekundama. Nacrtati novi grafik sa apscisom označenom u metrima tako da pokazuje rastojanje od cilja od kojeg se primljeni signal odbio.
8. Napisati funkciju kojom se generiše povorka LFM impulsa. Prototip funkcije treba da bude:

```
def chirp_povorka(T, W, p, PRF, Np):
'''
DISKRETNJI_CHIRP  Generise diskretni chirp (LFM) signal
x = chirp_povorka(T, W, p, PRF, L)
T: trajanje signala od -T/2 do +T/2
W: ukupan frekvencijski opseg koji zauzima signal
   od -W/2 do +W/2
p: signal se odmjerava p puta Nikvistovom brzinom (W),
   tj. frekvencija odmjeravanja je pW
PRF: frekvencija ponavljanja impulsa
Np: broj impulsa

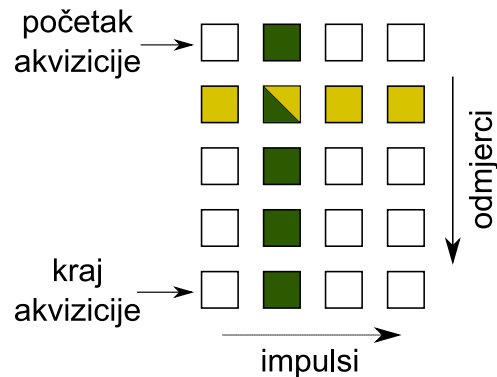
x: odmjereci povorke LFM impulsa
'''
```

9. Generisati povorku LFM impulsa sa sljedećim parametrima: trajanje impulsa 10  $\mu\text{s}$ , frekvencijski opseg 10 MHz, frekvencija ponavljanja impulsa 10 kHz,  $p = 1.2$ . Izračunati i nacrtati spektar ove povorke. Na apscisi treba da bude digitalna frekvencija.
10. Simulirati Doplerov pomak množenjem povorke LFM impulsa kompleksnom eksponencijalnom funkcijom  $e^{j\omega_d n}$ , gdje je  $\omega_d$  Doplerov pomak. Izračunati i nacrtati spektar ove povorke za  $\omega_d = 2\pi/31$ . Na apscisi treba da bude digitalna frekvencija. Uporediti dobijeni spektar sa spektrom iz prethodne tačke. Odrediti minimalni i maksimalni pomak koji se ovako može detektovati.
11. Formirati novi signal dobijen tako što se iz svakog impulsa povorke iz tačke 10. uzme po jedan odmjerak. Dakle, odmjeraci se uzimaju sa jednakim razmacima koji odgovaraju periodu ponavljanja impulsa izraženom u broju odmjeraka. Izračunati i nacrtati spektar tako dobijenog signala. Objasniti kako se na osnovu ovog spektra može odrediti Doplerov pomak. Povezati formulu za izračunavanje pomaka na ovaj način sa maksimalnim detektabilnim pomakom koji ste odredili u tački 10.
12. Da bi se istovremeno odredili i rastojanje i brzina cilja koristi se povorka LFM impulsa koja se odbija od cilja i u prijemniku se prvo filtrira usklađenim filtrom, a zatim se iz signala na izlazu usklađenog filtra uzimaju odmjeraci kao što je opisano u prethodnoj tački. Filtrirati povorku LFM impulsa iz tačke 10. odgovarajućim usklađenim filtrom. Formirati novi signal tako što se iz impulsa u odzivu usklađenog filtra uzme po jedan odmjerak na jednakim razmacima koji odgovaraju periodu ponavljanja impulsa izraženom u broju odmjeraka. Odmjerke uzimati iz okoline vrhova odziva usklađenog filtra. Rezultujući signal će biti dugačak onoliko odmjeraka koliko impulsa se nalazi u povorci. Izračunati i nacrtati spektar tako dobijenog signala. Objasniti kako se na osnovu ovog spektra može odrediti Doplerov pomak.
13. Dat je fajl radar\_nnn.mat (gdje je nnn broj koji je za svakog studenta dat u dokumentu studenti.pdf). U ovom fajlu se nalaze radarski podaci za četiri cilja za koje je potrebno odrediti rastojanja i brzine. Parametri radarskog signala koji se nalaze u fajlu dati su u Tabeli 1. Odaslani

signal se sastoji od 20 impulsa. U promjenljivoj  $y$  nalazi se matrica sa 20 kolona koje odgovaraju odbijenim impulsima koje je registrovao prijemnik. Potrebno je napisati program u Python-u koji će obrađivati ove podatke i formirati reprezentaciju na osnovu koje će biti moguće odrediti udaljenosti i brzine ciljeva. Nije neophodno implementirati automatski detektor ciljeva, dovoljno je da dobijete prikaz iz kojeg će biti moguće ručno detektovati ciljeve, odnosno, njihove udaljenosti i brzine. Akvizicija podataka počinje u trenutku  $T_{out}[0]$ , a završava se u trenutku  $T_{out}[1]$  pa je u skladu sa ovim potrebno prilagoditi vremensku osu.

Koraci obrade koje je potrebno implementirati su sljedeći (ne nužno navedenim redoslijedom):

- Projektovati usklađeni filter koji odgovara parametrima radarskog signala datim u Tabeli 1;
- Filtrirati primljene impulse usklađenim filtrom u vremenskom ili frekvencijskom domenu;
- Odrediti Doplerov pomak za ciljeve kao što je opisano u tački 12. Pošto unaprijed nije poznato gdje su ciljevi, odnosno vrhovi odziva, formirati nove signale sa počecima u svakom odmjerku prvog primljenog, odnosno, filtriranog impulsa. Na ovaj način se formira onoliko signala koliki je period ponavljanja impulsa u odmjerima. Dužina svakog signala je određena trajanjem akvizicije podataka datim u promjenljivoj  $T_{out}$ .



- Formirati matricu odmjeraka DTFT svakog od ovih signala. Dobijenu matricu možemo posmatrati kao matricu vrijednosti funkcije dvije promjenljive. Jedna je vremenska promjenljiva i pokazuje koliko je vremena poteklo od početka akvizicije, a druga je frekvencija i povezana je sa Doplerovim pomakom. Grafički prikažite ovu zavisnost i adekvatno označite ose.
- Pomoću grafika iz prethodne tačke odredite rastojanje i brzinu ciljeva. Vodite računa o tome da brzina može biti i negativna, što znači da se cilj udaljava od prijemnika.
- Možda će biti potrebno da se na neki način uklone irelevantni odbijeni signali.

**Tabela 1. Parametri radarskog signala.**

PARAMETRI RADARSKOG SIGNALA			
<i>Parameter</i>	<i>Promjenljiva</i>	<i>Vrijednost</i>	<i>Jedinica</i>
Frekvencija radara	$f_c$	10	GHz
Dužina impulsa	$T$	10	$\mu s$
Frekvencijski opseg	$W$	10	MHz
Frekvencija odmjeravanja	$f_s$	12	MHz
Frekvencija ponavljanja impulsa	PRF	10	kHz
Broj impulsa	$N_p$	20	impulsa
Trenutak početka akvizicije signala	$T_{out}[0]$	12	$\mu s$
Trenutak kraja akvizicije signala	$T_{out}[1]$	40	$\mu s$

**Napomene:**

- U dokumentu studenti.pdf nalazi se MAT fajl koji treba da koristite u ovom zadatku i za koji treba da date odgovore.
- Za izračunavanje spektara signala koristiti DFT. Prozorsku funkciju i broj tačaka odrediti eksperimentalno tako da se dobijaju najbolji rezultati. Prilikom crtanja amplitudnih spektara imajte u vidu da je spektar diskretnog signala funkcija kontinualne promjenlive i koristite metod `plot`. Na frekvencijskoj osi treba da se nalazi digitalna frekvencija u rad/odmjerku.
- Ulazni podaci su dati u MATLAB-ovom MAT formatu. Možete ih učitati korištenjem `scipy.io.loadmat` metoda. Učitavanjem MAT fajla dobija se rječnik (dictionary) u kojem su ključevi promjenljive koje su sačuvane u fajlu. U fajlu `radar_nnn.mat` nalaze se promjenljive navedene u Tabeli 1, te promjenljiva `s` u koja sadrži korišteni LFM signal i promjenljiva `y` koja sadrži odbijene impulse u formatu opisanom u tački 13.
- Rezultate prikazati tabelarno. Rastojanja detektovanih ciljeva izraziti u kilometrima (km), a brzine u metrima u sekundi (m/s).

**Detalji predaje radova:** Nakon završetka kompletnog projekta, najkasnije do navedenog roka, predaju se sledeći rezultati rada:

- program u Python-u,
- odštampan rad maksimalne dužine 10 stranica koji sadrži sve važne detalje o projektovanju i implementaciji vašeg softvera za obradu radarskih signala:
  - obrazloženja izbora pojedinih parametara algoritma,
  - talasne oblike i spektre ulaznih i izlaznih testnih signala,
  - tabelu sa rastojanjima i brzinama detektovanih ciljeva,
  - analizu dobrih strana i nedostataka,
  - prijedloge poboljšanja,
  - uputstvo za upotrebu,
  - ovaj dokument treba da bude obrađen na računaru.
- nakon predaje radova biće organizovano testiranje modela na novim signalima.

**Način rada i ocjenjivanje:** Zadatak se radi individualno. Međusobne konsultacije između studenata i sa predmetnim nastavnikom i asistentom su dozvoljene, ali svaki student treba da preda originalno rješenje. U slučaju prepisivanja odgovarajući radovi će biti ocijenjeni sa nula poena.

**Oprema:** Za rad na ovom zadatku studentima je na raspolaganju računarska oprema u Laboratoriji za digitalnu obradu signala.

Predmetni nastavnik i asistent