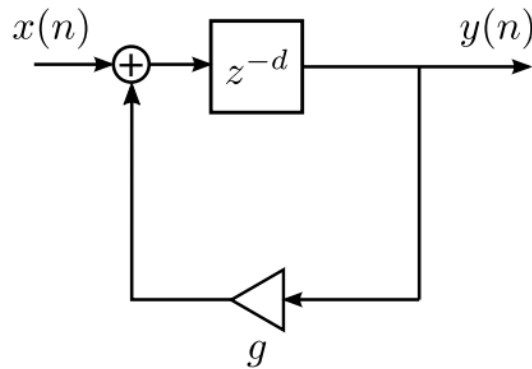


Domaći zadatak

Autor: Saša Pejašinović

Svi zadaci koji se odnose na realizaciju funkcija i koda nalaze se u ipynb fajlu pod nazivom Kod. U ovom fajlu nalaze se rješenja zadataka koji se odnose na određivanje analitičkih izraza, crtanje amplitudskih i faznih karakteristika itd.

1.



Jednačina diferencija

$$y(n) - gy(n - d) = x(n - d)$$

Funkcija prenosa

$$H(z) = \frac{z^{-d}}{1 - gz^{-d}}$$

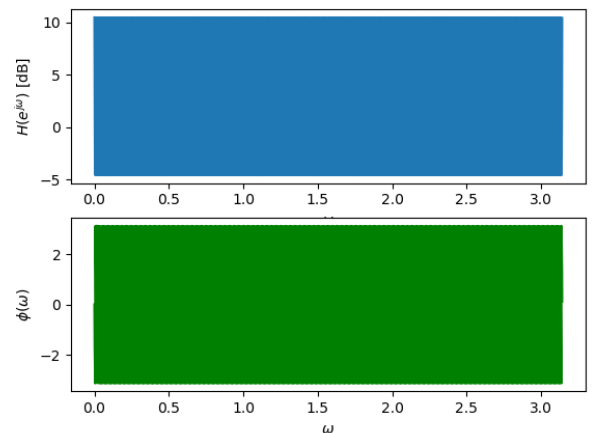
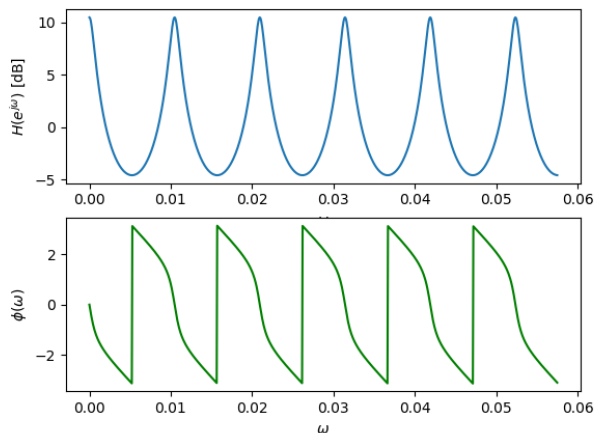
Frekvencijska karakteristika

$$H(e^{j\omega}) = \frac{e^{-j\omega d}}{1 - ge^{-j\omega d}}$$

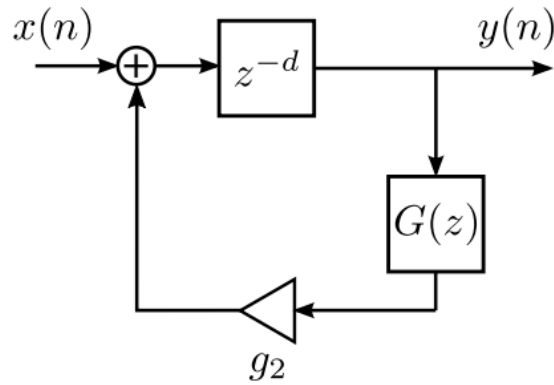
3. $g = 0.7, d = 600$

Uvecano

Pruža bolju perspektivu za poredjenje sa modifikovanim č.f.



4.



$$G(z) = \frac{1}{1 - g_1 z^{-1}}$$

Jednačina diferencija

$$y(n) - g_1 y(n-1) - g_2 y(n-d) = x(n-d) + g_1 x(n-(d+1))$$

Funkcija prenosa

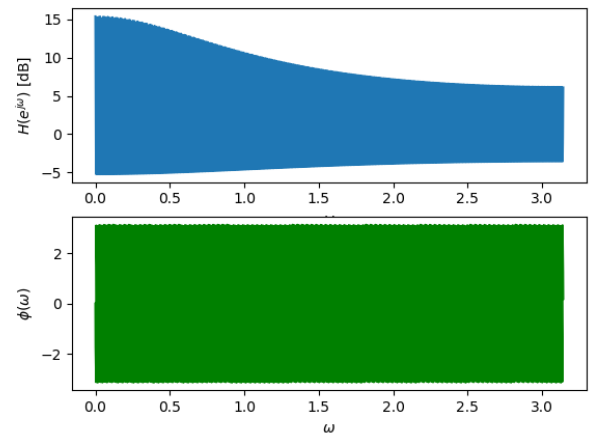
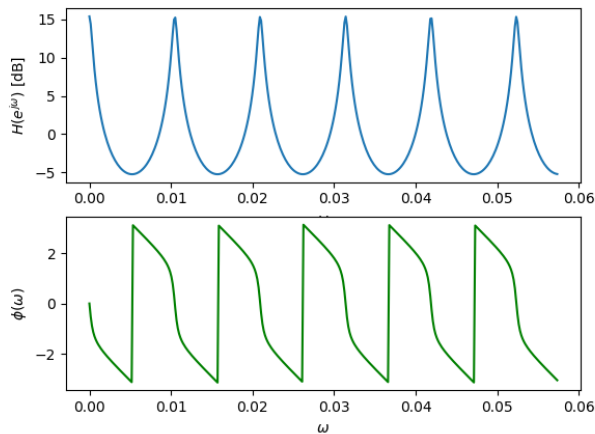
$$H(z) = \frac{z^{-d} - g_1 z^{-d-1}}{1 - g_1 z^{-1} - g_2 z^{-d}}$$

Frekvencijska karakteristika

$$H(e^{j\omega}) = \frac{e^{-j\omega d} - g_1 e^{-j\omega(d+1)}}{1 - g_1 e^{-j\omega} - g_2 e^{-j\omega d}}$$

6. $g_1 = 0.24, g_2 = 0.83, d = 600$

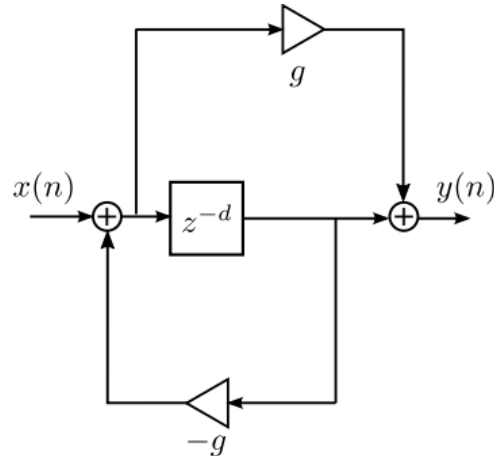
Uvecano



Amplitudska karakteristika IIR češljastog filtra je periodična funkcija (pri tome ne mislim na periodičnost zato što se radi o frekvencijskoj karakteristici diskretnog signala), ovdje je frekvencijska karakteristika periodična i unutar intervala od 0 do 2π). Maksimalne vrijednosti amplitudske karakteristike odnosno "zubi češlja" nalaze se na učestanostima $\omega_k = \frac{2k\pi}{d}, k = 0, 1, \dots, d-1$, za $g > 0$

Za razliku od amplitudske karakteristike IIR češljastog filtra, amplitudska karakteristika modificiranog IIR češljastog filtra nije periodična funkcija (unutar intervala od 0 do 2π), na višim učestanostima vrijednosti amplitudske karakteristike su umanjene, a na nižim pojačane u odnosu na karakteristiku IIR češljastog filtra tj. "zubi češlja" ostaju na istim pozicijama samo su im vrijednosti umanjene ili pojačane. Upravo iz tog razloga odlučio sam da prikazem neuvećanu frekvencijsku karakteristiku oba filtra, zato što se iz te perspektive najlakše može uočiti razlika između amplitudskih karakteristika ova dva filtra.

7.



Jednačina diferencija

$$y(n) + gy(n - d) = gx(n) + x(n - d)$$

Funkcija prenosa

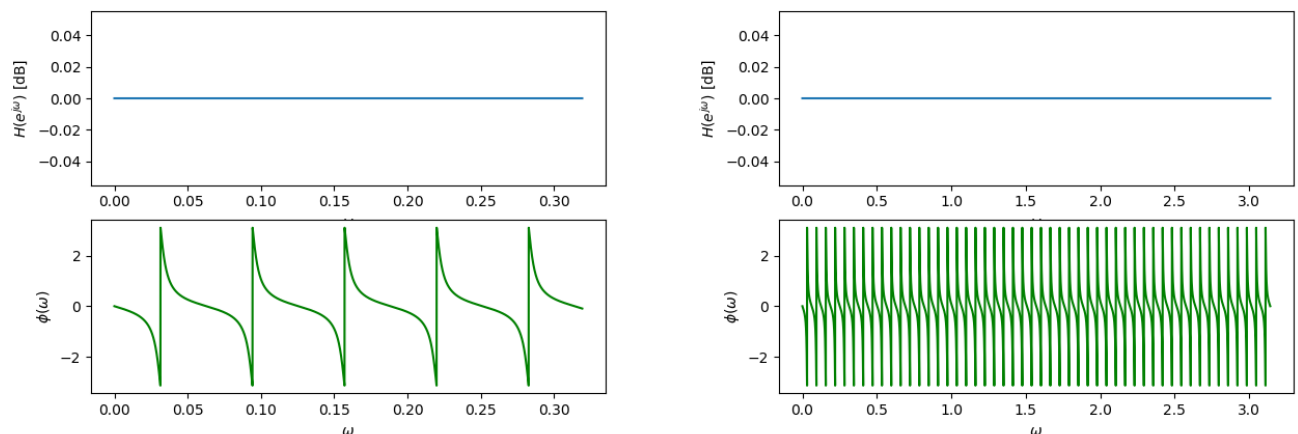
$$H(z) = \frac{g + z^{-d}}{1 + gz^{-d}}$$

Frekvencijska karakteristika

$$H(e^{j\omega}) = \frac{g + e^{-j\omega d}}{1 + ge^{-j\omega d}}$$

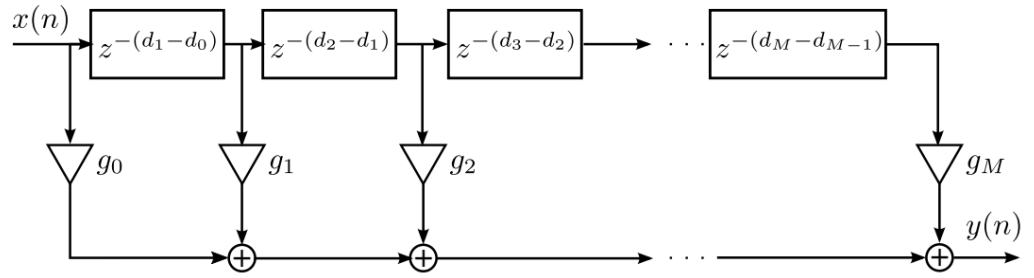
9. $g=0.7$, $d=100$

Uvecano



$|H(e^{j\omega})| = 1$ te zaključujemo da se radi o svepropusnom (allpass) filtru

10.



Jednačina diferencija

$$y(n) = g_0 x(n) + g_1 x(n - (d_1 - d_0)) + g_2 x(n - (d_2 - d_0)) + \dots + g_M x(n - (d_M - d_0))$$

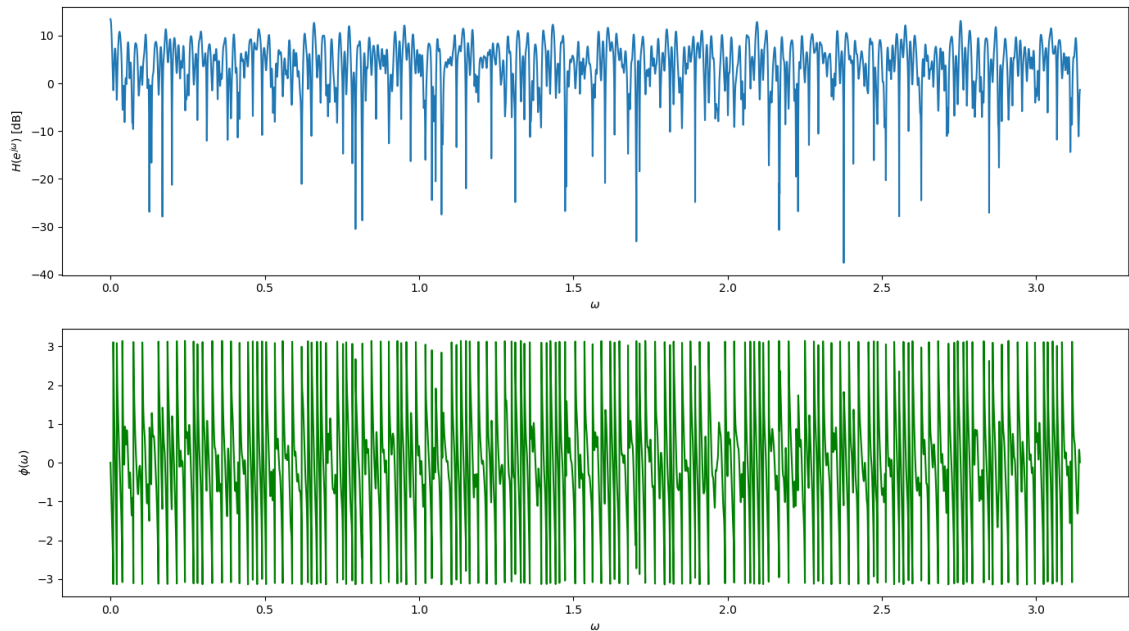
Funkcija prenosa

$$H(z) = g_0 + g_1 z^{-(d_1-d_0)} + g_2 z^{-(d_2-d_0)} + \dots + g_M z^{-(d_M-d_0)}$$

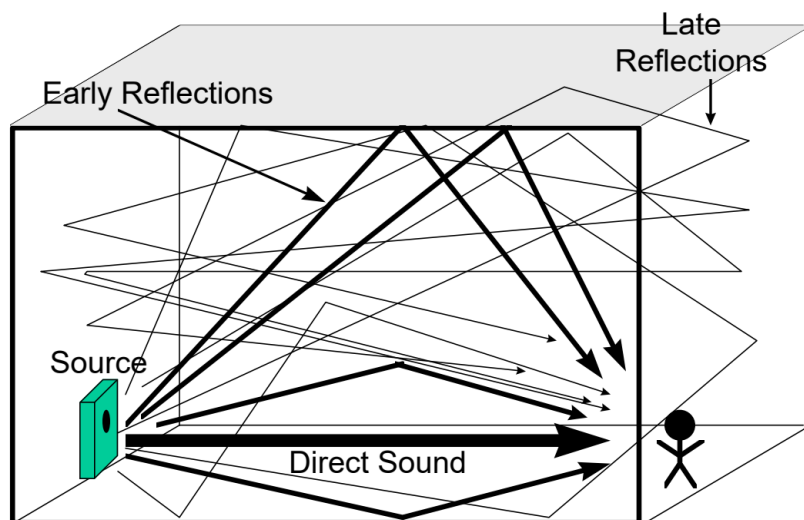
12. Frekvencija odmjjeravanja ulaznog signala $f_s = 11025$

Tabela 1: Parametri linije za kašnjenje.

Izlaz	Kašnjenje T_i [s]	Koeficijent (g)
0	0	1,00
1	0,0199	1,02
2	0,0354	0,818
3	0,0389	0,635
4	0,0414	0,719
5	0,0699	0,267
6	0.0796	0.242

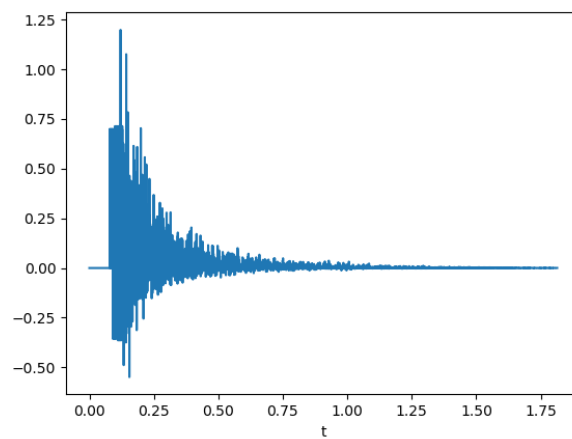
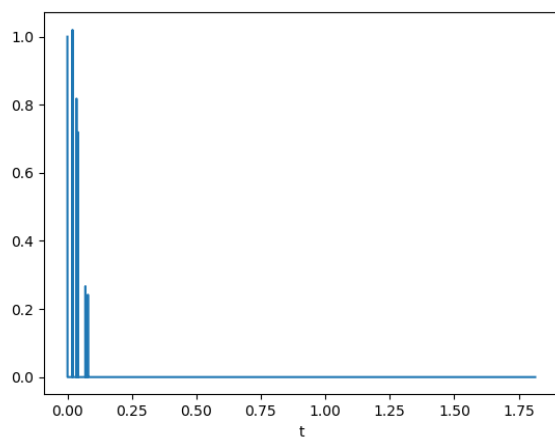


15. Odrediti i nacrtati impulsni odziv Mureroovog reverberatora

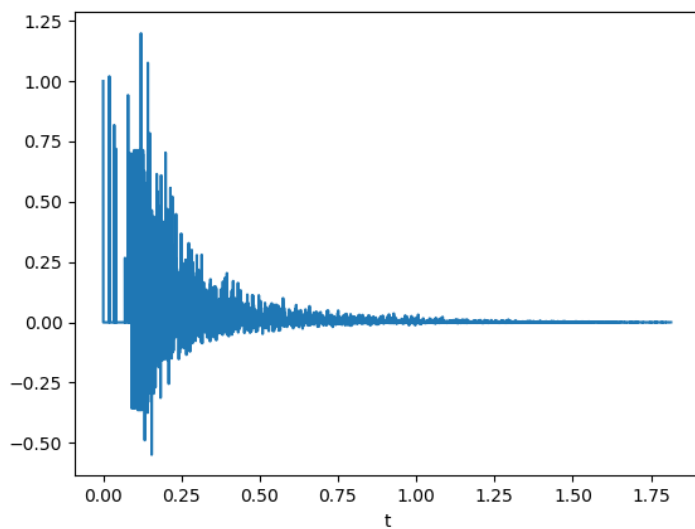


Rane refleksije

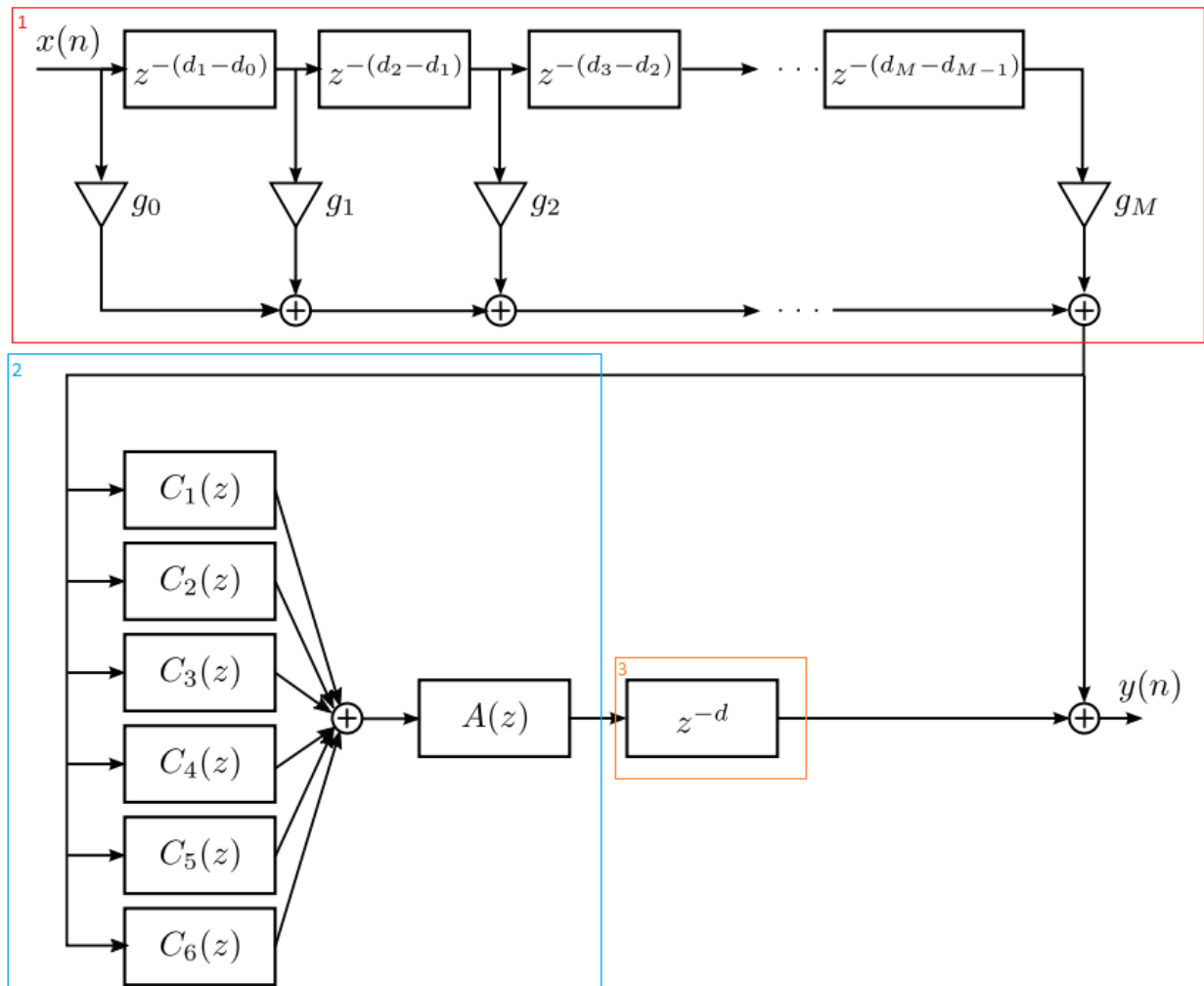
Kasne refleksije



Impulsni odziv



Murerov reverberator -rad, poboljšanja, mane



Na bloku 1 nalazi se FIR sistem čiji je zadatak da simulira prvih N refleksija uključujući i direktni signal tj. na izlazu sistema dobijamo signal koji predstavlja sumu ulaznog signala i njegovih skaliranih zakašnjelih verzija, što se lako može uočiti iz jednačine diferencijala. Koeficijenti $g_0, g_1, g_2, \dots, g_M$ predstavljaju vrijednosti impulsnog odziva sistema (linije kašnjenja) na odmjercima $0, d_1 - d_0, d_2 - d_0, \dots, d_M - d_0$. Maksimalno kašnjenje treba da iznosi 80ms. Ako bi smo kao koeficijente linije kašnjenja uzeli 80ms impulsnog odziva neke koncertne dvorane, zvuk na izlazu iz reverberatora postao bi približan onom u koncertnoj dvorani. Međutim zbog nedovoljnih performansi računara u vremenu nastanka Murerovog reverberatora i vremenske kompleksnosti algoritma izračunavanja izlaza iz linije za kašnjenje odnosno konvolucije, Murer u svom radu navodi dvije tabele, jednu sa sedam koeficijenata pojačanja i kašnjenja, i drugu sa devetneast, koje će dati prirodan i bogat zvuk, ali ne predstavljaju simulaciju neke stvarne prostorije kao što je to u slučaju kada kao koeficijente linije kašnjenja uzimamo vrijednosti impulsnog odziva neke prostorije. Primjeri sa različitim koeficijentima linije za kašnjenje nalaze se u kodu.

Na bloku 2 nalazi niz od 6 paralelnih modifikovanih češljastih filtara vezanih u kaskadu sa svepropusnim filtrom. Kašnjenja modifikovanih češljastih filtara trebaju biti linearno raspoređeno sa odnosom $1 : 1.5$, a najmanje kašnjenje bi trebalo biti 50 ms , mada je moguće uzeti i manja kašnjenja (zbog memorije), ali rezultati neće biti jednako dobri. Funkcija ovog bloka je generisanje kasnih refleksija na osnovu ulaza tj. ranih refleksija.

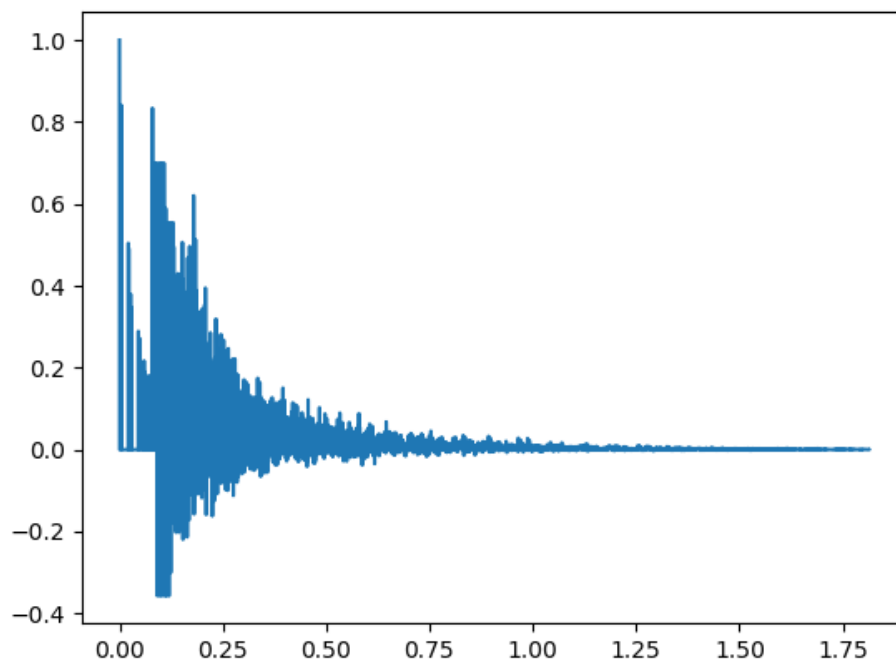
Funkcija bloka 3 je da na sabirač na izlazu istovremeno stignu prvi eho koji prolazi kroz češljasti filter i zadnji rani eho iz linije za kašnjenje.

Ukratko: Murerov reverberator u bloku 1 konvoluirao ulazni signal sa impulsnim odzivom prostorije u prvih 80 ms, te nakon toga prolaskom kroz blok 2 generiše kasne refleksije. Bolji rezultat postigao bi se sa potpunom konvolucijom sa impulsnim odzivom prostorije, ali zbog performansi tadašnjih računarskih sistema Murerov reverberator bio je alternativa koja će dati približno dobre rezultate.

Prema Mureru bolji izbor koeficijenata linije kašnjenja

'Izlaz'	'Kašnjenje[s]'	'Koeficijent'
0	0	1.00
1	0.0043	0.841
2	0.0215	0.504
3	0.0225	0.491
4	0.0268	0.379
5	0.0270	0.380
6	0.0298	0.346
7	0.0458	0.289
8	0.0485	0.272
9	0.0572	0.192
10	0.0587	0.193
11	0.0595	0.217
12	0.0612	0.181
13	0.0707	0.180
14	0.0708	0.181
15	0.0726	0.176
16	0.0741	0.142
17	0.0753	0.167
18	0.0797	0.134

Impulsni odziv za ovakve koeficijente



Implementacija: Realizacija funkcija **comb**, **lcomb**, **allpass**, **tdl** zasnovana je na određivanju položaja elemenata ulazne liste koeficijenata (pojačanja u povratnoj vezi, koeficijenti linije kašnjenja itd.) u vektorima a i b koji predstavljaju koeficijente sistema u direktnoj i povratnoj sprezi. Pozicioniranje ulaznih koeficijenata određuje se vrlo jednostavno na osnovu jednačine diferencija i dužine linije kašnjenja.

Primjer: Jednačina diferencija češljastog filtra je

$$y(n) - gy(n - d) = x(n - d)$$

Kako u opštem slučaju jednačina diferencije ima oblik

$$\sum_{k=0}^N a_k y(n - k) = \sum_{l=0}^M b_l x(n - l)$$

Iako se može zaključiti da su koeficijenti češljastog filtra $a_0 = 1, a_1, a_2, \dots, a_{d-1} = 0, a_d = -g$ i $b_0, b_1, \dots, b_{d-1} = 0, b_d = g$

Pa je na taj način to urađeno i u **comb** funkciji

In [2]:

```
1 import numpy as np
2 def comb(g,d):
3     b=np.zeros(d+1)
4     a=np.zeros(d+1)
5     a[0]=b[d]=1
6     a[d]=-g
7     return b,a
```

Kao što vidimo većina koeficijanta u direktnoj i povratnoj sprezi iznosi 0, a ukupan broj koeficijenata u direktnoj i povratnoj sprezi iznosi $d+1$. Iz tog razloga u funkciji **comb** kreiramo dva vektora koji imaju $d+1$ elemenata čije vrijednosti iznose 0. Kako je većina elemenata 0, dovoljno je promijeniti samo one koji to nisu, a to je koeficijent b_d u direktnoj sprezi i koeficijenti a_0 i a_d u povratnoj sprezi. Sličan postupak primjenjen je na svim gore navedenim funkcijama.

Implementacija funkcije **moorer** zasnovana je na određivanju ekvivalentnog sistema korišćenjem pomoćnih funkcija **series_eq** za sisteme koji se nalaze u seriji i **parallel_eq** za sisteme koji se nalaze u paraleli.

In [6]:

```
1 def series_eq(b1,a1,b2,a2):
2     return np.polymul(b1[::-1],b2[::-1])[:,::-1],np.polymul(a1[:,::-1],a2[:,::-1])[:,::-1]
3 def parallel_eq(b1,a1,b2,a2):
4     return np.polyadd(np.polymul(b1[:,::-1],a2[:,::-1]),np.polymul(b2[:,::-1],a1[:,::-1]))[:,::-1]
```

$H_1(z), H_2(z)$ - funkcije prenosa koji se nalaze u seriji

Funkcija prenosa ekvivalentnog sistema $H(z) = H_1(z)H_2(z)$

Funkciju prenos $H(z)$ moguće je predstaviti kao $H(z) = \frac{\sum_{l=0}^M b_l z^{-l}}{\sum_{k=0}^N a_k z^{-k}}$ gdje su b i a koeficijenti u direktnoj i povratnoj sprezi.

U biblioteci **numpy** nalazi se funkcija **polymul** koja kao ulazne argumente prima niz koeficijente dva polinoma gdje nulti element niza predstavlja koeficijent uz najveći stepen polinoma, te vraća koeficijente novog polinoma koji predstavlja njihov proizvod.

Slično je moguće postupiti i sa množenjem funkcija prenosa. Ako kao ulazne argumente funkcije **polymul** uzimamo koeficijente funkcije prenosa $H_1(z)$ u imeniocu odnosno koeficijente povratne sprege prvog sistema

i koeficijente u imeniocu funkcije prenosa $H_2(z)$ tj. koeficijente povratne sprege drugog sistema dobijamo koeficijente u imeniocu funkcije prenosa ekvivalentnog sistema $H(z)$ odnosno dobijamo koeficijente u povratnoj sprezi ekvivalentnog sistema.

Slicno se dobija i za brojilac i na taj način dobijamo koeficijente u direktnoj sprezi. Ovaj postupak iskorišten je u funkciji **series_eq**.

Neka su $H_1(z)$, $H_2(z)$ - funkcije prenosa koje se nalaze u paraleli, funkcija prenosa ekvivalentnog sistema je $H(z) = H_1(z) + H_2(z)$

Postupak je sličan kao u serijskoj vezi, samo što ćemo ovdje imati sabiranje te će postupak biti nešto drugačiji. Koeficijenti u imeniocu se dobijaju na isti način kao i u seriji. Dok u brojiocu množimo brojilac funkcije prenosa prvog sistema sa imeniocom funkcije prenosa drugog sistema i sabiramo sa proizvodom imenioca funkcije prenosa prvog sistema i brojioca funkcije prenosa drugog sistema.

```
In [4]: 1 def moorer(lg,ld,cg,cg1,cd,ag,ad,d):
2         b,a=lcomb(cg1[0],cg,cd[0])
3         for i in range(1,len(cd)):
4             b,a=parallel_eq(b,a,*lcomb(cg1[i],cg,cd[i]))
5
6         b,a=series_eq(b,a,*all_pass(ag,ad))
7         b,a=series_eq(b,a,np.concatenate((np.zeros(d),[1])),[1])
8         b,a=parallel_eq(b,a,[1],[1])
9         b,a=series_eq(b,a,*tdl(lg,ld))
10
11         return b,a
```

Svaka od navedenih funkcija vraća vektore koeficijenata funkcije prenosa, koji određuju neki sistem. Murerov sistem sačinjen je od niza podsistema kao što su linije za kašnjenje, svepropusni filter, niz češljastih filtera itd. Prema tome Murerov reverberator možemo predstaviti kao ekvivalentan sistem njegovih podsistema. S obzirom na to da znamo odrediti koeficijente njegovih podsistema i znamo na koji su način povezani sistemi, možemo postepenim postupkom odrediti koeficijente ekvivalentnog sistema uz pomoć dosadašnjih funkcija. Funkcije **comb**, **lcomb**, **allpass**, **tdl** zadužene su za određivanje koeficijenata imenioca i brojioca funkcija prenosa različitih podsistema, a funkcije **parallel_eq**, **series_eq** za pronalaženje koeficijenata ekvivalentnih sistema koji su povezani serijski ili paralelno.