浙江工业大学 2020/2021 学年第一学期期末考试

《复变函数与积分变换》试卷

班级__________________姓名__________学号______________任课老师__________

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一、填空、选择题(共 39 分，每空 3 分)

1、当$z=\frac{1+i}{1-i}$时，$z^{100}+z^{75}+z^{50}=$______________________

2、$f(z)=2x^3+3iy^3$在______________ 可导，__________解析。

3、设$f(z)$在单连通区域 B 内处处解析且不为零，C 为 B 内任何一条简单正向闭曲线，则$\oint_C \frac{f''(z)+2f'(z)+f(z)}{f(z)}dz=$ ____________ 。

4、设$z=0$为函数$\frac{1-e^{z^2}}{z^4 sinz}$的 m 级极点，那么 m=__________ 。

5 、 设 $f(z)=\sum_{n=0}^{\infty}a_n z^n$ 在 $|z|<R$ 内 解 析 ， k 为 正 整 数 ， 那 么 $Res\left[\frac{f(z)}{z^k},0\right]=$________________ 。

6、$Ln(-i)=$________________________ 。

7、设$\mathcal{F}[f(t)]=F[\omega]$, 若对$t\to+\infty$时，$g(t)=\int_{-\infty}^{t}f(t)dt\to 0$,则$\mathcal{F}[g(t)]=$__________ 。

8、$\mathcal{L}[e^{2t}+5\delta(t)]$=____________________ 。

9、一个向量顺时针旋转$\frac{\pi}{3}$后对应的复数为$1-\sqrt{3}i$, 则原向量对应的复数是(　　　)

(A)2　　　(B)$-1-\sqrt{3}i$　　　(C)$1+\sqrt{3}i$　　　(D)$\sqrt{3}+i$

10、设$f(z)$在区域 D 内解析，C 为 D 内任一条简单闭曲线，它的内部完全属于 D。若$f(z)$在 C 上的值为 2，那么对 C 所围区域内任一点z_0, $f(z_0)$ =(　　)

(A)0　　　(B)1　　　(C)2　　　(D)不确定

11、下列级数中，条件收敛的级数为（　　）

(A)$\sum_{n=1}^{\infty} e^{in}$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(8i)^n}{n!}$ (C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n}$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n+i}{\sqrt{n+1}}$

12、设幂级数$\sum_{n=1}^{\infty} C_n z^n$，$\sum_{n=1}^{\infty} nC_n z^{n-1}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n}{n+1} z^{n+1}$的收敛半径分别为$R_1, R_2, R_3$，则$R_1, R_2, R_3$关系(　　)

(A) $R_1 < R_2 < R_3$ (B) $R_1 > R_2 > R_3$ (C) $R_1 = R_2 < R_3$ (D) $R_1 = R_2 = R_3$

二、(8 分)已知$f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$为复平面内满足$u(x,y) + v(x,y) = 2xy$的解析函数，求$f(z)$。

三、(10 分)求函数$f(z) = \frac{1}{z^2(z-i)}$在环域 (1)$0 < |z-i| < 1$ (2)$0 < |z| < 1$内的洛朗级数。

四、计算如下积分的值（积分曲线均取正向）（共 28 分，每题 7 分）

1、$\oint_{|z|=\frac{3}{2}} \frac{dz}{(z^2+1)(z^2+4)}$

2、$\oint_{|z|=2} \frac{e^z}{z^5} dz$

3、$\oint_{|z|=4} \frac{z^2-z+2}{z^4+10z^2+9} dz$

4、$\int_0^{\pi} \frac{d\theta}{2-cos\theta}$

五、（10 分）利用 Laplace 变换求微分方程$y^{(4)} + 2y''' - 2y' - y = \delta(t)$满足初始条件$y(0) = y'(0) = y''(0) = y'''(0) = 0$的解。

六、（5 分）阐述复变函数与积分变换在你相应专业中的应用。