浙江工业大学 2019/2020 学年

第 一 学期试卷

课程________________________班级____________________

姓名______________学号______________ 教师姓名__________

题序	一	二	三	四	五	六	七	总评
计分								

一．填空题（每空 3 分, 共 33 分）

1. 设 $z=1-i$,则 $z^{99}=$__________。

2. $\arg(\ln(1+i))=$ ____________________。

3. 判断命题真假: $2+3i>1+3i$ ________(对打 √，错打×)。

4. 设 C 为正向圆周 $|z|=\frac{3}{2}$，则 $\oint \frac{1-\cos z}{z^3}dz=$__________。

5. $z=0$ 是函数 $f(z)=\frac{1}{z^3(e^{z^3}-1)}$ 的__________级极点。

6. 函数 $\frac{1}{z(z-1)}$ 在 $z_0=1-i$ 处展开成泰勒级数的收敛半为：________。

7. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^2}{n^n}z^n$ 的收敛半径为__________。

8. 设函数 $f(z)=\cos\frac{1}{1-z}$，则 $\mathrm{Re}s[f(z),1]=$__________。

9. 设 $u=x^3-3xy^2$ 是解析函数 $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ 的实部，则 $f'(i)=$___________。

10. 设 $f(t)=2+u(t)e^{-2020t}$，则 $f(t)$ 的 Fourier 变换F $[f(t)]=$_____________。

11. 设 $f(t)=u(1-e^{-t})$，则 $f(t)$ 的 Laplace 变换 $F(s)=$____________。

二．单项选择题（每题 3 分，共 6 分）。

1. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (z-2019)^n$ 在 $z=2017$ 处发散，则它必在 $z=2018$ 处 (　　)

A.条件收敛　B. 绝对收敛　C.发散　D. 不确定

2. $z=\infty$ 是 $f(z)=\cos z-\sin z$ 的 (　　)

A. 可去奇点　B. 一级极点　C. 本性奇点　D. 非孤立奇点

三．(本题 8 分)　设 $u(x,y)=x^2-y^2$，

(1). 验证 $u(x,y)$ 是调和函数；(2). 求 $u(x,y)$ 的共轭调和函数 $v(x,y)$.

四．(本题 12 分)　求函数 $f(z)=\dfrac{1}{z^2(z+i)}$ 在孤立奇点处的去心邻域内的洛朗级数。

五. (每小题 7 分，共 21 分) 计算以下积分的值 (积分闭曲线均取正向)。

(1) $\oint_{|z|=3} \frac{e^z}{z(z-1)^2} dz$

(2) $\oint_{|z|=3} \frac{1}{(z^2-1)(z^2+4)} dz$

(3) $\int_0^{+\infty} \frac{x \sin 2x}{x^2+4} dx$

六．(10 分)　(1) 若 $F(\omega)=$ F $[f(t)]$，证明:

$$\frac{dF(\omega)}{d\omega}=\text{F}\ [-itf(t)];$$

(2) 求函数 $f(t)=e^{i2020t}tu(t)$ 的 Fourier 变换。

七. (本题 10 分): 利用 Laplace 变换求下列微分方程的解：

$$y'''+3y''+3y'+y=1,\quad y(0)=y'(0)=y''(0)=0\,.$$