浙江工业大学 2018/2019 学年

第 一 学期试卷

课程________________________________班级____________________________

姓名_________________学号___________________ 教师姓名______________

题序	一	二	三	四	五	六	七	总评
计分								

一．填空题（每空 3 分，共 33 分）

1. 设 $z=2019-2018i$,则 $\arg(z)=$___________。

2. $(1+i)^{1+i}$ 的模为 ______________________。

3. 判断命题真假: $\lim\limits_{z\to 0} z\sin\frac{1}{z}=0$。________(对打√，错打×)

4. 设 C 为正向圆周 $|z|=2017$，则 $\oint \frac{z^2\cos\frac{1}{z-2019}}{(2018-z)^2}dz=$___________。

5. $z=0$ 是函数 $f(z)=\frac{z-\sin z}{z^{2019}}$ 的____________级极点。

6. 函数 $\frac{1}{z(2019-2017z)}$ 在 $z_0=1+i$ 处展开成泰勒级数的收敛半为：_________。

7. 幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(1+i)^n z^n$ 的收敛半径为___________。

8. 设函数 $f(z)=\frac{1}{z^2\sin z}$，则 $\mathrm{Res}\left[f(z),0\right]=$___________。

9. 设 $u=\frac{-x}{x^2+y^2}$ 是解析函数 $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ 的实部，则 $f'(2)=$____________。

10. 设 $f(t)=\delta(2019-t)+e^{jw_0t}$，则 $f(t)$ 的 Fourier 变换F $[f(t)]=$_______________。

11. 设 $f(t)=e^{-2019t}\delta(t)-2019e^{-2019t}u(t)$，则 $f(t)$ 在半平面 $\mathrm{Re}(s)>-2019$ 内的 Laplace 变换 $F(s)=$_____________。

二．单项选择题（每题 3 分，共 6 分）。

1. 幂级数$\sum_{n=0}^{\infty} a_n (z+1)^n$在$z=2018$处发散，则它必在 (   )

A. $z=-2019$收敛 B. $z=-2020$收敛 C. $z=-2021$发散 D. 以上全不正确

2. $z=\infty$是$f(z)=\frac{\cos z}{z}$的 (   )

A. 可去奇点 B. 一级极点 C. 本性奇点 D. 非孤立奇点

三．(本题 8 分) 设$u(x,y)=y^3-3x^2y$，

(1). 验证$u(x,y)$是调和函数；(2). 求$u(x,y)$的共轭调和函数$v(x,y)$.

四．(本题 12 分) 求函数$f(z)=\frac{1}{(z-2)(z-i)}$在孤立奇点处的去心邻域内的洛朗级数。

五. (每小题 7 分，共 21 分) 计算以下积分的值 (积分闭曲线均取正向)。

(1) $\oint\limits_{|z|=3} \frac{1}{(z^2+1)(z^2-4)}dz$

(2) $\oint\limits_{|z|=3} \frac{e^z}{(z-2)^{2019}}dz$

(3) $\int_0^{2\pi} \frac{1}{\frac{5}{4}+\sin x}dx$

六．(10 分) 求 $f(t)=e^{-2019|t|}$ 的 Fourier 变换，并证明

$$\int_0^{+\infty}\frac{\cos(wt)}{2019^2+w^2}dw=\frac{\pi}{4038}e^{-2019|t|}$$

七. (本题 10 分): 利用 Laplace 变换求下列微分方程的解：

$$y''-3y'+2y=e^{3t},\quad y(0)=y'(0)=0\,.$$