Темы *(более детальное описание задач и требований – ближе к концу файла)*

1. Решение нелинейных уравнений при заданном интервале локализации (метод деления отрезка пополам, метод простой итерации, метод релаксации, метод Ньютона).

2. Решение систем нелинейных уравнений (метод простой итерации, метод Ньютона с аппроксимацией производных в матрице Якоби односторонними разностями)

3. Вычисление определенных интегралов (формулы прямоугольников (левых и центральных), трапеций и Симпсона).

4. Интерполяция заданной таблично функции с помощью кубических сплайнов.

5. Численное решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения (метод Эйлера, метод Рунге-Кутты 4-го порядка, метод Адамса)

ВАЖНО!
Для того чтобы сдать задачу, необходимо полностью выполнить поставленную задачу и знать
- для решения каких задач применяется тот или иной метод,
- условия применимости метода (напр. условие сходимости),
- погрешность метода.
А ещё надо уметь приводить примеры задач, для которых метод работает и для которых не работает.
(при «сдаче» задачи время на «сейчас посмотрю ответ в Википедии» не даётся!)
ВНИМАНИЕ: в качестве примеров приводить только те задачи, для которых вы знаете ТОЧНОЕ решение!!!!!

Это условия необходимые для сдачи, но не достаточные!

Ах да, в коде программы тоже надо ориентироваться!

задача	Максимальная возможная оценка							
	11.02	25.02	11.03	25.03	8.04	22.04	6.05	20.05
1		5	4	3	3	3	3	3
2		5	5	4	3	3	3	3
3		5	5	5	4	3	3	3
4		5	5	5	5	4	3	3
5		5	5	5	5	5	4	3

Итоговая оценка:

Необходимое условие: сдать ВСЕ задачи

+

Средняя оценка за задачи

(за несданные задачи ставится 2, округления средней оценки – по правилам арифметики за исключением 1 случая: все оценки, которые ниже 2.61, округляются до 2!)

Задачи

1. **Решение нелинейных уравнений $f(x)=0$ при заданном интервале локализации (метод деления отрезка пополам, метод простой итерации, метод релаксации, метод Ньютона).**

   Интервал локализации определять табличным методом или графически. Входные параметры задачи: функция $f(x)$, интервал локализации или начальное приближение, точность решения ε.

   Критерий остановки итерационных процессов: $|x_k - x_{k-1}| < \varepsilon$

   Выходные значения: приближенное решение, количество итераций + должны знать точное решение.

   Необходимо сравнить скорость сходимости методов (по числу итераций) и знать зависимость числа итераций от ε.

2. **Решение систем**

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0 \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0 \end{cases}$$

   нелинейных уравнений (метод простой итерации, метод Ньютона с аппроксимацией производных в матрице Якоби односторонними разностями).

   Можно ограничиться решение систем из 2-4 уравнений.

   Область локализации определять табличным методом или графически. Входные параметры задачи: функции $f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n), \ldots, f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, область локализации или начальное приближение, точность решения ε.

   Критерий остановки итерационных процессов выбираете самостоятельно (точно должны знать какой критерий используете!)

   Выходные значения: приближенное решение, количество итераций + должны знать точное решение.

   Необходимо сравнить скорость сходимости методов (по числу итераций) и знать зависимость числа итераций от ε.

3. **Вычисление определенных интегралов**

$$\int_a^b f(x)\,dx$$

   (формулы прямоугольников (левых и центральных), трапеций и Симпсона).

   Входные параметры задачи: функция $f(x)$, интервал интегрирования, точность вычисления интеграла ε.

Шаг интегрирования должен зависеть от желаемой точности вычислений и определяться по правилу Рунге.

Выходные значения: приближенное значение интеграла, точное значение интеграла, количество элементарных отрезков.

Надо знать зависимость количества элементарных отрезков от точности интегрирования.

4. **Интерполяция заданной таблично функции с помощью кубических сплайнов.**

Входные параметры задачи: функция $f(x)$, n количество узлов интерполяции, интервал $[a,b]$.

Провести интерполяцию кубическими сплайнами заданной таблично функции $(x_i, f(x_i))$, $i = 0,1,\ldots,n$

Выходные значения: коэффициенты, определяющие сплайн на каждом интервале (x_i, x_{i+1}), $i = 0,1,\ldots,n-1$, графики функции $f(x)$ и построенной интерполированной функции (можно использовать любой графопостроитель), максимальная относительная погрешность интерполяции на $[a,b]$.

Исследовать точность интерполяции как функцию количества узлов интерполяции.
Исследовать влияние граничных условий на точность интерполяции.

5. **Численное решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения**

$$y' = f(x,y)$$
$$y(x_0) = y_0$$

(метод Эйлера, метод Рунге-Кутты 4-го порядка, метод Адамса)

Входные параметры задачи: функция $f(x,y)$, точка (x_0, y_0), интервал $(x_0, b]$, на котором ищется решение, количество n узлов $x_0 < x_1 < \ldots < x_n \le b$, где вычисляется значение функции $y(x)$.

Выходные значения: точки $\left(x_i, y_i^{числ}\right)$, $i = 0,1,\ldots,n$ и $\left(x_i, y_i^{точ}\right)$, $i = 0,1,\ldots,n$, где $y_i^{числ}$ и $y_i^{точ}$ – вычисленное в программе и точное значения функции $y(x)$, относительная погрешность численного решения в каждой точке и максимальная относительная погрешность на $(x_0, b]$.

Множества точек $\left(x_i, y_i^{числ}\right)$, $i = 0,1,\ldots,n$ и $\left(x_i, y_i^{точ}\right)$, $i = 0,1,\ldots,n$ изобразить на графике (можно использовать любой графопостроитель)