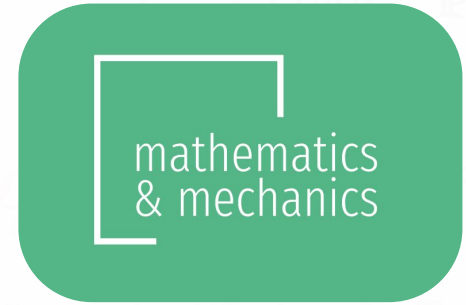


Методы решения обратной задачи определения остаточных напряжений в металлической пластинке, полученных при её дробеструйной обработке



выполнивший работу студент :
Бочкарев Александр Дмитриевич

научный руководитель, к.ф.-м.н:
Ларичкин Алексей Юрьевич

Дробеструйная обработка

Технологии напыления и дробеструйной обработки используется для упрочнения поверхности материалов посредством бомбардирования ее частицами материала.

При такой обработке возникают опасные растягивающие напряжения.

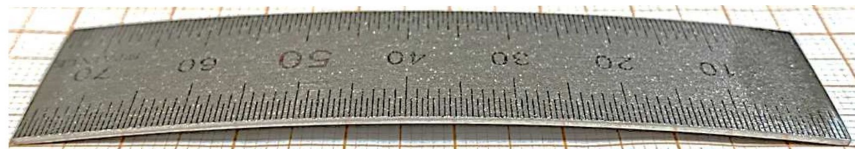


Растрескивание металлической пластинки при избыточно интенсивном напылении

Для оценки остаточных напряжений в данной работе применяется метод пластинок Альмена.

Остаточные напряжения в пластинке определяют величину ее прогиба – легко измеряемую величину.

Так можно подобрать поле напряжений исходной конфигурации.



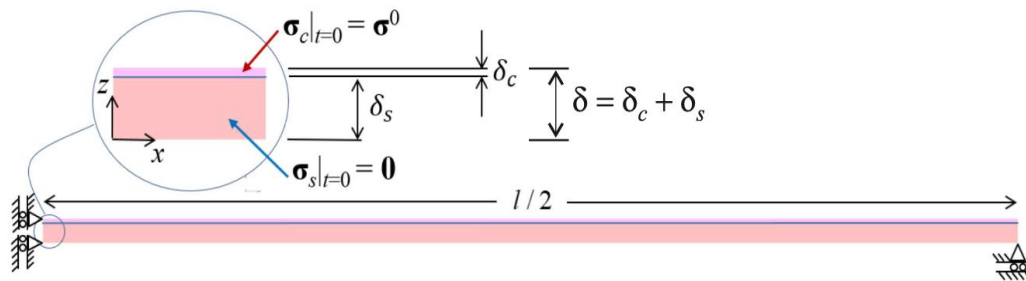
Конфигурация пластинки после обработки

№	D , мм	ρ , г/см ³	v , м/с	m , г/см ²	h , мм	δ_c , мм
1	0,02	2,2	309	0,084	0,480	0,02
2	0,10	2,2	225	0,042	0,800	0,06
3	0,10	2,2	225	0,084	0,965	0,06
4	0,35	2,2	82	0,042	0,840	0,08
5	0,35	2,2	82	0,084	2,022	0,08

Параметры обработки и наклепанного слоя

Модель

Конфигурация пластинки с остаточными напряжениями определяется посредством решения двумерной задачи равновесия пластинки в условиях плоской деформации.



Геометрическая конфигурация и кинематические ограничения пластинки с начальными напряжениями

Предполагается, что в наклепанной части пластинки заданы начальные однородные продольные напряжения, а в основном материале их нет.

Цель работы

При решении обратной задачи по поиску начального напряжения минимизируется модуль разности реальной и численной стрел прогиба:

$$\Phi(\sigma_c^0) \equiv |h - h^{NUM}(\sigma_c^0)|, \quad \Phi(\sigma_c^0) \leq \varepsilon.$$

Для вычисления такой ошибки требуется решить «тяжёлую» прямую задачу, поэтому интересно найти наиболее быстро и стабильно сходящийся итерационный метод.

Для этого в рамках работы были поставлены следующие задачи:

1. Подготовка технической инфраструктуры для проведения экспериментов.
2. Проведение сравнительного анализа ряда естественных для такой задачи итерационных методов.

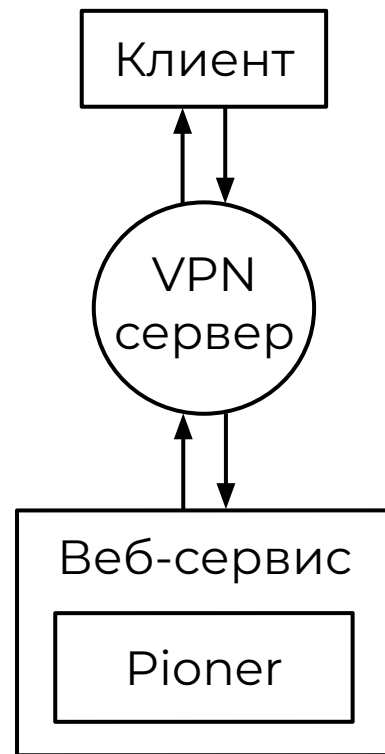
Техническая инфраструктура

Для решения прямой задачи используется система конечно-элементного нелинейного анализа Pioner.

Его работой управляет веб-сервис, запущенный на выделенной машине в институте ИГиЛ СО РАН.

В роли клиента используется Python-скрипт с конфигурируемыми параметрами запуска.

VPN сервер обеспечивает доступ к выделенному компьютеру извне институтской локальной сети.



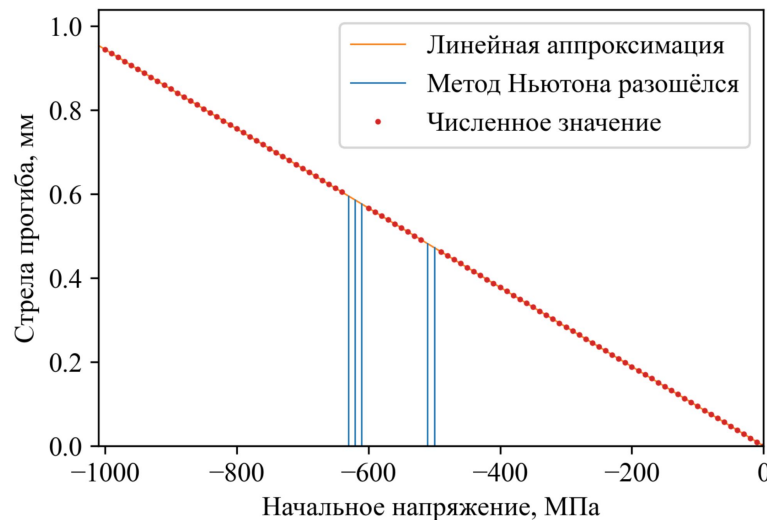
Аппроксимация наблюдаемой зависимости

Собранные в диапазоне $[-1000, 0]$ МПа (с шагом 10 МПа) точки графика зависимости стрелы прогиба от величины начального напряжения линейно аппроксимируются с допустимой максимальной неточностью в

$$1,4 \cdot 10^{-4} \text{ мм} < 10^{-3} \text{ мм} = \varepsilon.$$

При помощи линейного приближения, стало возможно получать хорошую оценку ошибки, не решая прямую задачу в действительности:

$$\Phi^{LIN}(\sigma_c^0) \equiv |h - h^{LIN}(\sigma_c^0)|.$$

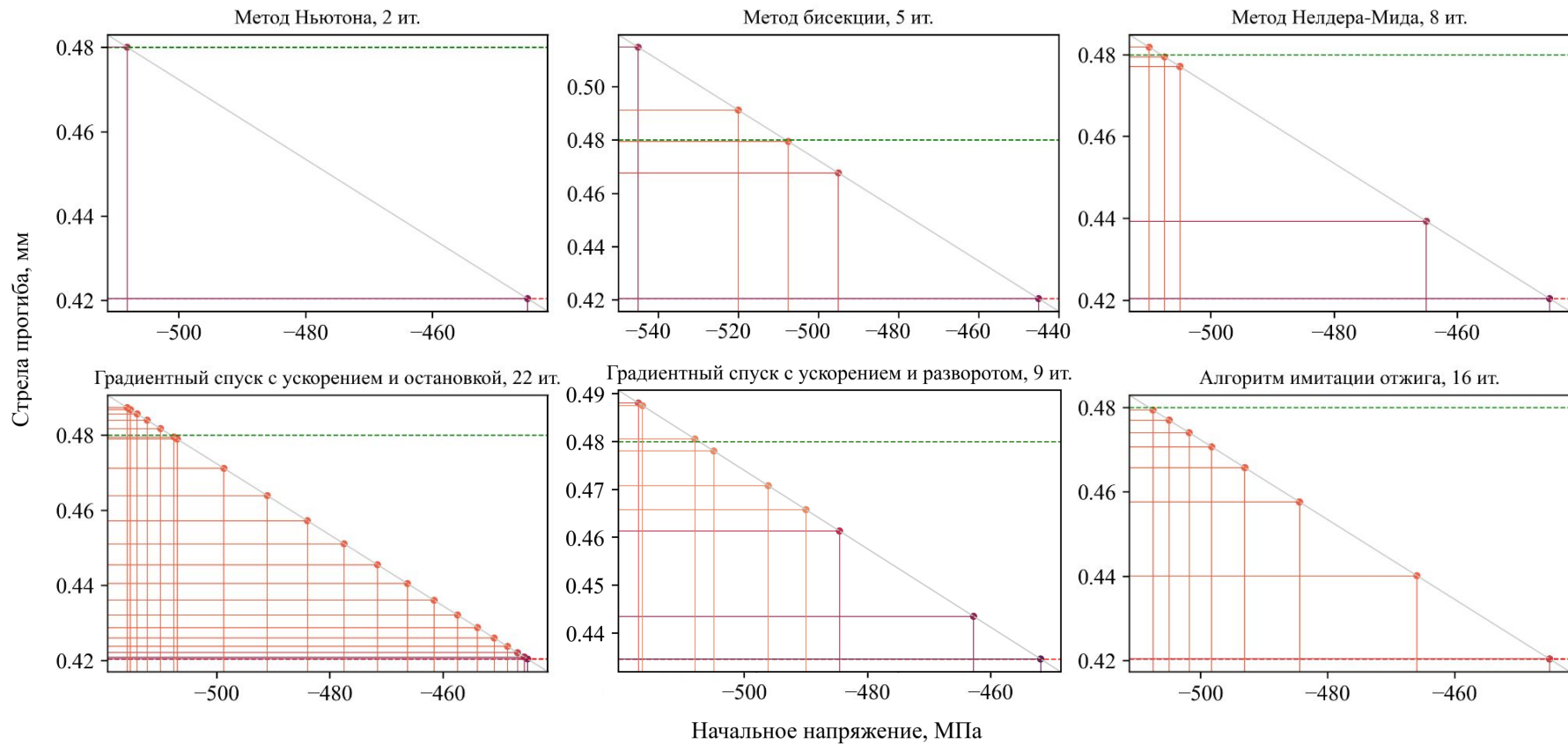
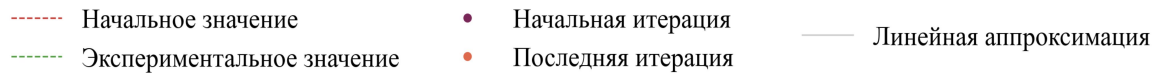


Рассматриваемые методы

К рассмотрению предлагаются следующие итерационные оптимизационные методы:

1. Метод Нелдера-Мида
2. Метод бисекции с подбором начального интервала
3. Метод Ньютона
4. Градиентный спуск с ускорением и остановкой
5. Градиентный спуск с ускорением и разворотом
6. Алгоритм имитации отжига

Условиями остановки для каждого из них являются либо достижение искомого значения напряжения с достаточной точностью, либо достижение максимального допустимого числа итераций.



Сравнение

В диапазоне $[-850, -50]$ МПа с шагов 5 МПа для каждого из 5 экспериментов осуществлялись запуски каждого итерационного метода.

Метод	S	C	I
Метод Нелдера-Мида	1,00	19,09	9,80
Метод бисекции	1,00	11,38	9,38
Метод Ньютона	1,00	3,00	2,00
Градиентный спуск с остановкой	0,54	64,81	22,27
Градиентный спуск с разворотом	0,31	37,86	13,29
Алгоритм имитации отжига	0,12	25,35	25,35

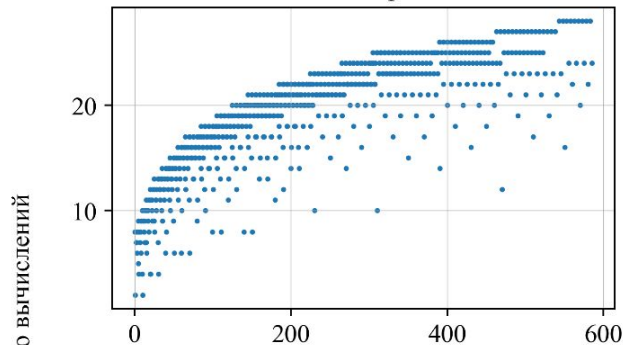
S – доля запусков, когда было найдено решение

C – среднее по экспериментам число вычислений ошибки при нахождении решения

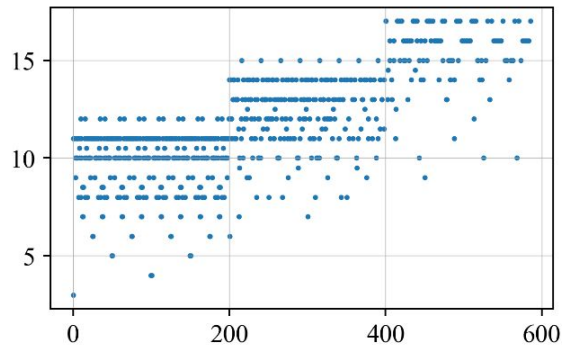
I – то же среднее, но для итераций

- Количество итераций при сходимости
- Достигнут предел по итерациям

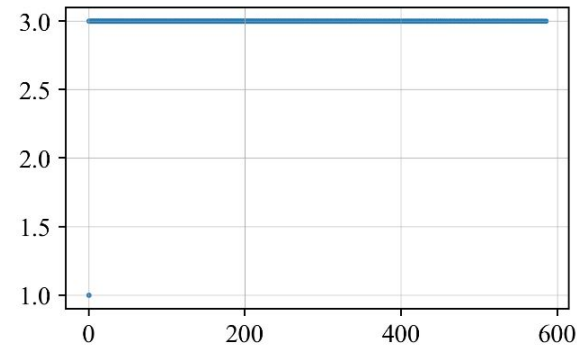
Метод Нелдера-Мида



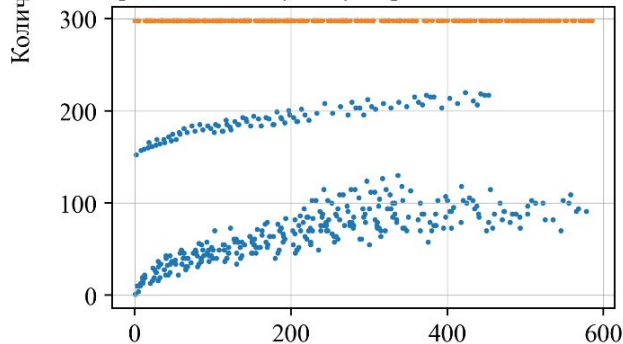
Метод бисекции



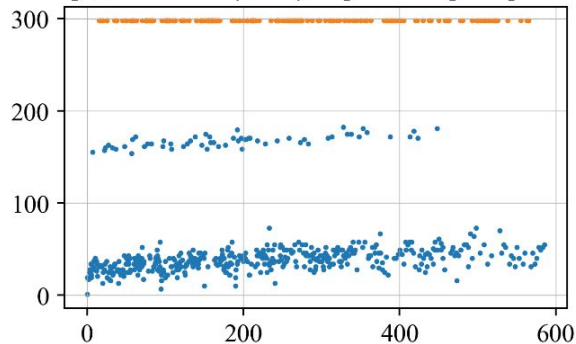
Метод Ньютона



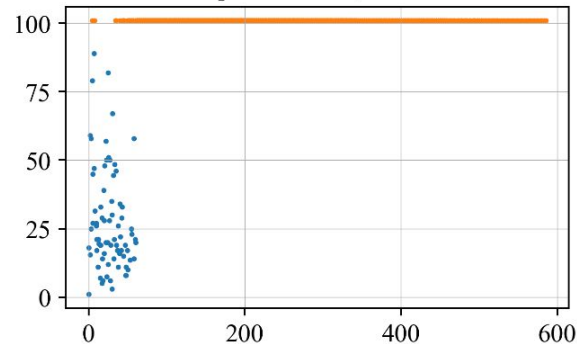
Градиентный спуск с ускорением и остановкой



Градиентный спуск с ускорением и разворотом



Алгоритм имитации отжига



Отклонение стартового значения напряжения, МПа

Итоги работы

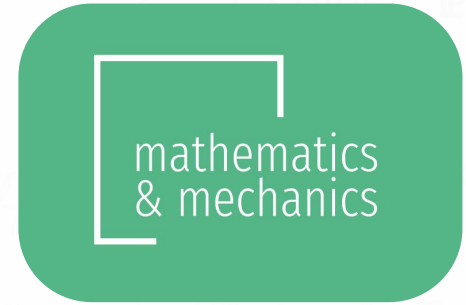
Поставленные задачи были выполнены:

1. Разработана переиспользуемая техническая инфраструктура для эффективного проведения вычислений.
2. Проведены эксперименты и сравнительный анализ итерационных методов, решающих обратную задачу по определению напряжений в пластинке после дробеструйной обработки.

В данной конкретной задаче лучше всего себя показал метод Ньютона.

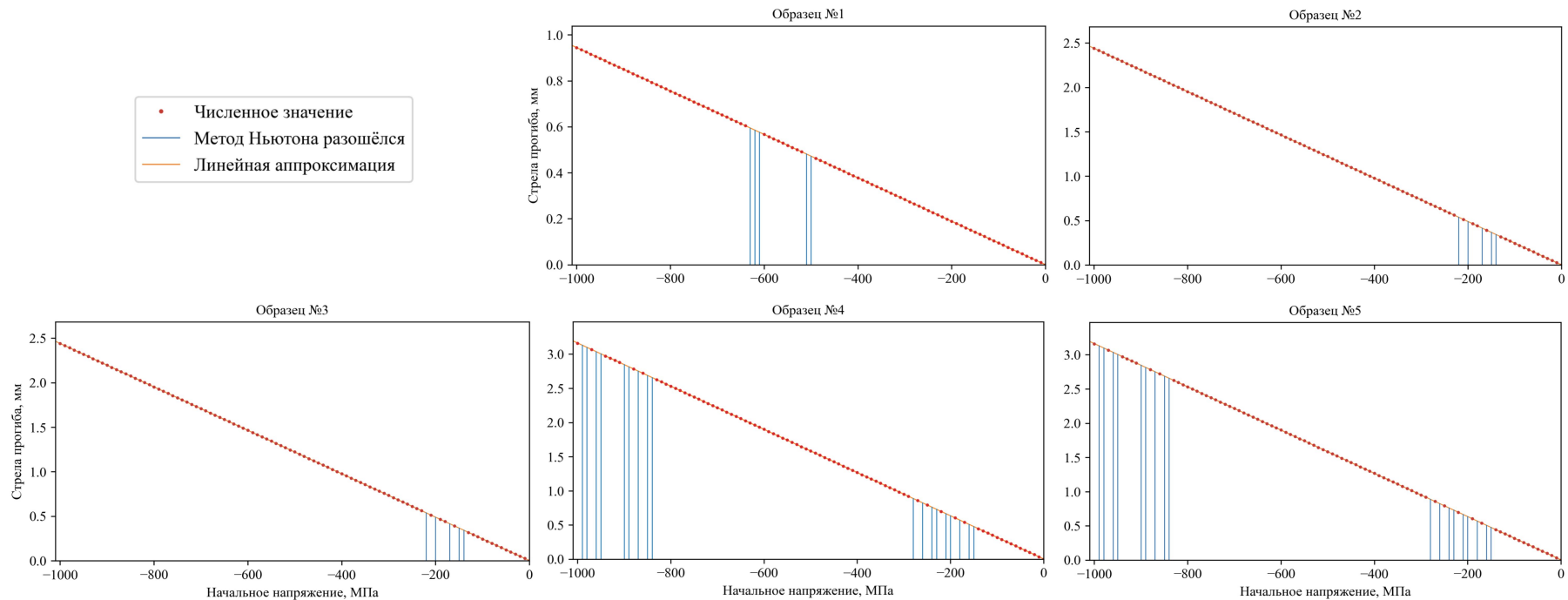
Разработанная инфраструктура в комплексе с идеей использования приближения функции потерь значительно упростят работу с, например, трехмерной моделью деформирования, где число варьируемых параметров и трудозатратность решения прямой задачи возрастут.

Методы решения обратной задачи определения остаточных напряжений в металлической пластинке, полученных при её дробеструйной обработке



выполнивший работу студент :
Бочкарев Александр Дмитриевич

научный руководитель, к.ф.-м.н:
Ларичкин Алексей Юрьевич



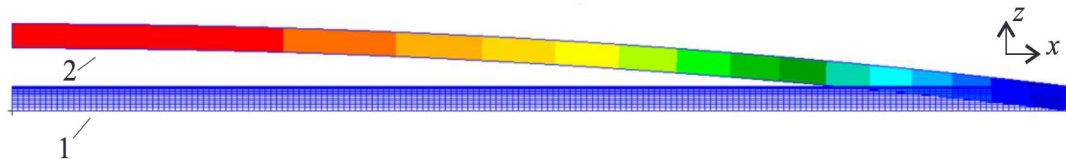
Задача определения тензора напряжений Коши для заданной кинематики деформирования сводится к решению задачи Коши:

$$\begin{cases} \tau^{ZJ} = \lambda \text{tr}(\mathbf{d}) \mathbf{I} + 2\mu \mathbf{d}, \\ \tau^{ZJ} = \dot{\tau} + \tau \cdot \mathbf{w} - \mathbf{w} \cdot \tau, \\ \nabla \cdot \left(\frac{\tau^{ZJ}}{J} + \tau \cdot \mathbf{l}^T - \mathbf{d} \cdot \tau - \tau \cdot \mathbf{d} \right) = 0, \\ \tau \Big|_{t=t_0} = \sigma^0, \quad v_x \Big|_{x=0} = 0, \quad v_z \Big|_{x=l/2, z=0} = 0 \end{cases}$$

- τ — тензор напряжений Киргоффа,
- τ^{ZJ} — скорость Зарембы-Яуманна тензора τ ,
- \mathbf{d} и \mathbf{w} — тензоры скорости деформаций и вихря,
- λ и μ — параметры Ламе,
- \mathbf{l} — тензор градиента скорости.

Конфигурации, полученные в результате компьютерного моделирования:

1 — неуравновешенная конфигурация с начальными напряжениями в верхнем слое пластинки, 2 — деформированная уравновешенная конфигурация.



Ларичкин А.Ю., Штерцер А.А., Коробейников С.Н., Ульяницкий В.Ю., Рыбин Д.К. // Остаточные напряжения в металлической пластинке, полученные при ее дробеструйной обработке: эксперимент и компьютерное моделирование // ПМТФ 2024