**מתמטיקה בדידה – מ:q**

**טלת מנחה 11**אלכסנדר טקצ'יוב סמסטר 2020א

**שאלה 1**

1. נכון ב. לא נכון ג. לא נכון ד. לא נכון ה. נכון ו. לא נכון ז. נכון ח. נכון

**שאלה 2**

נתון A B C קבוצות

**שאלה 2.א**

צ"ל:

**הוכחה**

**מ.ש.ל**

**שאלה 2. ב**

נתון:

צ"ל:

**הוכחה**

**טענת עזר א:** אם אז

**הוכחה:** מהגדרת super set מכאן משל.

לפי טענת עזר א :

**טענת עזר ב:** אם אז

**הוכחה**: יהי x איבר בתוך קבוצה

נניח כי כלומר

לפי טענת עזר א: =

ידוע כי וגם . מכיוון שהכלה טרנזיטיבית נובע כי או .  
מכיוון ש אנחנו מקבלים כי הביטוי הוא סטירה מהצורה

כי לפי הנתונים וגם

ומכאן נובע כי ההנחה שלנו לא נכונה ומוביל אותנו להוכחה כי אם אז על דרך השלילה. מ.ש.ל טענת עזרת ב

**המשך הוכחת הטענה המרכזית**

הוכחנו עד כה כי מ

**ולכן אם אז מ.ש.ל**

**שאלה 2. ג**

נתון:

צ"ל:

**הוכחה**

**טענת עזר א:** עבור כל זוג קבוצות X ו Y

**הוכחה** נניח שהטענה הזאת לא נכונה, כלומר נציב ונראה כי קיבלנו סטירה מה שמוכיח את טענת עזר א על דרך השלילה

**נגדיר**

ו כאשר M קבוצה המכילה את כל האיברים המשותפים בין A לB (הוכחנו שקבוצה שמוכלת גם בA וגם ב B קיימת בטענת עזר א)

a מוגדרת כי קבוצת כל האיברים שקיימים בA ולא בM (יכולה להיות קבוצה ריקה) כך ש a ו M זרות

b מוגדרת כי קבוצת כל האיברים שקיימים בB ולא בM (יכולה להיות קבוצה ריקה) כך ש b ו M זרות

**טענת עזר ב:** a ו b זרות

**הוכחה** נניח כי כן לא זרות, כלומר שיש איברים שקיימים בa וb . לפי ההנחה הזאת האיברים הקיימים היו קיימים גם בM (כי M זאת קבוצת האיברים המשותפים בין A ו B) אבל אף איבר בM לא קיים בa ולא בb. קיבלנו סטירה. ולכן a ו b זרות על דרך השלילה

**המשך הוכחת הטענה המרכזית**

נניח כי הצ"ל שלנו לא נכון :

מההנחה הזאת נובע כי קיימים איברים בA אשר לא קיימים בB, אחרת A הייתה מוכלת בB  
וגם קיימים איברים בB אשר לא קיימים בA אחרת הקבוצה הייתה מוכלת בA.

לכן

(המשך בדף הבא)

מהנתון

אנחנו יודעים שקיימת קבוצה כאשר או איבר כלשהו בקבוצה A

( ידוע ) ו הוא איבר כלשהו בקבוצה b (ידוע )

לפי כללי איחוד אנחנו יודעים ש אבל אם נבדקות אם K נמצאת באגף השמאלי נקבל שהוא לא   
כי a ו b זרות לפי טענת עזר ב, b ולא יכול להיות מצב שבו כי לא שייך לא לa ולא לM ולא נוכל להגיע למצב ש כי לא שייך לא לb ולא לM

**קיבלנו סטירה** מהצורה

לפיכח **ההנחה שלנו כי היא לא נכונה והטענה נכונה על פי דרך השלילה מ.ש.ל**

**שאלה 3**

נתון:

**שאלה 3. א**

נתון:

**הוכחה**

לפי משפט 1.25

לפיכך אם ורק אם קיים X כלשהו ב אז הביטוי הבא נכון

**טענת עזר א**: אם

**הוכחה:** לפי משפט 1.23 בספר ידוע   
 כלומר, לא קיים איבר שקיים בוב ולכן

**המשך הוכחת הטענה המרכזית**

מכאן שאם איבר שייך ל הוא בוודאות לא יהיה שייך לA כי אין ביניהם איברים משותפים .

מכאן

(המשך בדף הבא)

**טענת עזר ב**: ביטוי מהצורה הוא סטירה

**הוכחה**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | q | p |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |

לפי טענת עזר ב הביטוי

הוא סטירה. משמע לא קיים x בתוך כלומר,

ידוע כי (עמ 45) **ולכן מ.ש.ל**

**שאלה 3. ב**

נתון:

צ"ל:

**הוכחה**

לפי עמוד 47

לפי עמוד 43

לפי עמוד 43

**מ.ש.ל**

**שאלה 3. ג**

נתון:

צ"ל:

**הוכחה**

נגדיר

נניח כי הטענה נכונה

כלומר

1. או ש x שייך לA ולא לB ולא לC
2. או ש x שייך לB ולא לA ולא לC
3. או שx שייך לC ולא לB ולא לC

נבדוק כלפי

1. אם נציב את אחד נגלה כי מכיוון שלפי S X חייב להיות שייך לB אבל ההנחה סוטרת את זה
2. אם נציב את שתיים נגלה כי מכיוון שלפי S X חייב להיות שייך לA אבל ההנחה סוטרת את זה
3. אם נציב את שתיים נגלה כי מכיוון שלפי S אסור שX יהיה שייך לC אבל ההנחה סוטרת את זה

**מכאן שההנחה שלנו לא נכונה ולכן הטענה נכונה ע"פ דרך השלילה מ.ש.ל**

**שאלה 4**

**שאלה 4. א**

עבור n=0 והקבוצה המשלימה היא הקבוצה לאחריה תכיל מכאן אפשר לראות שהאיחוד בין כל הקבוצות יכיל לפחות את כלומר מספרים מ 1 והילך. שזה בגדול N בלי 0, או במילים אחרות -

**שאלה 4. ב**

אפשר להגיד ש ואפשר להגיד ש וידוע ש לכן חיתוך בין שתי הקבוצות האלה מוביל אותנו ל כי לכן התשובה היא שהמשוואה יוצאת

**שאלה 4. ג**

נבדוק אם הקבוצה שווה לN -   
נציב 0 ונגלה שהקבוצה שקיבלנו היא קבוצה ריקה

נציב n=1 נגלה כי החיסור בין הקבוצות מוביל אותנו ל {2}

נציב n=2 ונגלה כי ו כך שהחיסור בין הקבוצות מובל ל{3,4}.

נציב n=3 ונגלה כי הקבוצה שקיבלנו היא 4,5,6.   
כפי שניתן לראות יש פה חוקיות שהמספרים שאנחנו רואים הולכים וגדלים ככל שn גדל. ואפשר להשיק מזה שלא נראה אף פעם את 0 או את 1 שהיו חסרים בקבוצות הראשונות.  
מכאן זה לא N כי חסרים 0 ו 1

וזה לא קבוצה ריקה כי יש לפחות 2

וזה לא N/{0} כי חסר 1

**שאלה 4. ג**

מכאן איחוד כל הקבוצות יוביל ל או במילים אחרות -