Лекция 2

1. Пропускная способность КС и скорость передачи информации
2. Модели КС

1. Пропускная способность КС и скорость передачи информации

- Для сравнения информационных систем (ИС) недостаточно учитывать значения энтропии, количества информации, объема информации, которые позволяют характеризовать свойства ИС в целом.
- Очень важно передавать требуемое количество информации в возможно более короткий срок и хранить его с помощью минимальной по объему аппаратуры.
- Для оценки эффективности работы ИС вводят такие параметры как скорость передачи информации и пропускная способность КС.

Примечание (взаимная информация)

- Пусть информацию о системе **X** получают, наблюдая за связанной с ней системой **Y**. В этом случае между **X** и **Y** имеются различия.
- Взаимную информацию определяют как уменьшение **Э** системы **X** в результате получения сведений о системе **Y**

$$I(X,Y)=H(X)-H(X/Y),$$

где **H(X)** — априорная **Э** до наблюдения;

H(X/Y) — остаточная **Э** после получения сведений;

I(X,Y) — полная информация о системе **X**, содержащаяся в системе **Y**.

Пропускная способность КС и скорость передачи информации

- Пусть количество информации, которое передается по КС за время **T** равно

$$I_T=H_T(X)-H_T(X/Y).$$

- Если передача сообщения длится **T** единиц времени, то скорость передачи информации составит*

$$R=I_T/T=[H_T(X)-H_T(X/Y)]/T= H(X)-H(X/Y). \qquad (1)$$

Пропускная способность КС и скорость передачи информации

Определение

1. **Скорость передачи информации** (1) характеризует количество информации, приходящееся в среднем на одно сообщение.
2. Если в секунду передается **n** сообщений, то скорость передачи информации будет составлять

$$R=n\cdot[H(X)-H(X/Y)]. \qquad (2)$$

Пропускная способность КС и скорость передачи информации

Определение 1

- Пропускная способность КС есть максимально достижимая для данного КС скорость передачи информации

$$C = \max R = n \cdot [H(X) - H(X/Y)]_{max} \qquad (3)$$

Определение 2

- Пропускная способность КС есть максимальное количество информации, передаваемое через КС за единицу времени

$$C = nI(X,Y)_{max} \qquad (4)$$

Пропускная способность КС и скорость передачи информации

- Какова должна быть пропускная способность КС, чтобы информация от источника X к приемнику У поступала без задержек?
- Ответ на этот вопрос дает первая теорема Шеннона.

Первая теорема Шеннона для КС без шума

- Пусть имеется ИИ с энтропией H(X) и канал без шума (КБШ*) с пропускной способностью C.
- Если $C > H(X)$, то всегда можно закодировать достаточно длинное сообщение таким образом, что оно будет передано без задержек.
- Если $C < H(X)$, то передача информации без задержек невозможна.

Вторая теорема Шеннона для КС с шумами

- Пусть имеется ИИ X, энтропия которого в единицу времени равна H(X), и КС с шумами (КСШ) с пропускной способностью C.
- Если H(X) > C, то при любом кодировании передача сообщений без задержек и искажений невозможна.
- Если H(X) < C, то любое достаточно длинное сообщение всегда можно закодировать так, что оно будет передано без задержек и искажений с вероятностью сколь угодно близкой к единице.

Пропускная способность КС и скорость передачи информации

Вывод

- Из теорем Шеннона следует, что для наиболее эффективного использования КС необходимо, чтобы скорость передачи информации была как можно ближе к пропускной способности КС.
- Условие

$$C \geq R \tag{5}$$

является основным условием согласования ИИ и КС.

Пропускная способность КС и скорость передачи информации

Пример

- Пусть пропускная способность КБШ

  $C=\log_2 m=1$ [бит/символ].

- Тогда согласованной с КС будет последовательность символов с

  $H_1=C=1$ [бит/символ].

- Если энтропия последовательности

  $H_2=0,5$ [бит/символ],

  то $C>H_2$ и КС недогружен.

Скорость передачи информации в непрерывном КС

- Если применяется непрерывный КС, то соотношение (5) также выполняется, но максимальная скорость передачи определяется по формуле

$$R_{max} = F_m \log_2\left(1 + \frac{P_c}{P_ш}\right), \qquad (6)$$

где F_m — максимальная полоса частот КС;

P_c — средняя мощность сигнала;

$P_ш$ — средняя мощность шума или помехи с равномерным спектром (тепловой «белый шум» — БШ).

Пропускная способность КС и скорость передачи информации

Анализ (6)

1. $P_ш >> P_c$

$$R_{max} \to 0$$

2. $P_ш << P_c$

$$R_{max} = F_m \log_2 \frac{P_c}{P_ш} .$$

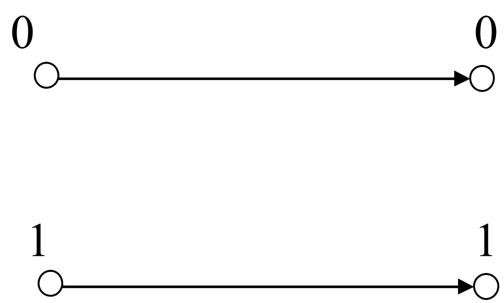
Пропускная способность КС и скорость передачи информации

Выводы

1. Полоса пропускания КС д.б. тем шире, чем шире спектр передаваемого сигнала и чем меньше допустимое в КС отношение сигнал/шум.
2. Применяя достаточно сложные системы кодирования можно передавать двоичные знаки с максимальной скоростью (6) при сколь угодно малой частоте ошибок*.
3. Для достижения предельной скорости (6) передаваемые сигналы должны приближаться по своим статистическим свойствам к БШ.

2. Модели КС

- Различают модели КС без шумов (КБШ) и с шумами (КСШ).
- Если осуществляется безошибочная передача двух символов, то используется модель бинарного КБШ



Модели КС

- Из-за наличия помех в КС возникают ошибки, которые характеризуются вероятностью ошибочной передачи

$$p_{ош} = \lim_{N \to \infty} \frac{N_{ош}}{N} \qquad (7)$$

Модели КС

- Если ошибки в передаваемом сообщении происходят независимо друг от друга, то их распределение подчиняется **биномиальному закону**

$$P = \sum_{i=0}^{n} C_n^i \, p_э^i \, (1 - p_э)^{n-i}, \qquad (8)$$

где n — общее количество элементов в сообщении;

i — кратность ошибки в последовательности;

$p_э$ — вероятность искажения одного элемента;

$1-p_э$ — вероятность правильной передачи элемента;

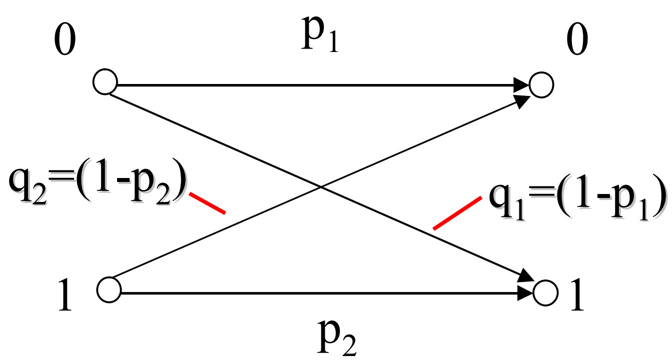
$C_n^i = \dfrac{n!}{i!\,(n-i)!}$ — число сочетаний из n по i

Модели КС

КСШ

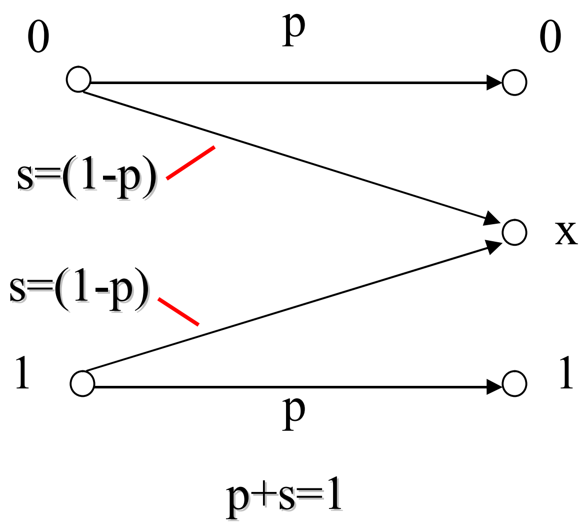
- Будем полагать, что вероятности передачи сообщений по КСШ с ошибками и без ошибок известны, а мощность вторичного алфавита $m_2=2$.

1. КС с искажениями символов "0" и "1"



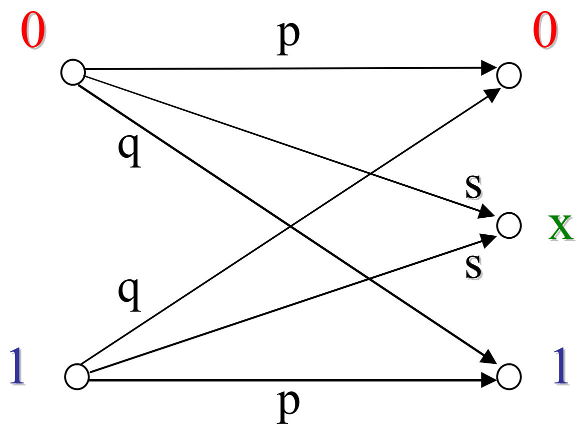
Модели КС

2. Симметричный КСШ со стиранием символов



Модели КС

3. Симметричный КСШ со стиранием и трансформацией символов



p+q+s=1