

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ**
**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования**
«Севастопольский государственный университет»

**АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНФОРМАЦИОННЫХ
СИСТЕМ**

Методические указания
к выполнению лабораторных работ №1 — №4

Направление подготовки **09.04.02** *Информационные системы и технологии*

Уровень подготовки *Магистр*

Программа *Информационно-вычислительные системы*

Общий объем 144 часов (4 зачетных единицы)

Севастополь – 2015

Введение

Любая система, в том числе информационная, нуждается в оценке. Оценивание – это в общем смысле процесс сравнения с целью выбора лучшего образца. Оценивание сопровождает нас со школьной скамьи. Но, если, в случае ученика, оценивание – это больше процесс, связанный с демонстрацией качества его обучения с целью акцентирования внимания на недостатки и улучшения дальнейшего обучения; то оценивание, например, технических систем имеет своей целью определение качества процесса функционирования этой системы.

Однако, качество и эффективность не являются синонимами, т.к. определяют понятия разного вида. Понятие качества в большинстве случаев, имеет вид количественно сравнительной характеристики. Например, качество изделия определяется показателем 0,8. Если выпускаемое изделие имеет показатель ниже – это означает брак, если выше – возможно, ошибка измерения.

Для эффективности характерно комплексное оценивание системы. Часто эффективность представляет собой интегральный (комплексный) показатель.

Классификация показателей эффективности:

1) Целевая, экономическая. 2) Прямая, косвенная.

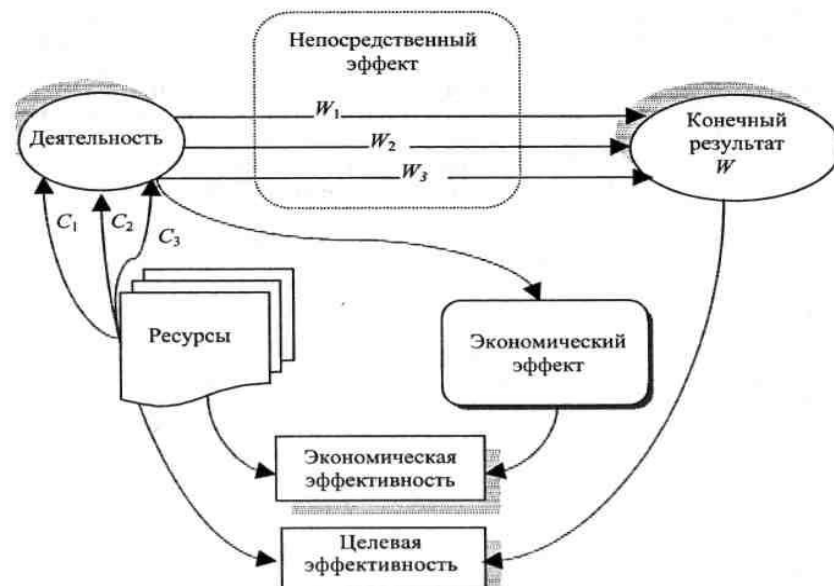


Рисунок 1– Взаимосвязь целевой и экономической эффективности

Задачи дисциплины: формирование знаний и навыков формирования качественных и количественных оценок эффективности информационных для решения прикладных задач на основе различных разделов математики и логики, в том числе теории множеств, теории марковских случайных процессов, теории полумарковских процессов.

Лабораторная работа № 1

Выбор критериев оценки информационной системы (ИС)

1. Теоретические сведения

Глобальные ошибки при оценке системы в задаче выбора из множества вариантов допускаются из-за отсутствия критериев, некорректной их формулировки. Формирование системы показателей, дающей необходимую и достаточную информацию для оценки и выбора оптимального варианта системы при проектировании и развитии, представляет собой общеметодологическую задачу [1, 2, 3, 4].

Критерии достоверности результатов эмпирического исследования должны удовлетворять, в частности, следующим признакам [5]:

1. Критерии должны быть объективными, позволять оценивать исследуемый признак однозначно, не допускать спорных оценок разными людьми.

2. Критерии должны быть валидными, оценивать именно то, что исследователь хочет оценить.

3. Критерии должны быть нейтральными по отношению к исследуемым явлениям.

4. Множество критериев с достаточной полнотой должно охватывать все существенные характеристики исследуемого явления.

Таким образом, выбор критериев должен быть произведен на основе «метакритериев»

$Q: Q_i \times Q^*, i = \overline{1, N}, Q^* = \{\text{объективность, полнота, валидность, нейтральность}\}.$

Для определения критериев рассматривается матрица, представляющая пересечение требований и задач проектирования:

$$\Theta \cap P_{T_{\text{жц}}} (F_{T_{\text{жц}}}) : \Theta = [[\tau_1^\phi, \tau_2^\phi, \dots, \tau_m^\phi], [\tau_1^T, \tau_2^T, \dots, \tau_n^T], [\tau_1^O, \tau_2^O, \dots, \tau_k^O]],$$

где Θ – кортеж требований к ИС, $\Theta = \{\Phi_i \mid i, \Theta \in N\}$; τ_i^ϕ – требование из подмножества функциональных требований; τ_i^T – требование из подмножества технических требований; τ_i^O – требование из подмножества организационных требований; $F = \{\Phi_i \mid i \in \overline{1, A}\}$ – множество функций (видов деятельности, процессов, операций), осуществляющих преобразование элементов системы; $P_{T_{\text{жц}}}$ – задачи проектирования ИС.

1.1 Дерево целей проектирования ИС

В [6] показано, что иерархическая система целей при проектировании системы может быть представлена деревом целей.

Построение дерева целей осуществляется путем уточнения глобальной цели функционирования ИС:

$$P_{T_{\text{жц}}} : G_0 \rightarrow \{G_1^1, \dots, G_{g_1}^1\} \rightarrow \{\{G_1^2, \dots, G_{g_2}^2\}, \{G_1^3, \dots, G_{g_3}^3\}, \dots, \{G_1^n, \dots, G_{g_n}^n\}\},$$

где G_0 – глобальная цель функционирования ИС, $\{G_1^1, \dots, G_{g1}^1\}$ – вложенные цели по уровням уточнения.

На рисунке 1 изображен пример построенного дерева целей ИС, связанной со сбором и анализом мониторинговых данных на основе анализа требований к этой системе на этапе проектирования.



Рисунок 1 – Дерево целей функционирования ИС: АИГМС – автоматизированная информационная гидрометеорологическая система; ЦГМД – цикл гидрометеорологических данных; ЖЦ – жизненный цикл; G_i – требования к ИС.

1.2 Уточнение целей проектирования ИС на основе матрицы целей

Для формализации критериев проектирования, строится матрица, представляющая собой требования и задачи проектирования для каждой точки ЖЦ и каждого этапа технологического процесса ИС. Для рассмотренной ранее гидрометеорологической системы технологический процесс представляет собой так называемый цикл гидрометеорологических данных (ЦГМД): 1 – сбор данных, 2 – обработка, 3 – контроль, 4 – анализ и востребование, 5 – хранение данных. Следует отметить, что для ИС в большинстве случаев, этапы технологического цикла будут совпадать с указанными.

В таблице 1 показана такая матрица для АИГМС, в которой требования распределены по этапам ЦГМД и уточнены по этапам ЖЦ проектирования.

В этой же таблице приведены специализации экспертов, которые могут принимать участие в экспертных оценках системы во время ее функционирования или при ее проектировании.

Таблица 1

Матрица целей проектирования

Наименование основных этапов ЖЦ АИГМС		Наименование шага ЦГМД				
		Сбор данных	Обработка данных	Контроль данных	Анализ и востребование	Хранение данных
		1	2	3	4	5
1	Проектирование	Вручную/ Автоматизированно/ Автоматически	Обеспечение всех форм обработки	Обеспечение всех форм контроля	Время доступа к данным	Связи между данными; Целостность данных
		Оценка стоимости этапа	Оценка стоимости этапа	Оценка стоимости этапа	Оценка стоимости этапа	Оценка стоимости этапа
	Специализация эксперта	IT	GM*	GM	IT	IT
2	Тестирование	Стоимость обслуживания данных	Стоимость обслуживания данных	Стоимость обслуживания данных	Стоимость обслуживания данных	Стоимость обслуживания данных
		Оценка возможностей развития системы с точки зрения распределения вложений				
3	Функционирование	Скорость обмена устройств	Реакция системы	Визуальный/ Автоматический	Время доступа	Резервное копирование; Миграция
		Надежность получения данных	Разнообразие форм обработки	Полнота процедур контроля	Качество данных	Надежность хранения
		Обеспечение управления этапом	Обеспечение управления этапом	Обеспечение управления этапом	Обеспечение управления этапом	Обеспечение управления этапом

Примечание: *IT –информационные технологии; GM –гидрометеорология.

Большое значение при выборе критериев оценки системы имеет участие специалистов в прикладной области, поскольку большинство требований, предъявляемых в процессе проектирования и эксплуатации ИС будет выдвинуто именно при их участии. Поэтому, предварительная дифференциация требований, безусловно, важна.

Согласно приведенным выше признакам, которым должны удовлетворять критерии (объективность, валидность, нейтральность, простота), основные цели проектирования могут быть распределены на группы для приведения к соответствию признакам. Например, группа целей, связанных с обеспечением надежности (качества) данных, является объективной, адекватной и относительно простой; группа целей проектирования, связанная с доступом к данным, также удовлетворяет перечисленным признакам.

Продолжая исследовать взятую в качестве примера АИГМС, заключаем, что для выбора оптимальной ее структуры необходимо применить рассматривать следующие группы критериев:

1 – надежность данных в целом;

Вложенные критерии:

1.1 – надежность хранения данных;

1.2 – качество данных при востребовании;

1.3 – целостность данных (критерий более связан с качественным хранением, чем с обработкой);

2 – экономические критерии:

Вложенные критерии:

- 2.1 – экономия технических средств на структуру в целом (системная экономия);
- 2.2 – экономия на этапе сбора данных (количество датчиков);
- 2.3 – экономия на этапе обработки (обработка меньшего количества данных);
- 2.4 – экономия хранения (меньше технических носителей);
- 2.5 – экономия зарплаты (меньше технических работников);

3 – доступ к данным:**Вложенные критерии:**

- 3.1 – среднее время доступа к данным;
- 3.2 – время реакции системы (программный уровень + операторский уровень);
- 3.3 – вероятность получения качественных данных (отсутствие ошибок);

4 – взаимодействие с данными:**Вложенные критерии:**

- 4.1 – управление сбором данных (посредством управления датчиками);
- 4.2 – управление контролем данных (программный уровень);
- 4.3 – управление анализом данных (структуры временных выборок данных);
- 4.4 – управление хранением данных (типы длительного хранения: архивация, резервирование);

5 – иерархическое отраслевое взаимодействие:**Вложенные критерии:**

- 5.1 – управление ЦГМД (глобальное отраслевое управление);
- 5.2 – управление план-заданиями структурных подразделений (управление типом сбора данных);
- 5.3 (4.1) – управление сбором данных (управление датчиками измерений);
- 5.4 (4.4) – управление хранением данных (типы длительного хранения: архивация, резервирование).

Следует отметить особенность подгрупп 4 и 5 – Это пересечение вариантов 5.3 (4.1) – управление сбором данных и 5.4 (4.4) – управление хранением данных (архивация, резервирование). Это будет учтено при проведении расчетов вариантного анализа.

Результатом этого этапа должен быть список групп критериев.

1.3 Анализ предпочтения критериев в группах

Проведем предварительный анализ предпочтения критериев в группах. Для этого обозначим каждый из критериев – q_j^i , где i – номер группы критерия, j – номер критерия в группе. Фиксируя один из критериев производится сравнение его со всеми остальными и качественно определяется, так называемое, предпочтение критериев.

Например, для рассматриваемого примера с АИГМС: по первой группе критериев q_1^1 имеет некоторое преимущество перед критериями q_2^1 и q_3^1 . В свою очередь q_2^1 имеет преимущество перед q_3^1 . По группам – явное преимущество по отношению к остальным имеет 1-я группа, а следовательно, критерии q_j^1 . Критерии 2-ой группы имеют преимущество перед критериями 4-ой и 5-ой групп. В подгруппе 2 критерий q_5^2 имеет преимущество перед критериями q_4^2 , q_3^2 и q_2^2 , поскольку по временному содержанию данный критерий имеет более длительную составляющую (выплату зарплат служащим), чем однократные вложения средств на переоснащение.

Результатом этого этапа должен быть качественный анализ предпочтений полученных критериев оценки ИС. Источник:[7].

1.4 Анализ уровня экстремизации критериев в группах

В случае, когда полученные критерии оценки эффективности ИС имеют различный уровень экстремизации, необходимо привести их к одному уровню. Например, при оценке ИС используются следующие критерии:

1. Скорость выполнения i - ой операции.
2. Время, необходимое для переориентации системы на новое оборудование.
3. Вероятность безотказной работы системы.

Критерии 1 и 2 имеют терминальную природу, критерий 3 – вероятностную. Ясно, что критерий 1 необходимо увеличивать, т.е. максимизировать: $\max(V_i)$. Критерий 2, напротив, уменьшить, т.е. минимизировать: $\min(T_i)$. Вероятностная природа 3-го критерия определяет его выражение в виде величины от 0 до 1 со стремлением к максимуму.

Как видно из примера, качественная и экстремальная разнородность критериев может вносить неопределенность при их совместном анализе.

В примере можно сформировать следующие варианты критериев:

Вариант1 (с приведением к одному уровню экстремизации терминальных критериев на основе 1 критерия)

Было	Стало
1. Скорость выполнения i - ой операции.	1. <u>Скорость</u> выполнения i - ой операции.
2. Время, необходимое для переориентации системы на новое оборудование.	2. <u>Скорость</u> переориентации системы.
3. Вероятность безотказной работы системы	3. Вероятность безотказной работы системы

Вариант2 (с приведением к одному уровню экстремизации терминальных критериев на основе 2 критерия)

Было	Стало
1. Скорость выполнения i - ой операции.	3. <u>Время</u> выполнения i - ой операции.
2. Время, необходимое для переориентации системы на новое оборудование.	2. <u>Время</u> переориентации системы.
3. Вероятность безотказной работы системы	3. Вероятность безотказной работы системы

Вариант3 (с приведением критериев к вероятностной форме)

Было	Стало
1. Скорость выполнения i - ой операции.	1. <u>Вероятность</u> попадания времени выполнения i - ой операции в заданный диапазон.
2. Время, необходимое для переориентации системы на новое оборудование.	2. <u>Вероятность</u> попадания времени переориентации системы. в заданный диапазон
3. Вероятность безотказной работы системы	3. Вероятность безотказной работы системы

1.5 Задания к лабораторной работе

1. Выбрать вариант задания по последней цифре зачетной книжки.

2. Проанализировать вариант, построить примерную схему технологических процессов для ИС предприятия или организации, указанных в варианте. Пример построения схемы процессов приведен в приложении 1.
3. Построить дерево целей проектирования ИС.
4. Построить матрицу целей.
5. Составить иерархический список критериев оценки ИС.
6. Представить анализ предпочтений критериев в группах.
7. Провести анализ и унификацию уровня экстремизации критериев (не менее двух вариантов).
8. Подготовить отчет, содержащий все этапы исследования и анализ результатов.

1.6 Варианты к лабораторной работе

Вариант 1. Конструкторское бюро по проектированию сложных технических объектов. Использование большого количества программных средств. Активные передачи информации по локальной сети между конструкторами, необходимость защиты особых данных. Важность скорости реализации процесса обработки изображений.

Вариант 2. Станция экологического контроля параметров на химическом предприятии. ИС должна функционировать в оперативном режиме работы, решения об уровне загрязнения принимает система, подтверждает оператор. Необходимость защиты данных для хранения и при передаче на другие объекты.

Вариант 3. Предприятие по выпуску пищевой продукции обеспечено автоматизированной системой управления. Основные этапы технологического процесса: передача объектов по конвейеру при котором необходим контроль качества выполненных операций. ИС собирает информацию со специальных датчиков и обрабатывает ее, сравнивая показатели объектов на конвейере с контрольными, при несовпадении отбраковывает, снимая с конвейера. Данные сохраняются в БД.

Вариант 4. Предприятие интернет торговли. Информационная система управляет пользователями, обеспечивает доступ, регистрацию и возможность скидок. Наличие конкурентов должно быть сопоставлено с возможностью защиты данных в режиме реального времени и их сохранности.

Вариант 5. Юридическая контора обслуживается ИС с двумя БД различного назначения (клиенты, их дела и нормативно-правовая информация). При этом БД связаны. БД клиент-дело особо секретна, БД справочная открыта и имеет доступ по всей юридической компании. Юристы, ведущие дела, могут оперативно добавлять информацию по делам по мобильной связи.

Вариант 6. Предприятие лечебно-диагностического характера. ИС клиентов, где рождаются процедуры, описание диагнозов и процесса лечения. Поступление данных в БД из различных источников: датчики и устройства (напрямую с ультра-звукового аппарата, от магнито-резонансной диагностики, носимых устройств: например, пульс, частота дыхания, аритмия). Необходимость быстрого реагирования на особые ситуации в текущем режиме (информация с носимых устройств) и при диагностике.

Вариант 7. Администрация учебного заведения. ИС «школьный дневник» с возможностью обмена сообщениями с классным руководителем родителями учащегося при не-

стандартных ситуациях в оперативном режиме. Поступление данных с различных источников: проходная школы, журнал оценок, столовая, медицинский кабинет. Возможность сохранения и анализа данных за неделю, месяц, год.

Вариант 8. Предприятие контроля параметров технических устройств. Датчики и средства контроля передают комплекс информации о контролируемом устройстве в БД, откуда происходит их извлечение и анализ. Далее, на основании анализа формируется отчет о состоянии устройства. Возможность реализации контроля в скоростном режиме.

Вариант 9. Бюро технической инвентаризации (БТИ). Данные о состоянии жилого фонда вносятся как вручную, так и с помощью устройств фотосъемки, аудио-записи (например, при определении шума при изоляции квартиры). Возможность передачи данных по локальной сети между подразделениями БТИ. Совместимость с другими БД.

Вариант 0. Станция гидрологического контроля параметров в морском порту. ИС должна функционировать в оперативном режиме работы, наличие совместимых форматов с другими БД подобного профиля. Контроль параметров осуществляется как автоматически, так и вручную. Возможность предупреждения об опасных явлениях (резкое повышение уровня моря, увеличение скорости течения).

1.7 Контрольные вопросы

1. Дать определение критерия эффективности ИС.
2. Назвать виды критериев эффективности ИС.
3. Какова задача введения «метакритериев»?
4. Как связаны требования к системе и критерии эффективности
5. Пояснить смысл построения матрицы целей.
6. Привести пример построения дерева целей эффективности ИС.
7. Пояснить смысл приведения критериев к одному уровню экстремизации.
8. С какой целью производится оценка предпочтения критериев?

1.8 Список используемой литературы

1. Волкова В.Н., Денисов А.А. Основы теории систем и системного анализа. — СПб.: СПбГТУ, 1997. — 510 с.
2. Михалевич В.С. Методы последовательной оптимизации / В.С. Михалевич, А.И.Кукса. — М.: Наука, 1983. — 208 с.
3. Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации / С.А. Орловский. — М.: Наука, 1981. — 194 с.
4. Сухарев А.Г. Курс методов оптимизации / А.Г. Сухарев, А.В.Тимохов, В.В. Федоров. — М.: Наука, Гл. ред. физ. – мат. лит., 1986. — 328 с.
5. Новиков А.М., Новиков Д.А. Методология. — М.: СИНТЕГ, 2007. — 663 с.
6. Громов Ю.Ю. Системный анализ в информационных технологиях: учеб. пособие / Ю.Ю. Громов, Н.А. Земской, А.В. Лагутин, О.Г. Иванова, В.М. Тютюник. — Тамбов: Издательство ТГТУ, 2007. — 176 с.
7. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Саати; пер. с англ. — М.: Радио и связь, 1993. — 320 с.

Приложение 1 к лабораторной работе 1

Примеры построения схем технологических процессов

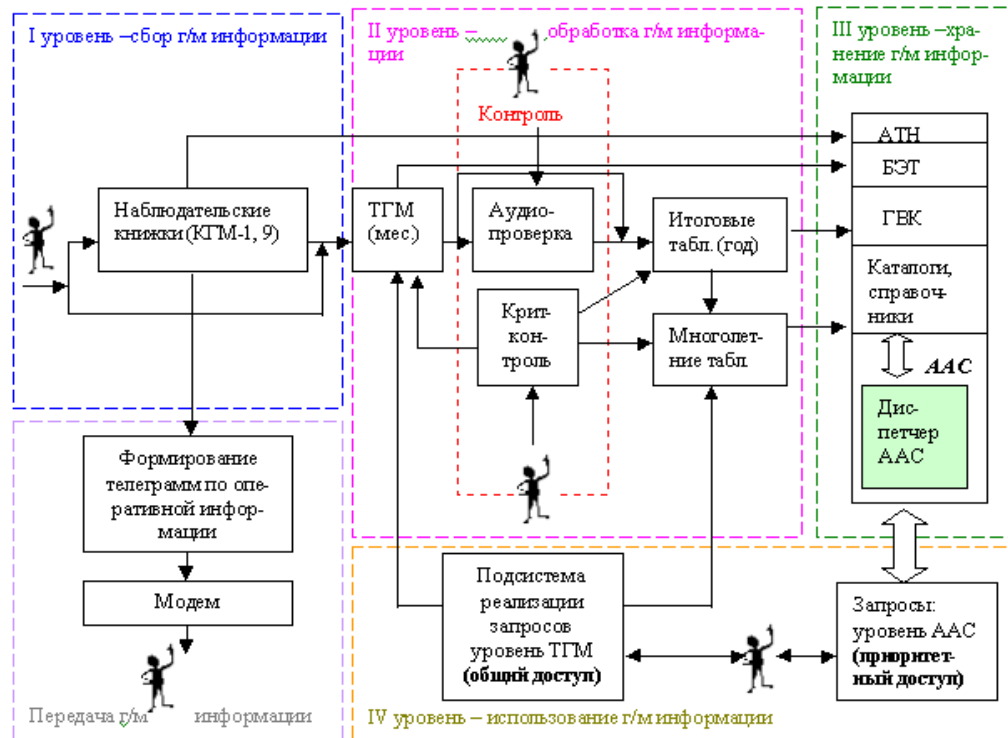


Рисунок 1– Общая схема управления гидрометеорологическими данными. Сокращения: ТГМ- таблицы гидрометеорологические; КГМ – книжки гидрометеорологические (это определенные формы представления прикладных данных); ААС – автоматизированная архивная система; ГВК – государственный водный кадастр; БЭТ – библиотека электронных таблиц; АТН– анализ текущих наблюдений

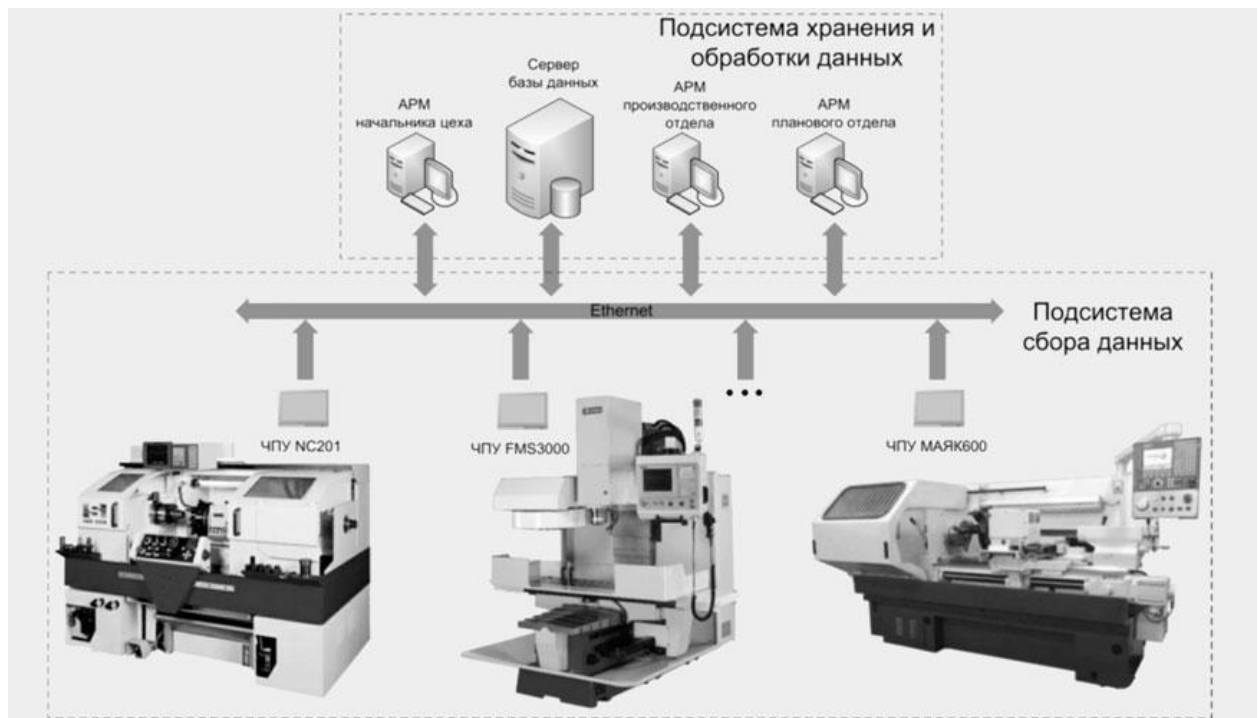


Рисунок 2 – Структурная схема системы контроля технологического процесса



Рисунок 3 – Структурная схема технологического процесса изготовления деталей

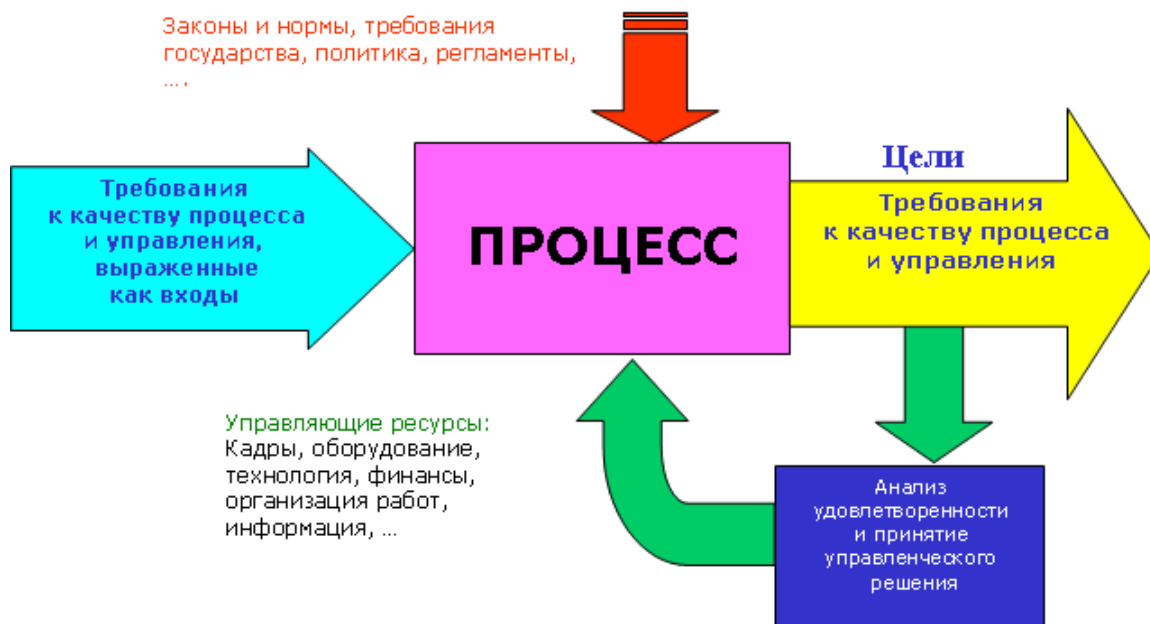


Рис. 4. Схема управления процессом

Лабораторная работа № 2

1 Исследование эффективности ИС на основе метода иерархической свертки критериев

В теории принятия решений более распространен так называемый векторный подход, при котором объект оценивается не в целом, а по результатам сравнения отдельных его свойств. В отличие от субъективного целостного подхода, здесь намечается возможность формализации процесса принятия решений. Свойства, для которых существуют объективные численные характеристики, принято называть критериями. Более строго: **критериями называются** количественные показатели свойств объекта, числовые значения которых являются мерой качества объекта оценки по отношению к данному свойству.

Получение набора критериев представляет собой конечный итог иерархической декомпозиции. Количество уровней зависит от требуемой глубины декомпозиции. Для каждого начального свойства глубина декомпозиции может быть различной [1-3].

Качество альтернативы определяется иерархической системой векторов

$$y^{(j-1)} = \{y^{(j-1)}_{i=1}\}^{n^{(j-1)}}, j \in [2, m],$$

где $y^{(j-1)}$ — вектор критериев на $(j-1)$ -м уровне иерархии, по компонентам которого оценивается качество свойств альтернативы на j -м уровне;

m — количество уровней иерархии;

i — индекс, определяющий перебор альтернатив;

$n^{(j-1)}$ — количество оцениваемых свойств $(j-1)$ -го уровня иерархии.

Численные значения n критериев $y^{(1)} = y$ первого уровня иерархии для данной альтернативы заданы. Один и тот же критерий $(j-1)$ -го уровня может участвовать в оценке нескольких свойств j -го уровня, т.е. в иерархии возможны перекрестные связи.

Значимость каждой из компонент критерия $(j-1)$ -го уровня при оценке k -го свойства j -го уровня характеризуется коэффициентом приоритета, совокупность которых составляет систему векторов приоритета

$$P_{ik}^{(j-1)} = \{P_{ik}^{(j-1)}\}_{k=1}^{n^{(j)}}, j \in [2, m].$$

Требуется найти аналитическую оценку и качественную оценку эффективности данной альтернативы, а из имеющихся альтернатив y^* выбрать лучшую.

Для аналитической оценки эффективности иерархических структур предлагается применить метод вложенных скалярных сверток [2]. Алгоритм решения задачи методом вложенных скалярных сверток представляется итерационной последовательностью операций взвешенной скалярной свертки векторных критериев каждого уровня иерархии снизу доверху с учетом векторов приоритета на основе выбранной схемы компромиссов.

На первом этапе композиции критериев используется рекуррентная формула:

$$y_{0k}^{(j)} = 1 - \left\{ \sum_{j=1}^{n_k^{(j-1)}} P_{ik}^{(j-1)} [1 - y_{0jk}^{(j-1)}]^{-1} \right\}^{-1}, k \in [1, n^{(j)}], j \in [2, m] \quad (1)$$

Выражение для аналитической оценки свойства на втором уровне иерархии определяется следующим образом:

$$y_{01}^{(2)} = 1 - \left\{ \sum_{i=1}^{n_i^{(1)}} P_{i1}^{(1)} [1 - y_{0j1}^{(1)}]^{-1} \right\}^{-1}. \quad (2)$$

В случаях, когда коэффициенты приоритета $P_{ik}^{(j-1)}$, $j \in [2, m]$ априори неизвестны или требуется найти наборы $\{(y^{(j-1)}, P^{(j-1)}) \rightarrow y^{(j)}; y^* = y^{(m)}\}$, $j \in [2, m]$, определяющие вариативность качественных и количественных оценок проектов системы, соответствующих им коэффициентов приоритета и значений критериев на этапе проектирования предложено расширение метода [3]. На первом шаге определяется множество

$$\mathcal{P}_r^{(3)} \supseteq \mathcal{P}_r^{(2)} \supseteq \left\{ 1 - \frac{1}{\sum_{j=1}^{n_3(2)} P_{i3r}^{(2)} [1 - y_{0i3r}^{(2)}]^{-1}} \right\}, \quad (3)$$

где $n_3^{(2)} = 2$, $P_{i3r} \subset P_r$, $\forall m \geq n_3^{(2)}$, $\sum_{r=1}^m P_r = 1$, $r \leq m$.

Для найденных $\mathcal{P}_r^{(3)}$, соответствующих $\min(opt)$ $\mathcal{P}_r^{(3)}$ производится оценка влияния зависимости перестановок значений $\mathcal{P}_r^{(3)}$. Далее производится анализ влияния на $\min(opt)$ $\mathcal{P}_r^{(3)}$ взаимосвязанных критериев (перекрестных связей) нижнего уровня при выбранных коэффициентах приоритета $\mathcal{P}_r^{(3)}$

$$\mathcal{P}_{0kr}^{(j)} \supseteq 1 - \left\{ \sum_{j=1}^{n_{kr}(j-1)} P_{jkr}^{(j-1)} [1 - y_{0jkr}^{(j-1)}]^{-1} \right\}^{-1}, \quad j \in [2, m], \quad \forall r < k, \quad k \in [1, n^{(j)}],$$

$$u \min \mathcal{P}_{0kr}^{(j)*} \quad (4)$$

В результате получим:

- 1) вектора: $\min(opt) y^*$ и соответствующие $P_{jk}^{(j-1)}$, $j \in [2, m]$, $k \in [1, n^{(j)}]$;
- 2) наборы векторов: $\min(opt) \mathcal{P}_r^{(3)}$ и соответствующие $P_{ikr}^{(j-1)}$ $j \in [2, m]$, $k \in [1, n^{(j)}]$.

Иллюстрационный пример

Пусть требуется найти количественную $y_0^* = y_0^{(3)}$ и качественную оценки проекта самолета по двум основным свойствам: комфортность, характеризуемая неизвестной пока оценкой критерия $y_{01}^{(2)}$ и надежность, которой сопоставляется неизвестная пока оценка критерия $y_{02}^{(2)}$. Свойство комфортности, в свою очередь, оценивается по трем критериям: расстояние между креслами в пассажирском салоне y_{01} , уровень шума в салоне y_{02} и уровень вибрации пола в салоне y_{03} . Надежность оценивается вероятностью отказов оборудования y_{04} и прочностью конструкции y_{05} . Кроме этих двух в оценке надежности принимает участие критерий уровня вибрации пола y_{03} , т.е. имеет место одна перекрестная связь. Все указанные критерии нормированы и приведены к одному способу экстремизации, а именно, все

они подлежат *минимизации*. Критерии низшего уровня принимают участие в оценке свойств высшего уровня с коэффициентами приоритета $p_{jk}^{(j-1)}, j \in [2, m]$. Структурная схема трехуровневой иерархии критериев для оцениваемого проекта представлена на Рис.2.

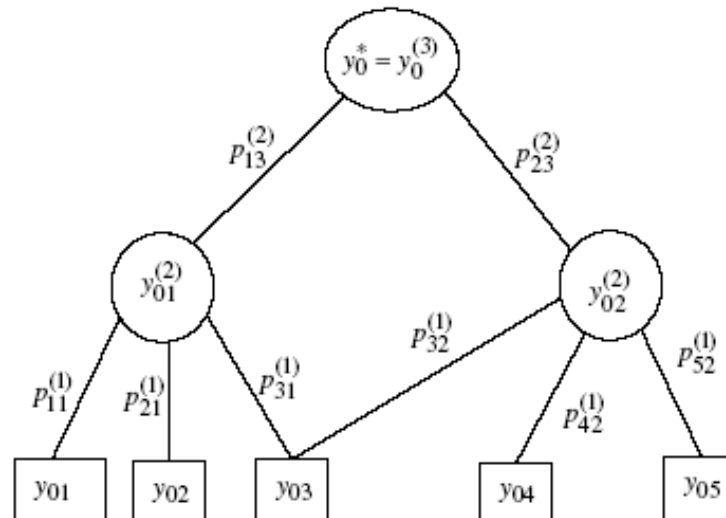


Рис.2. Структурная схема трехуровневой иерархии критериев

Заданы следующие числовые значения величин. Критерии нижнего (первого) уровня иерархии: $y_{01}=0,3$; $y_{02}=0,5$; $y_{03}=0,7$; $y_{04}=0,2$; $y_{05}=0,1$. Коэффициенты приоритета: $p_{11}^{(1)}=0,7$; $p_{21}^{(1)}=0,2$; $p_{31}^{(1)}=0,1$; $p_{32}^{(1)}=0,1$; $p_{42}^{(1)}=0,45$; $p_{52}^{(1)}=0,45$; $p_{13}^{(2)}=0,5$; $p_{23}^{(2)}=0,5$.

На первом этапе композиции критериев, исходя из рекуррентной формулы (4), получим выражение для аналитической оценки свойства комфортности (второй уровень иерархии):

$$y_{01}^{(2)} = 1 - \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_1^{(1)}} p_{i1}^{(1)} (1 - y_{0i1}^{(1)})^{-1}},$$

где $n_1^{(1)}=3$ и $y_{011}^{(1)}=y_{01}$; $y_{021}^{(1)}=y_{02}$; $y_{031}^{(1)}=y_{03}$. Подставляя численные значения, получим

$$y_{01}^{(2)} = 1 - \frac{1}{0,7 \frac{1}{1-0,3} + 0,2 \frac{1}{1-0,5} + 0,1 \frac{1}{1-0,7}} = 0,42.$$

Сопоставляя эту аналитическую оценку с Табл.1, найдем, что свойство комфортности для данного проекта самолета качественно оценивается как *удовлетворительное*.

Выражение для аналитической оценки свойства надежности (тоже второй уровень иерархии) имеет вид

$$y_{02}^{(2)} = 1 - \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_2^{(1)}} p_{i2}^{(1)} (1 - y_{0i2}^{(1)})^{-1}},$$

где с учетом перекрестной связи $n_2^{(1)}=3$ и $y_{012}^{(1)}=y_{03}$; $y_{022}^{(1)}=y_{04}$; $y_{032}^{(1)}=y_{05}$. Коэффициенты приоритета $p_{12}^{(1)}=p_{32}^{(1)}=p_{22}^{(1)}=p_{42}^{(1)}=p_{52}^{(1)}$. Подставим численные значения и получим

$$y_{02}^{(2)} = 1 - \frac{1}{0,1 \frac{1}{1-0,7} + 0,45 \frac{1}{1-0,2} + 0,45 \frac{1}{1-0,1}} = 0,28.$$

В соответствии с Табл.1, качество свойства надежности для данного проекта оценивается как *высокое*. На заключительном (втором) этапе композиции критериев формула (4) приобретает вид

$$y_0^* = y_0^{(3)} = 1 - \frac{1}{n_5^{(2)} \sum_{i=1} p_{i3}^{(2)} (1 - y_{0i3}^{(2)})^{-1}},$$

где $n_5^{(2)}=2$ и $y_{013}^{(2)} = y_{01}^{(2)} \cdot y_{023}^{(2)} = y_{02}^{(2)}$. Подставляя численные значения, получим

$$y_0^* = 1 - \frac{1}{0,5 \frac{1}{1-0,42} + 0,5 \frac{1}{1-0,28}} = 0,36.$$

Обратившись к Табл.1 видим, что по этой аналитической оценке, качество данного проекта самолета в целом оценивается как *хорошее*.

Пример реализации прямого и обратного метода иерархической свертки критериев оценки ИС

Реализация метода для гидрометеорологической системы по пяти основным свойствам, приведенным к одному способу экстремизации (**результат выполнения Л.Р. №1**): **1 — надежность данных в целом:** 1.1 — вероятность отказов при хранении; 1.2 — вероятность отказов при востребовании; 1.3 — число нарушенных связей между данными; 1.4 (3.3) — вероятность получения некачественных данных; **2 — экономические критерии:** 2.1 — финансирование парка технических средств на структуру в целом (системная экономия); 2.2 — финансовые вложения на этапе сбора данных (количество датчиков); 2.3 — оплата труда операторов при вводе данных вручную; 2.4 — финансирование технического и программного характера при хранении данных; 2.5 — оплата труда ИТР при обработке данных с их визуальным контролем; **3 — доступ к данным:** 3.1 — время доступа к данным; 3.2 — время реакции системы; 3.3(1.4) — вероятность получения некачественных данных; **4- взаимодействие с данными:** 4.1 (5.3) — отсутствие автоматизации управления сбором данных; 4.2 — отсутствие автоматизации управления контролем данных; 4.3 — отсутствие автоматизации управления анализом данных; 4.4 — отсутствие автоматизации управления хранением данных; **5 - иерархическое отраслевое взаимодействие:** 5.1 — отсутствие автоматизации управления ЦГМД; 5.2 — отсутствие автоматизации управление план - заданиями структурных подразделений; 5.3 (4.1) — отсутствие автоматизации управление сбором данных; 5.4 (4.4) — отсутствие управления хранением данных (в скобках показаны перекрестные связи критериев).

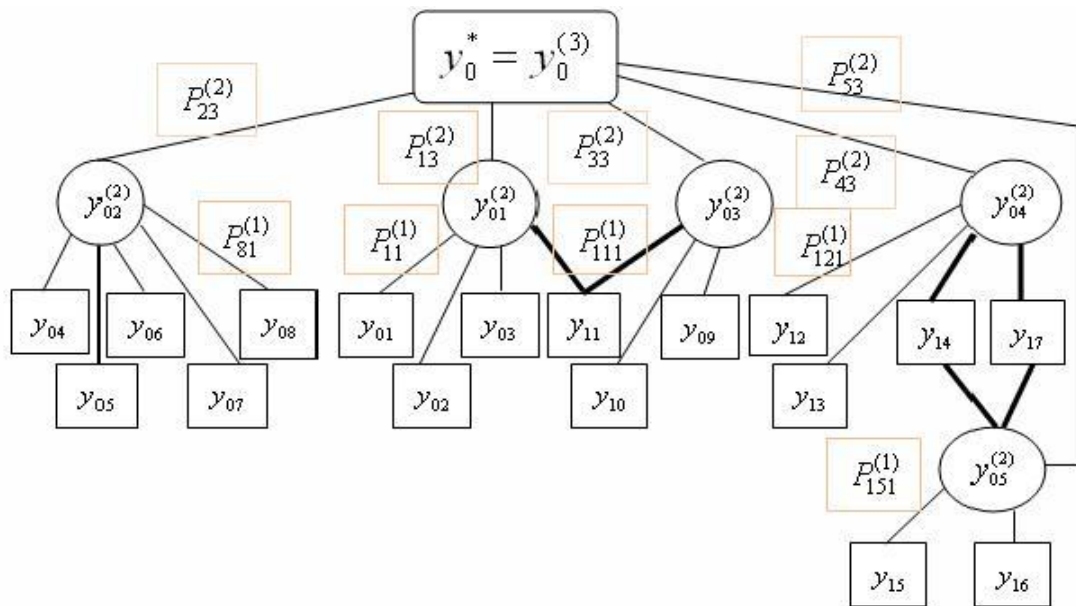


Рис. 3. Структурная схема системы критериев качества альтернативы для пяти свойств гидрометеорологической системы с перекрестными связями

Таблица 1

Категории качества альтернативы

Не приемлемое	1,0 -0,7
Низкое	0,7-0,5
Удовлетворительное	0,5-0,4
Хорошее	0,4-0,3
Высокий	0,2-0,0

На этапе 1 выбрана наилучшая аналитическая оценка альтернатив $y^*(3)$ согласно табличной интервальной нормированной шкалы (табл. 2) [4]: $y^*(3) = 0,3$. Далее оценено наличие влияния количественных оценок на $p1$ и $p2$ (при взаимном обращении $p2=0,1$ и $p1=0,9$ значение $y^*(3) = 0,41 > y^*(3)$). И, наконец, оценено влияние взаимосвязанных критериев нижнего уровня при выбранных коэффициентах приоритета: $y^{**}(3) = 0,17$

Таблица 2

Оценка влияния значений взаимосвязанных критериев нижнего уровня на качество альтернативы

p1	p2	p11	p12	p13	p14	p15	p16	y01	y02	y03	y04	y05	y01(2)	y02(2)	$y^*(3)$
0,1	0,9	0,7	0,2	0,1	0,1	0,45	0,45	0,3	0,5	0,6	0,2	0,1	0,393939	0,238095	0,257196
0,1	0,9	0,7	0,2	0,1	0,1	0,45	0,45	0,3	0,5	0,5	0,2	0,1	0,375	0,207921	0,228544
0,1	0,9	0,7	0,2	0,1	0,1	0,45	0,45	0,3	0,5	0,4	0,2	0,1	0,361702	0,186441	0,208182
0,1	0,9	0,7	0,2	0,1	0,1	0,45	0,45	0,3	0,5	0,3	0,2	0,1	0,351852	0,17037	0,192967
0,1	0,9	0,7	0,2	0,1	0,1	0,45	0,45	0,3	0,5	0,2	0,2	0,1	0,344262	0,157895	0,181167
0,1	0,9	0,7	0,2	0,1	0,1	0,45	0,45	0,3	0,5	0,1	0,2	0,1	0,338235	0,147929	0,171747

Результат аналитической оценки свойств альтернатив для гидрометеорологической системы по пяти основным свойствам (рис. 2) приведен в табл.4. Наилучшее (хорошее) качество ГМС $y^*(3) = 0,329$ достигается при следующих перекрестных связях оценок низшего уровня $y11=y14=y17=0,1$.

**Фрагмент результатов моделирования критериев качества альтернативы
по пяти свойствам АИГМС**

y11	y12	y13	y14	y15	y16	y17	y01(2)	y02(2)	y03(2)	y04(2)	y05(2)	y*(3)
0,1	0,2	0,5	0,5	0,5	0,2	0,4	0,40114	0,28447	0,14285	0,277108	0,41747	0,33767
0,1	0,2	0,5	0,6	0,5	0,2	0,1	0,40114	0,28447	0,14285	0,24369	0,37282	0,33497
0,1	0,2	0,5	0,5	0,5	0,2	0,1	0,40114	0,28447	0,14285	0,213974	0,33085	0,33275
0,1	0,2	0,5	0,4	0,5	0,2	0,1	0,40114	0,28447	0,14285	0,192825	0,29961	0,33127
0,1	0,2	0,5	0,2	0,5	0,2	0,1	0,40114	0,28447	0,14285	0,164733	0,25619	0,32940
0,1	0,2	0,5	0,1	0,5	0,2	0,1	0,40114	0,28447	0,14285	0,15493	0,24050	0,32877

Таким образом, получена возможность принятия решения в многокритериальных задачах для случаев, когда не всегда возможно дать объективную оценку альтернативам и если числовые значения коэффициентов приоритета изначально неизвестны, или же необходимо получить множество оценок альтернатив и соответствующих им коэффициентов приоритета. Проведено аналитическое моделирование для двух задач: по двум и пяти свойствам ИС. Предложенный метод применен при анализе множества альтернатив с целью выбора оптимальной системы из предложенных альтернатив на основе метода экспертных оценок.

Задания к лабораторной работе

1. На основе вариантов, приведенных в лабораторной работе №1, построить иерархическую схему критериев.
2. На основе выражений (1-4) в одном из математических пакетов построить программу расчета.
4. Провести аналитическое моделирование по построенной иерархии критериев.
5. Подготовить отчет, содержащий все этапы исследования прямого и обратного анализа альтернатив.

Контрольные вопросы

1. Пояснить цель построения иерархической структуры критериев.
2. Что является альтернативами для данного метода?
3. Каким образом оценивается качество альтернативы на нижнем уровне?
4. Каким образом оценивается качество альтернативы на верхнем уровне?
5. Откуда возникают перекрестные связи в оценках критериев?
6. Что такое категории качества альтернативы?

Список используемой литературы

1. Воронин А.А. Оптимальные иерархические структуры / А.А. Воронин, С.П. Мишин. – М.: ИПУ РАН, 2003. – 214 с.
2. Воронин А.Н. Вложенные скалярные свертки векторного критерия / А. Н. Воронин // Проблемы управления и информатики. – 2003. – № 5. – С. 10 – 21.
3. Воронин А.Н. Анализ и оценка альтернатив / А. Н. Воронин // Проблемы управления и информатики. – 2013. – № 3. – С. 128 – 137.
4. Волошин А. Нечеткий алгоритм последовательного анализа вариантов [Электронный ресурс] / А. Волошин, Н. Маляр, О. Швалагин // International Book Series "Information Science and Computing. – Режим доступа: «http://www.foibg.com/ibs_isc/ibs-15/ibs-15-p25.pdf». – Загл. с экрана.

Лабораторная работа № 3

Выбор оптимальной структуры ИС на основе экспертных оценок и теории нечетких множеств

1. Общие принципы вариантного анализа на основе нечетких множеств

Пусть $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ – множество вариантов, которые анализируются, а $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_m\}$ – множество количественных и качественных критериев, которыми оцениваются варианты. Упорядочиваются элементы множества V по критериям из множества Q . При этом критерии рассматриваются как нечеткие множества, которые заданы на универсальных множествах вариантов с помощью функции принадлежности.

Далее предполагается определение функций принадлежности нечетких множеств на основе экспертной информации о парных сравнениях вариантов с помощью 9-тибальной шкалы Саати.

Таблица 1

Девятибальная шкала Саати

Балл	Пояснение
1	отсутствует преимущество варианта v_j над вариантом v_i
3	имеется слабое преимущество v_j над v_i
5	имеется существенное преимущество v_j над v_i
7	имеется явное преимущество v_j над v_i
9	имеется абсолютное преимущество v_j над v_i
2,4,6,8	промежуточные сравнительные оценки

Следующим этапом осуществляется ранжирование вариантов на основе пересечения нечетких множеств – критериев, которые отвечают известной в теории принятия решения схеме Беллмана – Заде, и, наконец, - ранжирование критериев методом парных сравнений и учет полученных рангов как степеней концентрации соответствующих функции принадлежности [1].

Пусть $\mu^k(v_i)$ – число в диапазоне $[0,1]$, которое характеризует уровень оценки варианта $v_i \in V$ по критерию $q_k \in Q$, $i = \overline{1, n}, k = \overline{1, m}$. Критерий $q_k \in Q$ можно представить в виде нечеткого множества \tilde{q}_k , которое задано на универсальном множестве V следующим образом:

$$\tilde{q}_k = \left\{ \frac{\mu^k(v_1)}{v_1}, \frac{\mu^k(v_2)}{v_2}, \dots, \frac{\mu^k(v_n)}{v_n} \right\}, \quad (1)$$

где $\mu^k(v_i)$ – степень принадлежности элемента v_i к нечеткому множеству \tilde{q}_k .

Чтобы определить степени принадлежности, которые входят в (1), формируются матрицы парных сравнений вариантов по каждому критерию. Для критерия $q_k \in Q$ матрица парных сравнений имеет вид:

$$A^k = \begin{matrix} & v_1 & v_2 & \dots & v_n \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ \dots \\ v_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} a_{11}^k & a_{12}^k & \dots & a_{1n}^k \\ a_{21}^k & a_{22}^k & \dots & a_{2n}^k \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1}^k & a_{n2}^k & \dots & a_{nn}^k \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2)$$

где элемент a_{ij}^k оценивается экспертом по 9-тибальной шкале Саати (табл. 1).

Введем некоторые ограничения. Пусть матрица (2) имеет следующие свойства: диагональность, то есть $a_{ij}^k = 1, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}, i = j$; элементы, симметричные относительно главной диагонали связаны зависимостью $a_{ij}^k = \frac{1}{a_{ji}^k}$; матрица транзитивна, то есть

$a_{il}^k \cdot a_{lj}^k = a_{ij}^k$. Наличие этих свойств позволяет определить все элементы матрицы (2) по элементам одной из строк. Если известна l -ная строка, то есть элементы $a_{lj}^k, j = \overline{1, n}$,

то произвольный элемент a_{ij}^k определяется следующим образом:

$$a_{ij}^k = \frac{a_{lj}^k}{a_{li}^k}, i, j, l = \overline{1, n}, k = \overline{1, m}.$$

После определения всех элементов матрицы (2) степени принадлежности, необходимые для формирования нечеткого множества (1), вычисляются по формуле:

$$\mu^k(v_i) = \frac{1}{a_{i1}^k + a_{i2}^k + \dots + a_{in}^k} \quad (3)$$

Базируясь на принципе Беллмана – Заде, наилучшей системой считается та, которая одновременно лучшая по критериям q_1, q_2, \dots, q_m . Поэтому нечеткое множество, которое необходимо для рейтингового анализа, определяется в виде пересечения (интегральный критерий оценки систем):

$$D = \tilde{q}_1 \cap \tilde{q}_2 \cap \dots \cap \tilde{q}_m.$$

Таким образом, получим:

$$D = \left\{ \frac{\min_{k = \overline{1, m}} \mu^k(v_1)}{v_1}, \frac{\min_{k = \overline{1, m}} \mu^k(v_2)}{v_2}, \dots, \frac{\min_{k = \overline{1, m}} \mu^k(v_n)}{v_n} \right\}. \quad (4)$$

Согласно полученному множеству D , наилучшим следует считать тот вариант, для которого степень принадлежности (числитель) является наибольшей.

Пусть w_1, w_2, \dots, w_m – коэффициенты относительной важности (или ранги) критериев q_1, q_2, \dots, q_m , такие что $w_1 + w_2 + \dots + w_m = 1$. Для определения коэффициентов $w_j, j = \overline{1, m}$ необходимо сформировать матрицу парных сравнений важности критериев $q_j \in Q$, аналогичную (2) и воспользоваться формулой (3). При наличии коэффициентов важности $w_j, j = \overline{1, m}$ формула (4) примет вид:

$$D = \left\{ \frac{\min_{k=1, m} \left[\left(\frac{v_1}{\bar{w}_1} \right)^k - \left(\frac{v_1}{\bar{w}_1} \right)^{k-1} \right]}{v_1}, \frac{\min_{k=1, m} \left[\left(\frac{v_2}{\bar{w}_2} \right)^k - \left(\frac{v_2}{\bar{w}_2} \right)^{k-1} \right]}{v_2}, \dots, \frac{\min_{k=1, m} \left[\left(\frac{v_n}{\bar{w}_n} \right)^k - \left(\frac{v_n}{\bar{w}_n} \right)^{k-1} \right]}{v_n} \right\}, \quad (5)$$

где w_j свидетельствует о концентрации нечеткого множества \tilde{q}_j в соответствии с мерой важности критерия $q_j \in Q$ [2, 3].

2. Оценка степени согласованности мнений экспертов

Степень согласованности мнений экспертов [4, 5, 6] по всем параметрам оценивается коэффициентом конкордации (теория ранговой корреляции) по формуле:

$$\omega = \frac{12 \sum_{n=1}^N (S_n - \bar{S})^2}{K^2 (N^3 - N) - K \sum_{k=1}^K T_k}, \quad (6)$$

где $S_n = \sum_{k=1}^K R_{kn}$ – сумма рангов, присвоенных экспертами n-му параметру;

R_{kn} – ранг n-го параметра, назначенный k-м экспертом; $\bar{S} = \sum_{n=1}^N S_n / N$ – среднее значение сумм рангов;

$$T_k = \sum_{m=1}^{M_k} (t_{km}^3 - t_{km}), \quad (7)$$

где t_{km} – число одинаковых рангов m-го типа в оценках k-го эксперта, M_k – количество групп параметров с совпавшими рангами в оценках k-го эксперта.

Коэффициент конкордации изменяется в пределах от нуля до единицы, причем $\omega = 1$ соответствует полной согласованности мнений экспертов.

Пример расчета

1. Пусть имеются критерии, определенные в Л.Р. №1.

2. Пусть также выбраны несколько альтернатив – конфигураций ИС, которые подлежат сравнению. Для данной области это следующие варианты :

V_1 – система с управлением параметрами датчиков на этапе сбора данных;

V_2 – система с визуальным контролем;

V_3 – система с вводом данных вручную;

V_4 – система с автоматической фильтрацией данных (без ручного внесения изменений);

V_5 – система с возможностью выбора подсистемы хранения.

3. На первом этапе определяются глобальные критерии по внешней группе критериев (без учета критериев в подгруппах). Сравнение структур по критериям осуществляется экспертами-специалистами в области ИС, и их оценочные величины в группах соответствуют следующим высказываниям:

$$\begin{aligned}
\text{Критерий } q_j^1 : & \begin{cases} \text{абсолютное преимущество } v_5 \text{ над } v_2 \text{ и } v_1, \\ \text{явное преимущество } v_5 \text{ над } v_4, \\ \text{явное преимущество } v_3 \text{ над } v_2, \\ \text{явное преимущество } v_1 \text{ над } v_2. \end{cases} \\
\text{Критерий } q_j^2 : & \begin{cases} \text{абсолютное преимущество } v_1 \text{ над } v_2, \\ \text{существенное преимущество } v_1 \text{ над } v_3, \\ \text{явное преимущество } v_4 \text{ над } v_1, \\ \text{некоторое преимущество } v_5 \text{ над } v_4, \\ \text{некоторое преимущество } v_3 \text{ над } v_2. \end{cases} \\
\text{Критерий } q_j^3 : & \begin{cases} \text{абсолютное преимущество } v_5 \text{ над } v_1, v_2 \text{ и } v_3, \\ \text{явное преимущество } v_4 \text{ над } v_1, v_2 \text{ и } v_3, \\ \text{явное преимущество } v_5 \text{ над } v_4. \end{cases} \\
\text{Критерий } q_j^4 : & \begin{cases} \text{существенное преимущество } v_1 \text{ над } v_2, \\ \text{существенное преимущество } v_3 \text{ над } v_2, \\ \text{некоторое преимущество } v_5 \text{ над } v_1, \\ \text{некоторое преимущество } v_4 \text{ над } v_1, \\ \text{существенное преимущество } v_5 \text{ над } v_2. \end{cases} \\
\text{Критерий } q_j^5 : & \begin{cases} \text{незначительное преимущество } v_4 \text{ над } v_1, v_5, \\ \text{абсолютное преимущество } v_1 \text{ над } v_2, \\ \text{абсолютное преимущество } v_5 \text{ над } v_2, \\ \text{некоторое преимущество } v_5 \text{ над } v_3, \\ \text{некоторое преимущество } v_1 \text{ над } v_3. \end{cases}
\end{aligned}$$

Экспертным высказываниям соответствуют следующие матрицы парных сравнений:

$$\begin{aligned}
A(q_j^1) = & \begin{matrix} & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1/5 & 2 & 5 & 9 \\ 5 & 1 & 2 & 7 & 9 \\ 1/2 & 1/2 & 1 & 7 & 9 \\ 1/5 & 1/7 & 1/7 & 1 & 7 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 & 1/7 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}, & A(q_j^2) = & \begin{matrix} & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1/9 & 1/5 & 3 & 4 \\ 1/9 & 1 & 2 & 9 & 9 \\ 5 & 1/2 & 1 & 7 & 7 \\ 1/3 & 1/9 & 1/7 & 1 & 5 \\ 1/4 & 1/9 & 1/7 & 1/5 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}, & A(q_j^3) = & \begin{matrix} & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 5 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 5 & 7 \\ 1/4 & 1/5 & 1/5 & 1 & 2 \\ 1/7 & 1/7 & 1/7 & 1/2 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \\
, & A(q_j^4) = & \begin{matrix} & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1/5 & 1/3 & 2 & 2 \\ 5 & 1 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 1/2 & 1 & 3 & 6 \\ 1/2 & 1/4 & 1/3 & 1 & 1/2 \\ 1/2 & 1/5 & 1/6 & 2 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}, & A(q_j^5) = & \begin{matrix} & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1/7 & 1/3 & 2 & 1 \\ 7 & 1 & 1/3 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 1 & 5 & 6 \\ 1/2 & 1/3 & 1/5 & 1 & 8 \\ 1 & 1/4 & 1/6 & 1/8 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}. & (8)
\end{aligned}$$

Пользуясь матрицами парных сравнений и формулой (3) получим:

$$\begin{aligned}
q_j^1 &= \left\{ \frac{0.058}{v_1}, \frac{0.042}{v_2}, \frac{0.055}{v_3}, \frac{0.11}{v_4}, \frac{0.68}{v_5} \right\}, q_j^2 = \left\{ \frac{0.12}{v_1}, \frac{0.033}{v_2}, \frac{0.049}{v_3}, \frac{0.15}{v_4}, \frac{0.59}{v_5} \right\}, \\
q_j^3 &= \left\{ \frac{0.071}{v_1}, \frac{0.067}{v_2}, \frac{0.067}{v_3}, \frac{0.27}{v_4}, \frac{0.52}{v_5} \right\}, q_j^4 = \left\{ \frac{0.18}{v_1}, \frac{0.059}{v_2}, \frac{0.074}{v_3}, \frac{0.39}{v_4}, \frac{0.26}{v_5} \right\}, \\
q_j^5 &= \left\{ \frac{0.22}{v_1}, \frac{0.065}{v_2}, \frac{0.055}{v_3}, \frac{0.997}{v_4}, \frac{0.39}{v_5} \right\}.
\end{aligned} \tag{9}$$

Для случая равновесных критериев, пользуясь нечеткими множествами $q_j^1, q_j^2, q_j^3, q_j^4, q_j^5$ и формулой (4) получим: $D = \left\{ \frac{0.058}{v_1}, \frac{0.033}{v_2}, \frac{0.049}{v_3}, \frac{0.0997}{v_4}, \frac{0.26}{v_5} \right\}$.

Множество D имеет значения составляющих такие, что свидетельствует о явном преимуществе варианта v_5 над всеми другими вариантами, о достаточном преимуществе v_4 над v_1, v_2 и v_3 , а также о преимуществе варианта v_1 над вариантами v_3 и v_2 .

4. Для случая неравновесных критериев были учтены мнения экспертов – работников гидрометеорологической отрасли. По их мнению, критерий q_j^1 (надежность данных) является наиболее важным наряду с критерием q_j^2 (экономическая эффективность). Ранг критерия q_j^3 (доступ к данным) также имеет достаточно высокую оценку, критерии же управленческого характера – вторичны, поэтому имеют более низкие экспертные оценки.

Экспертным оценкам соответствует следующая матрица парных сравнений:

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} q_j^1 & q_j^2 & q_j^3 & q_j^4 & q_j^5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} q_j^1 \\ q_j^2 \\ q_j^3 \\ q_j^4 \\ q_j^5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 1/5 & 1/6 \\ 1/3 & 1 & 2 & 1/2 & 1/3 \\ 1/4 & 1/2 & 1 & 1/7 & 1/9 \\ 5 & 2 & 7 & 1 & 1/2 \\ 6 & 3 & 9 & 2 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \tag{10}$$

Определим ранги критериев $q_j^1, q_j^2, q_j^3, q_j^4, q_j^5$. Для этого ранги, полученные из матрицы парных сравнений, необходимо нормировать. $\tilde{w}_1 = 0.12, \tilde{w}_2 = 0.24, \tilde{w}_3 = 0.5, \tilde{w}_4 = 0.064, \tilde{w}_5 = 0.048$. $\sum_{i=1}^5 \tilde{w}_i = 0.972$. Ранги критериев $q_j^1, q_j^2, q_j^3, q_j^4, q_j^5$ после нормировки: $w_1 = 0.12, w_2 = 0.25, w_3 = 0.51, w_4 = 0.066, w_5 = 0.049$. Тогда согласно (5) получим:

$$\begin{aligned}
q_j^1 &= \left\{ \frac{0.058^{0.12}}{v_1}, \frac{0.042^{0.12}}{v_2}, \frac{0.055^{0.12}}{v_3}, \frac{0.075^{0.12}}{v_4}, \frac{0.68^{0.12}}{v_5} \right\} = \left\{ \frac{0.71}{v_1}, \frac{0.68}{v_2}, \frac{0.71}{v_3}, \frac{0.73}{v_4}, \frac{0.95}{v_5} \right\}, \\
q_j^2 &= \left\{ \frac{0.12^{0.25}}{v_1}, \frac{0.033^{0.25}}{v_2}, \frac{0.049^{0.25}}{v_3}, \frac{0.15^{0.25}}{v_4}, \frac{0.59^{0.25}}{v_5} \right\} = \left\{ \frac{0.59}{v_1}, \frac{0.43}{v_2}, \frac{0.47}{v_3}, \frac{0.62}{v_4}, \frac{0.88}{v_5} \right\}, \\
q_j^3 &= \left\{ \frac{0.071^{0.51}}{v_1}, \frac{0.067^{0.51}}{v_2}, \frac{0.67^{0.51}}{v_3}, \frac{0.27^{0.51}}{v_4}, \frac{0.52^{0.51}}{v_5} \right\} = \left\{ \frac{0.26}{v_1}, \frac{0.25}{v_2}, \frac{0.25}{v_3}, \frac{0.51}{v_4}, \frac{0.72}{v_5} \right\},
\end{aligned}$$

$$q_j^4 = \left\{ \frac{0,18^{0,066}}{v_1}, \frac{0,059^{0,066}}{v_2}, \frac{0,074^{0,066}}{v_3}, \frac{0,39^{0,066}}{v_4}, \frac{0,26^{0,066}}{v_5} \right\} = \left\{ \frac{0,89}{v_1}, \frac{0,83}{v_2}, \frac{0,84}{v_3}, \frac{0,94}{v_2}, \frac{0,91}{v_3} \right\},$$

$$q_j^5 = \left\{ \frac{0,22^{0,049}}{v_1}, \frac{0,065^{0,049}}{v_2}, \frac{0,055^{0,049}}{v_3}, \frac{0,0997^{0,049}}{v_4}, \frac{0,39^{0,049}}{v_5} \right\} = \left\{ \frac{0,93}{v_1}, \frac{0,87}{v_2}, \frac{0,87}{v_3}, \frac{0,89}{v_2}, \frac{0,95}{v_3} \right\}.$$

Пересечение этих нечетких множеств с учетом рангов критериев имеет вид:

$$D = \left\{ \frac{0,26}{v_1}, \frac{0,25}{v_2}, \frac{0,25}{v_3}, \frac{0,51}{v_4}, \frac{0,72}{v_5} \right\}, \text{ что свидетельствует о явном преимуществе варианта}$$

v_5 над вариантами v_1 , v_2 и v_3 , а также он наличии небольшого преимущества варианта

v_5 над v_4 .

Таким образом, в обоих случаях равновесных и неравновесных критериев, явное преимущество отдается варианту системы v_5 .

Поскольку имеется заметная близость варианта v_4 к явному лидеру - системе v_5 , возможно рассмотрение вложенных групповых критериев и проведение соответствующих исследований. В случае менее выраженной близости оценок вариантов анализ вложенных критериев не требуется.

5. Оценка коэффициента конкордации. Расчеты приведены в табл.2.

Таблица 2

Оценка коэффициента конкордации

Номер объекта, i	Ранги, R_i				X_i	$\Delta_i = X_i - T$	Δ_i^2	w
	Эксперт А	Эксперт В	Эксперт С	Эксперт D				
1	1	1	1	1	4	-8	64	0,8125
2	2	2	2	1	7	-5	25	
3	3	2	2	3	10	-2	4	
4	1	1	1	3	6	-6	36	
5	3	3	4	3	13	1	1	
S =							130	

На основании приведенных расчетов делается вывод о высокой согласованности мнений экспертов.

Задания к лабораторной работе

1. В качестве исходных данных иерархии критериев использовать результаты ЛРН№2.
2. Составить множество вариантов конфигураций ИС (по заданиям ЛР №1), подлежащих оценке и выбору, не менее четырех.
3. Определить высказывания, соответствующие парному сравнению вариантов.
4. На основании 9-балльной шкалы Саати построить матрицы (8).
5. На основе выражений (1-5) в одном из математических пакетов построить программу расчета.
6. Провести аналитическое моделирование по построенной иерархии критериев (только для основных критериев).
7. Проанализировать степень согласованности мнений экспертов.
8. Подготовить отчет, содержащий все этапы исследования.

Контрольные вопросы

1. Дать определение нечеткому множеству.
2. Что является нечетким множеством в рассмотренном методе вариантного анализа?
3. Дать определение коэффициента конкордации.
4. Какие показатели входят в выражение для определения коэффициента конкордации?
5. В чем заключается метод анализа иерархий?
6. В чем отличие равновесных и неравновесных критериев?
7. Для чего нужна нормировка при оценке рангов критериев?

Список используемой литературы

1. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Саати; пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1993. – 320 с.
2. Ротштейн О.П. Вариантный анализ на базе нечетких парных сравнений: методика и применение на примере сравнения семиотических систем / О.П. Ротштейн, А.М. Петух, М.И.Петренко // Измерительная вычислительная техника в технологических процессах. – 1998. – №2. – С. 17 – 24.
3. Ротштейн А. П. Интеллектуальные технологии идентификации / А. П. Ротштейн. – Винница: УНІВЕРСУМ – Вінниця, 1999. – 320 с.
4. Блюмин С.Л. Введение в математические методы принятия решений: учеб. пособие / С. Л. Блюмин, И. А. Шуйкова. – Липецкий государственный педагогический институт, 1999. – 104 с.
5. Волкова В.Н. Системный анализ и принятие решений: словарь-справочник, учеб. пособие для вузов / под. Ред. В.Н. Волковой, В.Н. Козлова. – М.: Высш. шк., 2004. – 616 с.
6. Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации / С.А. Орловский. – М.: Наука, 1981. – 194 с.

Лабораторная работа № 4

Анализ показателей надежности и производительности ИС на основе цепей Маркова. Часть 1 – непрерывные цепи Маркова.

Теоретические сведения

Марковский случайный процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем иногда называют «непрерывной цепью Маркова». Для такого процесса вероятность перехода из состояния, e_i в e_j для любого момента времени равна нулю. Вместо вероятности перехода p_{ij} в этом случае рассматривают *плотность вероятности перехода* λ_{ij} , которая определяется как предел отношения вероятности перехода из состояния e_i в состояние e_j за малый промежуток времени Δt , примыкающий к моменту t , к длине этого промежутка, когда она стремится к нулю. Плотность вероятности перехода может быть как постоянной $\lambda_{ij} = const$, так и зависящей от времени $\lambda_{ij} = \lambda_{ij}(t)$. В первом случае

Марковский случайный процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем называется *однородным*.

Плотности вероятностей переходов рассматриваются как интенсивности λ_{ij} простейших потоков событий, под влиянием которых происходит переход системы из состояния e_i в состояние e_j .

Потоком событий принято называть последовательность однородных событий, появляющихся одно за другим в случайный момент времени (поток автомашин, проходящих через таможенный пост; поток вызовов на станции скорой помощи; поток клиентов, снимающих денежные средства со счета в банке). На практике обычно рассматривают простейшие потоки событий, которые характеризуются свойствами стационарности, ординарности и отсутствия последствия.

Поток событий называется *стационарным*, если вероятность попадания того или другого числа событий на любой интервал времени зависит только от длины τ этого интервала и не зависит от того, где именно на оси времени он расположен.

Поток событий называется *ординарным*, если вероятность одновременного поступления двух и более событий равна нулю, что означает, что события в потоке появляются «поодиночке», а не группами по два, по три и т.д.

Поток событий называется *потоком без последствия*, если число событий, попадающих на любой интервал времени τ , не зависит от того, сколько событий попало на любой другой не пересекающийся с ним интервал. Отсутствие последствия означает, что события, образующие поток, появляются в те или другие моменты времени независимо друг от друга.

Ординарный поток событий без последствия называется пуассоновским. Простейший поток есть частный случай пуассоновского потока, обладающего свойством стационарности. Случайный процесс $X(t)$, представляющий собой число появившихся до момента t событий в простейшем потоке, определяется исходя из закона Пуассона

$$P_n(t) = \frac{e^{-\lambda t} \lambda t^n}{n!}, n = 0, 1, 2, \dots,$$

где n – число состояний системы, λ – интенсивность потока.

В случае, когда система имеет конечное число состояний, вероятности состояний $p_1(t), p_2(t), \dots, p_n(t)$ в момент времени t находятся из системы дифференциальных уравнений (уравнений Колмогорова), имеющих вид

$$\frac{dp_i}{dt} = \sum_{j=1}^n \lambda_{ji} p_j - p_i \sum_{j=1}^n \lambda_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

где произведение $\lambda_{ij} p_i(t)$ – поток вероятности перехода [5] из состояния S_i в состояние S_j .

Данные уравнения удобно составлять, пользуясь размеченным графом состояний системы и следующим мнемоническим правилом: производная вероятности каждого состояния равна сумме всех потоков вероятности, переводящих из других состояний в данное, минус сумма всех потоков вероятности, переводящих из данного состояния в другие.

Чтобы решить данную систему дифференциальных уравнений нужно задать начальное распределение вероятностей $p_1(0), p_2(0), \dots, p_n(0)$, сумма которых равна единице

$$\sum_{i=1}^n p_i(0) = 1.$$

Пример моделирования показателей надежности

Пусть нормально работающая система (состояние e_0) подвергается простейшему потоку отказов с интенсивностью λ_{01} , переходя в новое состояние e_1 , в котором она некоторое время может работать с необнаруженным отказом. Как только отказ обнаруживается (интенсивность обнаружения λ_{12}), производится осмотр системы (состояние e_2). В результате осмотра, устройство либо направляется в ремонт (состояние e_3) с интенсивностью λ_{23} , либо списывается и заменяется новым (состояние e_4) с интенсивностью λ_{24} . Из состояния e_3 с интенсивностью λ_{30} и из состояния e_4 с интенсивностью λ_{40} переходит в рабочее состояние e_0 . Найти распределение вероятностей состояний для любого момента времени и финальные вероятности состояний.

Граф состояний для сформулированной задачи приведен на рис. 2.1.

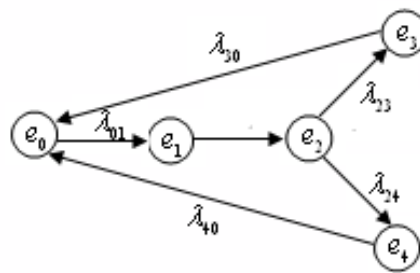


Рис. 1. Размеченный граф состояний системы

На основе размеченного графа состояний системы, составим систему дифференциальных уравнений Колмогорова:

$$\begin{cases} \frac{dp_0}{dt} = \lambda_{40} p_4 + \lambda_{30} p_3 - \lambda_{01} p_0 \\ \frac{dp_1}{dt} = \lambda_{01} p_0 - \lambda_{12} p_1 \\ \frac{dp_2}{dt} = \lambda_{12} p_1 - \lambda_{23} p_2 - \lambda_{24} p_2 \\ \frac{dp_3}{dt} = \lambda_{23} p_2 - \lambda_{30} p_3 \\ \frac{dp_4}{dt} = \lambda_{24} p_2 - \lambda_{40} p_4 \end{cases}$$

и нормировочное условие $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1$.

Для определенности придадим параметрам, приведенным в системе дифференциальных уравнений, следующие значения:

$$\lambda_{01} = 0,5, \lambda_{12} = 2, \lambda_{23} = 1,5, \lambda_{24} = 1,5, \lambda_{30} = 0,8, \lambda_{40} = 2.$$

Зададим также начальные условия, т.е. распределение вероятностей состояний в начальный момент времени:

$$p_0(0) = 1, p_1(0) = p_2(0) = p_3(0) = p_4(0) = 0.$$

В результате получим систему линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:

$$\begin{cases} \frac{dp_0}{dt} = 2p_4 + 0,8p_3 - 0,5p_0 \\ \frac{dp_1}{dt} = 0,5p_0 - 2p_1 \\ \frac{dp_2}{dt} = 2p_1 - 3p_2 \\ \frac{dp_3}{dt} = 1,5p_2 - 0,8p_3 \\ \frac{dp_4}{dt} = 1,5p_2 - 2p_4 \end{cases}$$

Данную систему линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами можно решить аналитически (методом исключения неизвестных, методом Эйлера или с помощью преобразований Лапласа), но при большой размерности данной системы [1, 2], предпочтительнее получить ее численное решение на ПК.

Для получения численного решения системы используем программу MathCAD, которая имеет необходимые функции для решения дифференциальных уравнений различными методами. Воспользуемся общепринятой процедурой решения на основе метода Рунге-Кутты. В качестве функции, позволяющей получить решение, выберем функцию **rkfixed**(p_0, t_0, t_1, M, D),

где p_0 - начальные условия, t_0, t_1 - начальная и конечная точки расчета соответственно, M - число шагов, $D = D(t, p)$ - матричная форма правых частей системы дифференциальных уравнений.

Листинг с введенными параметрами и полученным результатом решения в системе MathCAD [7] представлен на рис.2.

$$p := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad D(t, p) := \begin{pmatrix} -0.5p_0 + 0.8p_3 + 2p_4 \\ 0.5p_0 - 2p_1 \\ 2p_1 - 3p_2 \\ 1.5p_2 - 0.8p_3 \\ 1.5p_2 - 2p_4 \end{pmatrix}$$

$$Z := \text{rkfixed}(p, 0, 5, 15, D)$$

	0	1	2	3	4	5
0	0	1	0	0	0	0
1	0.333	0.849	0.111	0.033	4.398·10 ⁻³	3.472·10 ⁻³
2	0.667	0.73	0.151	0.071	0.026	0.021
3	1	0.648	0.161	0.093	0.057	0.042
4	1.333	0.597	0.157	0.101	0.087	0.057
5	1.667	0.568	0.151	0.102	0.111	0.067
6	2	0.553	0.146	0.1	0.13	0.071
7	2.333	0.546	0.142	0.097	0.143	0.072
8	2.667	0.543	0.139	0.095	0.151	0.072
9	3	0.542	0.137	0.093	0.157	0.071
10	3.333	0.541	0.136	0.092	0.161	0.07
11	3.667	0.541	0.136	0.091	0.163	0.069
12	4	0.54	0.135	0.091	0.165	0.069
13	4.333	0.54	0.135	0.09	0.166	0.068
14	4.667	0.54	0.135	0.09	0.167	0.068
15	5	0.54	0.135	0.09	0.167	0.068

Рис. 2. Решение системы дифференциальных уравнений

Из решения (рис.2) следует, что спустя период времени $t = 4$ наступает стабилизация случайного процесса. Фрагмент фазового портрета для $p_1(t)$ и $p_2(t)$ приведен на рис. 4.

Очевидно, что устойчивость решения подтверждается фазовым портретом (рис. 4), взятым для одной из десяти возможных проекций полученных решений.

Дополнительно для иллюстрации численного решения как функции времени приведем соответствующие графики.

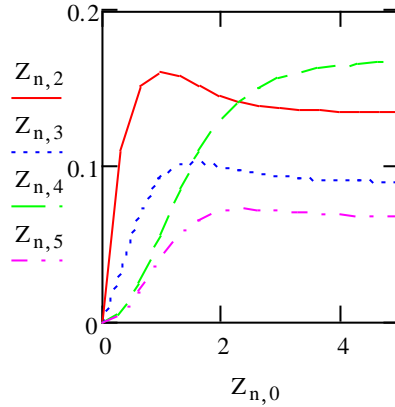


Рис. 3 Проекция фазовой траектории для $p_1(t)$ и $p_2(t)$

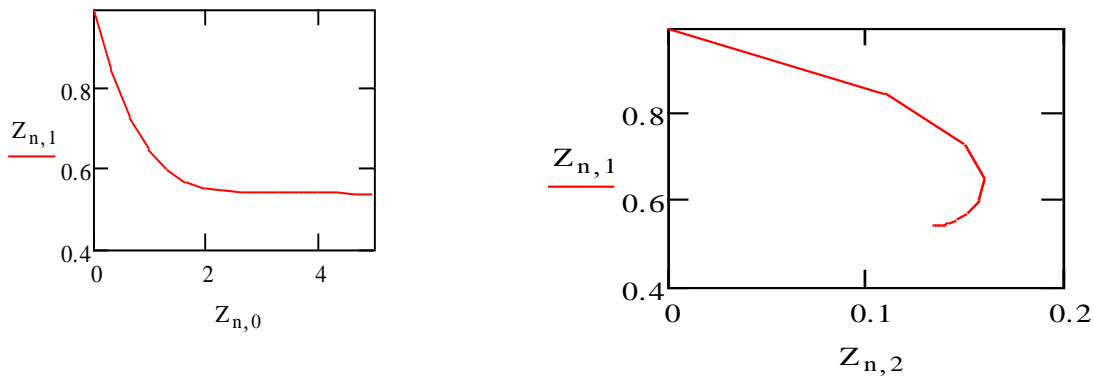


Рис. 4. Графики вероятностей состояний как функции времени

Для проверки решения системы дифференциальных уравнений на устойчивость целесообразно воспользоваться функцией отыскания собственных чисел $\text{eigenvals}(A)$, имеющейся в системе MathCAD. Результаты вычисления вектора собственных чисел матрицы A приведены ниже:

$$\underline{A} := \begin{pmatrix} -0.5 & 0 & 0 & 0.8 & 2 \\ 0.5 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 & -0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{eigenvals}(A) = \begin{pmatrix} -3.523 \\ 0 \\ -1.848 + 1.123i \\ -1.848 - 1.123i \\ -1.08 \end{pmatrix}$$

Принимая во внимание теорему об устойчивости решений системы линейных однородных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами,

заметим, что корни характеристического уравнения матрицы A не имеют положительных действительных частей, следовательно, полученное решение устойчиво.

Проблема устойчивости для данного класса задач является актуальной, так как предполагается нахождение финальных вероятностей для стохастических систем, описываемых с помощью дифференциальных уравнений Колмогорова.

Для вычисления финальных вероятностей положим левые части в системе дифференциальных уравнений Колмогорова равными нулю, получим однородную систему линейных алгебраических уравнений. Принимая во внимание нормировочное условие для вероятностей, и отбрасывая одно из уравнений системы, получим неоднородную систему линейных уравнений. Для решения системы средствами MathCAD воспользуемся функцией $lsolve(A, b)$. Результаты вычисления финальных вероятностей приведены ниже.

$$lsolve(A, b) = \begin{pmatrix} 0.539 \\ 0.135 \\ 0.09 \\ 0.169 \\ 0.067 \end{pmatrix}$$

При этом финальные вероятности можно истолковать как среднее время пребывания системы в данном состоянии. Данная система в среднем 54% времени будет работать нормально, 13,5% времени работать с необнаруженным отказом, 9% времени будет затрачено на диагностику, 17% времени на ремонт и около 7% тратится на замену новым оборудованием.

Задания к лабораторной работе 4. Часть 1:

1. Согласно варианту задания записать систему дифференциальных уравнений. Варианты выбираются по последней цифре зачетной книжки.
2. Получить численные решения системы с использованием MathCAD, Maple или MathLab. Показать принцип решения аналитически.
3. Проверить решения системы дифференциальных уравнений на устойчивость.
4. Построить графики, сделать выводы.
5. Оформить отчет, приложить распечатки программ.

Варианты 1-5.

Система представляется в виде технического устройства (ТУ), которое имеет три узла (элемента). Для работы ТУ достаточно, чтобы работал хотя бы один узел. Система может находиться в следующих четырех состояниях:

e_1 – все узлы системы работают исправно;

e_2 – только один узел системы вышел из строя и подлежит восстановлению (ремонтируется или планируется его замена);

e_3 – два узла системы вышли из строя и восстанавливаются;

e_4 – все три узла системы вышли из строя и восстанавливаются.

Граф системы приведен на рис. 5.

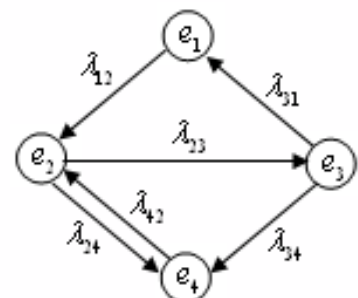


Рис. 5. Размеченный граф системы

Интенсивности переходов λ_{ij} из состояния e_i в состояние e_j для каждого варианта приведены ниже.

№ варианта	λ_{12}	λ_{23}	λ_{24}	λ_{31}	λ_{34}	λ_{42}
1	0,85	0,34	0,9	0,1	0,75	0,45
2	3	2	0,7	2	0,61	2
3	0,5	0,94	2	3	0,8	3
4	3	3	1	0,22	1	0,22
5	2	0,9	0,25	3	1	1

Варианты 6-10.

Общая постановка задачи:

Система состоит из двух технических устройств (ТУ), каждое из которых в любой момент времени может выйти из строя, после чего начинается ремонт ТУ продолжающийся заранее неизвестное случайное время. Система может находиться в следующих состояниях:

e_1 – оба ТУ работают;

e_2 – первое ТУ ремонтируется, второе работает;

e_3 – второе ТУ ремонтируется, первое работает;

e_4 – оба ТУ ремонтируются.

Граф системы приведен на рис. 6.

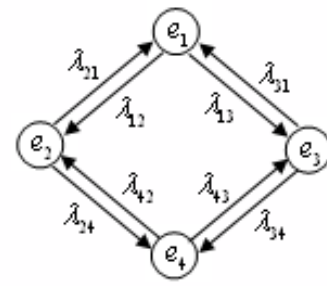


Рис. 6. Размеченный граф системы

Интенсивности переходов λ_{ij} из состояния e_i в состояние e_j для каждого варианта приведены ниже.

№ варианта	λ_{12}	λ_{13}	λ_{21}	λ_{24}	λ_{31}	λ_{34}	λ_{42}	λ_{43}
6	0,5	2	1	0,64	3	1	0,6	2
7	2	3	2	1	2	2	1	3
8	3	1	0,95	3	1	0,88	2	1
9	2	2,5	1	0,8	3	3	2	0,85
10	1	3	2	1	3	1	2	2

Контрольные вопросы. Часть 1:

1. Привести принцип решения дифференциальных уравнений на основе метода Рунге-Кутты.
2. Дать определения потоков событий, их классификацию.
3. Что означают коэффициенты в системе линейных дифференциальных уравнений?
4. Записать общий вид дифференциальных уравнений Колмогорова.
5. Что такое стационарный поток событий?

Анализ показателей надежности и производительности ИС на основе цепей Маркова. Часть 2— Анализ функционирования сложной ИС

Пример описания функционирования системы на основе непрерывной цепи Маркова приведен в Л.Р.№4. Часть 1.

Задания к лабораторной работе №3:

1. Согласно варианту задания построить граф переходов и записать систему дифференциальных уравнений, описывающих функционирование сложной информационной системы.

Варианты выбираются по последней цифре зачетной книжки.

2. Получить численные решения системы с использованием одного из математических пакетов.
3. Найти распределение вероятностей состояний для любого момента времени и финальные вероятности состояний.
4. Проверить решения системы дифференциальных уравнений на устойчивость.
5. Построить и исследовать графики, сделать выводы.
6. Оформить отчет, приложить текст программы, распечатанные графики, привести анализ результатов.

Вариант 0.

Пусть нормально работающая система (состояние e_0) подвергается простейшему потоку отказов с интенсивностью λ_{01} , переходя в новое состояние e_1 , связанное с анализом типа отказа. В зависимости от определенного типа отказа система может перейти в невосстанавливаемое состояние (состояние e_2), либо в состояние ремонта (состояние e_3) с интенсивностью λ_{23} , либо списывается и заменяется новым (состояние e_4) с интенсивностью λ_{24} . Из состояния e_3 с интенсивностью λ_{30} и из состояния e_4 с интенсивностью λ_{40} переходит в рабочее состояние e_0 .

Вариант1.

Пусть нормально работающая система (состояние e_0) подвергается простейшему потоку отказов с интенсивностью λ_{01} , переходя в новое состояние e_1 , связанное с восстановлением (ремонт). После восстановления (ремонта) система может перейти в новое состояние e_2 с некоторой интенсивностью, либо остаться в том же состоянии e_1 , когда ремонт не закончен или требуется еще один цикл ремонта. Далее, система из состояния e_2 переходит в рабочее состояние e_0 или в состояние сбоя, т.е. кратковременного отказа, когда техническая часть не отказывает, а результат анализа данных неудовлетворителен. В этом случае переход осуществляется в состояние, связанное с повторным анализом или идентификацией результатов, откуда осуществляются переходы либо в начальное рабочее состояние e_0 , либо в состояние восстановления (ремонта).

Вариант2.

Пусть нормально работающая система (состояние e_0) подвергается простейшему потоку отказов с интенсивностью λ_{01} , переходя в новое состояние e_1 , в котором она некоторое время может работать с необнаруженным отказом. Как только отказ обнаруживает-

ся (интенсивность обнаружения λ_{12}), производится осмотр системы (состояние e_2) и далее классификация отказа (состояние e_5). В результате классификации, устройство либо направляется в ремонт (состояние e_3), либо списывается и заменяется новым (состояние e_4). Из состояния e_3 с интенсивностью λ_{30} и из состояния e_4 с интенсивностью λ_{40} переходит в рабочее состояние e_0 .

Вариант3.

Пусть нормально работающая система (состояние e_0) подвергается простейшему потоку отказов с интенсивностью λ_{01} , переходя в новое состояние e_1 , связанное с восстановлением (ремонт). После восстановления (ремонта) система может перейти в новое состояние e_2 с некоторой интенсивностью, либо остаться в том же состоянии e_1 , когда ремонт не закончен или требуется еще один цикл ремонта. Далее, система из состояния e_2 переходит в рабочее состояние e_0 или в состояние сбоя, т.е. кратковременного отказа. После этого система может с различными интенсивностями перейти в состояния, когда техническая часть не отказывает, а результат анализа данных неудовлетворителен или когда техническая часть отказала и восстановилась, но результат анализа данных положителен. В каждом из случаев, соответственно, переходы осуществляются в состояние, связанное с повторным анализом или идентификацией результатов, откуда осуществляются переходы либо в начальное рабочее состояние e_0 , либо в состояние восстановления (ремонта).

Вариант4.

Пусть нормально работающая система (состояние e_0) подвергается простейшему потоку отказов с интенсивностью λ_{01} , переходя в новое состояние e_1 , в котором она некоторое время может работать с необнаруженным отказом. Как только отказ обнаруживается (интенсивность обнаружения λ_{12}), производится ремонт системы (состояние e_2). В результате ремонта, устройство либо направляется в повторный ремонт (состояние e_3) с интенсивностью λ_{23} , либо переходит в состояние проверки работоспособности (состояние e_4). Из состояния e_3 и из состояния e_4 с интенсивностью λ_{40} переходит в рабочее состояние e_0 .

Вариант5.

Пусть нормально работающая система (состояние e_0) подвергается простейшему потоку отказов с интенсивностью λ_{01} , переходя в новое состояние e_1 , связанное с анализом производительности. После этого анализа, в случае значительного снижения ее производительности, система может перейти в новое состояние e_2 с некоторой интенсивностью, либо остаться в том же состоянии e_1 . Далее, система из состояния e_2 переходит в рабочее состояние e_0 или в состояние ремонта. В результате ремонта, устройство либо направляется в повторный ремонт, либо переходит в состояние проверки работоспособности (состояние e_4). Из состояния e_3 и из состояния e_4 с интенсивностью λ_{40} переходит в рабочее состояние e_0 .

Вариант 6.

Пусть нормально работающая система (состояние e_0) подвергается простейшему потоку отказов с интенсивностью λ_{01} , переходя в новое состояние e_1 , связанное с анализом типа отказа. При этом, возможны следующие типы: отказ оборудования восстанавливаемый, программный сбой, неустранимый отказ с соответствующими интенсивностями. Из программного сбоя система переходит в состояние анализа программного обеспечения и далее – в состояние либо работоспособное e_0 или в состояние ремонта. После неустранимого отказа устройство списывается и заменяется новым, а система переходит в работоспособное состояние. После восстанавливаемого отказа система переходит в состояние восстановления. Далее система из состояния переходит в рабочее состояние e_0 или снова в состояние ремонта.

Вариант 7.

Пусть нормально работающая система (состояние e_0) подвергается анализу качества ее производительности (состояние e_1), далее может быть принято решение о профилактике системы (состояние e_2), либо система переходит в исходное состояние e_0 . Одновременно система подвергается простейшему потоку отказов с интенсивностью λ_{03} , переходя в новое состояние e_3 , связанное с анализом типа отказа. В зависимости от определенного типа отказа система может перейти в невосстанавливаемое состояние, либо в состояние ремонта с некоторой интенсивностью. Далее, система может быть восстановлена, либо перейти в состояние профилактики, из которых – в начальное работоспособное состояние e_0 .

Вариант 8.

Пусть нормально работающая система (состояние e_0) подвергается простейшему потоку отказов с интенсивностью λ_{01} , переходя в новое состояние e_1 , связанное с восстановлением (ремонтom). После восстановления (ремонта) система может перейти в новое состояние e_3 с некоторой интенсивностью, либо остаться в том же состоянии e_1 , когда ремонт не закончен или требуется еще один цикл ремонта. Далее, система из состояния e_3 переходит в рабочее состояние e_0 или в состояние сбоя, т.е. кратковременного отказа. После этого система может с различными интенсивностями перейти в состояния, когда техническая часть не отказывает, а результат анализа данных неудовлетворителен или когда техническая часть отказала и восстановилась, но результат анализа данных положителен. В каждом из случаев, соответственно, переходы осуществляются в состояние, связанное с повторным анализом или идентификацией результатов, откуда осуществляются переходы либо в начальное рабочее состояние e_0 , либо в состояние восстановления (ремонта). В любой момент времени система может получить новое задание (состояние e_2), в котором не отказывает, а сразу переходит в e_0 .

Вариант 9.

Пусть нормально работающая система (состояние e_0) подвергается простейшему потоку отказов с интенсивностью λ_{01} , переходя в новое состояние e_1 , в котором она некоторое время может работать с необнаруженным отказом. Как только отказ обнаруживается (интенсивность обнаружения λ_{12}), производится ремонт системы (состояние e_2). В

результате ремонта, устройство либо направляется в повторный ремонт (состояние e_3) с интенсивностью λ_{23} , либо переходит в состояние проверки работоспособности (состояние e_4). Из состояния e_3 с интенсивностью λ_{30} и из состояния e_4 с интенсивностью λ_{40} переходит в рабочее состояние e_0 .

Контрольные вопросы:

1. Дать определение непрерывной марковской цепи.
2. Дать определения потоков событий, их классификацию.
3. Какой тип МЦ использован в модели лабораторной работы?
4. Записать общий вид дифференциальных уравнений Колмогорова.
5. Пояснить смысл плотности вероятности перехода, чему она соответствует?

Список используемой литературы

1. Абчук В.А. Справочник по исследованию операций. – М.: Воениздат, 1979. – 368 с.
2. Алексахин С. В., Балдин А.В., Криницын А.Б. и др. Прикладной статистический анализ данных. Теория. Компьютерная обработка. Области применения. Кн. 1 и 2. – М.: «Изд. ПРИОР», 1998. – 336 с., 352 с.
3. Андросенко О.С., Девятченко Л.Д., Маяченко Е.П. Постановка задач Марковских процессов в формате программы WinQSB// Математика. Приложение математики в экономических, технических и педагогических исследованиях: Сб. науч. тр./ Под ред. М.В. Бушмановой. Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ», 2006. С. 3 - 13.
4. Боровков А.А. Математическая статистика, Оценка параметров, проверка гипотез/А.А. Боровков. – М.: Наука, 1984. -472 с.
5. Брандт З. Статистические методы анализа наблюдений / З. Брандт. – М.: Мир, 1975.- 312 с.
6. Браун Р., Мэзон Р., Фламгольц Э. и др. Исследование операций. В 2-х томах. Пер. с англ. Т. 2. Модели и применения. М.: Мир, 1981. – 677 с., ил.
7. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Прикладные задачи теории вероятностей. – М.:Радио и связь, 1983. – 416 с., ил.
8. Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 320 с.
9. Девятченко Л.Д. Стохастические матрицы в исследовании систем: Метод. разработка. Магнитогорск: МГМИ, 1987, 32 с.
10. Кемени Дж., Снелл Дж. Конечные цепи Маркова. – М.: Наука, 1970.
11. Самнер Г. Математика для географов / Г. Самнер. – М.: Прогресс, 1981. -296 с.
12. Таха Хемди А. Введение в исследование операций, 7-е изд.: пер. с англ. – М.: изд. дом «Вильямс», 2005. – 912 с., ил.
13. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее применение в 2-х т.: пер. с англ. С предисловием Колмогорова А.Н. – М.: Мир, 1984. – 1- 528 с., 1984. – Т. 2 – 752 с.
14. Королук В.С. Стохастические модели систем / В.С. Королук. – К.: Наук. думка, 1989. – 208 с.
15. Усов А.В., Савельева О.С., Становська І.І., Перпері А.О. Математичні методи моделювання. Підручник / За ред. Становського О.Л.. – Одеса: ПАЛЬМИРА, 2011. – 500 с.

