Министерство образования и науки Российской Федерации

ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»

Институт информационных технологий
и управления в технических системах

НАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Методические указания
по выполнению расчетно-графического задания

для студентов всех форм обучения направления подготовки
09.04.02 «Информационные системы и технологии»
(Магистратура)

Севастополь
2015

УДК 004.07

Методические указания по выполнению расчетно-графического задания по дисциплине «Анализ эффективности информационных систем» для студентов всех форм обучения направления подготовки 09.04.02 «Информационные системы и технологии» / Разраб. Ю.В. Доронина – Севастополь: Изд-во СевГУ, 2015.

Учебно-методическое пособие рассмотрено и утверждено на заседании кафедры «Информационные системы», протокол № ___ от «29» августа 2016 г.

Допущено учебно-методическим центром СГУ в качестве учебно-методического пособия.

ЦЕЛЬ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОГО ЗАДАНИЯ

Исследование методов и способов оценки эффективности информационных систем (ИС), приобретение навыков их использования в задачах группового и индивидуального выбора в процессе разработки решений.

МЕТОДЫ ЭКСПЕРТНОГО ОЦЕНИВАНИЯ

1.1 Метод рангов

Этот метод позволяет при сравнении нескольких объектов, критериев, свойств получить число, выражающее значимость/вес данного объекта. Максимальный вес соответствует наиболее предпочтительному объекту из сравниваемых объектов. Соответственно минимальный – наихудшему объекту. Недостаток метода – число объектов не должно превышать 7 (правило 5±2). Это ограничение обусловлено человеческими возможностями сравнения.

Порядок проведения экспертизы по методу рангов.

1. Все сравниваемые объекты или описания их предлагаются эксперту.

2. Эксперт должен поставить в соответствие каждому объекту числа по порядку, начиная с единицы. 1 – должно соответствовать наилучшему варианту. 2 – варианту худшему, чем 1 но лучшему чем 3, и т.д. Разрешается ставить подряд одинаковые числа в случае, если альтернативы, по мнению эксперта, равны. Однако лучше избегать такой оценки - в очень редких случаях альтернативы действительно равнозначны.

3. В случае если экспертизу проводит один эксперт, то полученные ранги являются основой для проставления баллов. Если проводится групповая экспертиза, то все ранги, полученные от экспертов для каждого объекта, суммируются и по полученным суммам выставляются суммарные ранги $\boldsymbol{R_i}$ (наименьшей сумме ставится в соответствие суммарный ранг 1, следующей по величине сумме – 2 и т.д.).

4. Каждому рангу или суммарному рангу (в случае групповой экспертизы) в соответствие ставится балл $\boldsymbol{B_i}$ – величина противоположная рангам. Т.е. наибольший балл соответствует рангу 1, а 1 соответствует самому большому рангу $\boldsymbol{R_i}$.

При определении баллов необходимо выстроить сравниваемые объекты в порядке убывания величины ранга, а затем по возрастанию начиная с единицы проставить баллы.

В случае, когда получены одинаковые ранги, то подсчитываются стандартизованные баллы $\boldsymbol{B_i}$.

5. Вычисляется сумма $\boldsymbol{S}= \sum \boldsymbol{i}=\sum \boldsymbol{B_i}$.

6. Вычисляем вес/значимость/относительный приоритет каждого объекта $\boldsymbol{V_i} = \boldsymbol{B_i/S}$.

Объект, получивший наибольший вес является наиболее значимым или лучшим из сравниваемых.

<u>Пример расчета методом рангов при групповом ЛПР.</u>

Пусть оценивались 6 объектов тремя экспертами методом рангов. Полученные результаты приведены в табл.2.1.

Таблица 2.1 - Расчет весов методом рангов

Номер объекта, i	Ранги, Ri			Сумма рангов	Суммарный ранг, Ri	Стандартизованный балл, Bi	Вес, Vi
	Эксперт 1	Эксперт 2	Эксперт 3				
1	1	1	1	3	1	6	0,29
2	3	2	2	7	2	4,5	0,21
3	4	4	4	12	3	2,5	0,12
4	5	4	3	12	3	2,5	0,12
5	2	3	2	7	2	4,5	0,21
6	6	5	5	16	4	1	0,05
Итого						21	1,00

Полученные суммарные ранги выстроены в порядке убывания значений (см. табл. 3.1). Затем проставлены номера мест по порядку убывания значений рангов. Если значение ранга не повторяется, то балл равен соответствующему номеру, если значения рангов для нескольких объектов равны, то подсчитывается стандартизованный балл по формуле:

$\frac{\sum k}{n}$, где k - номера объектов, имеющих равные ранги, n – количество таких объектов.

Объектам 3 и 4, поделившим между собой 2 и 3-е места, приписывается стандартизированный балл $\boldsymbol{B_{3,4.}}$=(2+3)/2=2,5 , а объектам 2 и 5, поделившим 4,5-е места, приписывается балл $\boldsymbol{B_{2,5.}}$=(4+5)/2=4,5.

Таблица 2.2 - Пример расчета стандартизованных баллов

Номер объекта, i	Суммарный ранг, R_i	Порядковый номер места	Стандартизованный балл, B_i
6	4	1	1
3	3	2	2,5
4	3	3	2,5
2	2	4	4,5
5	2	5	4,5
1	1	6	6

Далее вычисляется сумма баллов = 21 и вес/относительный приоритет альтернативы путем деления соответствующего альтернативе балла на сумму баллов.

1.2 Метод попарного сравнения

Метод позволяет оценить альтернативы путем простых парных сравнений.

Единственный недостаток метода заключается в его малой применимости при увеличении числа сравниваемых объектов из-за непропорционально быстрого роста единичных парных сравнений.

Этапы проведения экспертизы методом попарных сравнений.

1. Пусть имеем ***n*** альтернатив решения проблемы.

Составляется матрица попарного сравнения альтернатив, используя знаки “>“, ”=“, “<“.

“>” - означает, что i-я альтернатива $\boldsymbol{X_i}$ более предпочтительна, чем j-я альтернатива $\boldsymbol{X_j}$, т.е. $\boldsymbol{X_i > X_j}$;

"=" - означает, что i-я и j-я альтернативы равнозначны, т.е. $X_i = X_j$;

" < " - означает, что i-я альтернатива менее предпочтительна чем j-я альтернатива, т.е. $X_i < X_j$.

Понятно, что на диагонали матрицы будут стоять знаки равно, а знаки над диагональю будут противоположны соответствующим знакам под диагональю.

Пример: если $X_1 > X_2$, то значит $X_2 < X_1$. Т.о. на месте с индексами 12 будет стоять ">", на месте 21 - " < ".

Необходимо проверять данные на несоответствие свойству транзитивности. Например, если $X_1 > X_2$ и $X_2 > X_4$ то значит должно быть $X_1 > X_4$. Наличие противоречий говорит либо о низкой квалификации эксперта, либо о небольшой степени различимости объектов. В таком случае необходимо ставить знак «=». Однако следует отметить, что ставить знак равенства нежелательно. Необходимо стараться выделить пусть не в большой степени, но более предпочтительный объект.

$$
\mathrm{A}_k = \begin{Bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{Bmatrix},
$$

$$
a_{ij} = \begin{cases} 1{,}5; \text{если } X_i > X_j \\ 1{,}0; \text{если } X_i = X_j \\ 0{,}5; \text{если } X_i < X_j \end{cases}
$$

2. Формируется квадратная матрица смежности $\boldsymbol{A}=\|\boldsymbol{a_{ij}}\|$ **,** где i,j=1,2, … , n. Знаки в матрице попарного сравнения заменяются на соответствующие им числа.

3. Определяются абсолютные приоритеты альтернатив. Для этого в каждой строке матрицы $\boldsymbol{A}$ складываются все элементы, т.о. получаем вектор-столбец сумм $\boldsymbol{A_{сум}}$. Затем матрицу $\boldsymbol{A}$ умножаем на этот вектор-столбец $\boldsymbol{A_{сум}}$ по правилам умножения матриц. Получаем вектор-столбец абсолютных приоритетов альтернатив $\boldsymbol{B}$.

4. Определяется столбец относительных приоритетов альтернатив $\boldsymbol{B}^{|}$ путем нормирования по формуле:

$\boldsymbol{B}^{|}_{\boldsymbol{i}} = \boldsymbol{B_i}/\sum\boldsymbol{B_i}$, где i=1,…n.

5. Альтернатива (вариант, свойство, объект), для которой получено наибольшее значение $\boldsymbol{B}^{|}_{\boldsymbol{i}}$, считается наиболее важной или предпочтительной из сравниваемых.

<u>Пример расчета относительных приоритетов альтернатив по одному критерию</u>:

=	>	<	>	>
<	=	<	>	>
>	>	=	<	>
<	<	>	=	>
<	<	<	<	=

A=					$A_{сум}$	B	$B^{|}$
1	1,5	0,5	1,5	1,5	6	28,5	0,239
0,5	1	0,5	1,5	1,5	5	23	0,193
1,5	1,5	1	0,5	1,5	6	29,5	0,248
0,5	0,5	1,5	1	1,5	5	24	0,202
0,5	0,5	0,5	0,5	1	3	14	0,118
					Σ=	119	1,000

<u>Примечание.</u> Расчет по данному методу проведен в электронных таблицах MS Excel. Для умножения матрицы на столбец использована функция Excel МУМНОЖ().

1.3 Метод расстановки приоритетов

Метод расстановки приоритетов – это удобный метод для сравнения, а затем выбора решения из нескольких альтернативных решений при оценке по нескольким критериям или признакам.

При решении задачи с помощью этого метода предполагается, что числовая мера степени выраженности признака неизвестна для всех, или, по крайней мере, для нескольких объектов, и преодоление этой неизвестности обычными формальными методами либо невозможно, либо требует значительных затрат труда и времени. В задаче расстановки приоритетов в качестве метода высказывания суждений экспертами принят метод попарных сравнений.

Этапы проведения экспертизы.

Пусть имеем ***n*** альтернатив решения проблемы $X_1, \dots, X_i, \dots, X_n$, ***r*** критериев $K_1, \dots, K_j, \dots, K_r$ для оценки этих альтернатив.

1. Порядок проведения экспертизы по методу расстановки приоритетов начинается с расчета относительного приоритета/веса каждого критерия. Его можно вычислить методом попарного сравнения критериев или методом рангов. В итоге получаем вектор-столбец **V**.

2. Проводим сравнение альтернатив методом попарного сравнения отдельно по каждому критерию. В итоге для каждого критерия получим столбец относительных приоритетов альтернатив $\mathbf{B}^{|}_{\mathbf{j}}$. Из этих ***r*** столбцов $\mathbf{B}^{|}_{\mathbf{j}}$ составляется матрица относительных приоритетов $\mathbf{B}^{|}$: столбец относительных приоритетов по первому критерию ставится на первое место, затем справа к нему дописывается столбец относительных приоритетов альтернатив по второму критерию и т.д. В итоге получим матрицу размером ***n***x***r***.

3. Расчет комплексного приоритета альтернатив. Вектор-столбец комплексных приоритетов альтернатив получается в результате умножения матрицы $\mathbf{B}^{|}$ на вектор **V**.

$$P_{комп} = B^{|} \times V$$

В полученном столбце из ***n*** значений альтернатива (вариант, свойство), для которой получено наибольшее значение $P_{i\ компл.}$ считается наиболее важной или предпочтительной из сравниваемых.

Пример. Пусть было 5 альтернатив и 5 критериев. на этапе 3 была получена матрица $\mathbf{B}^{|}$ (выделена желтым цветом), она была умножена на вектор **V** (веса критериев выделены голубым цветом). В результате получен вектор-столбец $P_{компл}$, который показал, что наиболее предпочтительной альтернативой по результатам экспертизы оказалась альтернатива под номером 4, потому что имеет наибольшее значение $P_{компл}$.

	$\mathbf{B}^{\mid}$					**V**	$P_{компл}$
1	0,203	0,244	0,239	0,291	0,122	0,333	0,204
2	0,24	0,161	0,193	0,197	0,152	0,2	0,192
3	0,203	0,236	0,248	0,197	0,191	0,067	0,209
4	0,195	0,207	0,202	0,197	0,239	0,133	**0,21**
5	0,159	0,153	0,118	0,12	0,296	0,267	0,186
						Σ	1,001

1.4 Метод экспертных оценок

Если необходимо выбрать наиболее предпочтительную альтернативу по нескольким критериям и с участием *нескольких экспертов*, то часто используется метод экспертных оценок. Таким образом, метод экспертных оценок служит средством группового выбора.

Этапы проведения экспертизы.

Пусть имеем ***n*** альтернатив решения проблемы $X_1, \dots, X_i, \dots, X_n$, ***r*** критериев $K_1, \dots, K_j, \dots, K_r$ для оценки этих альтернатив и ***m*** экспертов $Э_1, \dots, Э_к, \dots, Э_m$, .

1. Отбирается группа из m экспертов для решения представленной проблемы. В результате обсуждения эксперты должны сформировать список альтернативных решений задачи (не более 7) и список критериев оценки предлагаемых альтернатив (не более 7).
2. Иногда практикуется присваивание веса каждому эксперту в соответствии с уровнем знаний по данной проблеме. В этом случае его можно сформировать, напри-

мер, проанкетировав экспертов и по полученным результатам методом рангов вычислить вектор весов экспертов **E**. Результаты анкетирования желательно не доводить до сведения самих экспертов.

3. Каждый эксперт независимо друг от друга проводит ранжирование критериев методом рангов (п.п. 2.1).

4. Проводится экспертиза методом расстановки приоритетов. В итоге получаем ***r*** векторов-столбцов комплексных приоритетов альтернатив $\boldsymbol{P_{компл}}$(п.п.2.3).

5. Если экспертам не присваивались веса, то считаем их мнения равноправными и тогда обобщенный комплексный приоритет каждой l-ой альтернативы вычисляется как сумма из **r** комплексных приоритетов этой альтернативы полученных от всех экспертов.

Если экспертам присваивались веса, то из векторов *Ркомпл* составляем матрицу Р. Тогда вектор обобщенных комплексных приоритетов получается умножением матрицы Р на вектор-столбец весов экспертов Е.

Альтернатива, получившая наибольший обобщенный комплексный приоритет является наилучшей.

<u>Пример</u>. Пусть экспертизу проводят 3 эксперта, тогда в результате шагов 1-4 каждым экспертом будет получено 3 столбца $\boldsymbol{P_{компл}}$. Пусть ранее были определены веса экспертов 1,2,3 – 0,2, 0,3 и 0,5 соответственно. Тогда расчет обобщенного комплексного приоритета будет выглядеть следующим образом:

	$P^1_{компл}$	$P^2_{компл}$	$P^3_{компл}$	**E**	$\boldsymbol{P_{об\ компл}}$
1	0,204	0,239	0,244	0,200	**0,235**
2	0,192	0,193	0,161	0,300	0,177
3	0,209	0,248	0,236	0,500	0,234
4	0,210	0,202	0,207		0,206
5	0,186	0,118	0,153		0,149
				Σ	1,000

Данные расчеты показали, что наилучшей альтернативой с точки зрения группового ЛПР является первая альтернатива. Однако обобщенный комплексный приоритет альтернативы 3 лишь на одну тысячную меньше, т.е. преимущество альтернативы 1 небольшое. Можно сделать вывод о том, что альтернативы 1 и 3 примерно одинаковы.

1.5 Проверка достоверности оценок, полученных при групповой экспертизе

Достоверность решения полученного методами экспертных оценок зависит от степени согласованности мнений экспертов. Например, если в группе экспертов образуется 2 коалиции экспертов с противоположным мнением, то в итоге их оценки будут усреднены и полученное решение будет неверным. Поэтому после проведения экспертизы необходимо проверить степень согласованности мнений экспертов. В зависимости от методов, использованных для оценки альтернатив, вычисляют различные показатели согласованности мнений экспертов: коэффициент конкордации ***W*** или коэффициент согласия ***V***.

<u>При анализе оценок, полученных от экспертов в результате метода рангов</u> (например при ранжировании **n** критериев) рассчитывается **конкордация** - согласованность их мнений. **Коэффициент конкордации *W***- это общий коэффициент ранговой корреляции для группы, состоящей из ***m*** экспертов.

Для расчета значения ***W*** сначала находится сумма рангов $\boldsymbol{X_i}$ по каждому ***i***-му критерию, полученная от всех экспертов, а затем разность между этой суммой и средней суммой рангов по формуле.

$\Delta_i = X_i - T$, *где* $T = m(n+1)/2$, далее рассчитывается сумма квадратов разностей по формуле

$\boldsymbol{S=\sum\Delta_i^2}$

Коэффициент конкордации рассчитывается по формуле, предложенной Кендаллом:

$\boldsymbol{W=12*S/(m^2n(n^2-1))}$.

Коэффициент может меняться от 0 до 1, причем его равенство единице означает, что все эксперты дали одинаковые оценки. А равенство нулю означает, что связи между оценками, полученными от разных экспертов, не существует.

Обычно, если $\boldsymbol{W>0,8}$, то считается, что степень согласованности допустимая.

Если $\boldsymbol{W<0,8}$, то результаты экспертизы недостоверны и экспертам предлагается обсудить моменты, вызвавшие разногласия и затем снова провести экспертизу. Если невозможно достичь допустимой согласованности мнений, то необходимо изменить состав коллектива экспертов.

Пример. Рассчитаем коэффициент конкордации для примера из п.п.2.1

m=3 (3 эксперта)

n=6 (6 сравниваемых объектов)

$\boldsymbol{T}$=3(6+1)/2=10,5

Таблица 2.4 - Расчет коэффициента конкордации

Номер объекта, $\boldsymbol{i}$	Ранги, $\boldsymbol{R_i}$			$\boldsymbol{X_i}$	$\Delta_i=\boldsymbol{X_i-T}$	Δ_i^2
	Эксперт 1	Эксперт 2	Эксперт 3			
1	1	1	1	3	-7,5	56,25
2	3	2	2	7	-3,5	12,25
3	4	4	4	12	1,5	2,25
4	5	4	3	12	1,5	2,25
5	2	3	2	7	-3,5	12,25
6	6	5	5	16	5,5	30,25
					S=	115,5

В итоге получаем значение $\boldsymbol{W}=12*115{,}5/(3^2*6*(6^2-1))=0{,}733<0{,}8$

Результаты экспертизы недостоверны.

Согласованность мнений экспертов при проведении оценки методом парных сравнений может быть измерена с помощью **коэффициента согласия** $\boldsymbol{V}$.

При расчете коэффициента согласия составляется матрица предпочтений $\boldsymbol{n}$ сравниваемых альтернатив, в которой числа $\boldsymbol{P_{ij}}$ показывают, сколько раз альтернатива $\boldsymbol{i}$ была предпочтительней альтернативы $\boldsymbol{j}$ по мнению $\boldsymbol{m}$ экспертов. В результате проведения таких

$$V=Q/Q_{max},$$
$$Q_{max}=m(m-1)n(n-1)/4,$$
$$Q=\sum x_{ij}^2-m\sum x_{ij}+C_m^2\,C_n^2.$$

сравнений отдается предпочтение каким-то $\mathbf{1/2\ C_n^2}$ альтернативам по сравнению с остальными $\mathbf{1/2\ C_n^2}$ факторами. Очевидно, что при полном согласии $\mathbf{m}$ экспертов $\mathbf{C_n^2}$ ячеек матрицы будет содержать число равное $\mathbf{m}$, а в остальных ячейках будут нули. При минимальном согласии каждая ячейка будет содержать число $\boldsymbol{m/2}$, если число экспертов четное, и $\mathbf{(m+1)/2}$или $\mathbf{(m-1)/2}$, если оно нечетное. Исходя из этого коэффициент согласия при парном сравнении $\boldsymbol{V}$ может быть определен из отношения:

В этой формуле суммирование ведется не по всем ячейкам матрицы, а только по ячейкам лежащим выше или ниже главной диагонали матрицы.

Очевидно, что при полном согласии экспертов коэффициент согласия $\mathbf{V}$ будет равен 1, при минимальном согласии равен 0.

Решение о достоверности полученного решения принимается аналогично коэффициенту конкордации.

<u>Пример</u>. Пусть проводилась оценка 4 альтернатив тремя экспертами. По первому критерию три эксперта составили следующие матрицы попарного сравнения:

Эксперт 1			
=	>	>	>
<	=	<	<
<	>	=	>
<	>	<	=

Эксперт 2			
=	>	>	>
<	=	<	>
<	>	=	>
<	<	<	=

Эксперт 3			
=	>	>	>
<	=	<	<
<	>	=	>
<	>	<	=

Матрица предпочтений			
	3	3	3
0		0	1
0	**3**		3
0	**2**	**0**	

Составим матрицу предпочтений экспертов: подсчитаем количество знаков «>» на соответствующих ячейках в матрицах экспертов. При расчете в качестве x_{ij} можно взять значения над диагональю или под диагональю, здесь возьмем значения под диагональю, т.к. их легче подсчитать. Коэффициенты C_k^2 взяты из таблицы 2.5.

Таблица 2.5

k	C_k^2
3	3
4	6
5	10
6	15
7	21
8	28

m=3 (3 эксперта)
n=4 (4 сравниваемых объекта)
Qmax=3*(3-1)*4*(4-1)/4=18
Q= (9+4) – 3*(3+2) + 3*6=16
Далее рассчитано значение коэффициента согласия для первого критерия.
V_1=16/18=0,89 >0,8
Результаты проведенной экспертизы методом попарного сравнения по первому критерию можно считать достоверными.

ЗАДАНИЕ НА РГЗ

1. Сформулировать постановку задачи. <u>Примечание: варианты соответствуют вариантам лабораторных работ или темам НИР.</u>
   1.1 Описать проблемную ситуацию: для каких целей решается задача выбора, исходные требования и ограничения. Примеры задач выбора: выбор инструментальных средств для реализации информационной системы или выбор программного продукта для автоматизации выделенных задач и т.д.
   1.2 Сформировать список альтернативных решений (от 4 до 6). В качестве альтернатив должны выступать объекты профессионаальной деятельности по специальности: вычислительные машины, комплексы, системы и сети; автоматизированные системы обработки информации и управления; системы автоматизированного проектирования; программные комплексы и системы. Альтернативы должны представлять собой объекты одного класса. К примеру нельзя сравнивать MySQL и PHP, первое - это СУБД а второе - язык программирования.
   1.3 сформировать список критериев для оценки этих решений (3-5).
   1.4 описать группу экспертов, выбранных для проведения экспертизы (3-5).
2. Методом экспертных оценок провести групповой выбор наилучшего решения.

2.1 определить уровень компетентности экспертов по данной проблеме: определить способ тестирования экспертов, провести тестирование экспертов (анкеты поместить в Приложения), оценить результаты тестирования в весах;

2.2 методом рангов определить обобщенные веса критериев;

2.3 методом расстановки приоритетов вычислить комплексные приоритеты альтернативных решений;

2.4 вычислить обобщенные комплексные приоритеты альтернатив.

3. Оценить достоверность полученных результатов.

3.1 определить достоверность экспертизы оценки критериев по методу рангов с помощью коэффициента конкордации;

3.2 определить достоверность проведенных процедур оценки альтернатив по методу попарного сравнения с помощью коэффициентов согласия.

4. В заключении сделать выводы по полученным результатам и достоверности проведенной экспертизы.

Работа должна быть оформлена согласно требованиям ГОСТ.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1 Бешелев С.Д., Гурвич Ф.Г. Математико-статистические методы экспертных оценок.-М.: Статистика, 1980.-263 с., ил.

2 Алексахин С. В., Балдин А.В., Криницын А.Б. и др. Прикладной статистический анализ данных. Теория. Компьютерная обработка. Области применения. Кн. 1 и 2. – М.: «Изд. ПРИОР», 1998. – 336 с., 352 с.

3 Андросенко О.С., Девятченко Л.Д., Маяченко Е.П. Постановка задач Марковских процессов в формате программы WinQSB// Математика. Приложение математики в экономических, технических и педагогических исследованиях: Сб. науч. тр./ Под ред. М.В. Бушмановой. Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ», 2006. С. 3 - 13.

4 Боровков А.А. Математическая статистика, Оценка параметров, проверка гипотез/А.А. Боровков. – М.: Наука, 1984. -472 с.

5 Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 320 с.

6 Таха Хемди А. Введение в исследование операций, 7-е изд.: пер. с англ. – М.: изд. дом «Вильямс», 2005. – 912 с., ил.

7 Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее применение в 2-х т.: пер. с англ. С предисловием Колмогорова А.Н. – М.: Мир, 1984. – 1- 528 с., 1984. – Т. 2 – 752 с.