Содержание

Вопросы

1. Понятие показателя эффективности информационной системы (ИС).

Эффективность ИС — это комплексная характеристика системы, отражающая степень ее соответствия потребностям и интересам ее заказчиков, пользователей, других заинтересованных лиц.

Качество функционирования сложной системы выражается через показатели эффективности, которые оценивают степень приспособленности системы к выполнению поставленных перед ней задач

Показатель эффективности зависит от структуры системы, значений ее параметров, характера взаимодействий с внешней средой, (т. е. определяется процессами функционирования системы).

Часто используются следующие показатели эффективности: эффективность (стоимостная), вероятность выполнения системой поставленной задачи, надежность, быстродействие.

Классификация показателей эффективности (разъяснения во втором вопросе):
1. Целевая, экономическая
2. Прямая, косвенная

2. Классификация показателей эффективности ИС. Формы представления: скалярная, векторная.

Показатели эффективности можно классифицировать по двум признакам:
1. **Целевая, экономическая.**

Целевая эффективность - соотношение между конечным результатом и затратами ресурсов, необходимыми для его достижения;

Экономическая – соотношение экономического эффекта к затратам ресурсов, необходимых для обеспечения деятельности.

2. **Прямая, косвенная.**

Прямая эффективность – степень приспособленности системы к выполнению стоящей перед нею задач.

Косвенная – результат работы системы возможно приводящей к достижению главной цели либо способствующей этому (например, внедрение информационной системы по автоматизации работы почтового отделения обеспечило повышение долголетия сыновей сотрудников).

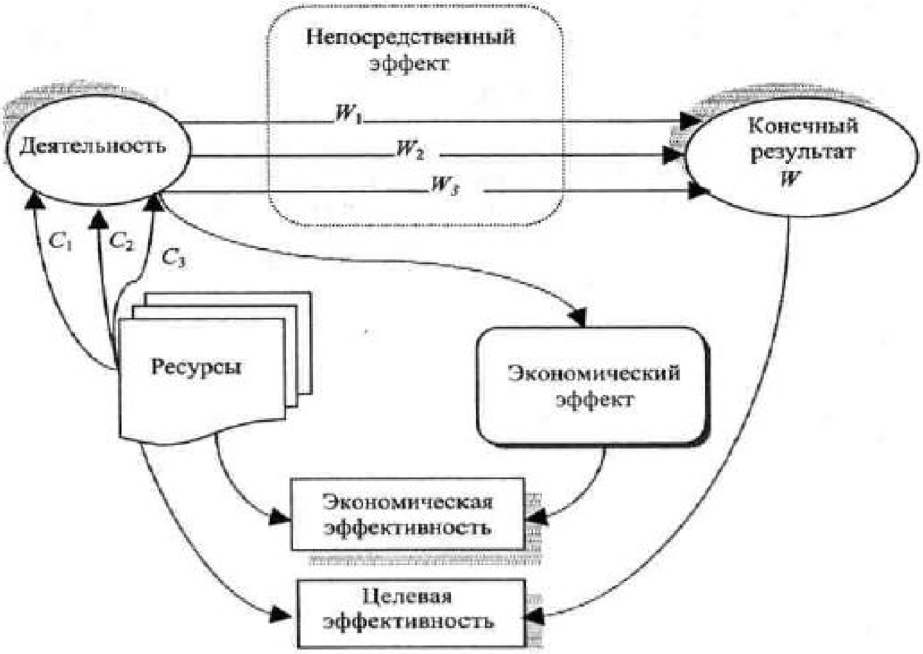


Рисунок 1– Взаимосвязь целевой и экономической эффективности

Если показатель эффективности оценивается **по одному показателю**, то это **скалярный критерий**.

Если показатель эффективности оценивается **по нескольким показателям**, то это **векторный критерий**.

3. Множество требований к корпоративной ИС. Связь требований и критериев.

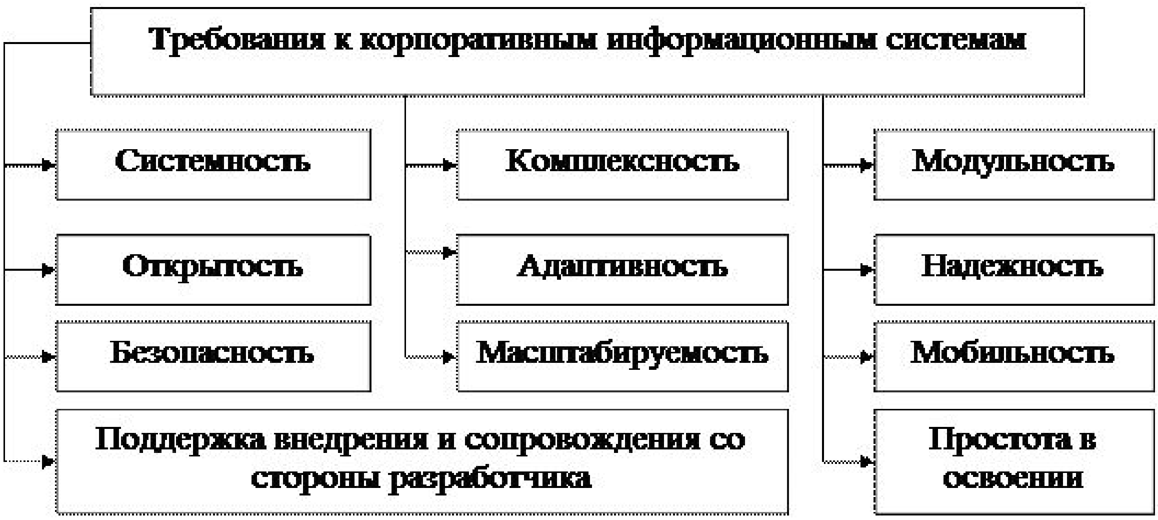


Рис. 7.2. Требования к корпоративным информационным системам

Множество требований к типовым корпоративным ИС представлено на рисунке выше.

Связь критерия и требования?

Требование – постановка задачи. Чтобы удовлетворить требованию, нужно выбрать критерии, оптимизация которых приводит к выполнению требования.

4. Понятие критерия эффективности. Формализация определения критерия.

Критерий – количественно или качественно измеряемое свойство альтернатив, позволяющее сравнивать их с целью их упорядочивания по степени предпочтительности выбора

1. Критерии должны быть **объективными**, позволять оценивать исследуемый признак однозначно, не допускать спорных оценок разными людьми.
2. Критерии должны быть **валидными**, оценивать именно то, что исследователь хочет оценить.
3. Критерии должны быть **нейтральными** по отношению к исследуемым явлениям.
4. Множество критериев **с достаточной полнотой** должно охватывать все существенные характеристики исследуемого явления.

<u>Критерий формализуется следующим образом:</u>

φ является критерием, характеризующим соответствие альтернативы $x_i \in \Omega$ цели A, если

$$\mu(\varepsilon) = P(x_i\, R\, x_j \mid \varphi(x_i) - \varphi(x_j) = \varepsilon)$$

не убывает по ε. Т. е. Чем больше ε, тем больше и $\mu(\varepsilon)$, где $\mu(\varepsilon)$ – вероятность истинности утверждения, что если $\varphi(x_i) - \varphi(x_j) = \varepsilon$, то $x_i\, R\, x_j$ для всех $x_i, x_j \in \Omega$.

ИЛИ

F- множество значений, соответствующих шкале критерия, характеризующего решение

f i оценка количества свойства у определенного решения x i

$F=\{f_1, f_2 \ldots\}$; $F=[a_1, b_1]$; $f_i \in F$

если обозначить критерий, соответствующий свойству решений через k, тогда f_i это значение критерия по шкале F или оценка решения x_i по критерию k

$f_i = k(x_i)$

$f(x_i)$ - оценка критерия по шкале F для решения x_i

$f_k(x_i)$- значение k-го критерия для решения x_i

таким образом, критерий k задает отображение множества решений на шкалу F

$k: x \rightarrow F$

5. Виды критериев, их взаимодействие. Методы определения критериев оценки ИС.

Виды критериев:

1) В зависимости от типа шкалы:
   a) Количественные
   b) Качественные
2) В зависимости от рассматриваемого свойства:
   a) Естественные (берётся какое-то значение из природы/снимается с приборов измерения как оно есть)
   b) Искусственные (рассчитывается)

Определение критериев:

Для определения критериев рассматривается матрица, представляющая пересечение требований и задач проектирования:

$$\Theta \cap P_{T_{жц}}(F_{T_{жц}}) : \Theta = [[\tau_1^{\phi}, \tau_2^{\phi}, ..., \tau_m^{\phi}], [\tau_1^{T}, \tau_2^{T}, ..., \tau_n^{T}], [\tau_1^{O}, \tau_2^{O}, ..., \tau_k^{O}]],$$

где Θ – кортеж требований к ИС, $\Theta = \{\theta_i \mid i, \Theta \in N\}$; τ_i^{ϕ} – требование из подмножества функциональных требований; τ_i^{T} – требование из подмножества технических требований; τ_i^{O} – требование из подмножества организационных требований; $F = \{f_i\}_{i=1}^{a}$ – множество функций (видов деятельности, процессов, операций), осуществляющих преобразование элементов системы; $P_{T_{жц}}$ – задачи проектирования ИС.

$$F = \{ f_i \}_{i=1}^{a}$$

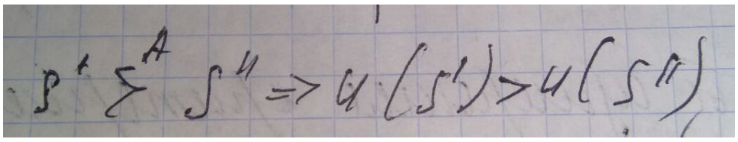
6. Шкалы критериев.

Шкала — оценки критерия. Наиболее распространенными являются:

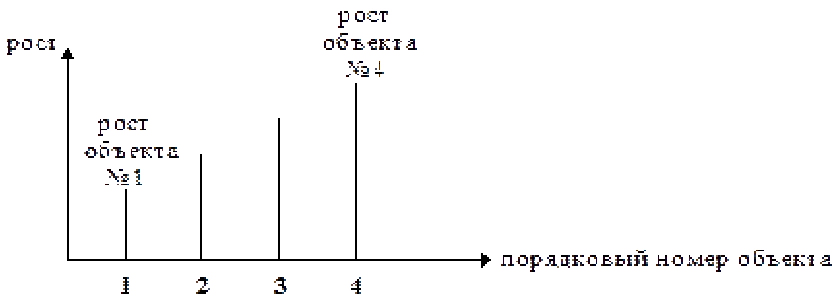
1. Шкала **наименований — перечислительная** шкала. Она ставит в соответствие имени объекта число на шкале. На ней **нельзя определить, что**

лучше и что хуже, но можно найти объект по его номеру. Свойства объекта не зависят от его места на шкале наименований. Примеры: список группы в алфавитном порядке, база данных (id - значение).

2. **Ранговая шкала — качественная шкала**. Если отображение критерия на некоторой шкале можно привести в соответствие с отношением предпочтительности на множестве S, то получится ранговая шкала.



Пример: пусть имеем четыре человека разного роста. Ранговая шкала роста имеет вид:



3. **Шкала отношений — количественная шкала**. Она позволяет оценить, во сколько раз свойство одного объекта превосходит то же свойство другого объекта. В этих шкалах нуль отсчета соответствует нулю измеряемой величины. Из пример конспекта: масса, габариты объекта; напряжение. (температура не подходит)
4. **Интервальная шкала**. Множество допустимых переборов критерия - это функция $\varphi(U) = k1 + k2 * U$, где k1 - начало отсчета, k2 - масштаб ед. изменения (k2 > 0). Пример: диапазон измерения времени и температуры. Интервальные шкалы — **количественные**, поэтому в них можно определить, насколько одна величина больше другой. Элементами шкалы интервалов являются числа, являющиеся оценками альтернатив по критерию. Расстояние между этими числами на данной шкале называются интервалами. Интервал между оценками двух альтернатив соответствуют количеству единиц измерения шкалы, на которое оценки альтернатив отличаются друг от друга. (температура подходит)

7. Принципы унификации шкал критериев: агрегирование, экстремизация, переименование.

Унификация - приведение к единообразной системе или форме. Поэтому, если мы говорим об унификации шкал, значит подразумевается приведение нескольких шкал к единообразной форме. Принципы унификации шкал:

Процедура **агрегирования** - полученные группы критериев объединяются поочередно в новые группы следующего уровня иерархии. Итог - иерархическая система критериев, верхний уровень определяется содержанием рассматриваемой практической проблемы. *Это может быть несколько итоговых критериев или, если это необходимо, единственный интегральный показатель (но это не точно).*

Дальше своими словами из головы:

Экстремизация - приведение шкал критериев к одной размерности (от 0 до 1) и одному направлению (чем больше значение тем лучше, или наоборот).

Переименование - переименование критерия после его экстремизации. Было “качество данных”, стало “вероятность получения качественных данных”.

8. [Это по моему всё, что есть в конспекте] Свойства критериев: представительность, точность.

Свойство представительности критерия заключается в том, что критерий должен оценивать степень достижения главной цели, решение главной задачи, а не второстепенных задач.

ИЛИ

φ является критерием, характеризующим соответствие альтернативы $x_i \in \Omega$ цели А, если

$$\mu(\varepsilon) = P(x_i R x_j | \varphi(x_i) - \varphi(x_j) = \varepsilon)$$

не убывает по ε. Т. е. Чем больше ε, тем больше и $\mu(\varepsilon)$, где $\mu(\varepsilon)$ – вероятность истинности утверждения, что если $\varphi(x_i) - \varphi(x_j) = \varepsilon$, то $x_i R x_j$ для всех $x_i, x_j \in \Omega$.

$\mu(\varepsilon)$ называется представительностью критерия φ, определяющей вероятность, с которой можно сделать вывод о предпочтительности выбора альтернативы x_i перед альтернативой x_j. Представительность критерия позволяет судить о соответствии критерия φ и цели А. Она количественно характеризует возможности критерия правильно описывать существующие на множестве Ω отношения предпочтительности и указывает степень доверия, с которой следует подходить к результатам оценки альтернатив по критерию φ.

ε называется погрешностью критерия, которая характеризует минимальную степень различия между оценками альтернатив по критерию φ, обеспечивающую требуемое значение представительности критерия. Погрешность определяет разрешающую способность критерия φ и, тем самым, устанавливает максимально допустимый уровень ошибок при вычислении оценок различных альтернатив по данному критерию φ. Если $\varphi(x_i) - \varphi(x_j) < \varepsilon$, то альтернативы x_i и x_j не различимы по критерию φ с заданной представительностью $\mu(\varepsilon)$ для всех $x_i, x_j \in \Omega$.

Погрешность и представительность определяет ЛПР.

Пример 1:

Для эффективного применения оружия по цели в БИУС НК производится определение параметров движения и экстраполированного местоположения цели. В качестве критериев, характеризующих обоснованность решения по управлению применением оружия по данной цели, можно выбрать φ_1 – точность выработки курса цели и φ_2 – оперативность выработки курса цели. Предположим, что априорно имеются функции представительностей каждого из двух критериев.

Определить: насколько обосновано принимается решение по управлению оружием на основании данных об обнаруженной цели в каждом из двух вариантах определения ЭДЦ, если в первом (x) варианте курс цели определяется с точностью 1° за 15 секунд, а во втором (y) варианте курс цели определяется с точностью 2° за 10 секунд:

$$\varphi_1(x) = 1°,\ \varphi_1(y) = 2°,\ \varepsilon^1 = \varphi_1(x) - \varphi_1(y) = 1°;$$

$$\varphi_2(x) = 15 \text{ с},\ \varphi_2(y) = 10 \text{ с},\ \varepsilon^2 = \varphi_2(x) - \varphi_2(y) = 5 \text{ с}.$$

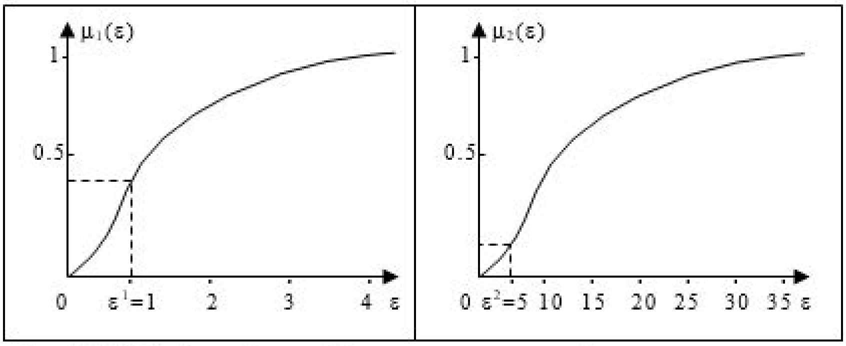


Рис. 2.3.3. Графики функций представительностей двух критериев

Как следует из рассмотрения графиков функций представительностей каждого из двух критериев, вероятность предпочтительности первого варианта определения ЭДЦ перед вторым по первому критерию (по точности) равна $\mu_1(\varepsilon^1)=0{,}4$, а вероятность предпочтительности второго варианта определения ЭДЦ перед первым по второму критерию (по оперативности) равна $\mu_2(\varepsilon^2)=0{,}18$.

По полученным в данном примере значениям вероятностей предпочтительности вариантов по первому и второму критерию нельзя сделать вывод о том, какой вариант определения ЭДЦ лучше, поскольку сами значения вероятностей предпочтительности меньше 0,5. Для принятия решения о выборе варианта определения ЭДЦ, различия между оценками вариантов по точности должны быть не меньше $\varepsilon^1 = \varphi_1(x) - \varphi_1(y) = 2°$, а по оперативности – не меньше $\varepsilon^2 = \varphi_2(x) - \varphi_2(y) = 15$ с.

Таким образом, значение представительности критериев, по которым сравнивались ЭТИ системы, слишком мало. Однако, эти критерии могут использоваться для сравнения других систем.

9. Проблема многокритериальности.

При оценке альтернатив по каждому из n критериев возникает проблема многокритериальности. Эта проблема заключается в том, что некоторые альтернативы становятся лучшими по одному свойству (критерию), а некоторые – по другому свойству (критерию). В результате возникает множество недоминируемых альтернатив, образующих множество Парето, из которого неясно по какому правилу выбирать альтернативу, лучшую сразу по всем критериям. Поэтому для выбора лучшей альтернативы (оптимального решения) требуется дополнительная информация о предпочтениях, не содержащаяся непосредственно в самих оценках альтернатив по критериям, а связанная с предпочтениями КРИТЕРИЕВ.

Тут нужно рассказать о критериях(понятие критерия и тд) и о том, что их может быть много. Потом привести два примера - когда одна система точно лучше другой по обоим критериям, а во втором примере одна система лучше по одному критерию чем другая, но хуже по второму. Рассказать как такие проблемы решаются(рассказать про свертки, можно вспомнить функцию полезности).

Проблема многокритериальности (из конспекта)

1) оценка системы по многим критериям не во всех случаях может быть сведена к задачам математического программирования.
2) не все задачи могут быть сведены посредством свертки критериев.

10. Проблема качества ИС и технологий. Сравнение понятий качества и эффективности ИС.

Качество и эффективность не являются синонимами, т.к. определяют понятия разного вида. Понятие качества в большинстве случаев, имеет вид количественно сравнительной характеристики. Например, качество изделия определяется показателем 0,8. Если выпускаемое изделие имеет показатель ниже – это означает брак, если выше – возможно, ошибка измерения.

Для эффективности характерно комплексное оценивание системы. Часто эффективность представляет собой интегральный (комплексный) показатель.

Эффективность ИС — это комплексная характеристика системы, отражающая степень ее соответствия потребностям и интересам ее заказчиков, пользователей, других заинтересованных лиц.

Качество функционирования сложной системы выражается через показатели эффективности, которые оценивают степень приспособленности системы к выполнению поставленных перед ней задач

[ОТСЕБЯТИНА НО ВСЕ ЖЕ]

Качество - один из показателей системы, демонстрирующий точность системы в данном аспекте

Эффективность - расчетный интегральный (комплексный) показатель, демонстрирующий суммарный показатель системы по всем ее аспектам.

Разница в том, что качество это качественный (иногда количественный) заданный критерий системы а эффективность - как показывает л/р №2 расчетное значение, включающее в себя все критерии системы

11. [из инета] Совокупный экономический эффект TEI при оценке эффективности ИС.

Метод оценки TEI (Total economic impact,совокупный экономический эффект) предназначен для поддержки принятия решений и снижения рисков.

Разработан аналитической компанией Forrester (они говорят бизнесу что и как делать, чтобы было круто).

Опирается на 4 элемента:

- **Выгоды**
  Положительное влияние на бизнес в виде увеличения доходов или повышения продуктивности сотрудников.

- **Затраты**
  Расходы в период планирования, реализации и эксплуатации.

- **Гибкость**
  Показатель, характеризующий **(1) сложность процесса внедрения** (затраты, которые нужно понести на «включение» нового компонента в информационную систему предприятия) и **(2) создаваемый потенциал для дальнейшего роста** (расширение внедренного решения, например, добавление вычислительной мощности или новых операторов)

- **Риски**
  Риски, связанные с реализацией проекта (при создании, внедрении, эксплуатации, сравнении реального и ожидаемого результатов проекта).

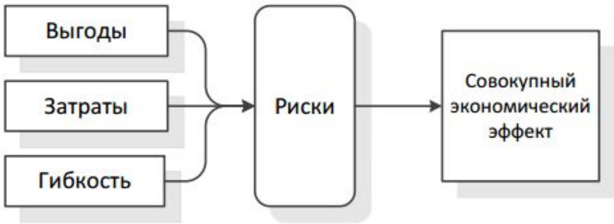


Рисунок 11.1 - Схема TEI

Примечание студенту: Сам способ расчёта найти не удалось. Это коммерческая тайна, Forrester сами его считают (в процессе анализа предприятия клиента) и на этом зарабатывают деньги.

Источники: Какая-то методичка и чья-то диссертация

12. Дерево целей проектирования ИС. Пример построения дерева целей.

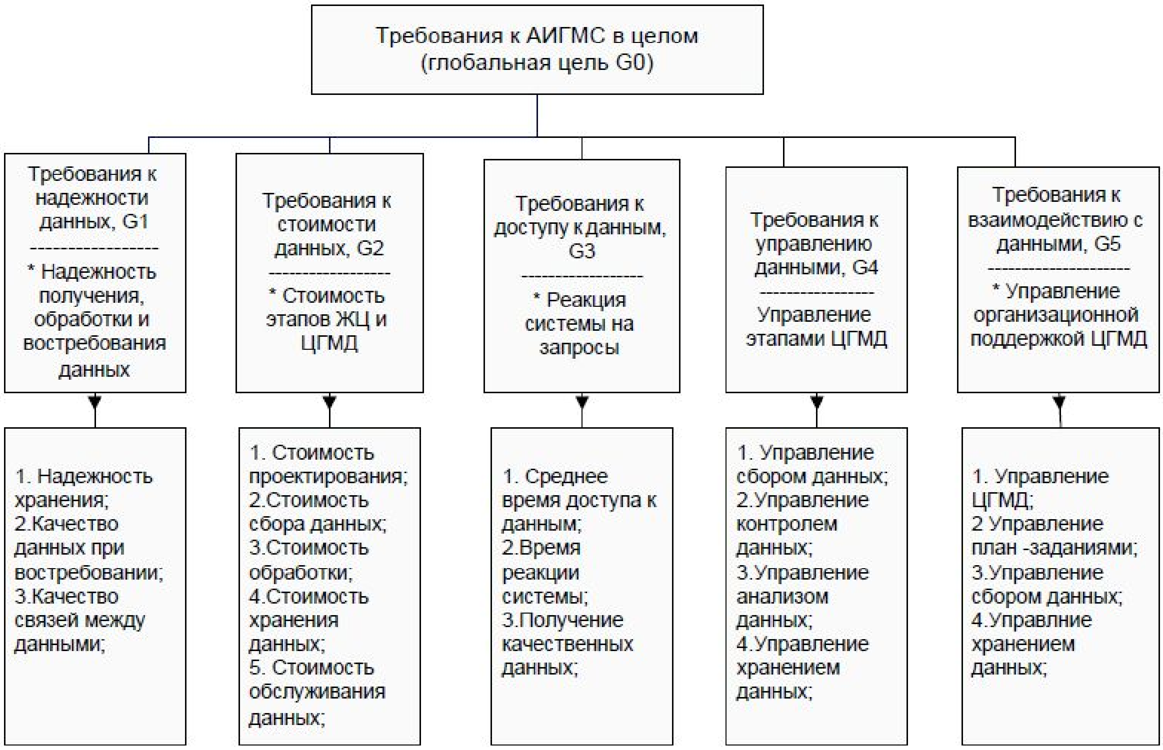
Дерево целей – иерархическая структура, отражающая поэтапное уточнение основной цели функционирования системы.

Построение дерева целей осуществляется путем уточнения глобальной цели функционирования ИС

$$P_{T_{жц}} : G_0 \rightarrow \{G^1_1,...G^1_{g1}\} \rightarrow \{\{G^2_1,...G^2_{g2}\},\{G^3_1,...G^3_{g3}\},....,\{G^n_1,...G^n_{gn}\}\}$$

где G0 – глобальная цель.

Пример ниже.



13. Матрица целей проектирования ИС: вертикальные и горизонтальные составляющие. Пример построения.

Для формализации критериев проектирования, строится матрица, представляющая собой требования и задачи проектирования для каждой точки ЖЦ и каждого этапа технологического процесса ИС.

В столбцах отображаются **этапы функционирования ИС**. В большинстве случаев для ИС выделяют следующие этапы: сбор данных, обработка данных, контроль, анализ, хранение.

В строках матрицы отображаются различные **этапы жизненного цикла ИС**. В этой матрице требования к системе распределены по этапам функционирования системы и уточнены по этапам жизненного цикла системы. Пример ниже.

Матрица целей проектирования

Наименование основных этапов ЖЦ АИГМС		Наименование шага ЦГМД				
		Сбор данных	Обработка данных	Контроль данных	Анализ и востребование	Хранение данных
		1	2	3	4	5
1	Проектирование	Вручную/ Автоматизированно/ Автоматически	Обеспечение всех форм обработки	Обеспечение всех форм контроля	Время доступа к данным	Связи между данными; Целостность данных
		Оценка стоимости этапа	Оценка стоимости этапа	Оценка стоимости этапа	Оценка стоимости этапа	Оценка стоимости этапа
	Специализацияэксперта	IT	GM*	GM	IT	IT
2	Тестирование	Стоимость обслуживания данных	Стоимость обслуживания данных	Стоимость обслуживания данных	Стоимость обслуживания данных	Стоимость обслуживания данных
		Оценка возможностей развития системы с точки зрения распределения вложений				
3	Функционирование	Скорость обмена устройств	Реакция системы	Визуальный/ Автоматический	Время доступа	Резервное копирование; Миграция
		Надежность получения данных	Разнообразие форм обработки	Полнота процедур контроля	Качество данных	Надежность хранения
		Обеспечение управления этапом	Обеспечение управления этапом	Обеспечение управления этапом	Обеспечение управления этапом	Обеспечение управления этапом

Примечание: *IT –информационные технологии; GM –гидрометеорология.

14. [САМОВОЛЬЩИНА] Постановка задачи при многокритериальной оценке альтернатив ИС.

простая многокритериальная звучит как-то так:
пусть имеется x1, x2, ... xn альтернатив
и y1, y2, ... yk критериев
для каждой альтернативы заданы значения критериев
то есть каждая альтернатива оценивается векторным критерием
и каждый критерий экстремизируется в максимум или минимум

требуется найти такой вектор значений критериев системы, чтобы достигался экстремум по каждому из критериев (наилучшей является та система, которая лучше чем остальные одновременно по всем критериям)

Качество альтернативы определяется иерархической системой векторов

$$y^{(j-1)} = \{y_i^{(j-1)}\}_{i=1}^{n^{(j-1)}},\ j \in [2, m],$$

где $y^{(j-1)}$ – вектор критериев на (j-1)-м уровне иерархии, по компонентам которого оценивается качество свойств альтернативы на j-м уровне; m – количество уровней иерархии; $n^{(j-1)}$ – количество оцениваемых свойств (j-1)-го уровня иерархии. Численные значения n критериев $y^{(1)} = y$ первого уровня иерархии для данной альтернативы заданы. Ясно, что $n^{(1)} = n$ и $n^{(m)} = 1$.

Один и тот же критерий (j-1)-го уровня может участвовать в оценке нескольких свойств j-го уровня, т.е. в иерархии возможны перекрестные связи. Структурная схема системы критериев качества альтернативы показана на Рис.1.

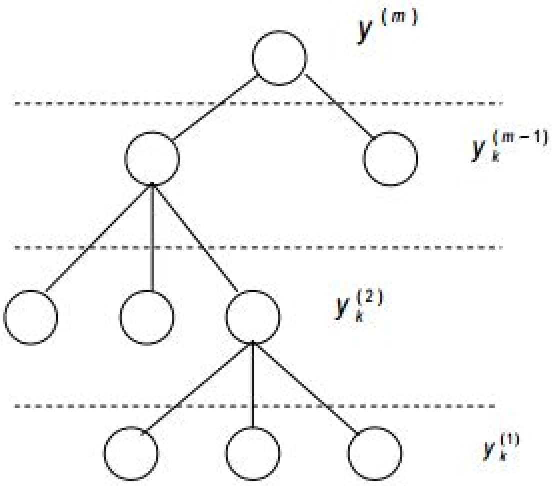


Рис.1

Важность (значимость) каждой из компонент критерия (j-1)-го уровня при оценке k-го свойства j-го уровня характеризуется коэффициентом приоритета, их совокупность составляет систему векторов приоритета

$$p_{ik}^{(j-1)} = \{p_{ik}^{(j-1)}\}_{k=1}^{n^{(j)}},\ j \in [2, m].$$

Требуется найти аналитическую оценку y^* и качественную оценку эффективности данной альтернативы, а из имеющихся альтернатив выбрать лучшую.

СПИЖЖЕНО У ГИС

При разработке управленческих решений важно правильно оценить сложившуюся ситуацию и альтернативные варианты решений, чтобы выбрать наиболее эффективное решение, соответствующее целям организации.

Набор критериев, предназначенный для оценки объекта экспертизы, должен обладать рядом свойств, делающих его использование оправданным:

- полнота — критерии, входящие в набор, должны обеспечивать адекватную оценку объекта экспертизы либо оценку степени достижения цели
- действенность (операционность) — критерии должны быть однозначно понимаемы как экспертами, так и лицом, принимающим решение и способствовать выработке и принятию эффективных решений
- разложимость — эксперту либо ЛПР удобнее работать с небольшим числом критериев (по оценке некоторых авторов, критериев должно быть не более 7
- неизбыточность — чтобы избежать дублирования при оценке анализируемой ситуации, критерии должны быть неизбыточны.

Примерный алгоритм многокритериальной оценки альтернатив:

• определить критерий оценки альтернатив;
• ранжировать критерий по важности;
• отбросить маловажные критерии;
• назначить числа, соответствующие относительной важности критериев;
• нормировать коэффициенты (wi) по важности из условия где wi – вес i-го критерия, назначаемый ЛПР;
• произвести предварительное отсечение альтернатив по качеству (на шкалах критериев определяется индекс качества);
• определить функции полезности U для каждого из критериев:
• вычислить полезность каждой из альтернатив по формуле

15. Качественная оценка ИС.

Качественная оценка альтернатив

Качественная (лингвистическая) оценка альтернативы получается сопоставлением аналитической оценки с обращенной нормированной фундаментальной шкалой. Общее понятие о порядковой фундаментальной шкале описано в [3]. Интервальная нормированная обращенная шкала представлена Таблицей 1. Здесь показана связь между качественными градациями свойств объектов и соответствующими нормированными количественными оценками y_0. Можно сказать, что в терминах теории нечетких множеств [4] фундаментальная шкала выступает как универсальная функция принадлежности для перехода от числа к соответствующей качественной градации и обратно. Осуществляется переход от лингвистической переменной (удовлетворительное качество, высокое качество и пр.) к соответствующим количественным оценкам по шкале баллов, т.е. переход от нечетких качественных градаций к числам и обратно.

Таблица 1. Интервальная нормированная обращенная шкала.

Категория качества	Интервалы обращенной нормированной фундаментальной шкалы оценок y_0
Неприемлемое	1,0 – 0,7
Низкое	0,7 – 0,5
Удовлетворительное	0,5 – 0,4
Хорошее	0,4 – 0,2
Высокое	0,2 – 0,0

Оценка вариантов по единой нормированной фундаментальной шкале дает возможность решать многокритериальные задачи, кроме традиционных постановок, и в том случае, когда требуется выбрать альтернативу из множества неоднородных альтернатив, для которых нельзя сформулировать единое множество количественных критериев оценки, а также для оценки единственной (уникальной) альтернативы.

16. Метод иерархической свертки критериев оценки ИС.

Мало, norm

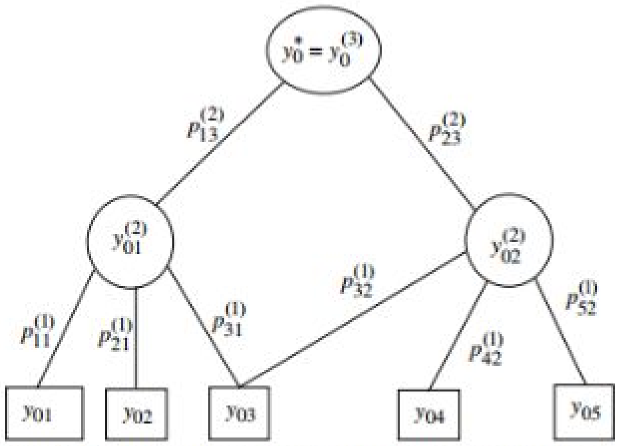


Рис.2. Структурная схема трехуровневой иерархии критериев

$$y_{01}^{(2)} = 1 - \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_1^{(1)}} p_{i1}^{(1)} (1 - y_{0i1}^{(1)})^{-1}},$$

По идее не всё так просто, иерархически можно свернуть любой свёрткой, а не только аддитивной, причём на разных уровнях иерархии разной. Ну и подставь умножение, а не сложение в формуле.

17. Формальное определение скалярной свертки критериев. Виды сверток критериев.

Скалярные свертки критериев

Инструментом акта композиции может служить скалярная свертка критериев. Скалярная свертка - это математический прием сжатия информации и количественной оценки ее интегральных свойств одним числом.

Чаще всего применяется аддитивная (линейная) скалярная свертка

$$Y[y(x)] = \sum_{k=1}^{s} a_k y_k(x),$$

где a_k - весовые коэффициенты; s - количество частных критериев. Принцип Лапласа в теории принятия решений состоит в экстремизации линейной скалярной свертки. Недостаток (специфика) применения линейной скалярной свертки - это возможность «компенсации» одного критерия за счет других.

Мультипликативная свертка

$$Y\left[y(x)\right]=\prod_{k=1}^{s} y_k(x)$$

свободна от этого недостатка. Принцип Паскаля – экстремизация мультипликативной скалярной свертки.

Исторически принцип Блеза Паскаля изложен первым в работе "Pensees", изданной в 1670 г. Считается, что эта работа положила начало всей теории принятия решений. Здесь введены два ключевых понятия теории: 1) частных критериев, каждый из которых оценивает какую-либо одну сторону эффективности решения и 2) принципа оптимальности, т.е. правила, позволяющего по значениям критериев вычислить некоторую единую числовую меру эффективности решения.

Недостаток применения мультипликативной скалярной свертки: очень дорогая и очень эффективная система может иметь такую же оценку, как и дешевая и низко эффективная. Сравним такие «системы вооружения», как атомная бомба и рогатка, которая при низкой стоимости обладает некоторым поражающим фактором. Руководствуясь мультипликативной сверткой, можно для вооружения армии выбрать рогатку.

Принцип гарантированного результата приводит к **чебышевской** скалярной свёртке

$$Y[y_0(x)]=\max_{k\in[1,s]} y_{0k}(x),$$

где $y_{0k}(x)$ – нормированные (приведенные к единице) частные критерии. Эта свёртка применяется в условиях неопределённости и в тех случаях, когда минимизируемые частные критерии опасно приближаются к своим предельным значениям (ограничениям).

Свёртка по концепции **Чарнза-Купера**. Концепция Чарнза-Купера основана на принципе "поближе к идеальной (утопической) точке". В пространстве критериев при заданных условиях и ограничениях определяется априори неизвестный идеальный вектор $y^{id}(x)$, для чего задача оптимизации решается s раз (по количеству частных критериев), причем каждый раз с одним (очередным) критерием, как если бы остальных не было вовсе. Последовательность "однокритериальных" решений исходной многокритериальной задачи дает координаты недостижимого идеального вектора $y^{id}(x)=\left\{y_k^{id}(x)\right\}_{k=1}^{s}$.

После этого скалярная свёртка $Y[y(x)]$ вводится как мера приближения к идеальному вектору в пространстве критериев в виде некоторой неотрицательной функции вектора $y^{id}(x)$-$y(x)$, например, в виде квадрата евклидовой нормы этого вектора

$$Y[y(x)]=\left\|\frac{y^{id}-y(x)}{y^{id}}\right\|=\sum_{k=1}^{s}\left[\frac{y_k^{id}-y_k(x)}{y_k^{id}}\right]^2.$$

Недостаток этого способа состоит в громоздкости процедуры определения координат идеального вектора.

Давайте сюда зафигачим свертки из конспекта? А на хуя, извините?

Частные критерии, каждый из которых оценивает какую-либо сторону эффективности

Оптимальность - правила, позволяющие вычислить по значению критерия эффективное значение критерия

Аддитивная свертка

$Y[y(x)]=Summ(A_k*y_k(x))$, A_k - весовой коэффициент

Недостаток - возможность композиции 1 критерия за счет других

Мультипликативная свертка

$Y[y(x)]=Mult(y_k(x))$

Недостаток - глобальная компенсаторность

Чебышевская скалярная свертка

$Y[y(x)]=Max(y_k(x))$ - нормированные критерии

Применяется в условиях неопределенности, решает проблему мультипликативной свертки

Чарнс-Купер концепция

Основана на приближенной к утопической (идеальной) точке

Для идеального критерия задача решается S раз (по каждому критерию)

$$y^{id}(x) = \{y^{id}{}_k(x)\},\ k = \overline{1,S}$$

$$Y[y(x)] = \sum_k^S \left(\frac{y^{id} - y(x)}{y^{id}}\right)^2$$

Недостаток - громоздкость процедур определения координат идеального вектора

Схема компромиссов

$$Y[y(x)] = \sum_k^S a_k * A_k * (A_k - y_k(x))^{-1}$$

Универсальная аналитичная свертка. Выбор схемы компромиссов осуществляется ЛПР

18. Постановки задач (планы экспериментов) при прямом и обратном проходе в методе иерархической свертки критериев оценки ИС.

Для аналитической оценки эффективности иерархических структур предлагается применить метод вложенных скалярных сверток [2]. Алгоритм решения задачи методом вложенных скалярных сверток представляется итерационной последовательностью операций взвешенной скалярной свертки векторных критериев каждого уровня иерархии снизу доверху с учетом векторов приоритета на основе выбранной схемы компромиссов. На первом этапе композиции критериев используется рекуррентная формула

$$y_{0k}{}^{(j)} = 1 - \{ \sum_{j-1}^{n_k(j-1)} P_{jk}{}^{(j-1)}[1 - y_{0jk}{}^{(j-1)}]^{-1}\}^{-1},\ k \in [1, n^{(j)}],\ j \in [2, m]$$

где $y^{(j-1)}$ — вектор критериев на (j-1)-м уровне иерархии, по компонентам которого оценивается качество свойств альтернативы на j-м уровне;

m — количество уровней иерархии;

$n^{(j)}$ — количество оцениваемых свойств (j)-го уровня иерархии.

В случаях, когда коэффициенты приоритета $P_{ik}{}^{(j-1)},\ j \in [2, m]$ априори неизвестны или требуется найти наборы $\{\{(y^{(j-1)}, P^{(j-1)}) \to y^{(j)}\};y^* = y^m\},\ j \in [2, m]$, определяющие вариативность качественных и количественных оценок проектов системы, соответствующих им коэффициентов приоритета и значений критериев на этапе проектирования предложено расширение метода [3].

На первом шаге определяется множество

$$y^* = y_r^{(3)} = \{1 - 1/\sum_{j=1}^{n_3(2)} P_{i3r}^{(2)}[1 - y_{0i3r}^{(2)}]^{-1}\}$$

Где $n_3^{(2)} = 2, P_{i3r} \subset P_r,\ \forall m \geq n_3^{(2)},\ \sum_{r=1}^{m} P_r = 1,\ r \leq m$

Для найденных P_r, соответствующих $min(opt)\, y_r^*$ производится оценка влияния зависимости перестановок значений P_r . Далее производится анализ влияния на $min(opt)\, y_r^*$ взаимосвязанных критериев (перекрестных связей) нижнего уровня при выбранных коэффициентах приоритета $y_r^{*(3)}$

$$y_{0kr}^{(j)} = 1 - \{\sum_{j-1}^{n_{kr}(j-1)} P_{ikr}^{(j-1)}[1 - y_{0jkr}^{(j-1)}]^{-1}\}^{-1},\ k \in [1, n^{(j)}],\ j \in [2, m],\quad \forall r < k,\ min\, y_{0kr}^{(j)}$$

В результате получим:

1) вектора: $min(opt)\, y^*$ и соответствующие $P_{jk}^{(j-1)},\ k \in [1, n^{(j)}],\ j \in [2, m]$

2) наборы векторов $min(opt)\, y_r^*$ и соответствующие $P_{jkr}^{(j-1)},\ k \in [1, n^{(j)}],\ j \in [2, m]$

19. Вариантный анализ при оценке эффективности ИС.

Любой вариантный анализ представляет собой нахождение наилучшего среди вариантов.

Задача состоит в том, чтобы:

1) Рассмотреть критерии как нечеткие множества, которые заданы на множестве вариантов с помощью функций принадлежности
2) Определить функцию принадлежности на основе экспертной информации
3) Ранжировать варианты на основе совместного учета нечетких множеств критериев на основе схемы Беллмана-Заде
4) Ранжирование критериев методом парных сравнений и учет полученных рангов как степеней концентрации соответствующих функций принадлежности

Примечание - 4й пункт описывает разновесные критерии

Пусть, $\mu^k(Vi)$ - некоторое число в диапазоне от 0 до 1, которое характеризует уровень оценки варианта Vi по критерию $q_k \in Q$.

А вот дальше из методы скопировано

ции принадлежности [1].

Пусть $\mu^k(v_i)$ – число в диапазоне [0,1], которое характеризует уровень оценки варианта $v_i \in V$ по критерию $q_k \in Q$, $i=\overline{1,n}, k=\overline{1,m}$.Критерий $q_k \in Q$ можно представить в виде нечеткого множества $\widetilde{q}_k$, которое задано на универсальном множестве V следующим образом:

$$\widetilde{q}_k = \left\{ \frac{\mu^k(v_1)}{v_1}, \frac{\mu^k(v_2)}{v_2}, \ldots, \frac{\mu^k(v_n)}{v_n} \right\}, \qquad (1)$$

где $\mu^k(v_i)$ – степень принадлежности элемента v_i к нечеткому множеству $\widetilde{q}_k$.

Чтобы определить степени принадлежности, которые входят в (1), формируются матрицы парных сравнений вариантов по каждому критерию. Для критерия $q_k \in Q$ матрица парных сравнений имеет вид:

$$A^k = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} v_1 & v_2 & \cdots & v_n \end{array} \\ \begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ \cdots \\ v_n \end{array} & \begin{bmatrix} a_{11}{}^k & a_{12}{}^k & \ldots & a_{1n}{}^k \\ a_{21}{}^k & a_{22}{}^k & \ldots & a_{2n}{}^k \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1}{}^k & a_{n2}{}^k & \ldots & a_{nn}{}^k \end{bmatrix} \end{array} \qquad (2)$$

где элемент $a_{ij}{}^k$ оценивается экспертом по 9-тибальной шкале Саати (табл. 1).

Введем некоторые ограничения. Пусть матрица (2) имеет следующие свойства: диагональность, то есть $a_{ij}{}^k = 1, i=\overline{1,n}, j=\overline{1,n}, i=j$; элементы, симметричные относительно главной диагонали связаны зависимостью $a_{ij}{}^k = \frac{1}{a_{ji}{}^k}$; матрица транзитивна, то есть $a_{il}{}^k \cdot a_{lj}{}^k = a_{ij}{}^k$ Наличие этих свойств позволяет определить все элементы матрицы (2) по элементам одной из строк. Если известна l-ная строка, то есть элементы $a_{lj}{}^k, j=\overline{1,n}$, то произвольный элемент $a_{ij}{}^k$ определяется следующим образом: $a_{ij}{}^k = \frac{a_{lj}{}^k}{a_{li}{}^k}, i,j,l=\overline{1,n}, k=\overline{1,m}$.

После определения всех элементов матрицы (2) степени принадлежности, необходимые для формирования нечеткого множества (1), вычисляются по формуле:

$$\mu^k(v_i) = \frac{1}{a_{i1}{}^k + a_{i2}{}^k + \ldots + a_{in}{}^k} \qquad (3)$$

Базируясь на принципе Беллмана – Заде, наилучшей системой считается та, которая одновременно лучшая по критериям $q_1, q_2, \ldots, q_m$. Поэтому нечеткое множество, которое необходимо для рейтингового анализа, определяется в виде пересечения (интегральный критерий оценки систем):

$$D = \widetilde{q}_1 \cap \widetilde{q}_2 \cap \ldots \cap \widetilde{q}_m.$$

Таким образом, получим:

$$D = \left\{ \frac{\min\limits_{k=\overline{1,m}} \{\mu^k(v_1)\}}{v_1}, \frac{\min\limits_{k=\overline{1,m}} \{\mu^k(v_2)\}}{v_2}, \ldots, \frac{\min\limits_{k=\overline{1,m}} \{\mu^k(v_n)\}}{v_n} \right\}. \qquad (4)$$

Там где непонятные черные полоски в формуле - это мю.(спасибо, добрый человек +1)

Согласно полученному множеству D, наилучшим следует считать тот вариант, для которого степень принадлежности (числитель) является наибольшей.

Пусть $w_1, w_2, ..., w_m$ – коэффициенты относительной важности (или ранги) критериев $q_1, q_2, ..., q_m$, такие что $w_1 + w_2 + ... + w_m = 1$. Для определения коэффициентов $w_j, j = \overline{1, m}$ необходимо сформировать матрицу парных сравнений важности критериев $q_j \in Q$, аналогичную (2) и воспользоваться формулой (3). При наличии коэффициентов важности $w_j, j = \overline{1, m}$ формула (4) примет вид:

$$D = \left\{ \frac{\min\limits_{k=\overline{1,m}} \left[\mu^k(v_1)\right]^{\overline{w_1}}}{v_1}, \frac{\min\limits_{k=\overline{1,m}} \left[\mu^k(v_2)\right]^{\overline{w_2}}}{v_2}, ..., \frac{\min\limits_{k=\overline{1,m}} \left[\mu^k(v_n)\right]^{\overline{w_m}}}{v_n} \right\}, \qquad (5)$$

где w_j свидетельствует о концентрации нечеткого множества $\tilde{q}_j$ в соответствии с мерой важности критерия $q_j \in Q$ [2, 3].

20. [ХЗ] Обоснование выбора альтернатив для вариантного анализа ИС.

Мне кажется, ответ на этот вопрос есть в предыдущем. Типа мы выбираем лучшее по вектору Д, переписать это сюда еще раз?

Думаю, тут нужно про принцип Белмана-Заде рассказать. Но не уверен.

Принцип Беллмана-Заде.

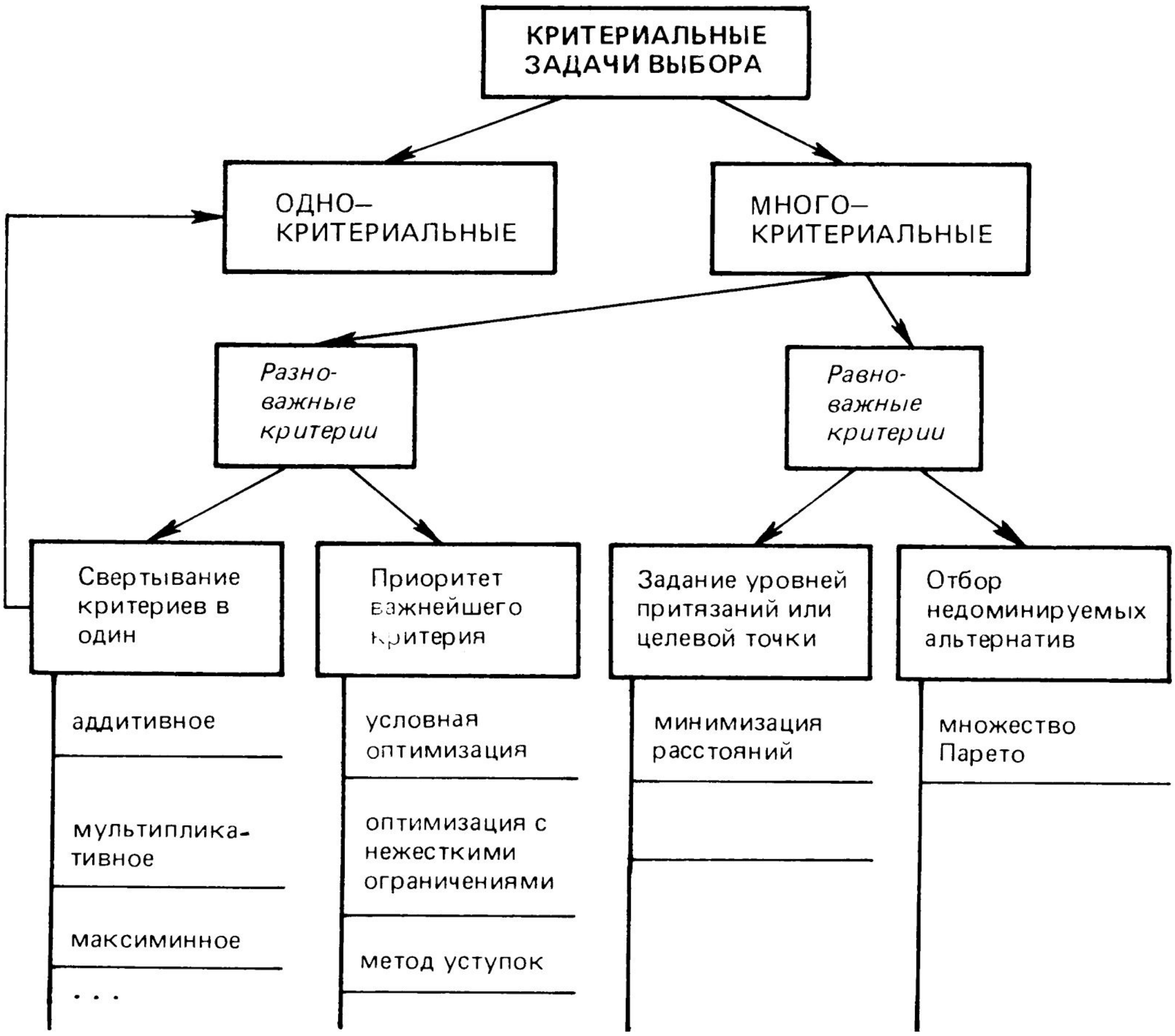
$$\mu_D^{опт} = \max_j \min_i \{\mu_{F_1}, \mu_{F_2}, \mu_{Q_1}, \mu_{Q_2}\}$$

Решение задачи – нечеткое множество (так как с решением соотнесли функцию принадлежности).

По вертикали выполним пересечение множеств. Берем лучшее среди худших. Если два оптимальных решения, то нужно привлекать дополнительную информацию.

21. Классификация задач выбора при их описании на критериальном языке.

Эта картинка точно из конспекта:



22. [НЕТУ] Принципы вариантного анализа альтернатив ИС на основе метода анализа иерархий (МАИ).

Исследование эффективности ИС на основе МАИ

Кротов

При принятии решений в сложной системе, состоящей из взаимосвязанных компонент различного вида (ресурсы, желаемые исходы либо цели и т.д.), процесс функционирования которой необходимо проанализировать, может быть применен метод анализа иерархий (МАИ).

Метод анализа иерархий сводит принятие решений в сложной системе к последовательности попарных сравнений ее отдельных компонент.

Метод может быть применен для принятия решений при покупке оборудования, планировании распределения энергии, вложениях в условиях неопределенности и т.д.

Для принятия решений в соответствии с МАИ выполняется декомпозиция сложной системы (задачи) на отдельные её компоненты (составляющие) и определяются отношения между составляющими. В результате формируется модель системы (задачи), имеющая вид иерархии.

Функция приоритета

Если $X^{-} = \{x_j \mid x_i$ покрывает $x_j\}$, то может быть определена функция $w_x(x_j)$, такая, что $w_x : X^{-} \rightarrow [0,1]$, т.е. отображающая элементы x_j множества X^{-} на интервал $[0,1]$. Таким образом, каждому элементу $x_j \in X^{-}$ ставится в соответствие весовая функция $w_x(x_j) \rightarrow [0,1]$, при этом выполняется условие: $\sum\limits_{x_j \in X^{-}} w_x(x_j) = 1$. Т.е. $w_x(x_j)$ – вес, который ставится в соответствие элементу $x_j \in X^{-}$.

Пример построения иерархии элементов в задаче выбора сетевого оборудования. Элементами множества H являются: 1) цель (выбор оборудования); 2) факторы, влияющие на цель (наименование характеристик моделей сетевого оборудования, на основе анализа значений которых выполняется выбор); 3) модели сетевого оборудования, среди которых будет выполняться выбор эффективного.

Тогда $H = \{$оборудование, производительность процессора, объем ОЗУ, производительность сети, цена, ремонтопригодность, модель 1, модель 2, модель 3$\}$.

Формирование иерархии элементов множества H. Реализуется разбиение множества H на подмножества L_1, L_2, L_3 (т.е. $k=3$); где $L_1 = \{$оборудование$\}$, $L_2 = \{$ производительность процессора, объем ОЗУ, производительность сети, цена, ремонтопригодность $\}$, $L_3 = \{$ модель 1, модель 2, модель 3$\}$. Вид иерархии цели, характеристик, решений представлен на Рис.1.

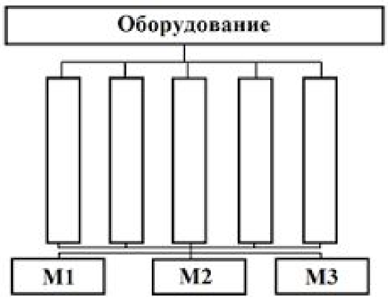


Рисунок 1 – Вид иерархии уровней для задачи выбора оборудования

Если x_1 =оборудование и при этом $x_1 \in L_1$, то $X^- = L_2$.

Если x_i =Модель 1, а при этом $x_i \in L_3$, то $X^+ = L_2$.

Определение весовой функции w_x для элемента x_i =оборудование. Эта функция ставит в соответствие характеристикам оборудования (элементам L_2) значения из отрезка [0,1] и определяет приоритет характеристик относительно цели – «выбора оборудования».

Пример определения значений $w_x(x_j)$ следующий (где $x_j \in X^-$)

$W_{оборудование}(производительность\ \ процессора) = 0{,}3$;

$W_{оборудование}(объем\ \ ОЗУ) = 0{,}2$;

$W_{оборудование}(производительность\ \ сети) = 0{,}2$;

$W_{оборудование}(цена) = 0{,}2$;

$W_{оборудование}(релоктопригодность) = 0{,}1$;

При этом $\sum\limits_{x_j \in X^-} W_{оборудование}(x_j) = 1$;

Т.е. характеристика «Производительность процессора» имеет 30%–ое значение при выборе оборудования, характеристика «объем ОЗУ» имеет 20%–ое значение при выборе оборудования и т.д.

Понятие полной иерархии предполагает, что иерархия называется полной, если для всех

Точно правильный пример кротова:

Пример матрицы парных сравнений для трех альтернатив. Альтернативы $x_i(i=\overline{1,3})$ представляют собой модели оборудования, матрица парных сравнений предполагает определение (задание) степени превосходства одной альтернативы x_i над альтернативой x_j с точки зрения реализации критерия (свойства) «производительность оборудования»).

Если $x_1 = 3x_2$, $x_1 = 6x_3$, тогда $3x_2 = 6x_3$, $x_2 = 2x_3, x_3 = 1/2x_2$.

Т.е. в альтернативе x_2 (модель оборудования x_2) рассматриваемое свойство (критерий) «производительность оборудования» в 2 раза превышает этот же критерий в альтернативе x_3. В итоге матрица парных сравнений реализации рассматриваемого свойства (критерия) в альтернативах $x_i(i=\overline{1,3})$ имеет вид:

$$A = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \left| \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 6 \\ 1/2 & 1 & 2 \\ 1/6 & 1/2 & 1 \end{array} \right| \end{array}.$$

Если матрица A сформирована, то необходимо выполнить проверку согласованности оценок парных сравнений (проверить согласованность матрицы A). Если условие согласованности выполняется, то сформированная матрица A может быть использована для расчета приоритетов (весов) w_i соответствующих альтернатив x_i. Если матрица A не согласована, то значения элементов a_{ij} этой матрицы должны быть изменены. Для проверки согласованности матрицы A на ее основе должен быть вычислен вектор приоритетов влияния $w_{ij}\ (j=\overline{1,3})$ j-ых компонент рассматриваемого уровня иерархии на i-ый компонент предшествующего уровня (вычисляются веса w_{ij} текущих j-ых элементов). Таким образом, должно быть определено значение $w_{i_k,j_{k+1}}$ приоритета влияния j-ой компоненты $(k+1)$-го уровня на i-ый элемент k-го уровня, в итоге определяется вектор собственных значений $\overline{W}$ матрицы A - вектор приоритетов.

С математической точки зрения – это вычисление главного собственного вектора матрицы A, который после нормализации становится вектором приоритетов (собственный вектор матрицы A есть вектор приоритетов).

Методы получения собственного вектора матрицы A сформулированы в приложении A.

Метод получения грубой оценки согласованности

Имеем матрицу парных сравнений A в виде:

$$A=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

В результате реализации одного из методов получен вектор собственных значений w матрицы A в виде:

$$w=\begin{vmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \dots \\ w_n \end{vmatrix}.$$

На основе вектора w необходимо вычислить вектор w' следующим образом: $w' = Aw$ (произведение матрицы A на вектор w). Далее на основе вектора w' определяется вектор w'' следующим образом: $w''[i]=w'[i]/w[i]$, где $i=\overline{1,n}$. Значение $\lambda_{\max}$ (собственное значение матрицы A) на основе вектора w'' будет вычислено следующим образом:

$$\lambda_{max}=\sum_{i=1}^{n} w''[i]/n .$$

Если $\lambda_{\max}\rightarrow n$, то матрица парных сравнений значений характеристик альтернатив является хорошо согласованной. Если $\Delta=n-\lambda_{\max}$ имеет большое значение, то степень согласования низкая и должна быть переопределена матрица парных сравнений A.

Степень согласованности может быть выражена величиной $(\lambda_{\max}-n)/(n-1)$, которая называется индексом согласованности (ИС). Если значение $(\lambda_{\max}-n)/(n-1)$ приближается к 0, то согласованность достаточная.

23. Принципы вариантного анализа альтернатив ИС на основе нечетких множеств.

Пусть $V = \{v_1, v_2,...,v_n\}$ множество вариантов, которые анализируются, а $Q = \{q_1, q_2,..,q_m\}$ множество количественных и качественных критериев, которыми оцениваются варианты. Упорядочиваются элементы множества V по критериям из множества Q. При этом критерии рассматриваются как нечеткие множества, которые заданы на универсальных множествах вариантов с помощью функции принадлежности.

Далее предполагается определение функций принадлежности нечетких множеств на основе экспертной информации о парных сравнениях вариантов с помощью 9-тибальной шкалы Саати.

Девятибалльная шкала Саати

Балл	Пояснение
1	отсутствует преимущество варианта v_j над вариантом v_i
3	имеется слабое преимущество v_j над v_i
5	имеется существенное преимущество v_j над v_i
7	имеется явное преимущество v_j над v_i
9	имеется абсолютное преимущество v_j над v_i
2,4,6,8	промежуточные сравнительные оценки

Следующим этапом осуществляется ранжирование вариантов на основе пересечения нечетких множеств – критериев, которые отвечают известной в теории принятия решения схеме Беллмана – Заде, и, наконец, - ранжирование критериев методом парных сравнений и учет полученных рангов как степеней концентрации, соответствующих функции принадлежности.

Пусть $\mu_k(v_i)$ – число в диапазоне [0,1], которое характеризует уровень оценки варианта v_i V по критерию q_k Q, i=, k=. Критерий q_k Q можно представить в виде нечеткого множества $_k$, которое задано на универсальном множестве V следующим образом:

$$\tilde{q}_k = \left\{ \frac{\mu^k(v_1)}{v_1}, \frac{\mu^k(v_2)}{v_2}, ..., \frac{\mu^k(v_n)}{v_n} \right\}, \quad (1)$$

где $\mu^k(v_i)$ – степень принадлежности элемента v_i к нечеткому множеству $\tilde{q}_k$.

Чтобы определить степени принадлежности, которые входят в (1), формируются матрицы парных сравнений вариантов по каждому критерию. Для критерия q_k Q матрица парных сравнений имеет вид:

$$A^k = \begin{array}{c} \\ v_1 \\ v_2 \\ \cdots \\ v_n \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} v_1 & v_2 & \cdots & v_n \end{array} \\ \begin{bmatrix} a_{11}^k & a_{12}^k & \cdots & a_{1n}^k \\ a_{21}^k & a_{22}^k & \cdots & a_{2n}^k \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1}^k & a_{n2}^k & \cdots & a_{nn}^k \end{bmatrix} \end{array} \quad (2)$$

где элемент a_{ij}^k оценивается экспертом по 9-тибальной шкале Саати (табл. 1).

После определения всех элементов матрицы (2) степени принадлежности, необходимые для формирования нечеткого множества (1), вычисляются по формуле:

$$\mu^k(v_i) = \frac{1}{a_{i1}{}^k + a_{i2}{}^k + \ldots + a_{in}{}^k}$$

Базируясь на принципе Беллмана – Заде, наилучшей системой считается та, которая одновременно лучшая по критериям q_1, q_2,...,q_m. Поэтому нечеткое множество, которое необходимо для рейтингового анализа, определяется в виде пересечения (интегральный критерий оценки систем):

$$D = \tilde{q}_1 \cap \tilde{q}_2 \cap \ldots \cap \tilde{q}_m .$$

Таким образом, получим:

$$D = \left\{ \frac{\min\limits_{k=\overline{1,m}} \left(\mu^k(v_1)\right)}{v_1}, \frac{\min\limits_{k=\overline{1,m}} \left(\mu^k(v_2)\right)}{v_2}, \ldots, \frac{\min\limits_{k=\overline{1,m}} \left(\mu^k(v_n)\right)}{v_n} \right\}. \qquad (4)$$

Согласно полученному множеству D, наилучшим следует считать тот вариант, для которого степень принадлежности (числитель) является наибольшей. Пусть w_1,w_2 ,..., w_m – коэффициенты относительной важности (или ранги) критериев q_1, q_2,..,q_m, такие что $w_1 + w_2 + \ldots + w_m = 1$. Для определения коэффициентов w_j, j=, необходимо сформировать матрицу парных сравнений важности критериев q_j Q аналогичную (2) и воспользоваться формулой (3). При наличии коэффициентов важности w_j, j=, формула (4) примет вид:

$$D = \left\{ \frac{\min\limits_{k=\overline{1,m}} \left(\mu^k(v_1)\right)^{\overline{w_1}}}{v_1}, \frac{\min\limits_{k=\overline{1,m}} \left(\mu^k(v_2)\right)^{\overline{w_2}}}{v_2}, \ldots, \frac{\min\limits_{k=\overline{1,m}} \left(\mu^k(v_n)\right)^{\overline{w_m}}}{v_n} \right\}, \qquad (5)$$

где w_j свидетельствует о концентрации нечеткого множества $\tilde{q}_j$ в соответствии с мерой важности критерия $q_j \in Q$ [2, 3].

24. Принципы ранжирования критериев при оценке альтернатив ИС.

Метод рангов

Этот метод позволяет при сравнении нескольких объектов, критериев, свойств получить число, выражающее значимость/вес данного объекта. Максимальный вес соответствует наиболее предпочтительному объекту из сравниваемых объектов. Соответственно минимальный – наихудшему объекту. Недостаток метода – число объектов не должно превышать 7 (правило 5+-2). Это ограничение обусловлено человеческими возможностями сравнения.

Порядок проведения экспертизы по методу рангов.

1. Все сравниваемые объекты или их описания предлагаются эксперту.

2. Эксперт должен поставить в соответствие каждому объекту числа по порядку, начиная с единицы. 1 – должно соответствовать наилучшему варианту. 2 – варианту худшему, чем 1 но лучшему чем 3, и т.д. Разрешается ставить подряд одинаковые числа в случае, если альтернативы, по мнению эксперта, равны. Однако лучше избегать такой оценки - в очень редких случаях альтернативы действительно равнозначны.

3. В случае если экспертизу проводит один эксперт, то полученные ранги являются основой для проставления баллов. Если проводится групповая экспертиза, то все ранги, полученные от экспертов для каждого объекта, суммируются и по полученным суммам выставляются суммарные ранги Ri (наименьшей сумме ставится в соответствие суммарный ранг 1, следующей по величине сумме – 2 и т.д.).

4. Каждому рангу или суммарному рангу (в случае групповой экспертизы) в соответствие ставится балл Bi – величина противоположная рангам. Т.е. наибольший балл соответствует рангу 1, а 1 соответствует самому большому рангу Ri. При определении баллов необходимо выстроить сравниваемые объекты в порядке убывания величины ранга, а затем по возрастанию начиная с единицы проставить баллы. В случае, когда получены одинаковые ранги, то подсчитываются стандартизованные баллы Bi.

5. Вычисляется сумма S= ∑ Bi .

6. Вычисляем вес/значимость/относительный приоритет каждого объекта Vi = Bi/S. Объект, получивший наибольший вес является наиболее значимым или лучшим из сравниваемых.

25. Оценка согласованности мнений экспертов на основе ранговой корреляции.

Достоверность решения полученного методами экспертных оценок зависит от степени согласованности мнений экспертов. Например, если в группе экспертов образуется 2 коалиции экспертов с противоположным мнением, то в итоге их оценки будут усреднены и полученное решение будет неверным. Поэтому после проведения экспертизы необходимо проверить степень согласованности мнений экспертов. В зависимости от методов, использованных для оценки альтернатив, вычисляют различные показатели согласованности мнений экспертов: коэффициент конкордации ***W*** или коэффициент согласия ***V***.

При анализе оценок, полученных от экспертов в результате метода рангов (например при ранжировании **n** критериев) рассчитывается **конкордация** - согласованность их мнений. **Коэффициент конкордации *W***- это общий коэффициент ранговой корреляции для группы, состоящей из ***m*** экспертов.

Для расчета значения ***W*** сначала находится сумма рангов ***Xi*** по каждому ***i***-му критерию, полученная от всех экспертов, а затем разность между этой суммой и средней суммой рангов по формуле.

$$\Delta i= Xi-T, \text{ где } T=m(n+1)/2,$$

далее рассчитывается сумма квадратов разностей по формуле

$$S= Sum(\Delta i^2)$$

Коэффициент конкордации рассчитывается по формуле, предложенной Кендаллом:

$$W=12*S/(m^2n(n^2-1)).$$

Коэффициент может меняться от 0 до 1, причем его равенство единице означает, что все эксперты дали одинаковые оценки. А равенство нулю означает, что связи между оценками, полученными от разных экспертов, не существует.

Обычно, если ***W>0,8***, то считается, что степень согласованности допустимая. Если ***W<0,8***, то результаты экспертизы недостоверны и экспертам предлагается обсудить моменты, вызвавшие разногласия и затем снова провести экспертизу. Если невозможно достичь допустимой согласованности мнений, то необходимо изменить состав коллектива экспертов.

Пример. Рассчитаем коэффициент конкордации для примера из п.п.2.1
m=3 (3 эксперта)
n=6 (6 сравниваемых объектов)
T=3(6+1)/2=10,5

Таблица 2.4 - Расчет коэффициента конкордации

Номер объекта, i	Ранги, R_i			X_i	$\Delta_i = X_i - T$	Δ_i^2
	Эксперт 1	Эксперт 2	Эксперт 3			
1	1	1	1	3	-7,5	56,25
2	3	2	2	7	-3,5	12,25
3	4	4	4	12	1,5	2,25
4	5	4	3	12	1,5	2,25
5	2	3	2	7	-3,5	12,25
6	6	5	5	16	5,5	30,25
					S=	115,5

В итоге получаем значение $W=12*115{,}5/(3^2 * 6*(6^2-1))= 0{,}733 <0{,}8$
Результаты экспертизы недостоверны.

26. Методы оценки эффективности ИС на основе экспертных оценок.

Если необходимо выбрать наиболее предпочтительную альтернативу по нескольким критериям и с участием *нескольких экспертов*, то часто используется метод экспертных оценок. Таким образом, метод экспертных оценок служит средством группового выбора.

Этапы проведения экспертизы.

Пусть имеем ***n*** альтернатив решения проблемы ***X1,...,Xi,...,Xn***, ***r*** критериев ***K1,...,Kj,...,Kr*** для оценки этих альтернатив и ***m*** экспертов ***Э1,..., Эк, …, Эт***, .

1. Отбирается группа из m экспертов для решения представленной проблемы. В результате обсуждения эксперты должны сформировать список альтернативных решений задачи (не более 7) и список критериев оценки предлагаемых альтернатив (не более 7).

2. Иногда практикуется присваивание веса каждому эксперту в соответствии с уровнем знаний по данной проблеме. В этом случае его можно сформировать, например, проанкетировав экспертов и по полученным результатам методом рангов вычислить вектор весов экспертов **Е**. Результаты анкетирования желательно не доводить до сведения самих экспертов.

3. Каждый эксперт независимо друг от друга проводит ранжирование критериев методом рангов (п.п. 2.1).

4. Проводится экспертиза методом расстановки приоритетов. В итоге получаем ***r*** векторов-столбцов комплексных приоритетов альтернатив $P_{компл}$(п.п.2.3).

5. Если экспертам не присваивались веса, то считаем их мнения равноправными и тогда обобщенный комплексный приоритет каждой l-ой альтернативы вычисляется как сумма из **r** комплексных приоритетов этой альтернативы полученных от всех экспертов.

Если экспертам присваивались веса, то из векторов $P_{компл}$ составляем матрицу Р. Тогда вектор обобщенных комплексных приоритетов получается умножением матрицы Р на вектор-столбец весов экспертов Е.

Альтернатива, получившая наибольший обобщенный комплексный приоритет является наилучшей.

Пример. Пусть экспертизу проводят 3 эксперта, тогда в результате шагов 1-4 каждым экспертом будет получено 3 столбца $P_{компл}$. Пусть ранее были определены веса экспертов 1,2,3 – 0,2, 0,3 и 0,5 соответственно. Тогда расчет обобщенного комплексного приоритета будет выглядеть следующим образом:

	$P^1_{компл}$	$P^2_{компл}$	$P^3_{компл}$	**E**	$P_{об\ компл}$
1	0,204	0,239	0,244	0,200	**0,235**
2	0,192	0,193	0,161	0,300	0,177
3	0,209	0,248	0,236	0,500	0,234
4	0,210	0,202	0,207		0,206
5	0,186	0,118	0,153		0,149
				Σ	1,000

Данные расчеты показали, что наилучшей альтернативой с точки зрения группового ЛПР является первая альтернатива. Однако обобщенный комплексный приоритет альтернативы 3 лишь на одну тысячную меньше, т.е. преимущество альтернативы 1 небольшое. Можно сделать вывод о том, что альтернативы 1 и 3 примерно одинаковы.

27. Параметры, необходимые для оценки эффективности ИС при экспертном опросе (Q, T(две формулы), справочные таблицы для С, таблица баллов Саати и т.д.).

Q используется в методе парных сравнений для оценки коэффициента согласия. Как мы помним, для расчета коэффициента согласия рассчитывается какое количество людей поставило 1.5 в каждой ячейке выше или ниже диагонали. Так вот, посмотрим на формулы ниже.

$$V = Q/Q_{max},$$
$$Q_{max} = m(m-1)n(n-1)/4,$$
$$Q = \sum x_{ij}^2 - m\sum x_{ij} + C_m^2\, C_n^2.$$

m - количество экспертов

n - количество альтернатив

Qмакс - это такое число, которое получится если все эксперты сойдутся в мнении относительно наилучших решений.

Q - это для текущего случая(текущая сумма совпадений мнений экспертов по выбору наилучшего решения). Чем оно ближе к Qмакс, тем больше согласие.

Мне нравится называть Q числом согласий, а Qмакс - максимальным числом согласий. (А Д как смотрит на это?)как на кусок ...

Коэффициенты С рассчитываются по формуле или таблице ниже. Если мы посмотрим внимательней на формулу Qмакс, то увидим что она равна:

$$Q_{max} = \frac{m*(m-1)}{2} * \frac{n*(n-1)}{2} = C^2{}_m * C^2{}_n$$

Таким образом, С - это просто хрень для сокращения размера формул.

$C^2{}_k$ - стандартные коэффициенты, взятые из таблицы в соответствии со значениями n и m

Коэффициенты C_k^2

k	C_k^2
3	3
4	6
5	10
6	15
7	21
8	28

Можно вычислить по формуле $C_k^2 = \frac{k*(k-1)}{2}$

T используется в методе рангов для расчета коэффициента конкордации W и представляет собой среднее от суммы рангов.

$T = m * (n + 1) / 2$

Если пораскинуть мозгом, то это станет очевидным. За подробностями о коэффициенте конкордации См. Вопрос 25.

Таблица баллов Саати

Девятибалльная шкала Саати

Балл	Пояснение
1	отсутствует преимущество варианта v_j над вариантом v_i
3	имеется слабое преимущество v_j над v_i
5	имеется существенное преимущество v_j над v_i
7	имеется явное преимущество v_j над v_i
9	имеется абсолютное преимущество v_j над v_i
2,4,6,8	промежуточные сравнительные оценки

28. Многокритериальное принятие решений по оценке эффективности ИС. Эффективность по Парето, эффективность по Слейтеру.

Тут речь про оптимальность. Эффективность - хз

Наличие нескольких критериев делает задачу принятия решений многокритериальной. В многокритериальной задаче имеется множество из m > 1 критериев C1...,Cm, таких что Ci : A —> Oi;. Здесь O; - множество значений функции Ci. Иногда удобно рассматривать несколько критериев в виде одного векторного критерия или векторной оценки C(a) = (C1(a),..., Cm(a)) альтернативы a ∈ A.

Задача многокритериального принятия решений определяется множеством возможных решений A. векторным критерием C и отношениями предпочтений на множестве A. Цель решения задачи - это поиск “оптимальной” в некотором смысле альтернативы a* ∈ A или группы альтернатив с учётом отношений предпочтений на основе векторного критерия C.

Одним из наиболее популярных и распространенных методов определения весов критериев и оценок альтернатив является использование матриц парных сравнений. Пусть задано п элементов, или объектов, ai,...,an. Для каждого элемента определен некоторый вес , г = 1, и выполняется условие W\ + ... + Wm = 1. Тогда можно построить матрицу V относительных весов

w_1/w_1	w_1/w_2	...	w_1/w_n
w_2/w_1	w_2/w_2	...	w_2/w_n
...	...	...	...
w_n/w_1	w_n/w_2	...	w_n/w_n

Каждый элемент V_{ij} > 0 матрицы относительных весов представляет собой отношение веса г-го объекта а* к весу j-го объекта a_j, т.е. Vij = Wi/wj для любых г, j = 1, Элементы матрицы, расположенные симметрично относительно главной диагонали, являются обратными по отношению друг к другу, т.е. Vij = 1/vji для любых i,j

Матрица V обладает свойством совместности в том смысле, что для всех номеров i,j, к = 1, 2, ...,п имеют место равенства

$$v_{ij} \cdot v_{jk} = \frac{w_i}{w_j} \cdot \frac{w_j}{w_k} = \frac{w_i}{w_k} = v_{ik}.$$

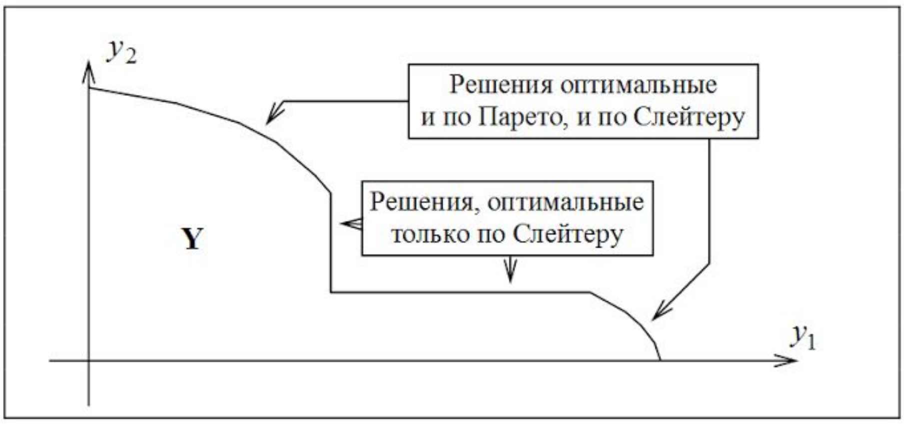
Оптимáльность по Парéто — такое состояние некоторой системы, при котором значение каждого частного показателя, характеризующего систему, не может быть улучшено без ухудшения других

Решение $\mathbf{x} \in \mathbf{X}$ - оптимально по Слейтеру, если не существует такого $\mathbf{y} \in \mathbf{X}$, что

$$f_i(\mathbf{y}) > f_i(\mathbf{x}), \ i = 1, \dots, m,$$

т.е. если нельзя улучшить решение одновременно по всем критериям.

Понятие оптимальности по Слейтеру более широкое, чем оптимальности по Парето. Любая точка, оптимальная по Парето будет оптимальной по Слейтеру, но не наоборот. Продемонстрируем это на следующем рисунке:



Однако и Парето-оптимальные решения дают нам весь спектр оптимальных решений многокритериальной задачи.

Говорят, что оценка z^o оптимальна по Парето (эффективна), если для нее не найдется ни одной возможной оценки z из F, являющейся не худшей по сравнению с z^o (по каждой из компонент). Если смягчить условия и требовать лишь, чтобы не существовало лучших, чем z° оценок в F, то оценку z° называют оптимальной по Слейтеру или слабо эффективной.

29. [Из Кротова, сократить] Метод последовательного сужения множества Парето.

Метод уступок при определении эффективного решения также предполагает, что первоначально должна быть сформирована Парето-граница, затем, начиная от решений с координатами (f_1^{max}, f_2^1) и (f_1^2, f_2^{max}), выполняются последовательные уступки по каждому из критериев:

1) для точки (f_1^{max}, f_2^1) – уступки по критерию f_1 для получения приращения по критерию f_2;

2) для точки (f_1^2, f_2^{max}) – уступки по критерию f_2 для получения приращения по критерию f_1.

Порядок последовательных уступок по критериям для поиска эффективных решений на Парето-границе комментирует Рис.3.

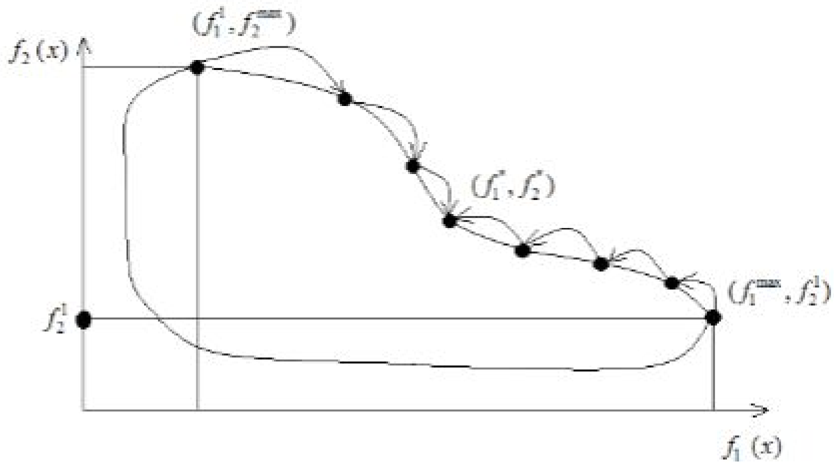


Рисунок 3– Реализация процедуры метода последовательных уступок

Реализация метода уступок предполагает, что по каждому из критериев может быть выполнена уступка (в значении этого критерия) для получения приращения по другому критерию. Реализация метода предусматривает переход между решениями на Парето-границе при анализе уступок и приращений критериев f_1 и f_2. Реализация метода последовательных уступок позволит:

1) при переходе от решения с координатами (f^2_1, f_2^{max}) путем выполнения уступки по критерию f_2 получить приращение по критерию f_1;

2) при переходе от решения с координатами (f^{max}_1, f_2^1) путем выполнения уступки по критерию f_1 получить приращение по критерию f_2.

При этом, т.к. критерии f_1 и f_2 являются равными по важности, то величины приращений по каждому критерию (размеры приращений по критериям) должны быть если не одинаковыми, то хотя бы сравнимыми друг с другом с точки зрения их величин. Если при реализации уступки по критерию f_2 (при переходе из точки с координатами (f_1^1, f_2^{max})) получено приращение критерия f_1, обозначенное Δ_1, а при реализации уступки по критерию f_1 (при переходе из точки с координатами (f_1^{max}, f_2^1)) получено приращение критерия f_2, обозначенное Δ_2, тогда желательной является ситуация $\Delta_1 \approx \Delta_2$.

Если $\Delta_1 >> \Delta_2$ (либо $\Delta_1 > \Delta_2$), тогда на следующем шаге реализации алгоритма метода уступка по критерию f_2 для получения нового приращения Δ_1 по критерию f_1 может не выполняться, в то же время уступка по критерию f_1 для получения приращения Δ_2 по критерию f_2 должна быть выполнена. Если $\Delta_1 << \Delta_2$ (либо $\Delta_1 < \Delta_2$), тогда уступка по критерию f_1 для получения приращения Δ_2 по критерию f_2 может не выполняться, при этом уступка по f_2 для получения приращения Δ_1 по критерию f_1 должна быть выполнена. Сформулированные рассуждения должны обеспечивать одинаковый порядок приращений по каждому из критериев при реализации метода последовательных уступок.

Уступки по каждому из критериев будут продолжаться до тех пор, пока не будут определена некоторая «общая» точка критериального пространства, достижимая как из точки с координатами (f_1^{max}, f_2^1), так и из точки с координатами (f_1^2, f_2^{max}). Если такая точка не может быть найдена (т.е. не может быть выполнено одинакового количества уступок по каждому критерию для определения «общей» точки), тогда по каждому критерию выбираются те повторяющиеся решения, которые уже были выбраны (рассмотрены) до этого при реализации уступок по противоположному критерию, т.е.: 1) при реализации уступки по критерию f_2 определяется решение, которое уже было рассмотрено при выполнении уступок по критерию f_1; 2) при реализации уступки по критерию f_1 выполняется переход к решению, которое уже было рассмотрено при выполнении уступок по критерию f_2. При этом выполнение приведенных выше условий фиксируется одновременно, алгоритм реализации дальнейших уступок останавливается, а в качестве действующего (эффективного) решения может быть выбрано любое из двух решений, на которых алгоритм последовательных уступок был остановлен.

30. Стратегии принятия решений экспертами в многокритериальной среде.

Можно наверное ещё объяснение методов написать(все из ргз брать)

Метод рангов

Этот метод позволяет при сравнении нескольких объектов, критериев, свойств получить число, выражающее значимость/вес данного объекта. Максимальный вес соответствует наиболее предпочтительному объекту из сравниваемых объектов. Соответственно минимальный – наихудшему объекту. Недостаток метода – число объектов не должно превышать 7 (правило 5±2). Это ограничение обусловлено человеческими возможностями сравнения.

Метод попарного сравнения.

Метод позволяет оценить альтернативы путем простых парных сравнений.

Единственный недостаток метода заключается в его малой применимости при увеличении числа сравниваемых объектов из-за непропорционально быстрого роста единичных парных сравнений.

Метод расстановки приоритетов

Метод расстановки приоритетов – это удобный метод для сравнения, а затем выбора решения из нескольких альтернативных решений при оценке по нескольким критериям или признакам.

При решении задачи с помощью этого метода предполагается, что числовая мера степени выраженности признака неизвестна для всех, или, по крайней мере, для нескольких объектов, и преодоление этой неизвестности обычными формальными методами либо невозможно, либо требует значительных затрат труда и времени. В задаче расстановки приоритетов в качестве метода высказывания суждений экспертами принят метод попарных сравнений.

Метод экспертных оценок

Если необходимо выбрать наиболее предпочтительную альтернативу по нескольким критериям и с участием нескольких экспертов, то часто используется метод экспертных оценок. Таким образом, метод экспертных оценок служит средством группового выбора.

Проверка достоверности оценок, полученных при групповой экспертизе

Достоверность решения полученного методами экспертных оценок зависит от степени согласованности мнений экспертов. Например, если в группе экспертов образуется 2 коалиции экспертов с противоположным мнением, то в итоге их оценки будут усреднены и полученное решение будет неверным. Поэтому после проведения экспертизы необходимо проверить степень согласованности мнений экспертов. В зависимости от методов, использованных для оценки альтернатив, вычисляют различные показатели согласованности мнений экспертов: коэффициент конкордации W или коэффициент согласия V.

31. Методы оценки показателей надежности и производительности ИС на основе марковских случайных процессов (МСП). Виды МСП.

Марковский процесс - случайный процесс, переход в последующее состояние которого не зависит от того, в каких состояниях он был до этого.

Процесс называется **процессом с дискретным состоянием**, если его возможные состояния S_1,S_2, … можно заранее определить, и переход системы из состояния в состояние происходит «скачком», практически мгновенно.

Процесс называется **процессом с непрерывным временем**, если моменты возможных переходов из состояния в состояние не фиксированы заранее, а неопределенны, случайны и могут произойти в любой момент.

Марковские процессы:

- Дискретного времени с дискретными состояниями
- Дискретного времени с непрерывными состояниями
- Непрерывного времени с дискретными состояниями
- Непрерывного времени с непрерывными состояниями

Марковский случайный процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем иногда называют «непрерывной цепью Маркова». Для такого процесса вероятность перехода из состояния, e_i в e_j для любого момента времени равна нулю. Вместо вероятности перехода p_{ij} в этом случае рассматривают плотность вероятности перехода λ_{ij}, которая определяется как предел отношения вероятности перехода из состояния e_i в состояние e_j за малый промежуток времени t, примыкающий к моменту t, к длине этого промежутка, когда она стремится к нулю. Плотность вероятности перехода может быть как постоянной λ_{ij} = const , так и зависящей от времени $\lambda_{ij} = \lambda_{ij}(t)$. В первом случае Марковский случайный процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем называется однородным.

Плотности вероятностей переходов рассматриваются как интенсивности ij простейших потоков событий, под влиянием которых происходит переход системы из состояния e_i в состояние e_j .

Потоком событий принято называть последовательность однородных событий, появляющихся одно за другим в случайный момент времени. На практике обычно рассматривают простейшие потоки событий, которые характеризуются свойствами стационарности, ординарности и отсутствия последствия.

Поток событий называется **стационарным**, если вероятность попадания того или другого числа событий на любой интервал времени зависит только от длины этого интервала и не зависит от того, где именно на оси времени он расположен.

Поток событий называется **ординарным**, если вероятность одновременного поступления двух и более событий равна нулю, что означает, что события в потоке появляются «поодиночке», а не группами по два, по три и т.д.

Поток событий называется **потоком без последствия**, если число событий, попадающих на любой интервал времени , не зависит от того, сколько событий попало на любой другой не пересекающийся с ним интервал. Отсутствие последействия означает, что события, образующие поток, появляются в те или другие моменты времени независимо друг от друга.

Ординарный поток событий без последствий называется пуассоновским. Простейший поток есть частный случай пуассоновского потока, обладающего свойством стационарности. Случайный процесс X (t) , представляющий собой число появившихся до момента t событий в простейшем потоке, определяется исходя из закона Пуассона

$$P_n(t) = \frac{e^{-\lambda t} \lambda t^n}{n!}$$

где n число состояний системы,

λ - интенсивность потока.

В случае, когда система имеет конечное число состояний, вероятности состояний $p_1(t)$, $p_2(t)$, ... , $p_n(t)$ в момент времени t находятся из системы дифференциальных уравнений (уравнений Колмогорова), имеющих вид

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = \sum_{j=1}^{n} \lambda_{ji} p_j - p_i \sum_{j=1}^{n} \lambda_{ij}$$

32. Описание процесса функционирования ИС на основе построения и решения систем линейных и дифференциальных уравнений.

Это вопрос № 34+ метод Рунге-Кутта

метод Рунге-Кутта

Вновь рассмотрим дифференциальное уравнение

$$y' = f(x, y) \qquad (1)$$

с начальным условием $y(x_0) = y_0$.

Классический *метод Рунге-Кутта* 4-го порядка описывается следующей системой пяти равенств:

$$y_{i+1} = y_m + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \quad (5)$$

где

$$k_1 = f(x_i, y_i),$$
$$k_2 = f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{hk_1}{2}),$$
$$k_3 = f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{hk_2}{2}),$$
$$k_4 = f(x_i + h, y_i + hk_3).$$

Строго говоря, существует не один, а группа методов Рунге-Кутта, отличающихся друг от друга порядком, т.е. количеством параметров k_j. В данном случае мы имеем метод 4-го порядка, который является одним из наиболее применяемых на практике, так как обеспечивает высокую точность и в то же время отличается сравнительной простотой. Поэтому в большинстве случаев он упоминается в литературе просто как «метод Рунге-Кутта» без указания его порядка.

33. [НЕТУ / 4-я лаба / есть описание содержания] Принципы построения моделей надежности ИС на основе МСП.

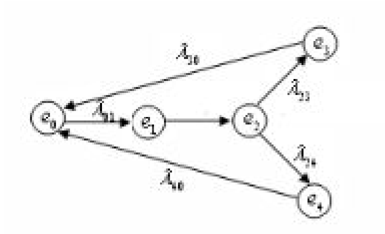
Типа строим модель МСП как в лабе и если сходится, тогда надёжная. Можно поменять параметры и посмотреть, будет ли сходится.

34. [неправильно] Пример построения модели надежности ИС на основе дискретной цепи Маркова.

Отличия со след.: всё точно так же, но вместо интенсивностей - вероятности перехода и вместо дифференциальных уравнений обычные.

Переходы происходят в чётко определённые моменты времени.

Строим граф состояний для задачи:



На основе размеченного графа состояний системы, составим систему дифференциальных уравнений Колмогорова:

$$\begin{cases} \dfrac{dp_0}{dt} = \lambda_{40}\, p_4 + \lambda_{30}\, p_3 - \lambda_{01}\, p_0 \\ \dfrac{dp_1}{dt} = \lambda_{01}\, p_0 - \lambda_{12}\, p_1 \\ \dfrac{dp_2}{dt} = \lambda_{12}\, p_1 - \lambda_{23}\, p_2 - \lambda_{24}\, p_2 \\ \dfrac{dp_3}{dt} = \lambda_{23}\, p_2 - \lambda_{30} p_3 \\ \dfrac{dp_4}{dt} = \lambda_{24}\, p_2 - \lambda_{40}\, p_4 \end{cases}$$

и нормировочное условие $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1$

Для определенности придадим параметрам, приведенным в системе дифференциальных уравнений, следующие значения:

$$\lambda_{01} = 0{,}5,\ \lambda_{12} = 2,\ \lambda_{23} = 1{,}5,\ \lambda_{24} = 1{,}5,\ \lambda_{30} = 0{,}8,\ \lambda_{40} = 2.$$

Зададим также начальные условия, т.е. распределение вероятностей состояний в начальный момент времени:

$p_0(0) = 1$, $p_1(0) + p_2(0) + p_3(0) + p_4(0) = 0$

В результате получим систему линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:

$$\begin{cases} \dfrac{dp_0}{dt} = 2\, p_4 + 0{,}8\, p_3 - 0{,}5\, p_0 \\ \dfrac{dp_1}{dt} = 0{,}5\, p_0 - 2\, p_1 \\ \dfrac{dp_2}{dt} = 2\, p_1 - 3\, p_2 \\ \dfrac{dp_3}{dt} = 1{,}5\, p_2 - 0{,}8\, p_3 \\ \dfrac{dp_4}{dt} = 1{,}5\, p_2 - 2\, p_4 \end{cases}$$

Для получения численного решения системы используем функцию rkfixed(p_0, t_0, t_1, M, D) (MathCAD Рунге-Кутта)

Где p_0 - начальные условия, t_0, t_1 - начальная и конечная точки расчета соответственно, M- число шагов, D = D(t,p) - матричная форма правых частей системы дифференциальных уравнений.

$$p := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad D(t,p) := \begin{pmatrix} -0.5p_0 + 0.8p_3 + 2p_4 \\ 0.5p_0 - 2p_1 \\ 2p_1 - 3p_2 \\ 1.5p_2 - 0.8p_3 \\ 1.5p_2 - 2p_4 \end{pmatrix}$$

$$Z := rkfixed(p, 0, 5, 15, D)$$

	0	1	2	3	4	5
0	0	1	0	0	0	0
1	0.333	0.849	0.111	0.033	4.398·10-3	3.472·10-3
11	3.667	0.541	0.136	0.091	0.163	0.069
12	4	0.54	0.135	0.091	0.165	0.069
13	4.333	0.54	0.135	0.09	0.166	0.068

Из решения следует, что спустя период времени наступает стабилизация случайного процесса.t = 4.

Для проверки решения системы дифференциальных уравнений на устойчивость целесообразно воспользоваться функцией отыскания собственных чисел, имеющейся в системе MathCAD. Результаты вычисления вектора собственных чисел матрицы приведены ниже:

$$A := \begin{pmatrix} -0.5 & 0 & 0 & 0.8 & 2 \\ 0.5 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 & -0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 & 0 & -2 \end{pmatrix} \qquad \text{eigenvals}(A) = \begin{pmatrix} -3.523 \\ 0 \\ -1.848 + 1.123i \\ -1.848 - 1.123i \\ -1.08 \end{pmatrix}$$

Принимая во внимание теорему об устойчивости решений системы линейных однородных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами, заметим, что корни характеристического уравнения матрицы *A* не имеют положительных действительных частей, следовательно, полученное решение устойчиво.

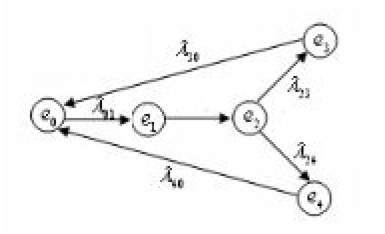
Для вычисления финальных вероятностей положим левые части в системе дифференциальных уравнений Колмогорова равными нулю, получим однородную систему линейных алгебраических уравнений. Принимая во внимание нормировочное условие для вероятностей, и отбрасывая одно из уравнений системы, получим неоднородную систему линейных уравнений. Для решения системы средствами MathCAD воспользуемся функцией lsolve(A, b).

$$\text{lsolve}(A, b) = \begin{pmatrix} 0.539 \\ 0.135 \\ 0.09 \\ 0.169 \\ 0.067 \end{pmatrix}$$

При этом финальные вероятности можно истолковать как среднее время пребывания системы в данном состоянии.

35. Пример построения модели надежности ИС на основе непрерывного МСП.

Строим граф состояний для задачи:



На основе размеченного графа состояний системы, составим систему дифференциальных уравнений Колмогорова:

$$\begin{cases} \dfrac{dp_0}{dt} = \lambda_{40}\, p_4 + \lambda_{30}\, p_3 - \lambda_{01}\, p_0 \\ \dfrac{dp_1}{dt} = \lambda_{01}\, p_0 - \lambda_{12}\, p_1 \\ \dfrac{dp_2}{dt} = \lambda_{12}\, p_1 - \lambda_{23}\, p_2 - \lambda_{24}\, p_2 \\ \dfrac{dp_3}{dt} = \lambda_{23}\, p_2 - \lambda_{30} p_3 \\ \dfrac{dp_4}{dt} = \lambda_{24}\, p_2 - \lambda_{40}\, p_4 \end{cases}$$

и нормировочное условие $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1$

Для определенности придадим параметрам, приведенным в системе дифференциальных уравнений, следующие значения:

$$\lambda_{01} = 0{,}5,\ \lambda_{12} = 2,\ \lambda_{23} = 1{,}5,\ \lambda_{24} = 1{,}5,\ \lambda_{30} = 0{,}8,\ \lambda_{40} = 2.$$

Зададим также начальные условия, т.е. распределение вероятностей состояний в начальный момент времени:

$p_0(0) = 1$, $p_1(0) + p_2(0) + p_3(0) + p_4(0) = 0$

В результате получим систему линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:

$$\begin{cases} \dfrac{dp_0}{dt} = 2\, p_4 + 0{,}8\, p_3 - 0{,}5\, p_0 \\ \dfrac{dp_1}{dt} = 0{,}5\, p_0 - 2\, p_1 \\ \dfrac{dp_2}{dt} = 2\, p_1 - 3\, p_2 \\ \dfrac{dp_3}{dt} = 1{,}5\, p_2 - 0{,}8\, p_3 \\ \dfrac{dp_4}{dt} = 1{,}5\, p_2 - 2\, p_4 \end{cases}$$

Для получения численного решения системы используем функцию rkfixed(p_0, t_0, t_1, M, D) (MathCAD Рунге-Кутта)

Где p_0 - начальные условия, t_0, t_1 - начальная и конечная точки расчета соответственно, M- число шагов, D = D(t,p) - матричная форма правых частей системы дифференциальных уравнений.

$$p := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad D(t,p) := \begin{pmatrix} -0.5p_0 + 0.8p_3 + 2p_4 \\ 0.5p_0 - 2p_1 \\ 2p_1 - 3p_2 \\ 1.5p_2 - 0.8p_3 \\ 1.5p_2 - 2p_4 \end{pmatrix}$$

$$Z := rkfixed(p, 0, 5, 15, D)$$

	0	1	2	3	4	5
0	0	1	0	0	0	0
1	0.333	0.849	0.111	0.033	4.398·10-3	3.472·10-3

11	3.667	0.541	0.136	0.091	0.163	0.069
12	4	0.54	0.135	0.091	0.165	0.069
13	4.333	0.54	0.135	0.09	0.166	0.068

Из решения следует, что спустя период времени наступает стабилизация случайного процесса.t = 4.

Для проверки решения системы дифференциальных уравнений на устойчивость целесообразно воспользоваться функцией отыскания собственных чисел, имеющейся в системе MathCAD. Результаты вычисления вектора собственных чисел матрицы приведены ниже:

$$A := \begin{pmatrix} -0.5 & 0 & 0 & 0.8 & 2 \\ 0.5 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 & -0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 & 0 & -2 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{eigenvals}(A) = \begin{pmatrix} -3.523 \\ 0 \\ -1.848 + 1.123i \\ -1.848 - 1.123i \\ -1.08 \end{pmatrix}$$

Принимая во внимание теорему об устойчивости решений системы линейных однородных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами, заметим, что корни характеристического уравнения матрицы *A* не имеют положительных действительных частей, следовательно, полученное решение устойчиво.

Для вычисления финальных вероятностей положим левые части в системе дифференциальных уравнений Колмогорова равными нулю, получим однородную систему линейных алгебраических уравнений. Принимая во внимание нормировочное условие для вероятностей, и отбрасывая одно из уравнений системы, получим неоднородную систему линейных уравнений. Для решения системы средствами MathCAD воспользуемся функцией lsolve(A, b).

$$\mathrm{lsolve}(A, b) = \begin{pmatrix} 0.539 \\ 0.135 \\ 0.09 \\ 0.169 \\ 0.067 \end{pmatrix}$$

При этом финальные вероятности можно истолковать как среднее время пребывания системы в данном состоянии.

36. Пример построения модели производительности ИС на основе модели размножения и гибели.

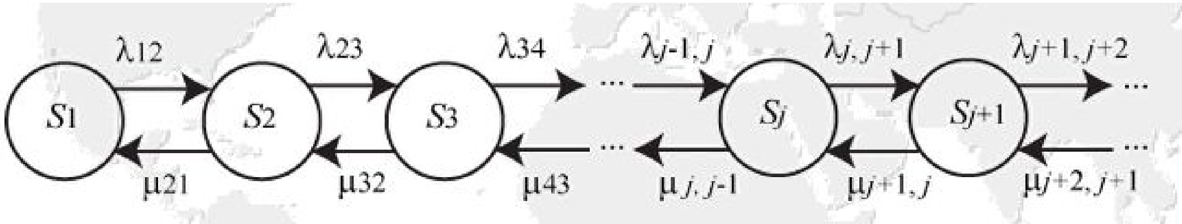


Рис. 2.5. Схема "гибели и размножения"

λ − интенсивность размножения; μ − интенсивность гибели.

Особенностью модели является наличие прямой и обратной связей с каждым соседним состоянием для всех средних состояний; первое и последнее (крайние) состояния связаны только с одним "соседом" (с последующим и предыдущим состояниями соответственно).

Название модели - "гибель и размножение" - связано с представлением, что стрелки вправо означают переход к состояниям, связанным с ростом номера состояния ("рождение"), а стрелки влево - с убыванием номера состояний ("гибель").

37. [НЕТУ / 4-я лаба] Формализация информационных процессов в сложных системах на основе марковских моделей.

[полный вопрос 31]

Функционирование любой ИС можно представить с помощью совокупности состояний. Единственная проблема - выделить эти состояния и определить вероятности или плотности вероятности переходов между ними. После этого необходимо построить граф переходов и составить систему уравнений Колмогорова, которая и будет представлять собой формализацию информационных процессов в сложных системах.

38. Формализация обработки качественных признаков оценки ИС: морфологические таблицы, матрицы образов.

Морфологическая таблица - таблица описания системы в таблично-текстовой форме. Строим как хотим.

Описание подсистемы	Содержание
Подсистема сбора данных вручную	Модуль идентификации данных, **модуль контроля данных**
Подсистема сбора данных автоматически	**Модуль контроля данны**х, модуль идентификации данных, *модуль передачи данных*
Подсистема сбора данных в полуавтоматическом режиме	*Модуль передачи данных*, **модуль контроля данных**

Множество вариантов систематизированных составных частей описываются в виде качественных признаков. Список всех признаков составляет морфологический образ системы.

Проблема в том, что повторяется содержания для разных подсистем(нарушена целостность данных)

Множество образов вариантов может быть представлена матрицей из p строк и q столбцов.

Z\S	S1	...	Sq
Z0			
...			
Zp	0/1		

S - Наименование системы
Z - признак

Такие матрицы удобно использовать для расчета мер сходства, различия и включения. Матрица бинарная, 0 - признака нет, 1 - признак есть.

39. Меры сходства и различия объектов.

Меры сходства и различия. Мерой сходства (близости) обычно называется величина *C (Sj, Sk*), имеющая предел и возрастающая с возрастанием близости объектов. Под мерой сходства будем понимать неотрицательную вещественную функцию *C* (*Sj*, *Sk*), обладающую следующими свойствами:

$$0 \le C\,(S_j,\,S_k) \le 1 \text{ для } k \ne j\,; \quad C\,(S_j,\,S_k) = 1 \text{ для } k = j; \quad C\,(S_j,\,S_k) = C\,(S_k,\,S_j). \tag{5.2}$$

Здесь *Sj, Sk* — множества значений признаков, описывающие сравниваемые объекты. Мера, **коэквивалентная** мере сходства, называется мерой различия *D (Sj, Sk)* и обладает свойствами метрики, если:

$$D\,(S_j,\,S_k) \ge 0 \text{ для всех } j,\,k \in J\,;$$
$$D\,(S_j,\,S_k) = 0 \text{ для } S_j = S_k\,;$$
$$D\,(S_j,\,S_k) = D\,(S_k,\,S_j)\,;$$
$$D\,(S_j,\,S_k) \le D\,(S_j,\,S_s) + D\,(S_k,\,S_s)\,, \text{ где } s \in J\,.$$

Свойствами (5.2) обладает, в частности, континуум эквивалентных мер, представляемых формулой

$$C(S_j,S_k)_u = \frac{2m(S_i \cap S_k)}{(1+u)[m(S_j)+m(S_k)-2um(S_j \cap S_k)]}, \tag{5.3}$$

где $-1 \le u \le \infty$;
$m\,(S_j)$ — обозначение числа элементов множества S_j.

Меры сходства и различия "изобретаются" по специальным правилам [4], а выбор конкретных мер зависит, в первую очередь, от супер-задачи — цели конкретного исследования, а также от шкалы измерений.

Вычисление значений меры сходства двух сравниваемых объектов по качественным признакам удобно производить на основе бинарной матрицы, которая в терминах теории множеств задается следующим образом:

$$S = \{\, S_j \mid j \in J \,\},\ \ J = \{\, j \mid j \text{ — целое число, } j = \overline{1,2} \,\};$$
$$S_j = \{\, x_{ij} \mid i \in I,\ j \in J \,\};$$
$$Z = \{\, Z_i \mid i \in I \,\},\ \ I = \{\, i \mid i \text{ — целое число, } 1 \le i \le p \,\};$$
$$Z_i = \{\, x_{ij} \mid i \in I,\ j \in J \,\};$$
$$x_{ij} \in \{0,\ 1\}.$$

Здесь *S* — индексированное множество с элементами *Sj* (алфавит описаний), *Sj* —*j-е* описание объекта; *Z* — индексированное множество с элементами *Zi* (алфавит признаков или значений признаков); *Zi* — *i*-й признак (значение признака); *xij* — одно из двух значений {0, 1} *i*-го признака у *j*-го объекта *(xij* = 1, если *i*-й признак есть у *j*-го объекта, в противном случае *xij* = 0); *J* и *I*— индексные множества.

Мера Чекановского-Серансена (из формулы (5.3) выше, при u = 0):

$$C(S_i, S_k)_0 = \frac{2m(S_j \cap S_k)}{(mS_j + mS_k)}$$

Мера Жаккара (из формулы (5.3)):

u=1: $C(S_i, S_k) = \frac{m(S_i \cap S_k)}{m(S_i \cup S_k)}$

u=3: $C(S_i, S_k) = \frac{m(S_i \cap S_k)}{2mS_i + 2mS_k - 3m(S_i \cap S_k)}$

40. [Неясная херь] Свойства континуума эквивалентных мер. Коэквивалентные меры.

Из предыдущего +

5. Некоторые меры сходства и различия связаны между собой. Например если ε мера сходства, то $D = \varepsilon_{\max} - \varepsilon$ – мера различия.

Определение: если ε – мера сходства и D – мера различия такие, что существуют строго монотонно убывающая функция χ и $\varepsilon_1(\eta) = \chi(D(\eta))$, то ε и D называются коэквивалентными, что обозначается $\varepsilon \nsim D$. Это отношение обладает следующими свойствами:

i) $\varepsilon_1 \sim \varepsilon_2$ и $\varepsilon_2 \nsim D$, тогда $\varepsilon_1 \nsim D$;

ii) $\varepsilon_1 \nsim D$ и $D \nsim \varepsilon_2$, тогда $\varepsilon_1 \sim \varepsilon_2$.

Доказательство: $\varepsilon_1 \sim \varepsilon_2$, значит $\varepsilon_1 = \varphi(\varepsilon_2)$; $\varepsilon_2 \nsim D$, значит $\varepsilon_2 = \chi(D)$, тогда $\varepsilon_1 = \varphi(\chi(D))$, причем $\varphi(\chi(D))$ – строго монотонно убывающая функция, так как если $D(\eta) < D(\mu)$, то $\chi(D(\eta)) > \chi(D(\mu))$, тогда $\varphi(\chi(D(\eta))) > \varphi(\chi(D(\mu)))$, что и требовалось доказать.

Второе свойство доказывается точно также.

Из этих свойств следует, что между классами эквивалентности на мерах сходства и мерах различия можно установить взаимно однозначное соответствие, причем меры из соответствующих классов будут попарно коэквивалентны.

41. Мера включения объектов.

Мера включения. Она отражает различную степень включения одного объекта в другой и позволяет выявить, какой из двух сравниваемых объектов содержит больше специфических признаков, т.е. определить, какой объект более оригинален, а какой — более типичен среди множества анализируемых объектов.

Меры включения множества S_2 в множество S_1 и S_1 в S_2 определяются следующим образом:

$$W(S_2;S_1)=\frac{m(S_1\cap S_2)}{m(S_1)},\quad W(S_1;S_2)=\frac{m(S_1\cap S_2)}{m(S_2)}. \qquad (5.5)$$

Меры включения несимметричны, а включение *j*-го описания в самом себе стопроцентно, так как

$$m\,(\,S_j\cap S_j\,)=m\,(\,S_j\,).$$

Для более полного анализа множеств исследуемых объектов рассчитываются меры сходства, различия и включения для всех пар объектов. Полученные после вычислений значения соответствующих мер сводятся в квадратные матрицы порядка *q* x *g*, номерами строк и столбцов которых являются номера изучаемых объектов.

42. Отношения мер сходства, включения.

Отношения мер сходства (различия), включения позволяют при обработке множеств исследуемых объектов выявлять наиболее интересные закономерности строения анализируемых множеств. В общем случае под отношением понимается пара $<A, M>$, где M— множество, на котором отношение определено, а A — подмножество пар M x M, для которых это отношение выполнено. Множество M называется областью задания отношения A.

Отношения мер различия и включения исследуются на основе матриц мер различия и включения. При этом матрицы сходства и различия по определению соответствующих мер обладают свойством симметрии относительно главной диагонали, а матрицы мер включения таким свойством не обладают.

Отношения сходства, различия и включения, порождаемые соответствующими мерами,определяются следующим образом:

$$<C_\Delta,S> = \{S_j,\, S_k \in S \mid C\,(S_j,S_k)u \ge \Delta\};$$
$$<D_\Delta,S> = \{S_j,\, S_k \in S \mid D\,(S_j,S_k)u \ge \Delta\};$$
$$<B_D;S> = \{S_j,\, S_k \in S \mid W\,(S_j;S_k) \ge \Delta\}.$$

Здесь j, k $\in$ J; $C\Delta$, $D\Delta$, $B\Delta$ —соответственно отношения сходства, различия и включения; Δ—некоторое произвольное число (0 ≤ Δ ≤ 1,0 для отношения сходства и включения). Записи S_j $C\Delta$ S_k и S_j $B\Delta$ S_k означают соответственно то, что S_j и S_k находятся в отношении "Δ-сходства" и "Δ-банальности". Отношение "банальности" или "экзотичности" порождается мерой включения. При этом запись S_j $B\Delta$ S_k означает, что описание S_j "банальнее" S_k при пороге Δ. Например, если рассчитанные для пары объектов меры включения имеют следующие значения: $W(S_1; S_2) = 0{,}57$, $W(S_2; S_1) = 0{,}67$, то эти результаты можно интерпретировать следующим образом. Мера включения первого описания во второе (0,67) показывает, что второй объект "оригинальнее", или "экзотичнее", первого. Т. е. описание второго объекта содержит больше специфических признаков, чем описание первого объекта, поскольку первое описание включено во второе на 67 %, а второе включено в первое на 57 %.

43. Отношение иерархии. Сгущение множества иерархии i-го уровня.

Отношение иерархии определяется следующим образом. Если множество $H_{(i)}$ образовано соединением некоторых классов из множества $H_{(i)}$, то $f\colon H_{(i)} \to H_{(j)}$ сюръективно: каждому элементу $H_{(i)}$ соответствует хотя бы один элемент из $H_{(j)}$. То обстоятельство, что класс появляется классом более широким, чем $H_{(j)}$ отображается через **отношение иерархии И следующим образом: $H_{(i)}$ И $H_{(j)}$ (класс $H_{(i)}$ подчиняет класс $H_{(j)}$).**

Множество $H_{(i)}$ называется **сгущением** $H_{(j)}$, если хотя бы один из классов $H_{(i)}$ есть соединение классов из $H_{(j)}$.

Если $H = \{H_{(1)},..., H_{(S)}\}$ есть множество разбиений, таких, что $H_{(k)}$ сгущение $H_{(k-1)}$, где $k \in K$, $K = \{k$ □ k — целое число, $1 \le k \le S\}$, то в предельном случае $H_{(1)}$ состоит из всех классов, содержащих ровно по одному элементу, а $H_{(S)}$ — из одного класса, совпадающего с исходным множеством исследуемых объектов J. При этом если задано разбиение, то элементы, входящие в один и тот же класс, являются неразличимыми (эквивалентными). Здесь под разбиением H множества J понимается представление J в виде совокупности непустых подмножеств H_k, $k = 1, 2,..., n$, таких, что

$$H_l \cap H_k = 0, \quad l \neq k, \quad \bigcup_{k=1}^{n} H_k = J.$$

Множество H есть иерархическая система, состоящая из S уровней. Номеру каждого уровня можно поставить в соответствие его ранг, так как K— упорядоченное множество, а названия всех классов одного ранга считать категорией.

При практической реализации иерархических классификаций строятся дендрограммы, являющиеся графическим способом изображения системы, что делает наглядной структуру иерархической системы. Последовательный процесс построения сгущений начинается с рассмотрения q объектов $\{q \in H_{(1)}\}$. Таким образом, на первом шаге каждый объект из заданного множества считается классом. Далее два наиболее схожих объекта объединяются в один класс, и общее число последних становится равным q - 1. Эти классы принадлежат разбиению $H_{(2)}$, являющемуся сгущением $H_{(1)}$. Если число схожих объектов n, то объединяются любые два из них. Среди оставшихся снова отыскиваются наиболее схожие, которые также объединяются. Аналогичные процедуры осуществляются до тех пор, пока все объекты не попадут в один класс $H_{(S)}$.

Одним из наиболее распространенных и простых подходов построения дендрограмм является подход, основанный на использовании матрицы сходства.

44. [НЕТУ] Практические аспекты оценки эффективности ИС: проблемы и перспективы

Задачи:

1. [Смешан со следующим] Скалярная свертка критериев оценки ИС.

Девятибалльная шкала Саати

Балл	Пояснение
1	отсутствует преимущество варианта v_j над вариантом v_i
3	имеется слабое преимущество v_j над v_i
5	имеется существенное преимущество v_j над v_i
7	имеется явное преимущество v_j над v_i
9	имеется абсолютное преимущество v_j над v_i
2,4,6,8	промежуточные сравнительные оценки

Матрица оценок имеет следующие свойства:

- **Диагональность (a[i,i] = 1)**
- **Симметричность (a[i,j] = 1 / a[j,i])**
- **Транзитивность (a[i,j] * a[j,k] = a[i,k])**

Дана матрица оценок по шкале Саати (их можно построить см. соответствующий вопрос):

$$
A(q_j^1)=\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \end{array} \\ \begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 1/5 & 2 & 5 & 9 \\ 5 & 1 & 2 & 7 & 9 \\ 1/2 & 1/2 & 1 & 7 & 9 \\ 1/5 & 1/7 & 1/7 & 1 & 7 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 & 1/7 & 1 \end{bmatrix} \end{array},\
A(q_j^2)=\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \end{array} \\ \begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 1/9 & 1/5 & 3 & 4 \\ 1/9 & 1 & 2 & 9 & 9 \\ 5 & 1/2 & 1 & 7 & 7 \\ 1/3 & 1/9 & 1/7 & 1 & 5 \\ 1/4 & 1/9 & 1/7 & 1/5 & 1 \end{bmatrix} \end{array},\
A(q_j^3)=\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \end{array} \\ \begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 5 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 5 & 7 \\ 1/4 & 1/5 & 1/5 & 1 & 2 \\ 1/7 & 1/7 & 1/7 & 1/2 & 1 \end{bmatrix} \end{array}
$$

$$
,A(q_j^4)=\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \end{array} \\ \begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 1/5 & 1/3 & 2 & 2 \\ 5 & 1 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 1/2 & 1 & 3 & 6 \\ 1/2 & 1/4 & 1/3 & 1 & 1/2 \\ 1/2 & 1/5 & 1/6 & 2 & 1 \end{bmatrix} \end{array},\
A(q_j^5)=\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \end{array} \\ \begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 1/7 & 1/3 & 2 & 1 \\ 7 & 1 & 1/3 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 1 & 5 & 6 \\ 1/2 & 1/3 & 1/5 & 1 & 8 \\ 1 & 1/4 & 1/6 & 1/8 & 1 \end{bmatrix} \end{array}. \qquad (8)
$$

Пользуясь матрицами парных сравнений и формулой (3) получим:

По формуле $\mu(v_i) = \frac{1}{\sum_j a_{ij}{}^k}$. k - типа по критерию, номер матрицы

$$
q_j^1 = \left\{\frac{0.058}{v_1}, \frac{0.042}{v_2}, \frac{0.055}{v_3}, \frac{0.11}{v_4}, \frac{0.68}{v_5}\right\}, q_j^2 = \left\{\frac{0.12}{v_1}, \frac{0.033}{v_2}, \frac{0.049}{v_3}, \frac{0.15}{v_4}, \frac{0.59}{v_5}\right\},
$$
$$
q_j^3 = \left\{\frac{0.071}{v_1}, \frac{0.067}{v_2}, \frac{0.067}{v_3}, \frac{0.27}{v_4}, \frac{0.52}{v_5}\right\}, q_j^4 = \left\{\frac{0.18}{v_1}, \frac{0.059}{v_2}, \frac{0.074}{v_3}, \frac{0.39}{v_4}, \frac{0.26}{v_5}\right\}, \qquad (9)
$$
$$
q_j^5 = \left\{\frac{0.22}{v_1}, \frac{0.065}{v_2}, \frac{0.055}{v_3}, \frac{0.997}{v_4}, \frac{0.39}{v_5}\right\}.
$$

В случае неравновесных критериев дана матрица оценок критериев. По формуле μ выше и нормируем их (делим на сумму). Потом каждую полученную возводим в степень полученного веса.

Экспертным оценкам соответствует следующая матрица парных сравнений:

$$A=\begin{array}{c} \\ q_j^1 \\ q_j^2 \\ q_j^3 \\ q_j^4 \\ q_j^5 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} q_j^1 & q_j^2 & q_j^3 & q_j^4 & q_j^5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 1/5 & 1/6 \\ 1/3 & 1 & 2 & 1/2 & 1/3 \\ 1/4 & 1/2 & 1 & 1/7 & 1/9 \\ 5 & 2 & 7 & 1 & 1/2 \\ 6 & 3 & 9 & 2 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \qquad (10)$$

Определим ранги критериев q_j^1, q_j^2, q_j^3, q_j^4, q_j^5. Для этого ранги, полученные из матрицы парных сравнений, необходимо нормировать. $\tilde{w}_1 = 0.12$, $\tilde{w}_2 = 0.24$, $\tilde{w}_3 = 0.5$, $\tilde{w}_4 = 0.064$, $\tilde{w}_5 = 0.048$. $\sum_1^5 \tilde{w}_i = 0.972$. Ранги критериев q_j^1, q_j^2, q_j^3, q_j^4, q_j^5. после нормировки: $w_1 = 0.12$, $w_2 = 0.25$, $w_3 = 0.51$, $w_4 = 0.066$, $w_5 = 0.049$. Тогда согласно (5) получим:

$$q_j^1 = \left\{\frac{0{,}058^{0.12}}{v_1}, \frac{0.042^{0.12}}{v_2}, \frac{0.055^{0.12}}{v_3}, \frac{0.075^{0.12}}{v_4}, \frac{0.68^{0.12}}{v_5}\right\} = \left\{\frac{0.71}{v_1}, \frac{0.68}{v_2}, \frac{0.71}{v_3}, \frac{0.73}{v_2}, \frac{0.95}{v_3}\right\},$$

$$q_j^2 = \left\{\frac{0{,}12^{0.25}}{v_1}, \frac{0.033^{0.25}}{v_2}, \frac{0.049^{0.25}}{v_3}, \frac{0.15^{0.25}}{v_4}, \frac{0.59^{0.25}}{v_5}\right\} = \left\{\frac{0.59}{v_1}, \frac{0.43}{v_2}, \frac{0.47}{v_3}, \frac{0.62}{v_2}, \frac{0.88}{v_3}\right\},$$

$$q_j^3 = \left\{\frac{0{,}071^{0.51}}{v_1}, \frac{0.067^{0.51}}{v_2}, \frac{0.67^{0.51}}{v_3}, \frac{0.27^{0.51}}{v_4}, \frac{0.52^{0.51}}{v_5}\right\} = \left\{\frac{0.26}{v_1}, \frac{0.25}{v_2}, \frac{0.25}{v_3}, \frac{0.51}{v_2}, \frac{0.72}{v_3}\right\},$$

2. [Смешан с предыдущим] Вариантный анализ ИС на основе МАИ (в том числе с учетом нечеткости).

$$q_j^1 = \left\{\frac{0.058}{v_1}, \frac{0.042}{v_2}, \frac{0.055}{v_3}, \frac{0.11}{v_4}, \frac{0.68}{v_5}\right\}, q_j^2 = \left\{\frac{0.12}{v_1}, \frac{0.033}{v_2}, \frac{0.049}{v_3}, \frac{0.15}{v_4}, \frac{0.59}{v_5}\right\},$$
$$q_j^3 = \left\{\frac{0.071}{v_1}, \frac{0.067}{v_2}, \frac{0.067}{v_3}, \frac{0.27}{v_4}, \frac{0.52}{v_5}\right\}, q_j^4 = \left\{\frac{0.18}{v_1}, \frac{0.059}{v_2}, \frac{0.074}{v_3}, \frac{0.39}{v_4}, \frac{0.26}{v_5}\right\}, \qquad (9)$$
$$q_j^5 = \left\{\frac{0.22}{v_1}, \frac{0.065}{v_2}, \frac{0.055}{v_3}, \frac{0.997}{v_4}, \frac{0.39}{v_5}\right\}.$$

Для случая равновесных критериев, пользуясь нечеткими множествами q_j^1, q_j^2, q_j^3, q_j^4, q_j^5 и формулой (4) получим: $D = \left\{\frac{0.058}{v_1}, \frac{0.033}{v_2}, \frac{0.049}{v_3}, \frac{0.0997}{v_4}, \frac{0.26}{v_5}\right\}$.

Множество D имеет значения составляющих такие, что свидетельствует о явном преимуществе варианта v_5 над всеми другими вариантами, о достаточном преимуществе v_4 над v_1, v_2 и v_3, а также о преимуществе варианта v_1 над вариантами v_3 и v_2.

3. Оценка согласованности мнений экспертов.

В зависимости от методов, использованных для оценки альтернатив, вычисляют различные показатели согласованности мнений экспертов: коэффициент конкордации W или коэффициент согласия V.

При анализе оценок, полученных от экспертов в результате метода рангов (например при ранжировании n критериев) рассчитывается **конкордация** - согласованность их мнений. Коэффициент конкордации W- это общий коэффициент ранговой корреляции для группы, состоящей из m экспертов.

Для расчета значения W сначала находится сумма рангов X i по каждому i-му критерию, полученная от всех экспертов, а затем разность между этой суммой и средней суммой рангов по формуле:

$\Delta_i = X_i - T$, где $T=m(n+1)/2$,

далее рассчитывается сумма квадратов разностей по формуле

$S= sum(\Delta_i\hat{}2)$

Коэффициент конкордации рассчитывается по формуле, предложенной Кендаллом:

$W=12*S/(m^2n(n^2-1))$.

Коэффициент может меняться от 0 до 1, причем его равенство единице означает, что все эксперты дали одинаковые оценки. А равенство нулю означает, что связи между оценками, полученными от разных экспертов, не существует.

Обычно, если W>0,8, то считается, что степень согласованности допустимая.

Если W<0,8, то результаты экспертизы недостоверны и экспертам предлагается обсудить моменты, вызвавшие разногласия и затем снова провести экспертизу. Если невозможно достичь допустимой согласованности мнений, то необходимо изменить состав коллектива экспертов.

Пример. Рассчитаем коэффициент конкордации для примера из п.п.2.1

m=3 (3 эксперта)

n=6 (6 сравниваемых объектов)

T=3(6+1)/2=10,5

Номер объекта, i	Ранги, R_i			X_i	$\Delta_i = X_i - T$	$\Delta_i\hat{}2$
	Эксперт 1	Эксперт 2	Эксперт 3			
1	1	1	1	3	-7.5	56.25
2	3	2	2	7	-3.5	12.25
3	4	4	4	12	1.5	2.25
4	5	4	3	12	1.5	2.25
5	2	3	2	7	-3.5	12.25
6	6	5	5	16	5.5	30.25

	S=	115.5

В итоге получаем значение W=12*115,5/(3 2 * 6*(6 2 -1))= 0,733 <0,8

Согласованность мнений экспертов при проведении оценки методом парных сравнений может быть измерена с помощью коэффициента согласия V.

При расчете **коэффициента согласия с**оставляется матрица предпочтений n сравниваемых альтернатив, в которой числа P ij показывают, сколько раз альтернатива i была предпочтительней альтернативы j по мнению m экспертов. В результате проведения таких сравнений отдается предпочтение каким-то 1/2 C n2 альтернативам по сравнению с остальными 1/2 C n2 факторами. Очевидно, что при полном согласии m экспертов C n2 ячеек матрицы будет содержать число равное m, а в остальных ячейках будут нули. При минимальном согласии каждая ячейка будет содержать число m/2, если число экспертов четное, и (m+1)/2 или (m-1)/2, если оно нечетное. Исходя из этого коэффициент согласия при парном сравнении V может быть определен из отношения:

$$V=Q/Q_{max},$$
$$Q_{max}=m(m-1)n(n-1)/4,$$
$$Q=\sum x_{ij}^2 - m\sum x_{ij} + C_m^2\, C_n^2.$$

В этой формуле суммирование ведется не по всем ячейкам матрицы, а только по ячейкам лежащим выше или ниже главной диагонали матрицы.

Очевидно, что при полном согласии экспертов коэффициент согласия V будет равен 1, при минимальном согласии равен 0.

Решение о достоверности полученного решения принимается аналогично коэффициенту конкордации.

Пример. Пусть проводилась оценка 4 альтернатив тремя экспертами. По первому критерию три эксперта составили следующие матрицы попарного сравнения:

Эксперт 1				Эксперт 2				Эксперт 3				Матрица предпочтений			
=	>	>	>	=	>	>	>	=	>	>	>		3	3	3
<	=	<	<	<	=	<	>	<	=	<	<	0		0	1
<	>	=	>	<	>	=	>	<	>	=	>	0	3		3
<	>	<	=	<	<	<	=	<	>	<	=	0	2	0	

Составим матрицу предпочтений экспертов: подсчитаем количество знаков «>» на соответствующих ячейках в матрицах экспертов. **При расчете в качестве x_{ij} можно взять значения над диагональю или под диагональю,** здесь возьмем значения под диагональю, т.к. их легче подсчитать. Коэффициенты C k2 взяты из таблицы.

k	C_k
3	3
4	6
5	10
6	15
7	21
8	28

m=3 (3 эксперта)
n=4 (4 сравниваемых объекта)
Qmax=3*(3-1)*4*(4-1)/4=18
Q= (9+4) – 3*(3+2) + 3*6=16
Далее рассчитано значение коэффициента согласия для первого критерия.
V 1 =16/18=0,89 >0,8

Результаты проведенной экспертизы методом попарного сравнения по первому критерию можно считать достоверными.

4. Анализ качества аддитивного критерия.

Она может быть не только аддитивной, но и другой какой-нибудь, см. вопрос про свёртки. Про вложенные скалярные (которые аддитивные вроде) ниже.

Иллюстрационный пример

Пусть требуется найти количественную $y_0^* = y_0^{(3)}$ и качественную оценки проекта самолета по двум основным свойствам: комфортность, характеризуемая неизвестной пока оценкой критерия $y_{01}^{(2)}$ и надежность, которой сопоставляется неизвестная пока оценка критерия $y_{02}^{(2)}$. Свойство комфортности, в свою очередь, оценивается по трем критериям: расстояние между креслами в пассажирском салоне y_{01}, уровень шума в салоне y_{02} и уровень вибрации пола в салоне y_{03}. Надежность оценивается вероятностью отказов оборудования y_{04} и прочностью конструкции y_{05}. Кроме этих двух в оценке надежности принимает участие критерий уровня вибрации пола y_{03}, т.е. имеет место одна перекрестная связь. Все указанные критерии нормированы и приведены к одному способу экстремизации, а именно, все они подлежат *минимизации*. Критерии низшего уровня принимают участие в оценке свойств высшего уровня с коэффициентами приоритета $p_{ik}^{(j-1)}, j \in [2, m]$. Структурная схема трехуровневой иерархии критериев для оцениваемого проекта представлена на Рис.2.

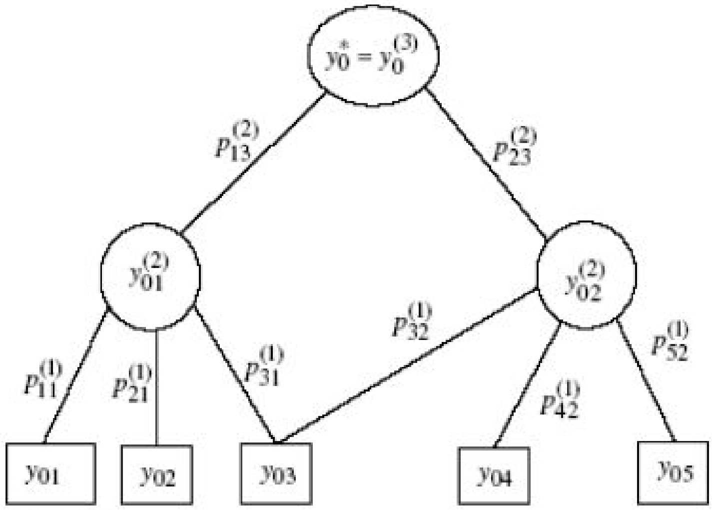


Рис.2. Структурная схема трехуровневой иерархии критериев

Заданы следующие числовые значения величин. Критерии нижнего (первого) уровня иерархии: y_{01} =0,3; y_{02} =0,5; y_{03} =07; y_{04} =0,2; y_{05} =0,1. Коэффициенты приоритета: $p_{11}^{(1)}$ =0,7; $p_{21}^{(1)}$ =0,2; $p_{31}^{(1)}$ =0,1; $p_{32}^{(1)}$ =0,1; $p_{42}^{(1)}$ =0,45; $p_{52}^{(1)}$ =0,45; $p_{13}^{(2)}$ =0,5; $p_{23}^{(2)}$ =0,5.

На первом этапе композиции критериев, исходя из рекуррентной формулы (4), получим выражение для аналитической оценки свойства комфортности (второй уровень иерархии):

$$y_{01}^{(2)} = 1 - \frac{1}{\sum_{l=1}^{n_1^{(1)}} p_{l1}^{(1)} (1 - y_{0l1}^{(1)})^{-1}},$$

где $n_1^{(1)}$ =3 и $y_{011}^{(1)} = y_{01}; y_{021}^{(1)} = y_{02}; y_{031}^{(1)} = y_{03}$. Подставляя численные значения, получим

$$y_{01}^{(2)} = 1 - \frac{1}{0,7\frac{1}{1-0,3} + 0,2\frac{1}{1-0,5} + 0,1\frac{1}{1-0,7}} = 0,42.$$

Сопоставляя эту аналитическую оценку с Табл.1, найдем, что свойство комфортности для данного проекта самолета качественно оценивается как *удовлетворительное*.

Выражение для аналитической оценки свойства надежности (тоже второй уровень иерархии) имеет вид

$$y_{02}^{(2)} = 1 - \frac{1}{\sum_{l=1}^{n_2^{(1)}} p_{l2}^{(1)} (1 - y_{0l2}^{(1)})^{-1}},$$

где с учетом перекрестной связи $n_2^{(1)}$ =3 и $y_{012}^{(1)} = y_{03}; y_{022}^{(1)} = y_{04}; y_{032}^{(1)} = y_{05}$. Коэффициенты приоритета $p_{12}^{(1)} = p_{32}^{(1)}; p_{22}^{(1)} = p_{42}^{(1)}; p_{32}^{(1)} = p_{52}^{(1)}$. Подставим численные значения и получим

$$y_{02}^{(2)} = 1 - \frac{1}{0,1\frac{1}{1-0,7} + 0,45\frac{1}{1-0,2} + 0,45\frac{1}{1-0,1}} = 0,28.$$

В соответствии с Табл.1, качество свойства надежности для данного проекта оценивается как *высокое*. На заключительном (втором) этапе композиции критериев формула (4) приобретает вид

$$y_0^* = y_0^{(3)} = 1 - \frac{1}{\sum\limits_{i=1}^{n_3^{(2)}} p_{i3}^{(2)} (1 - y_{0i3}^{(2)})^{-1}},$$

где $n_3^{(2)}=2$ и $y_{013}^{(2)} = y_{01}^{(2)}; y_{023}^{(2)} = y_{02}^{(2)}$. Подставляя численные значения, получим

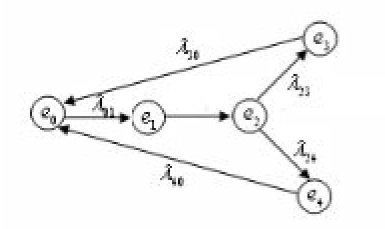
$$y_0^* = 1 - \frac{1}{0{,}5\frac{1}{1-0{,}42} + 0{,}5\frac{1}{1-0{,}28}} = 0{,}36.$$

Обратившись к Табл.1 видим, что по этой аналитической оценке, качество данного проекта самолета в целом оценивается как *хорошее*.

5. Оценка надежности ИС на основе модели Маркова.

Лр №4

Строим граф состояний для задачи:



На основе размеченного графа состояний системы, составим систему дифференциальных уравнений Колмогорова:

$$\begin{cases} \frac{dp_0}{dt} = \lambda_{40} p_4 + \lambda_{30} p_3 - \lambda_{01} p_0 \\ \frac{dp_1}{dt} = \lambda_{01} p_0 - \lambda_{12} p_1 \\ \frac{dp_2}{dt} = \lambda_{12} p_1 - \lambda_{23} p_2 - \lambda_{24} p_2 \\ \frac{dp_3}{dt} = \lambda_{23} p_2 - \lambda_{30} p_3 \\ \frac{dp_4}{dt} = \lambda_{24} p_2 - \lambda_{40} p_4 \end{cases}$$

и нормировочное условие $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1$

Для определенности придадим параметрам, приведенным в системе дифференциальных уравнений, следующие значения:

$$\lambda_{01} = 0{,}5,\ \lambda_{12} = 2,\ \lambda_{23} = 1{,}5,\ \lambda_{24} = 1{,}5,\ \lambda_{30} = 0{,}8,\ \lambda_{40} = 2.$$

Зададим также начальные условия, т.е. распределение вероятностей состояний в начальный момент времени:

$p_0(0) = 1$, $p_1(0) + p_2(0) + p_3(0) + p_4(0) = 0$

В результате получим систему линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:

$$\begin{cases} \dfrac{dp_0}{dt} = 2\,p_4 + 0{,}8\,p_3 - 0{,}5\,p_0 \\ \dfrac{dp_1}{dt} = 0{,}5\,p_0 - 2\,p_1 \\ \dfrac{dp_2}{dt} = 2\,p_1 - 3\,p_2 \\ \dfrac{dp_3}{dt} = 1{,}5\,p_2 - 0{,}8\,p_3 \\ \dfrac{dp_4}{dt} = 1{,}5\,p_2 - 2\,p_4 \end{cases}$$

Для получения численного решения системы используем функцию rkfixed(p_0, t_0, t_1, M, D) (MathCAD Рунге-Кутта)

Где p_0 - начальные условия, t_0, t_1 - начальная и конечная точки расчета соответственно, M- число шагов, D = D(t,p) - матричная форма правых частей системы дифференциальных уравнений.

$$p := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad D(t,p) := \begin{pmatrix} -0.5p_0 + 0.8p_3 + 2p_4 \\ 0.5p_0 - 2p_1 \\ 2p_1 - 3p_2 \\ 1.5p_2 - 0.8p_3 \\ 1.5p_2 - 2p_4 \end{pmatrix}$$

$$Z := rkfixed(p, 0, 5, 15, D)$$

	0	1	2	3	4	5
0	0	1	0	0	0	0
1	0.333	0.849	0.111	0.033	4.398·10-3	3.472·10-3
11	3.667	0.541	0.136	0.091	0.163	0.069
12	4	0.54	0.135	0.091	0.165	0.069
13	4.333	0.54	0.135	0.09	0.166	0.068

Из решения следует, что спустя период времени наступает стабилизация случайного процесса.t = 4.

Для проверки решения системы дифференциальных уравнений на устойчивость целесообразно воспользоваться функцией отыскания собственных чисел, имеющейся в системе MathCAD. Результаты вычисления вектора собственных чисел матрицы приведены ниже:

$$A := \begin{pmatrix} -0.5 & 0 & 0 & 0.8 & 2 \\ 0.5 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 & -0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 & 0 & -2 \end{pmatrix} \qquad \text{eigenvals}(A) = \begin{pmatrix} -3.523 \\ 0 \\ -1.848 + 1.123i \\ -1.848 - 1.123i \\ -1.08 \end{pmatrix}$$

Принимая во внимание теорему об устойчивости решений системы линейных однородных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами, заметим, что корни характеристического уравнения матрицы *A* не имеют положительных действительных частей, следовательно, полученное решение устойчиво.

Для вычисления финальных вероятностей положим левые части в системе дифференциальных уравнений Колмогорова равными нулю, получим однородную систему линейных алгебраических уравнений. Принимая во внимание нормировочное условие для вероятностей, и отбрасывая одно из уравнений системы, получим неоднородную систему линейных уравнений. Для решения системы средствами MathCAD воспользуемся функцией lsolve(A, b).

$$\mathrm{lsolve}(A,b) = \begin{pmatrix} 0.539 \\ 0.135 \\ 0.09 \\ 0.169 \\ 0.067 \end{pmatrix}$$

При этом финальные вероятности можно истолковать как среднее время пребывания системы в данном состоянии.

6. Анализ сходства и различия элементов в альтернативах ИС.

Рассчитать по любой из формул ниже:

Мера Чекановского-Серансена (из формулы (5.3) выше, при u = 0):

$$C(S_i, S_k)_0 = \frac{2m(S_j \cap S_k)}{(m(S_j)+m(S_k))}$$

Мера Жаккара (из формулы (5.3)):

u=1: $C(S_i, S_k) = \frac{m(S_i \cap S_k)}{m(S_i \cup S_k)}$

u=3: $C(S_i, S_k) = \frac{m(S_i \cap S_k)}{2m(S_i)+2m(S_k)-3m(S_i \cap S_k)}$

Где m - мощность, тоесть количество элементов множества.

Sj, Sk — множества значений признаков, описывающие сравниваемые объекты.

там была таблица — строки признаки, столбцы — объекты, а в ячейках — присутствует или нет (см. вопрос 38).