Министерство образования и науки
Российской Федерации

Севастопольский государственный университет

Методические указания

«Исследование алгоритмов вычислительной математики»

**для студентов
дневной и заочной форм обучения
направления 09.03.02 - "Информационные системы и технологии"**

Севастополь

2015

УДК 681.3

Методические указания к выполнению задания «Исследование алгоритмов вычислительной математики»» / Сост. Е.М. Шалимова. - Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2015. -10с.

Цель методических указаний – оказание помощи студентам в выполнении задания. Методические указания содержат краткое изложение основных теоретических положений, задания на лабораторные работы, порядок их выполнения и требования к отчетам, а также список рекомендованной литературы.

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры информационных систем, протокол № 1 от 31 августа 2015 года.

Рецензент:

Допущено учебно-методическим центром в качестве методических указаний.

1. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Пусть функция ***f(x)*** задана на некотором интервале ***[a, b]***. Разобьем этот интервал произвольным образом на части $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$ (***i=0, 1, 2, ..., n-1***). Возьмем в каждой из частей произвольную точку ξ_i (***i=0, 1, 2, ..., n-1***). Тогда определенным интегралом $\int_a^b f(x)dx$ функции ***f(x)*** на интервале ***[a, b]*** называется $\lim_{\max \Delta x_i \to 0} \sum_{i=0}^{n-1} f(\xi_i)\Delta x_i$ [1].

Геометрическая интерпретация определенного интеграла состоит в следующем. Если ***f(x)≥0*** на отрезке ***[a,b],*** то $\int_a^b f(x)dx$ есть площадь области, ограниченной графиком функции ***f(x)***, осью абсцисс и двумя прямыми ***x=a*** и ***x=b*** (рисунок 1).

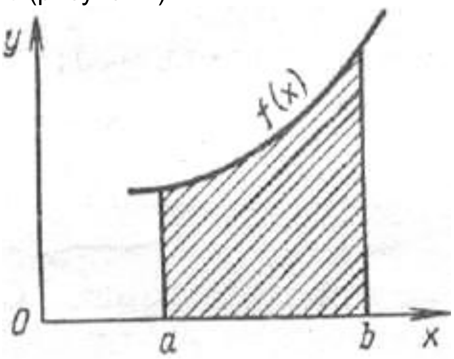

Рисунок 1-Геометрическая интерпретация определенного интеграла

Другими словами, задача вычисления значения определенного интеграла сводится к нахождению площади криволинейной трапеции. Очевидно, справедливо и обратное утверждение: площадь любой плоской фигуры можно представить как алгебраическую сумму соответствующих интегралов. Но при этом надо учитывать, что если ***f(x)≤0*** на отрезке ***[a,b]*** , то площадь соответствующей фигуры равна

$$-\int_a^b f(x)dx.$$

Поясним сказанное с помощью рисунка. Пусть имеет место ситуация, представленная на рисунке 2. В этом случае на отрезке ***[a,c]*** функция положительна, а на отрезке ***[c,b]***- отрицательна, следовательно, площадь заштрихованной фигуры определяется выражением

$$S = \int_a^c f(x)dx - \int_c^b f(x)dx.$$

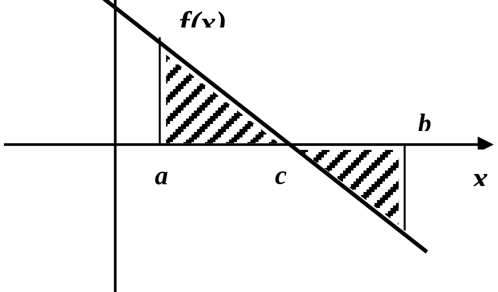

Рисунок 2- Пример вычисления площади фигуры

Рассмотрим еще один пример. Пусть задана плоская фигура, ограниченная четырьмя кривыми ***y=f1(x), y=f2(x), y=f3(x)*** и ***y=f4(x)*** (рисунок 3).

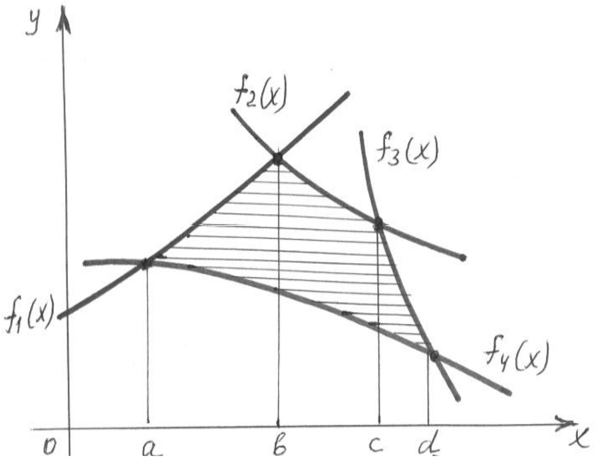

Рисунок 3- Пример плоской фигуры, ограниченной кривыми ***y=f1(x), y=f2(x), y=f3(x) и y=f4(x)***

Площадь рассматриваемой фигуры может быть представлена как алгебраическая сумма интегралов

S=I1+I2+I3-I4,

где ***I1***= $\int_a^b f1(x)dx$, ***I2***= $\int_b^c f2(x)dx$,

I3= $\int_c^d f3(x)dx$, ***I4***= $\int_a^d f4(x)dx$.

В этих выражениях неизвестны границы интегрирования ***a,b,c,d.*** Для их определения следует построить и решить соответствующие уравнения. Из рисунка очевидно, что границы интегрирования - это абсциссы точек пересечения заданных кривых. К примеру, для нахождения ***a*** надо рассмотреть уравнение ***f1(x)=f4(x) .*** Корень уравнения и есть искомое значение левой границы интегрирования ***a.***

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задана плоская фигура, ограниченная тремя кривыми, уравнения которых ***y1=f1(x), y2=f2(x) и y3=f3(x)*** определяются вариантом задания. Требуется разработать программу для вычисления площади указанной фигуры.

В решении этой задачи выделим три основных этапа.

Первый этап. Получить графическое изображение рассматриваемой фигуры, т.е. построить графики функций ***y1=f1(x), y2=f2(x)*** и ***y3=f3(x).***

Второй этап. Вычислить абсциссы точек пересечения кривых (отрезки, где находятся точки пересечения определить из графической иллюстрации), т.е. построить и решить соответствующие уравнения.

Третий этап. Представить площадь заданной фигуры как алгебраическую сумму определенных интегралов.

3. ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

1) $y1=2^x+1$ $y2=x^5$ $y3=(1-x)/3$
2) $y1=3(0.5/(x+1)+1)$ $y2=2.5x-9.5$ $y3=5/x \quad (x>0)$
3) $y1=e^{-x}+3$ $y2=2x-2$ $y3=1/x$
4) $y1= e^x +2$ $y2=-1/x$ $y3=-2(x+1)/3$
5) $y1=0.35x^2-0.95x+2$ $y2=3^x+1$ $y3=1/(x+2)$
6) $y1=0.6x+3$ $y2=(x-2)^3-1$ $y3=3/x$
7) $y1=ln(x)$ $y2=-2x+140$ $y3=1/(2-x)+6$
8) $y1= e^x +2$ $y2=-2x+8$ $y3=5/x$
9) $y1=3/((x-1)^2+1)$ $y2=\sqrt{(x+0.5)}$ $y3= e^{-x}$
10) $y1=1+4/(x^2+1)$ $y2=x^3$ $y3=2^x+2$
11) $y1=2^x+2$ $y2=1+x^5$ $y3=(1-x)/3$
12) $y1=1.5/(x+1)+2$ $y2=2.5x-10$ $y3=4/x \quad (x>0)$
13) $y1=e^{-x}+2$ $y2=2x-5$ $y3=2/x$
14) $y1= e^x +1$ $y2=-1/x$ $y3=-2(x+3)/2$
15) $y1=0.35x^2-0.95x+2$ $y2=3^x$ $y3=1/(x+1)+3$
1 6) $y1=0.5x+5$ $y2=(x-2)^3-2$ $y3=3/x$
17) $y1=ln(x)+3$ $y2=-2x+100$ $y3=x-12$
18) $y1= e^x +2$ $y2=-2x+10$ $y3=-5/x+1$
19) $y1=5/(x^2+1)$ $y2=\sqrt{(x+0.5)}+2$ $y3=1+ e^{-x}$
20) $y1=4/(x^2+1)$ $y2=x^3$ $y3=1+2^x$
21) $y1=2^x$ $y2=2+x^5$ $y3=(4-x)/2$
22) $y1=3(0.5/(x+1))+2$ $y2=2.5x-9.5$ $y3=3/x \quad (x>0)$
23) $y1=-e^{-x}+2$ $y2=2x-5$ $y3=1/x$
24) $y1= e^x +2$ $y2=-3/x$ $y3=- (x+1)/3$
25) $y1= 3^x +2$ $y2=-2/x+0.5$ $y3=-(x+2)/3$
26) $y1= 3^x +1$ $y2=(2+x)^5$ $y3=(1-x)/5$
27) $y1= 2^x$ $y2=x^5/2$ $y3=(1-x)/2$
28) $y1= e^x$ $y2=x^5/2+3$ $y3=1-x$
29) $y1= e^x$ $y2=(x/3)^3+2$ $y3=5-x$
30) $y1= e^{x+1}$ $y2=x^2-2$ $y3=3-x$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Никольский С.М. Курс математического анализа. Том 1/ С.М. Никольский.-М.:Наука, 1990.-528с.
2. Дьяконов В.А. Mathcad 2000: учебный курс/ В.А.Дьяконов.-СПб.:Питер, 2001.-592с.
3. Дьяконов В.А. Mathcad 8/2000: Специальный справочник/ В.А. Дьяконов.-СПб.:Питер, 2002.-586с.
4. Плис А.И. Mathcad: математический практикум для экономистов и инженеров/ А.И. Плис, Н.А. Сливина.-М.:Финансы и статистика, 1999.-656 с.