

Самостоятельная работа №1

Цель работы

Исследование пространственных свойств каналов беспроводной передачи данных, изучение методов расчета пространственного согласующего фильтра (ПСФ, precoder).

Модельная задача

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{H}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{n}(t), \text{ для каждой поднесущей } k. \quad (*)$$

Здесь \mathbf{H} размера $M \times N = 4 \times 64$ (M – количество антенн на терминальном устройстве, N – количество антенн на базовой станции, и $k=1...K$ индекс поднесущих частот – subcarrier index).

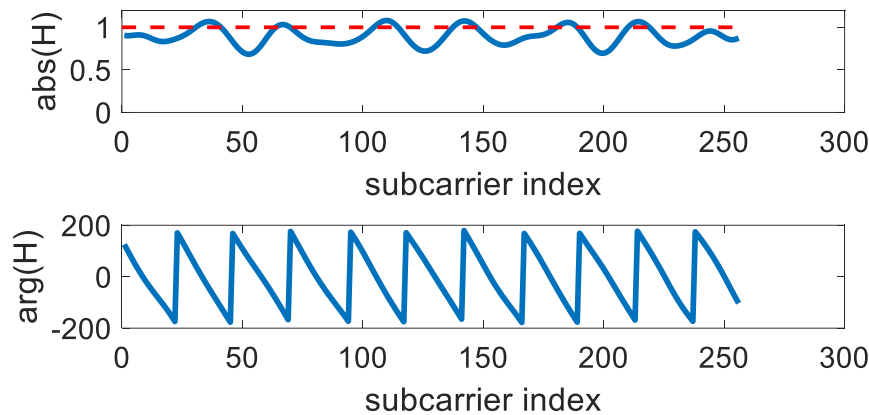


Рис. 1 – АЧХ и ФЧХ физического канала (link_chan_1.mat), с исключенным коэффициентом затухания.

$\mathbf{x}(t) = \mathbf{p}(t)s(t)$ векторный сигнал размера $N \times 1$ для использования одного пространственного потока (ограничение по мощности $\|\mathbf{p}(t)s(t)\|_2^2 = P_{Tx}$). В случае использования нескольких пространственных потоков передачи данных, векторный сигнал будет иметь вид

$$\mathbf{x}(t) = [\mathbf{p}_1(t) \quad \mathbf{p}_2(t)] \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \end{bmatrix}. \quad (**)$$

Заметим, что $\left\| [\mathbf{p}_1(t) \quad \mathbf{p}_2(t)] \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \end{bmatrix} \right\|_2^2 = P_{Tx}$.

Таким образом, матричное уравнение (*) остается неизменным

$$[\mathbf{y}_1(t) \quad \mathbf{y}_2(t)] = \mathbf{H}(t)[\mathbf{p}_1(t) \quad \mathbf{p}_2(t)] \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \end{bmatrix} + \mathbf{n}(t).$$

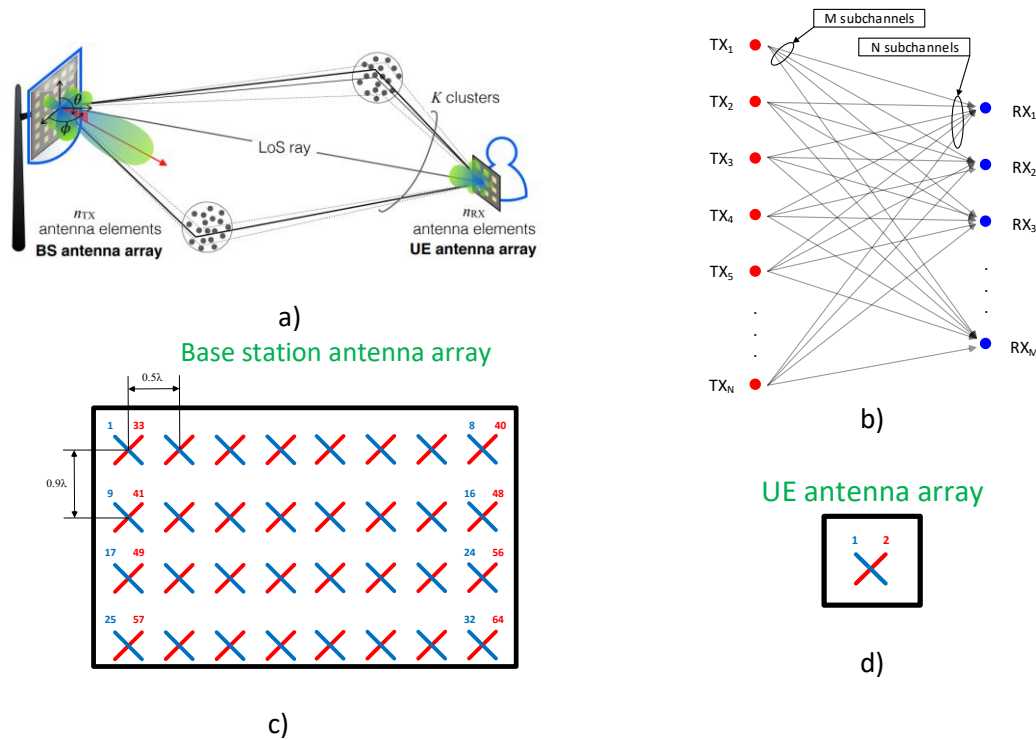


Рис. 2 – Пример моделирования MIMO канала и конфигурация антенной системы.

Задание

1.0 Запустить скрипт task_1.m; для получения BER(SNR) диаграммы в случае использования пространственного фильтра (precoder) \mathbf{p}

$$\mathbf{p} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{N \times 1} \quad (\text{was implemented in the script as calibration reference}).$$

Диаграмма ниже является калибровочной кривой для проверки работоспособности вашего кода.

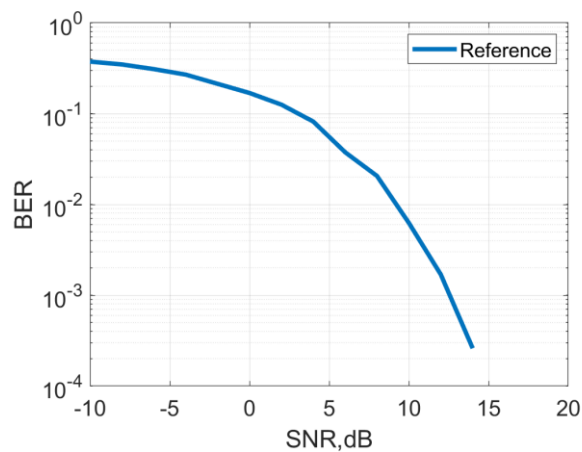


Рис. 3 – Вероятность битовой ошибки: калибровочная кривая (file: link_chan_2.mat, StudentID = 1)

1.1 Реализуйте пространственный согласованный фильтр используя скрипт subtask11.m.

Данная функция должна переопределить ПСФ вектор \mathbf{p} , основной скрипт пересчитывает характеристики вероятности битовой ошибки с использованием обновленного вектора \mathbf{p} . Полученный график должен быть совмещен с графиком на рис.3. По графику необходимо определить смещение кривой (рекомендуемые уровни BER 10^{-1} и 10^{-2}).

1.2 Повторите п. 1.1. для передачи двух пространственных потоков данных (выражение ()); необходимо построить графики вероятности битовой ошибки аналогично п. 1.1.**

Проанализируйте и дайте аргументированное заключение на предмет эффективности и целесообразности использования одного или двух потоком данных в данной реализации канала.

(!) Замечание: не забудьте разделить мощность передатчика между двумя потоками для корректного сравнения одного и двух поточной схем передачи..

Ранг матрицы канала равен двум для нашего набора канальных данных (рис.4). Для данных из файла link_chan_PATH.mat ранг должен быть выше, проверить и подтвердить данный факт.

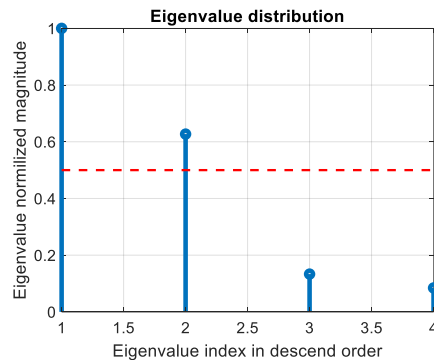


Figure 4 – Нормированное распределение собственных значений \mathbf{H} (перестройте данную диаграмму при нормировочном условии $\sum_q \alpha \lambda_q^2 = 1$).

1.3 Построить пространственный спектр канала используя метод векторов направлений (steering vector approach)

$$\vec{\mathbf{a}}_{\theta}(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & e^{-i2\pi\frac{0.9\lambda}{\lambda}\sin\theta} & \dots & e^{-i2\pi(4-1)\frac{0.9\lambda}{\lambda}\sin\theta} \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{4 \times 1};$$

$$\vec{\mathbf{a}}_{\phi}(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & e^{-i2\pi\frac{0.5\lambda}{\lambda}\sin\phi} & \dots & e^{-i2\pi(8-1)\frac{0.5\lambda}{\lambda}\sin\phi} \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{8 \times 1};$$

Сформируйте двумерный вектор направления $\mathbf{A}(\theta, \phi) = \vec{\mathbf{a}}_{\phi}(\phi) \otimes \vec{\mathbf{a}}_{\theta}(\theta)$ как функцию углов места и азимута. Где \otimes - произведение Кронекера, $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{32 \times 1}$.

На Рис. 2с, показанна антенна с двумя поляризациями. Поляризация никак не влияет на пространственную геометрию, поэтому пространственный спектр может быть вычислен независимо для каждой компоненты поляризации, после чего просуммирован для сохранения количественных пропорций мощности:

$$\rho(\theta, \phi) = \mathbf{H}_{1+}^H \times \mathbf{A}(\theta, \phi) + \mathbf{H}_{1-}^H \times \mathbf{A}(\theta, \phi).$$

Здесь \mathbf{H}_{1+}^H соответствует поляризации “+45°” для первого антенного элемента на терминальном устройстве; \mathbf{H}_{1-}^H соответственно “-45°”.

(для матрицы \mathbf{H} размера $M \times N$ можно определить

$$\mathbf{H}_{1-} = \mathbf{H} \Big|_{\substack{M=1, \\ N=1}}, \quad \mathbf{H}_{1+} = \mathbf{H} \Big|_{\substack{M=1 \\ N=33}}$$

в соответствии с нумерацией на рис. 2с).

(!) здесь предполагается, что пространственный спектр на каждой антенне терминального устройства примерно одинаков за счет близкого расположения антенн по сравнению с пространственным разнесом отражателей в канале (среде распространения электромагнитной волны). Поэтому достаточно использовать одну приемную антенну для расчет пространственно-спектральных характеристик.

- Необходимо проверить данную гипотезу и аргументированно изложить результат проверки в отчетном материале.

Не забывайте о разрешении антенной решетки и рабочем диапазоне углов для правильного построения компонент пространственного спектра (рис. 5).

На рис. 6 приводится пример пространственного спектра в логарифмическом и линейном масштабах. Необходимо построить аналогичные диаграммы, при этом правильно выбрав диапазоны углов места и азимута.

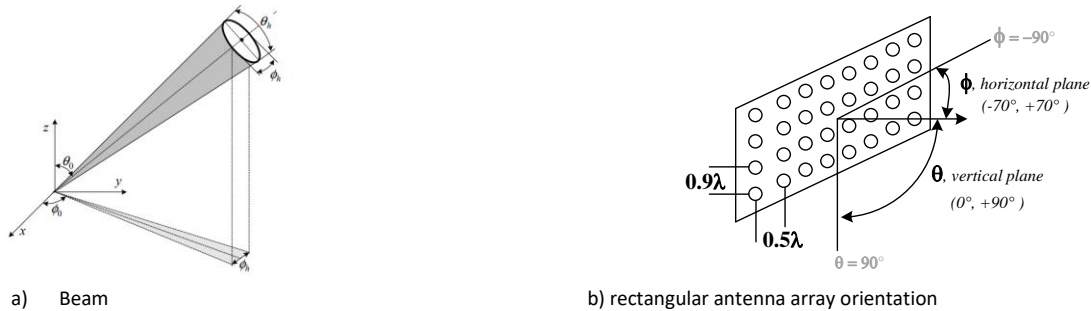


Рис. 5 – Главный лепесток антенной решетки и ориентация антенной решетки в пространстве.

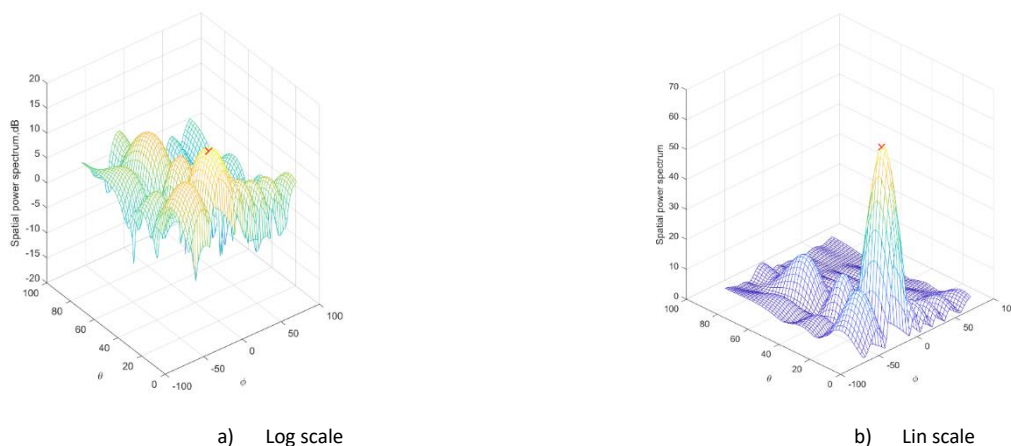


Рис. 6 – Пример пространственного спектра мощности (в логарифмическом и линейном масштабах)

1.4 Аппроксимируйте пространственный спектр канала одномерным ДПФ вектором; получить коэффициенты пространственного фильтра на основе данной аппроксимации; построить BER(SNR) диаграммы и сравнить их с идеальным случаем в пункте 1.1:

i) ПСФ из пункта 1.1;

ii) ПСФ на основе первого собственного вектора;

iii) ПСФ на основе линейной комбинации 8 ДПФ векторов;

iv) ПСФ на основе линейной комбинации 4 ДПФ векторов;

v) ПСФ на основе 1 ДПФ вектора;

Сравнить соотношение эффективности и сложности расчета ПСФ методами выше.

Предположим, что шум \mathbf{n} пренебрежимо мал, тогда

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x}$$

и мы хотим представить \mathbf{H} всего несколькими пространственными гармониками (1, 4, 8 - spatial “harmonics” (beams)) $\hat{\mathbf{H}}$.

Зафиксируем размерность для каждой поднесущей частоты и каждого временного отсчета $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{4 \times 64}$. Для нас важно правильно аппроксимировать канал на стороне передатчика. В общем случае, мы можем рассматривать четыре приемных антенны как четыре независимых случайных процесса. Тогда проанализируем аппроксимацию канала для одного процесса введя обозначение $\rightarrow \mathbf{h}_1 \in \mathbb{C}^{1 \times 64}$.

В этом случае,

$$\mathbf{h}_{1F} = \mathbf{h}_1 \mathbf{F}_{64} \in \mathbb{C}^{1 \times 64}$$

где \mathbf{F}_{64} матрица дискретного преобразования Фурье 64×64 .

Каждый элемент вектора \mathbf{h}_{1F} является ортогональным лучом в пространстве. Норма данного вектора будет характеризовать часть мощности, которая распространяется в направлении данного луча.

Таким образом, мы можем выбрать наиболее «мощные» компоненты в разложении Фурье, а менее значимые компоненты заменить нулями, аппроксимирую канал в пространственном базисе Фурье-функций:

$$\hat{\mathbf{h}}_{1F} = \mathbf{h}_{1F} \mathbf{M},$$

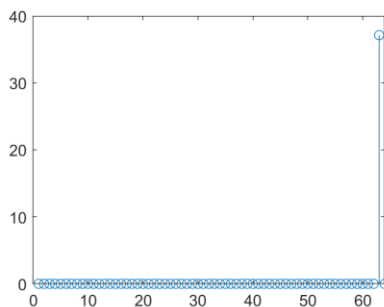
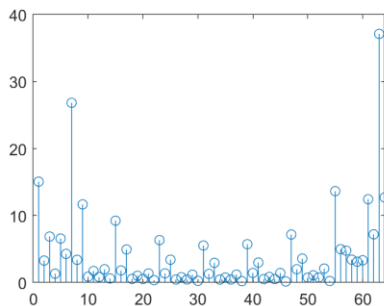
здесь \mathbf{M} матрица размера 64×64 диагональная матрица выбора лучей, такая что, единицы на диагонали соответствуют наиболее мощным лучам в \mathbf{h}_{1F} , а остальные элементы нулевые.

Обратное преобразование Фурье приведет нас к аппроксимированному каналу

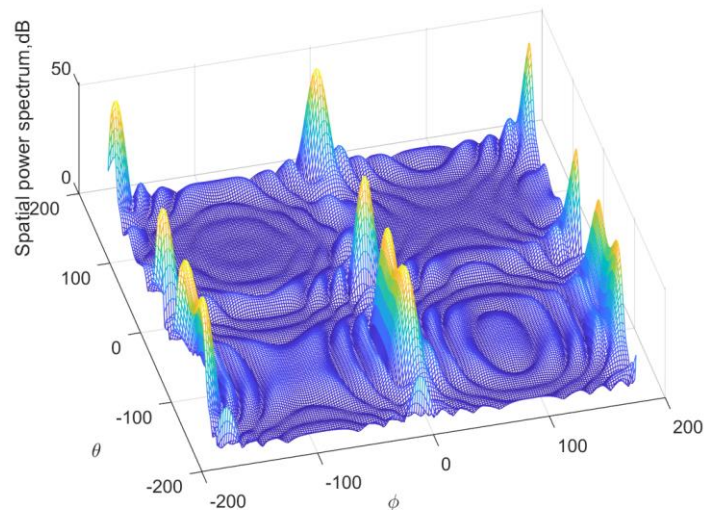
$$\hat{\mathbf{h}}_1 = \hat{\mathbf{h}}_{1F} \mathbf{F}_{64}^{-1} \Rightarrow \hat{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{h}}_1 \\ \hat{\mathbf{h}}_2 \\ \hat{\mathbf{h}}_3 \\ \hat{\mathbf{h}}_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{4 \times 64}.$$

Канал на других антеннах $\hat{\mathbf{h}}_{2,3,4}$ описывается в базисе функций Фурье аналогично $\hat{\mathbf{h}}_1$.

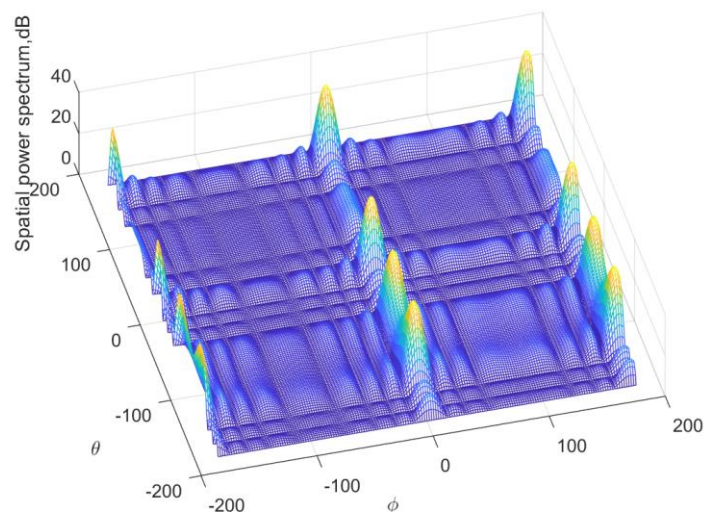
- Необходимо сравнить исходный и аппроксимированный каналы (предложить метрику сравнения) и обсудить в работе влияние точности аппроксимации на ПСФ.
- Приведите в отчете таблицу сравнения, которая будет включать BER метрику всех приведенных выше алгоритмов (включая аппроксимацию канала разным количеством «лучей» в базисе функций Фурье), сделайте собственное заключение относительно точности и сложности ПСФ алгоритмов. Выполните аналогичный анализ на канале “free space channel”, когда физически существует единственный луч.



a) Fourier spectrum (full) and single selected beam (bottom)



b) 2D spatial power spectrum of original channel



c) 2D spatial power spectrum of single beam approximated channel

Рис. 7 – Approximation of the channel by single Fourier beam (an example)

1.5 Оформить результаты работы в виде отчета по формату научно-исследовательской статьи

There are two configuration inputs for this work.

1. Student ID, which will define subcarrier offset for you channel

Name	Student ID
Буссе Александр	3
Денисов Егор	4
Ермолаева Любовь	5
Козлов Денис	6
Левичев Сергей	7
Рыжов Владислав	8
Соломенникова Наталья	9
Дай Тунхуа	10
Каримов Айшат	1
Иванов Михаил	2

2. File with channel records: two files has to be used in this work (others are optional for you discussion support points)

File name	Note
link_chan_1.mat	Optional
link_chan_2.mat	Necessary to use (!)
link_chan_3.mat	Optional
link_chan_PATH.mat	Necessary to use (!)
link_chan_SPEED.mat	Special file for home task #2

<https://yadi.sk/d/0sWm0SF5as0UXQ> - online folder with stored channel records for downloading.

Evaluation:

Each home task costs 30 points.

20 points – basic task item completion, some question answering on code (way of implementation

10 points – technical report creation with all discussion points, additional results (diagrams) to support discussion point, unique report content, report submission in time.

Note:

Even you have similar results, you can have different discussion points, and explanations on each phenomena in this work. Please, pay attention to this. Also, 1st person submitted materials has priority on content.

Task allocation: 29 Sept. 2021

Task completion: 20 Oct. 2021

Report submission: 22 October 2021