Московский физико-технический институт

Кафедра мультимедийных технологий и телекоммуникаций

Самостоятельная работа №1

Работу выполнил

Буссе А. А.

Contents

[Цель работы 1](#_Toc85877895)

[Коментарии к коду 1](#_Toc85877896)

[Параметры канала 2](#_Toc85877897)

[Пространственный спектр 3](#_Toc85877898)

[Пространственная фильтрация и измерение BER 8](#_Toc85877899)

[Аппроксимация ДПФ лучами 11](#_Toc85877900)

[BER() 13](#_Toc85877901)

[Сравнение вычислительной сложности 16](#_Toc85877902)

[Заключение 18](#_Toc85877903)

# Цель работы

Исследование характеристик каналов 1, 2, 3, PATH: АЧХ, ФЧХ, SVD и пространственного спектра. Исследование и сравнение разных методов пространственной фильтрации. Исследование аппроксимации канала DFT лучами.

# Коментарии к коду

Channel\_properties.ipynb – посроение характеристик канала и пространственных спектров

mimo\_lib/spatial\_spectrum – функции для подсчета пространственного спектра

BER\_testing.ipynb – симуляция передачи данных, построение/подсчет BER(SNR)

Mimo\_lib/spatial\_filters – классы реализующие пространсвенную фильтрацию разными способами

mimo\_lib/simulate\_transmission – содержит функцию, simulate\_transmission котора прекодирует/декодирует данные с помощью указанного в качестве аргумента метода пространственной фильтрации, рассчитывает и добавляет шум.

# Параметры канала

Из выданных файлов были загружены данные (характеристика канала). АЧХ и ФЧХ для разных файлов приведены на рисунке 1.

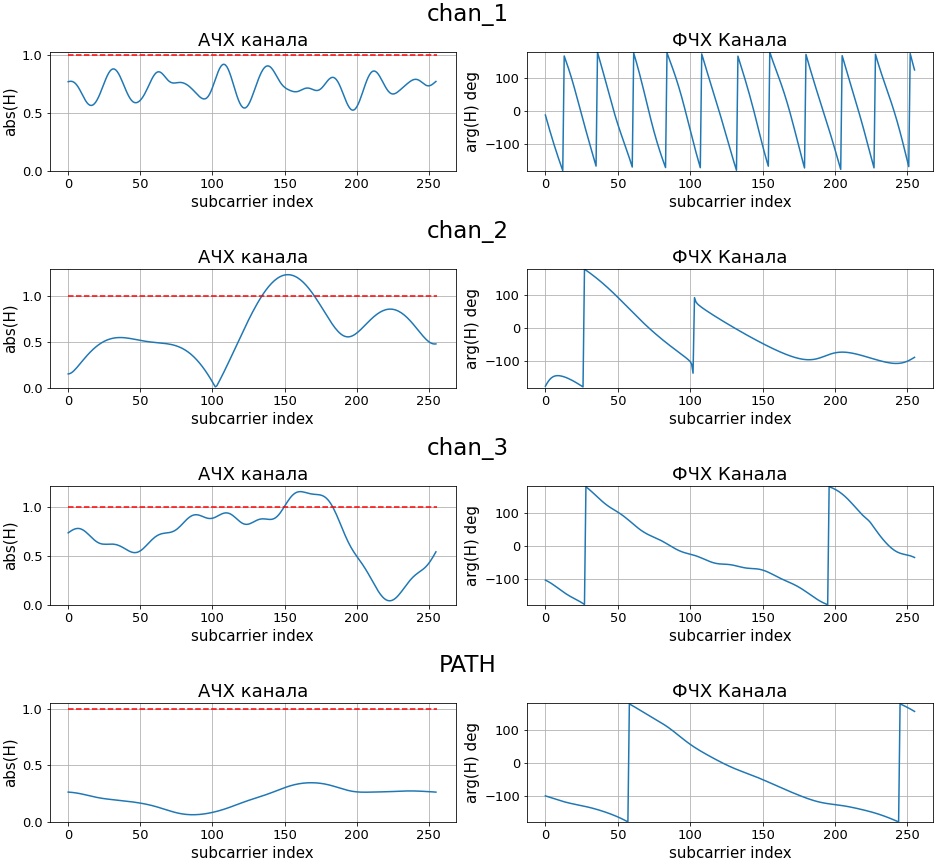


Рисунок 1: АЧХ и ФЧХ каналов записанных в разных файлах

Канал 1 наиболее близок к модели свободного пространства: практически линейная ФЧХ и небольшие пульсации АЧХ (). В случае второго и третьего каналов присутствуют частотно селективные замирания.

С помощью SVD разложения были получены сингулярные числа для каждого из представленных каналов. Оценка представленная здесь была усреднена по всем поднесущим и по 32 последовательным осчетам по оси времени. Нормированные амплитуды (под нормой подразумевается деление на максимальное из сингулярных чисел) полученных оценок сингулярных чисел представлены на рисунке 2.

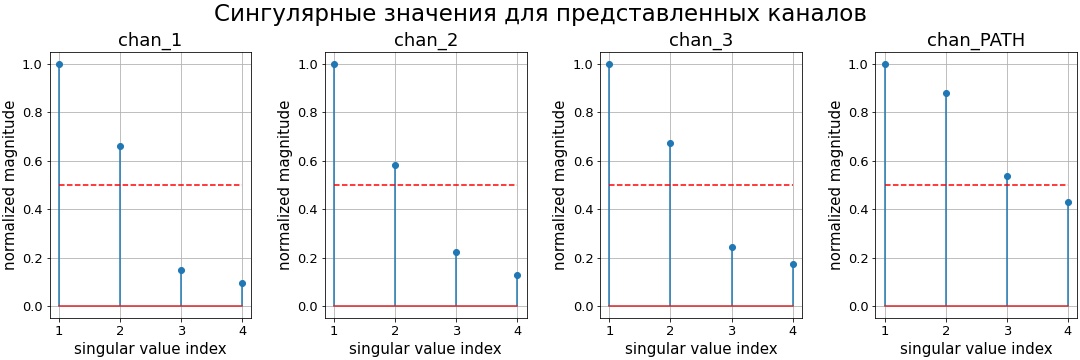


Рисунок 2: Нормированные значения сингулярных чисел для представленных каналов.

Из рисунка видно, что для каналов 1, 2 и 3 сущевствует всего 2 сингулярных числа модуль нормы которых больше 0.5. Для канала PATH сущевствует 3 таких сингулярных числа, при этом модуль нормы второго сингулярного числа близок к 1, что должно позволить более эффективно передавать информацию через два пространственных потока

# Пространственный спектр

Был построен пространстранственный спектр канала. Вычисление спектра было произведено следующим методом: где это результат двумерного FFT над матрице размера (4 на 8) представляющую передаточные характеристики от антенн базовой станции (одной поляризации +/-) до определенной антенный терминального устройства. Взятие модуля и возведение в квадрат поэлементные. Для увеличения кол-ва точек в которых оценивается пространственный спектр, матрицы были дополнены нулями в конце. Точкам двумерного FFT соответствуют:

- волновое число, – его проекции на оси x и y соответственно

– пространсвенные периоды антенной решетки

– соответствующие отсчеты FFT по x и y

*–* кол-во антенн в решетке по x и y

Если ввести координаты как , то можно получить формулы для новых координат , которые и будут использованы далее:

Для удобства рассматриваем спектр семмитричный относительно нуля по обеим координатам

.

Т.к. антенны терминального устройства находятся далеко и расстояние между ними намного меньше расстояния от базовой станции до терминального устройства, то можно предположить, что пространственные спектры до любой антенны терминального устройства будут приблизительно одинаковыми. Для проверки данного предположения, для каждого имеющегося канала были построены пространственные спектры до каждой из антенн терминального устройства. Результаты для “chan\_2”, “chan\_3” и “chan\_PATH” представлены на рисунках 3, 4, 5. В качестве метрики “схожести спектров” был выбран коэффициент корреляции.

Каналы 1, 2 имеют только 1 ярко выраженный максимум, что соответствует одному наиболее значимому сингулярному числу, второе значимое сингулярное число возникает за счет того что используются антены двух перпендикулярных поляризаций.

Каналы 3 и PATH имеют несколько значимых максимумов, что соответствует большему кол-ву значимых сингулярных чисел. В случае канала 3, пространственный спектр имее несколько максимумов только в начальные моменты времени, а затем так же имеет один максимум, вследствие чего на рис. 2 для этого канала есть всего 2 значимых сингулярных числа (т.к. они усреднялись за все время).

В случае каналов 1, 2 утвержение о том, что спектры схожи выполнилось с хорошей точностью (коэффициент корреляции ). Для примера приведен канал “chan\_2”. В случае “chan\_3” утверждение выполняетсся заметно хуже, коэффициент корреляции (в более поздние моменты времени свойство выполняется лучше т.к. в канае остается только 1 максимум). Для канал “chan\_PATH” данное утверждение не выполняется: 4 антенны разбились на 2 пары антенн, каждая из которых содержит антенны, находящиеся в одном месте, но имеющие разную поляризацию.

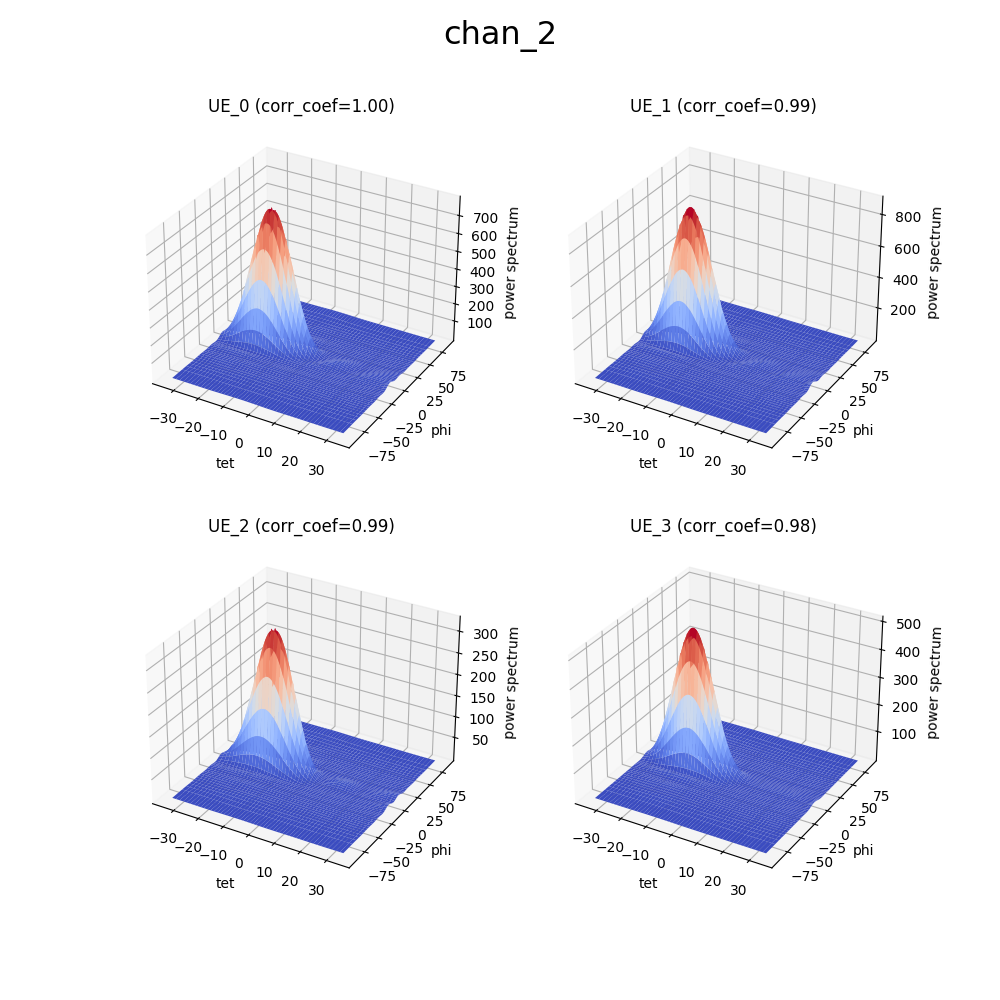


Рисунок 3: пространственные спектры для “chan\_2” до каждой из антенн терминального устройства.

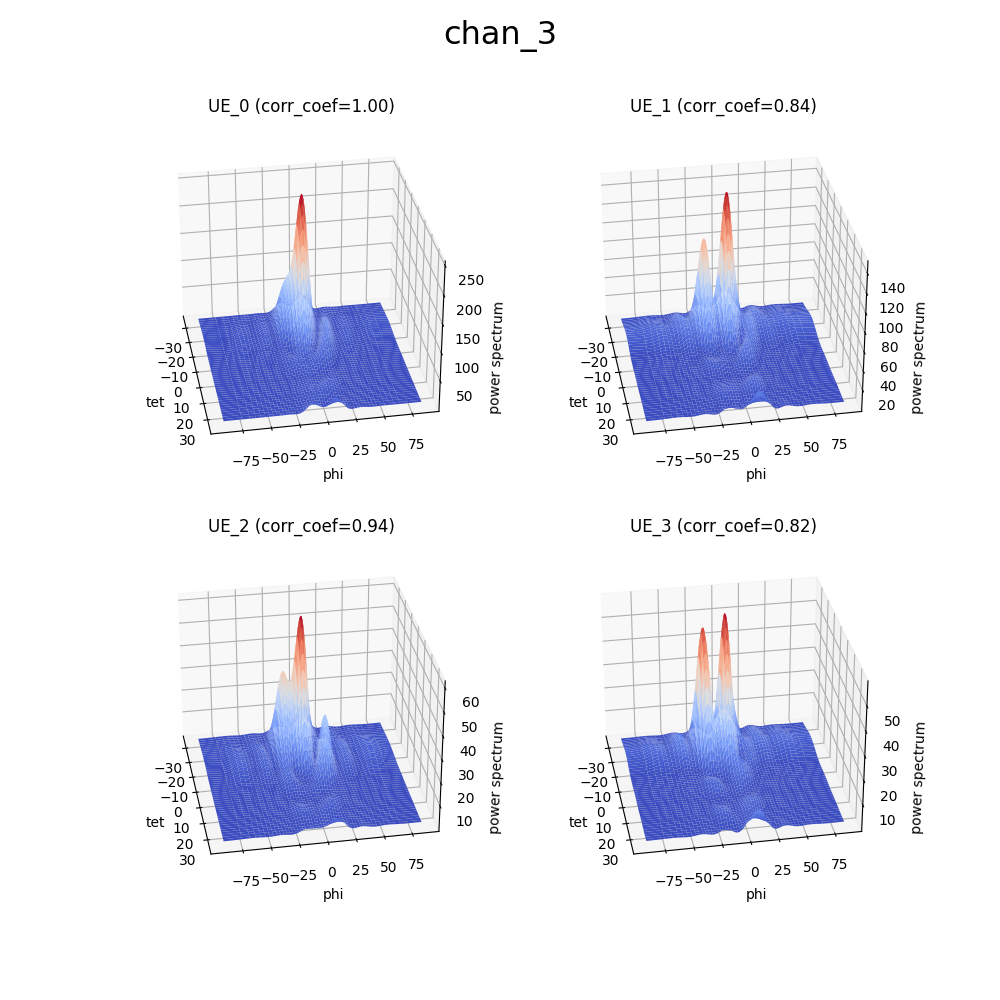


Рисунок 4: пространственные спектры для “chan\_3” до каждой из антенн терминального устройства.

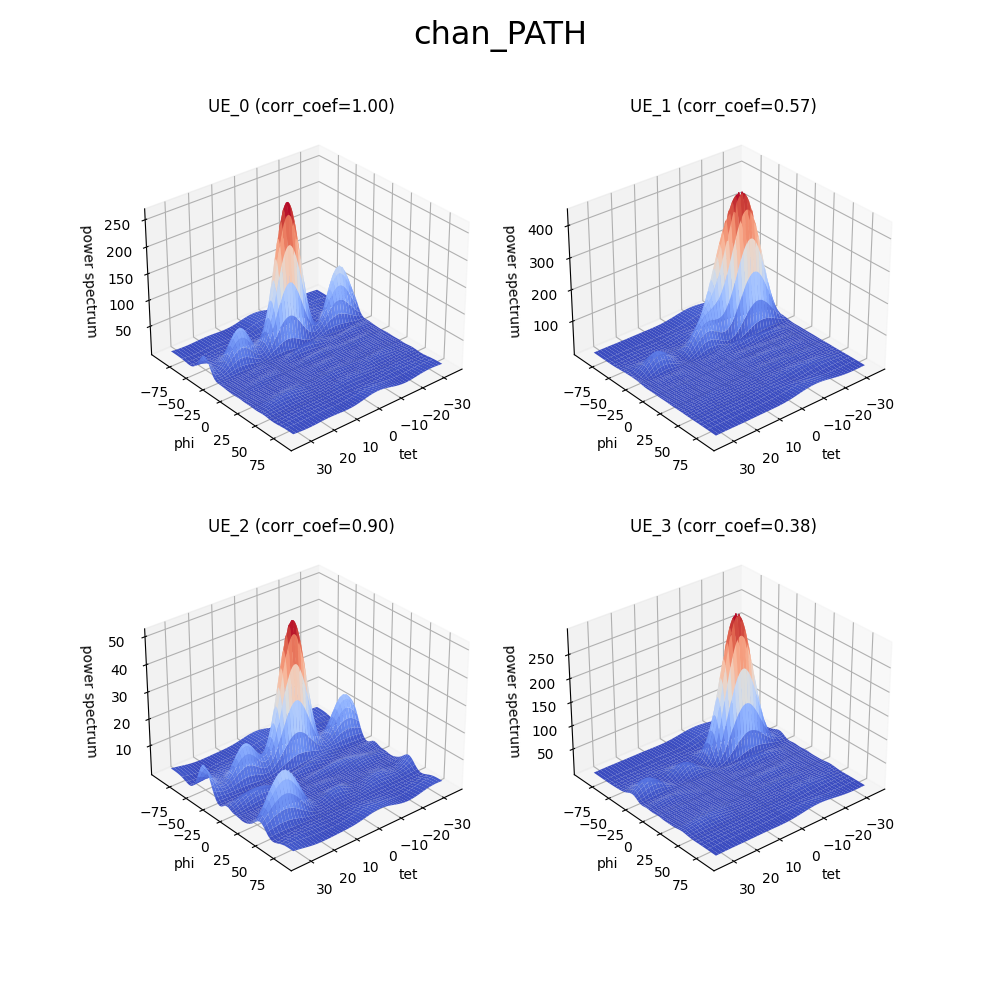


Рисунок 5: пространственные спектры для “chan\_PATH” до каждой из антенн терминального устройства.

# Пространственная фильтрация и измерение BER

Используемые здесь обозначения: – кол-во антенн базовой станции и терминального устройства соответственно.

В данной работе была использована линейная модель канала с аддитивным нормальным белым шумом далее так же будет использоваться обозначение . Реализована симуляции передачи через канал сигнала с BPSK-OFDM модуляцией.

В качестве исследуемой характеристики предлагается где под подразумевается отношение сигнал шум на входе приемника (SNR усредняется по всем поднесущим).

Для приема/передачи используется несколько методов. **Первый** – линейный приемник без пространственной фильтрации.

Так же был реализован линейный приемник с регуляризацией:

**Второй метод** – пространственный фильтр с использованием сингулярного разложения:

Разные пространственные потоки соответствующие разным сингулярны числам имеют разное затухание, таким образом использование первых сингулярных векторов позволяет увеличить SNR, но так как в нашем эксперименте SNR фиксирован то на графиках BER(SNR) кривые соответствующие разным должны совпадать. Этим методом может быть как один BPSK символ, так и сразу несколько через несколько ортогональных пространственных потока, но при паралельно передаче мощность передатчика делится между потоками.

Так же был реализован метод передачи с использованием аппроксимации канала лучами с помощью FFT, который будет рассмотрен в следующем разделе.

Для каждого из методов было проведено моделирование передачи данных через канал c различными значениями SNR и был посчитан BER. Значение BER было усреднено на 64 последовательных пакетах (OFDM сиволах). Результаты для каналов 1-3 похожи поэтому рисунок с результатами представлен только для каналов 2 и PATH (Рис. 6, 7).

Как и было замечено ранее кривые соответствующие разным сингулярным векторам совпадают. Кривая линейного приемника тоже должна совпадать с кривыми соответствующими разным сингулярным векторам, но этого не происходит из-за того, что задача плохо обусловлена (последние сингулярные вектора малы) из-за чего так же имеет место “noise amplification”. При введении регуляризации данная кривая становится намного ближе к кривым соответствующим сингулярным числам (Рис. 8).

В случае паралельной передачи в несколько пространственных потоков (на рисунка приведены примеры передачи 2 и 3 паралельных потоков) BER значительно возрастает. В случае канала PATH BER оказывается ниже и растет не так значительно с увеличением кол-ва потоков.

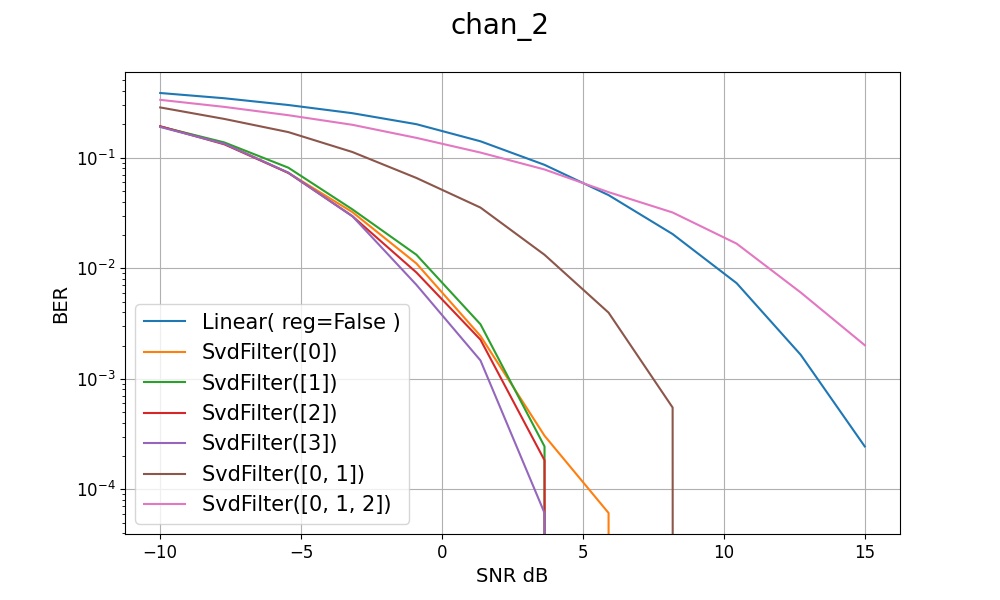


Рисунок 6: BER(SNR) для канала “chan\_2”. Для метода SvdFilter в скобках указываются номера сингулярных векторов использованных для пространственной фильтрации. Несколько чисел означает, что данные передаются паралельно в несколько потоков с равномерным распределением мощности по пространственным каналам.

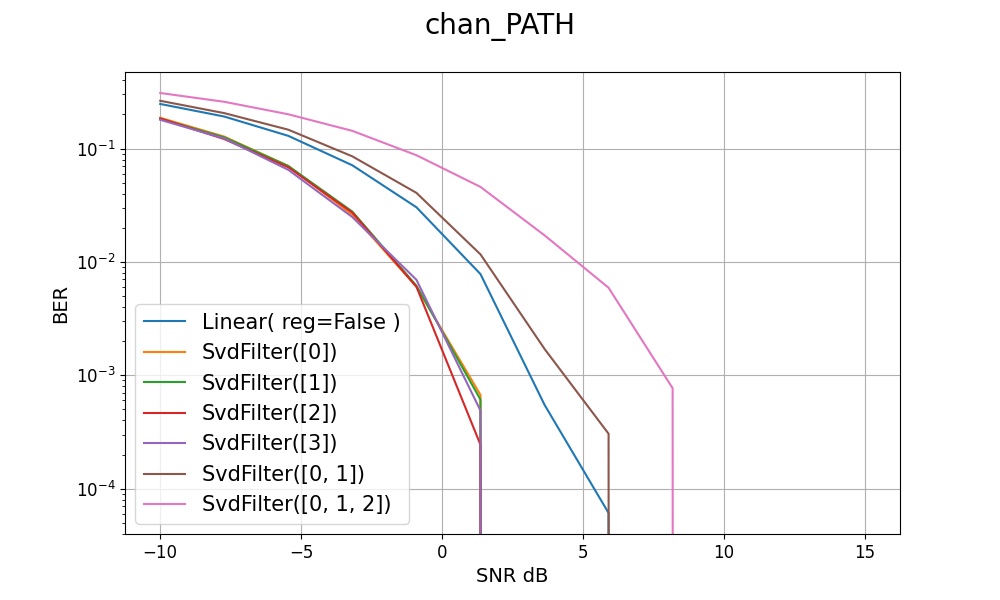


Рисунок 7: BER(SNR) для канала “chan\_PATH”. Пояснение к легенде (см Рис. 6)

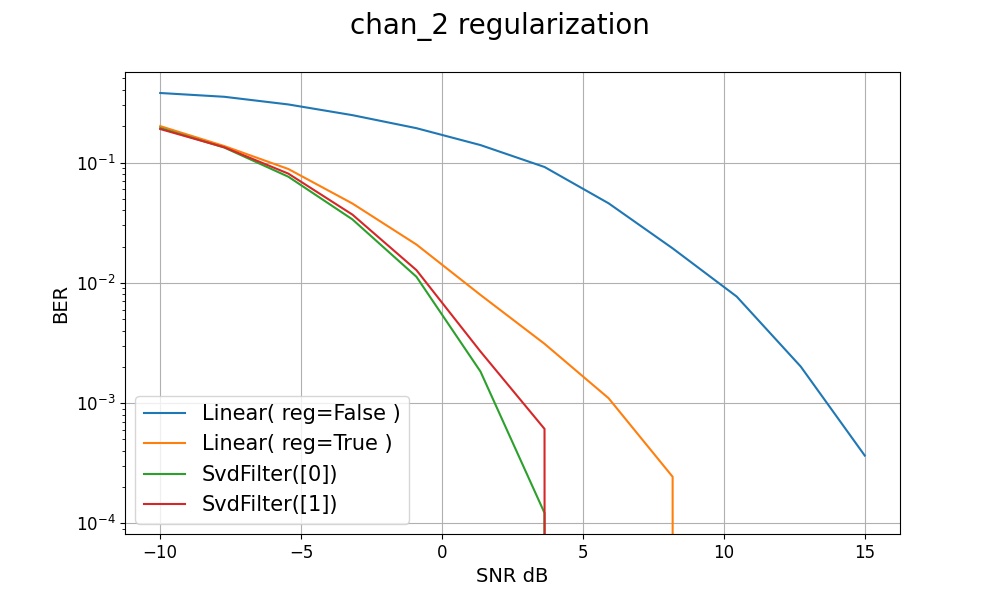


Рисунок 8: BER(SNR) для канала “chan\_2”. Сравнение линейной модели с регуляризацией и без. Пояснение к легенде (см Рис. 6)

# Аппроксимация ДПФ лучами

Аппроксимируем канал ДПФ лучами. Для этого рассмотрим 2 варианта. Первый – разложим первую строчку матрицы H в ряд Фурье, возьмем наибольших отсчетов, а остальные занулим. Считая, что пространственный спектр от базовой станции до кадой из антенн терминального устройства практически идентичны, что как было показано ранее верно для каналов 1-3, но не выполняется для канала PATH, в разложении остальных строчек матрицы H оставим те же гармоники.

В качестве вектора для пространственного кодирования возьмем . На стороне приемника для декодирования рассчитаем, что будет с вектором после “прохождения через канал:

Так как матрица имеет всего ненулевыхстолбца, то умножение матрицы на столбец будет иметь сложность . Теперь можно оценить принятый символ.

Была просимулирована передача данных и получены зависимости BER(SNR) (Рис. 9, 10).

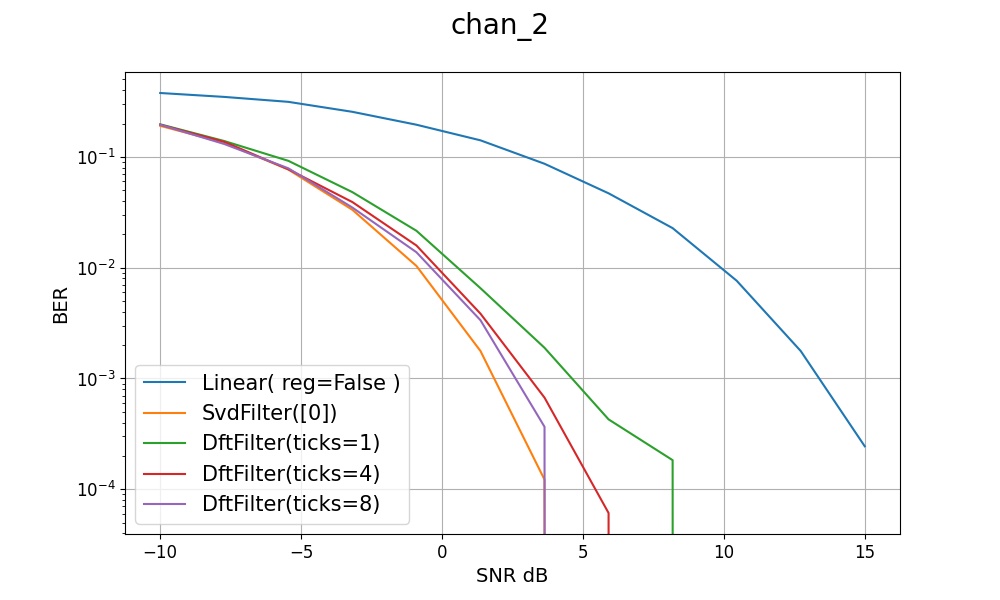


Рисунок 9: зависимости BER(SNR) в случае аппроксимации канала лучами для канала “chan\_2”

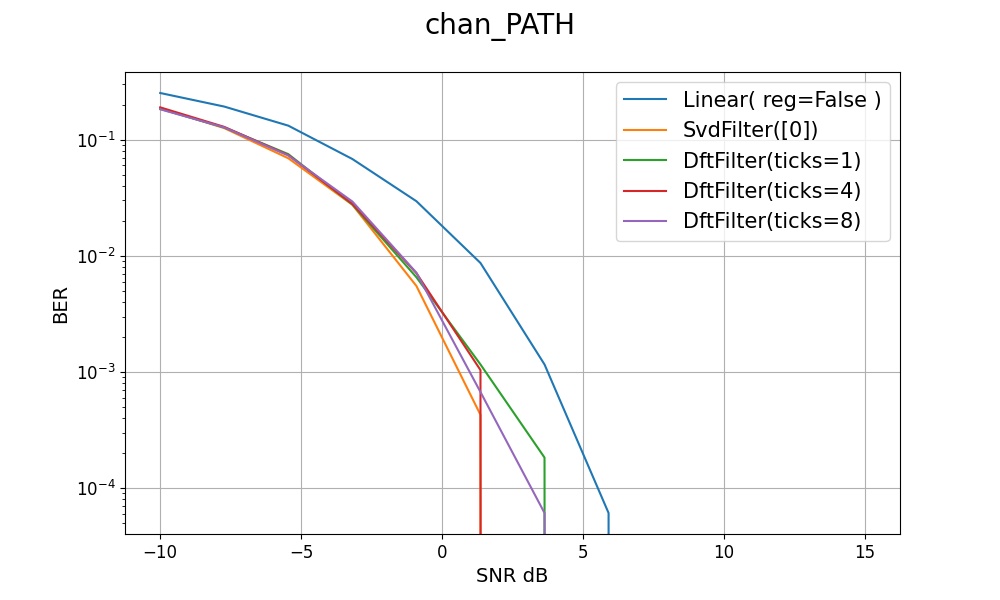


Рисунок 10: зависимости BER(SNR) в случае аппроксимации канала лучами для канала “chan\_PATH”

Как видно из рисунков 9, 10 даже один луч хорошо аппроксимирует канал и с увеличением кол-ва лучей аппроксимация улучшается. Для канала PATH все 3 аппроксимации (1, 4, 8 лучами) показывают идентичную эффективность. Тут опять же стоит заметить, что данная зависимость не очень хорошо годится для сравнения методов пространственной фильтрации т.к. основная разница заключается в энергетическом выигрыше при прохождении через канал, а данная зависимость не чувствительна к этому.

Так же было произведено сравнение матриц и . В качестве метрики использовался коэффициент корреляции данных матриц.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| R | 1 DFT луч | 4 DFT луча | 8 DFT лучей |
| Chan\_2 | 0.69 | 0.80 | 0.86 |
| Chan\_3 | 0.40 | 0.63 | 0.79 |
| Chan\_PATH | 0.33 | 0.54 | 0.83 |

Таблица 1: коэффициенты корреляции и при аппроксимации разных каналов

Как видно из таблицы 1, с увеличением кол-ва лучей качество аппроксимации увеличивается.

# BER()

Как уже отмечалось ранее зависимость BER(SNR) плохо годится для сравнения методов пространственной фильтрации т.к. она не чувствительна к энергетическомы выигрышу при прохождении сигнала через канал, который и является одним из основных следствий и целей использования пространственной фильтрации.

Для учета данного факта построим другие зависимости , где – SNR рассчитываемый для случая распространения в данном канале сигнала с равномерным распределением по антеннам базовой станции. Теперь для всех моделей будет генерироваться шум одинаковой мощности с фиксированным , теперь энергетический выигрыш в канале будет заметен т.к. раз мощность шума фиксирована, то SNR для сигналов с меньшим затуханием в канале будет выше.

На основе данных зависимостей сравним использование разных сингулярных векторов для пространственого кодирования в разных каналах. Результаты для каналов “chan\_2” и “chan\_PATH” представлены на рисунках 11, 12.

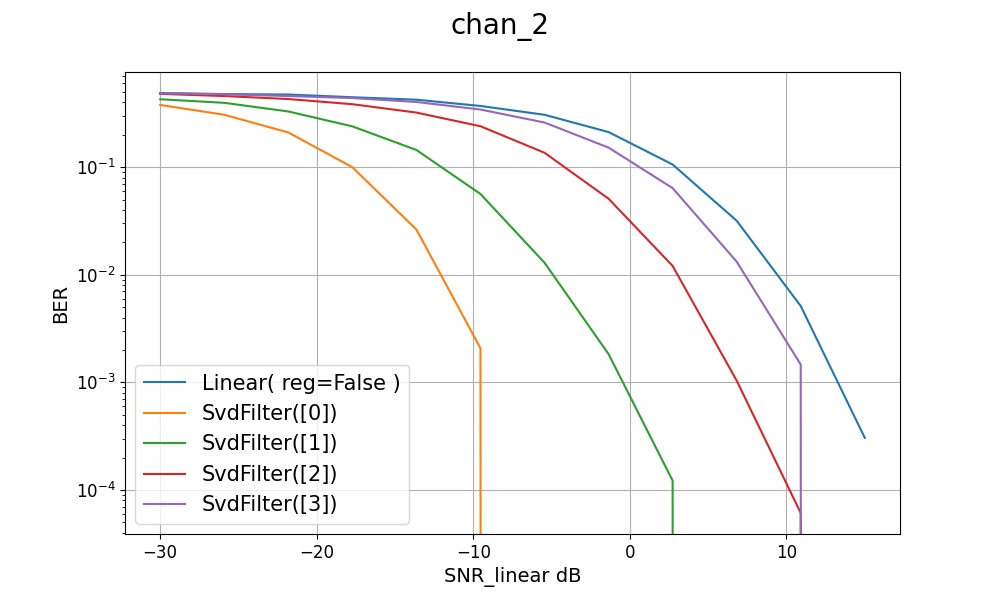


Рисунок 11: BER() для канала “chan\_2”. Сравнение разных сингулярных векторов.

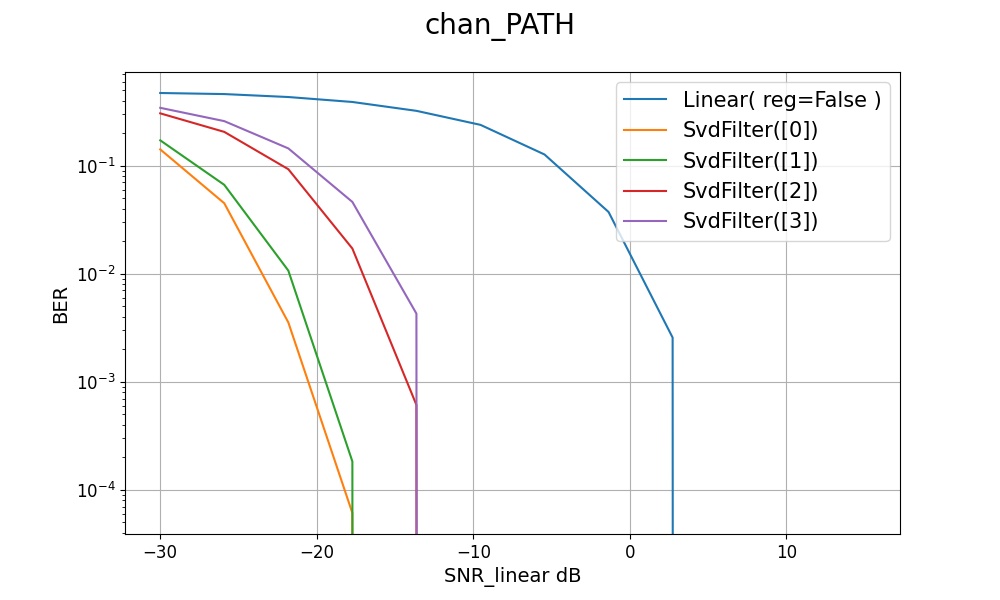


Рисунок 12: BER() для канала “chan\_PATH”. Сравнение разных сингулярных векторов.

Как видно из рисунков 11, 12 с увеличением номера сингулярного числа BER увеличивается, что и свидетельствует об уменьшении SNR вследствии больших потерь в канале. В канале PATH где разница между сингулярными числами меньше, BER растет не так сильно, как в канале 2, где всего 2 значимых сингулярных числа.

Рассмотрим передачу через несколько пространственных потоков. Результаты приведены на рисунках 13, 14.

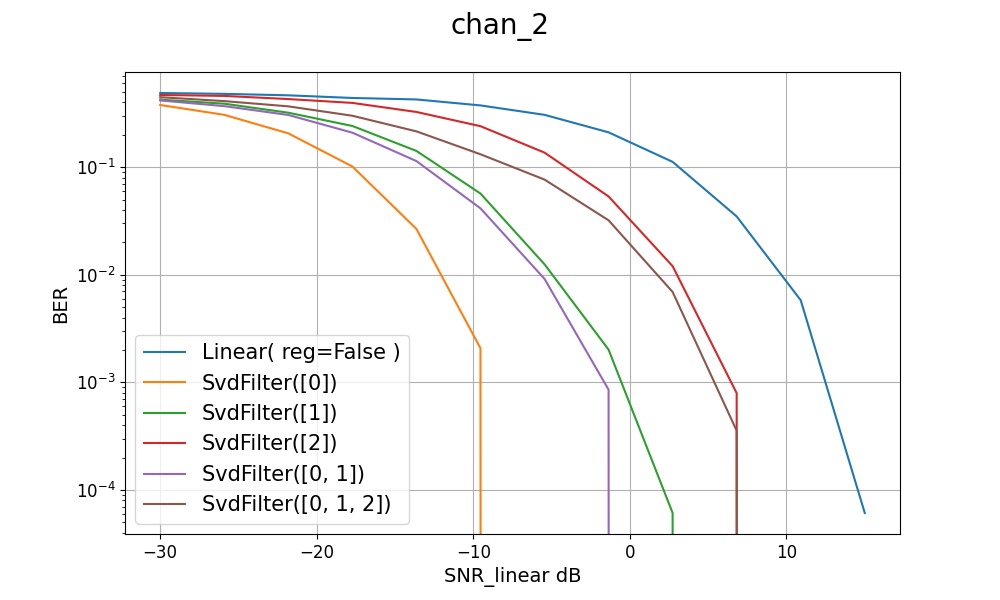


Рисунок 13: BER() для канала “chan\_2”. Передача в несколько пространственных потоков.

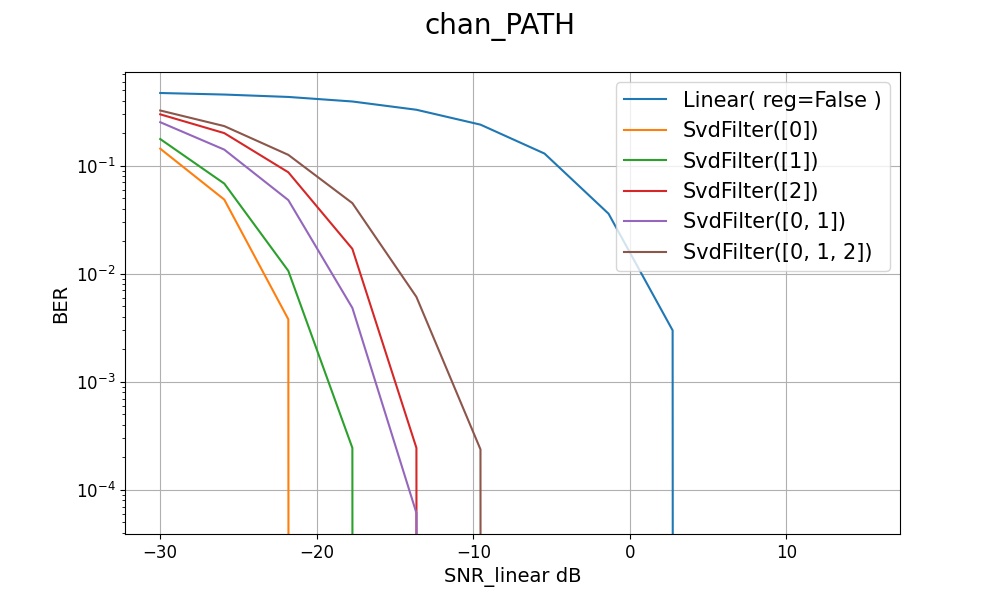


Рисунок 14: BER() для канала “chan\_PATH”. Передача в несколько пространственных потоков.

Из рисунков 13, 14 видно, что при передаче в несколько пространственных потоков BER растет, вследствии разделения мощности на два потока.

Рассмотрим аппроксиммацию канала DFT лучами. Результаты представлены на рисунках 15, 16.

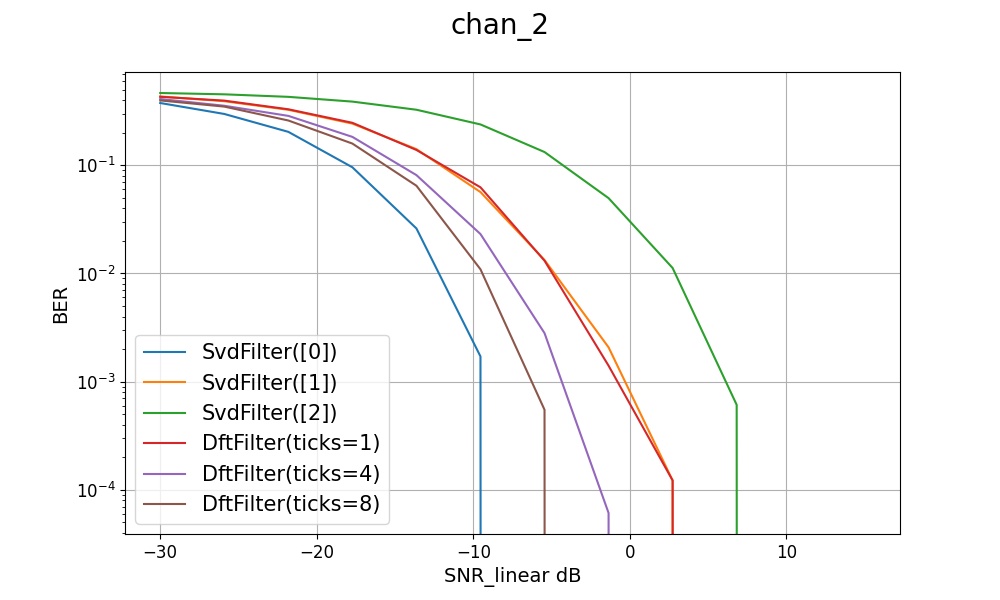


Рисунок 15: BER() для канала “chan\_2”. DFT аппроксимация

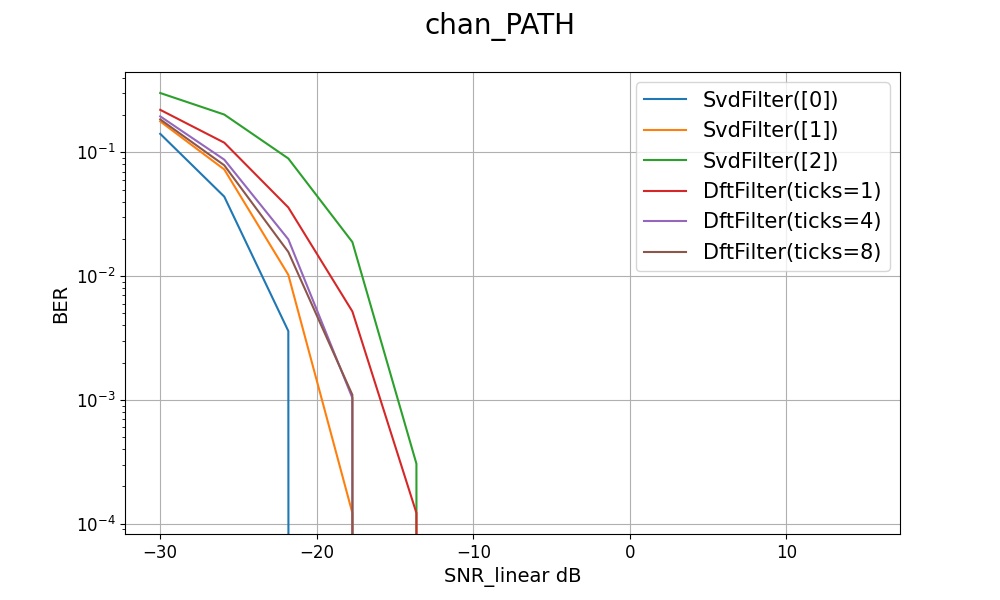


Рисунок 16: BER() для канала “chan\_PATH”. DFT аппроксимация

Как видно из рисунков 15, 16, при увеличении кол-ва лучей BER уменьшается, что свидетельствует об лучшшей аппроксимации канала DFT лучами , и как следствие меньшем затухании сигнала в канале. В канале 2 использование даже 1 DFT луча уже дает результат сравнимый с исползованием второго сингулярного вектора. В канале PATH результат хуже: даже при использовании 8 лучей результат хуже чем от второго сингулярного вектора. Так же стоит отметить, что в канале PATH при увеличении лучей с 4 до 8 результат не улучшился, что скорее всего является следствием несоблюдения того, что спектр на разных приемных антеннах сильно отличается.



# Сравнение вычислительной сложности

Используемые обозначения: – кол-во антенн базовой станции и терминального устройства соответственно, -кол-во используемых DFT лучей.

Исспледуем ассимптотическую сложность разных методов.

Для метода аппроксимации DFT лучами на передатчике она складывается из FFT всех строчек , так же если мало (), то используя напрямую DFT сложность будет . Далее за находятся индексы наибольших элементов и за либо находится precoding вектор. Домножение сигнал на precoding вектор за N:

На приемнике потребуется выполнить тоже самое за исключением обратного преобразования для precoding вектора, но после этого потребуется найти произведение H на p. Так как использовались только K гармоник, то это произведение находится за , следовательно асимптотика остается прежней .

Для метода с SVD разложением требуется: SVD разложени, сложность которого , домножение сигнала на precoding вектор , конечная ассимптотическая сложность .

Сравнивая асимптотическую сложности , , при значениях , нельзя сказать какой алгоритм будет лучше, так как по большей степени производительность будет зависеть от констант производительности отдельных действий/алгоритмов.

Был проведен численный тест, где проводились операции кодирования/декодирования обоими методами по раз и фиксировалось затраченое на это время, результаты представлены в таблице.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | *TX сек* | *RX сек* |
| *SVD* | 2.71 | 2.71 |
| *DFT-1* | 2.50 | 1.65 |
| *DFT-4* | 2.57 | 1.73 |
| *DFT-8* | 2.58 | 1.76 |

Из таблицы видно, что DFT работает быстрее чем SVD. Данный эксперимент был сделан, что бы просто посмотреть время написанной реализации и не дает полной обьективной картины какое преимущество имел бы хорошо написанный, с использованием компилируемого языка DFT метод. Стоит заметить, что DFT метод TX работает сильно дольше чем RX из-за нормировки прекодинг вектора, что скорее всего связано с затратами компилируемого языка на дополнительные вызовы, что очередной раз говорит, что этот эксперимент не полностью корректен.

# Заключение

Были рассмотрены характеристики представленных каналов и получены следующие результаты:

1. Канал 1 близок к модели свободного пространства
2. Каналы в каналах 2, 3 присутствуют частотно селективные замирания
3. В каналах 3, PATH присутствует многолучевое распространение сигнала (в канале 3 оно присутствует в течение короткого времени)
4. В каналах 1-3 присутствует всего 2 сингулярных числа значение нормы которых больше 0.5 (в канале присутствует всего 1 луч как и было отмечено в пунктах 2, 3)
5. В канале PATH присутствует 3 сингулярных числа значение нормы которых больше 0.5, что так же свидетельствует о многулучевом распространении сигнала в данном канале.
6. Проверено соблюдение того, что пространственный спектр канала одинаков для всех антенн терминального устройства. В качестве метрики для проверки был выбран коэффициент корреляции R. Данное свойство хорошо соблюдается для каналов 1, 2 (R>0.97), для канала 3 данное свойство выполняется значительно хуже (R>0.82), для канала PATH данное свойство не выполняется.

Была просимулирована передача данных через каждый из каналов и получена зависимость BER(SNR). Были сделаны следующие выводы:

1. Данная характеристика плохо годится для сравнения методов пространственной фильтрации, вследствие того, что не учитывает энергетический выигрыш при прохождении сигнала чере канал.
2. Данная характеристика подходит для сравнения методов направленных на обработку зашумленного сигнала: хорошо видна разница между методом Linear без регуляризации, который из-за плохой обусловленности “усиливал шум” и этимже методом с регуляризацией.
3. На данной характеристике видно, что при параллельной передаче данных через 2 или 3 пространственных луча BER увеличивается, т.к. на каждый канал приходится только часть мощности.

Была просимулирована передача данных через каждый из каналов и получена зависимость BER(), где это SNR который бы имел сигнал на приемнике, если бы на передатчике сигнал имел равномерное распределение по антеннам. Были сделаны следующие выводы и получены результаты:

1. Были получены смещения кривых BER() для разных методов пространственной фильтрации относительно равномерного распределения по антеннам.
2. Использование для пространственной фильтрации больших сингулярных векторов более эффективно.
3. В канале PATH передача параллельно несколькими лучами более эффективна, чем в каналах 1, 2, 3, вследствии меньшей разницы между сингулярными числами.

Был реализован метод аппроксимации канала DFT лучами. Были получены следующие результаты:

1. В канале 2 данный метод дает хорошую аппроксимацию. Использование даже одного DFT луча дает такой же результат, как и использование второго сингулярного вектора. Увеличение кол-ва векторов улучшает аппроксимацию.
2. В случае канала PATH аппроксимация 4 и 8 DFT векторами дает результаты примерно сопоставимые с результатами использования второго сингулярного вектора. Увеличение кол-ва DFT векторов с 4 до 8 не привело к улучшению аппроксимации, что скорее всего связано с тем, что пространственный спектр разный для разных антенн терминального устройства.
3. Было проведено поверхностное сравнение производительности алгоритмов с использованием SVD и DFT: ассимптотические сложности составили и соответственно. Для демонстрации было произведено тестирование с повторением данных операций раз, где алгоритм DFT показал преимущество по производительности.