

Calcolo dell'interesse con l'interpolazione lineare



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Francesca Di Pillo

Esercizio

Una persona sta per acquistare un'automobile che costa 15.000€ e deve essere pagata in 48 rate mensili da 395€. Quale tasso d'interesse annuale nominale deve essere pagato per questo accordo finanziario se l'interesse viene composto mensilmente?

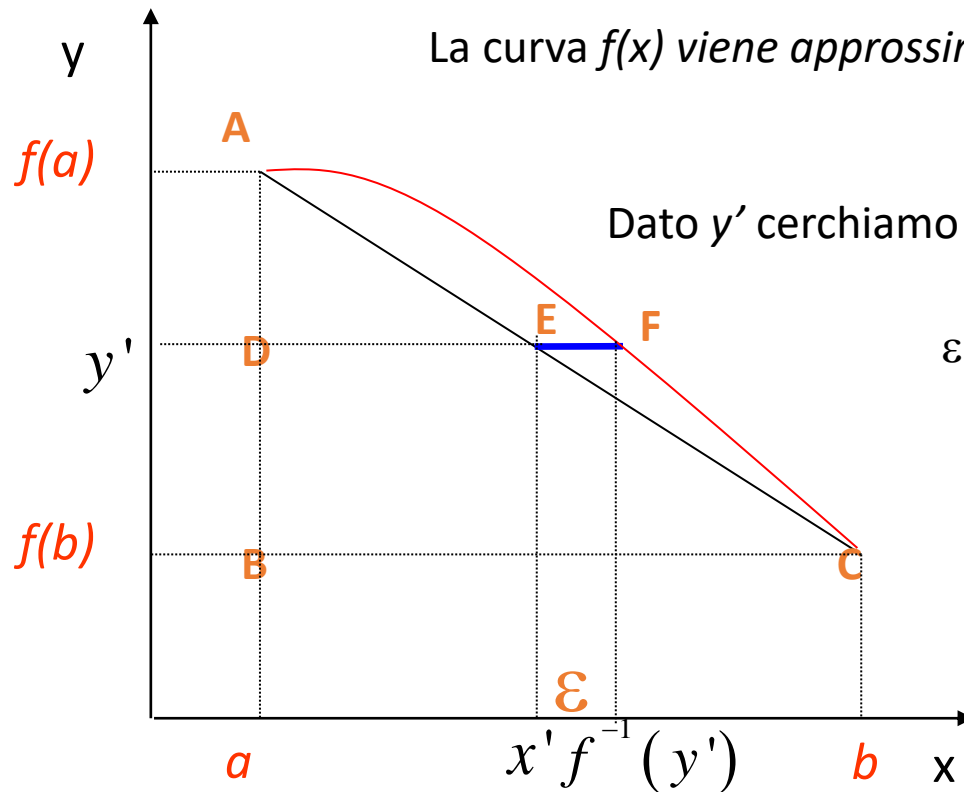
$$P = A \left(\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n i} \right) \quad i \text{ è l'interesse effettivo composto mensilmente}$$

$$\frac{P}{A} = \left(\frac{P/A, i, 48}{395} \right) = \frac{15.000}{395} = 37,97$$

Per trovare $i_{eff,1/12}$ incognito si utilizza l'interpolazione lineare

INTERPOLAZIONE LINEARE

La curva $f(x)$ viene approssimata da una retta



Dato y' cerchiamo $x' = \text{il valore approssimato di } f^{-1}(y')$

ε è l'errore commesso utilizzando l'interpolazione lineare

$$\varepsilon = f^{-1}(y') - x'$$

I due triangoli ADE – ABC sono simili:

$$AD : AB = DE : BC$$

$$[f(a) - y'] : [f(a) - f(b)] = (x' - a) : (b - a)$$

$$x' = a + (b - a) \frac{y' - f(a)}{f(b) - f(a)}$$

✓ Per utilizzare l'interpolazione lineare è necessario conoscere almeno due punti $(a, f(a))$ e $(b, f(b))$ t.c. $x' \in (a, b)$

Esercizio

Riprendiamo lo svolgimento dell'esercizio

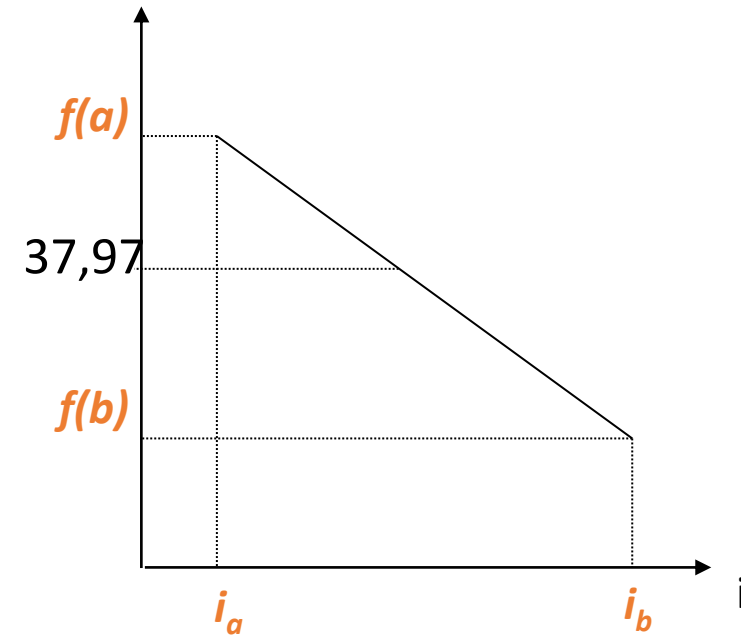
$$y' = \frac{P}{A} = \left(\frac{P}{A, i, 48} \right) = \frac{(1+i)^{48} - 1}{i(1+i)^{48}} = 37,97$$

Devo determinare un valore approssimato di $i_{\text{eff}, 1/12} \Rightarrow x'$, cerco due valori **(a, f(a))** e **(b, f(b))** per effettuare l'interpolazione lineare

Dalle tavole finanziarie:

$$a = i_a = 0,8\% \rightarrow f(a) = \left(\frac{P}{A, 0,8, 48} \right)_a = 39,73$$

$$b = i_b = 1,2\% \rightarrow f(b) = \left(\frac{P}{A, 1,2, 48} \right)_b = 36,33$$



Esercizio

$$i_a = 0,8\% \rightarrow \left(\begin{matrix} P/A, 0,8, 48 \\ a \end{matrix} \right) = 39,73 \quad i_b = 1,2\% \rightarrow \left(\begin{matrix} P/A, 1,2, 48 \\ b \end{matrix} \right) = 36,33$$

$$i_{eff, \frac{1}{12}} = i_a + (i_b - i_a) \frac{\left(\begin{matrix} P/A, i, 48 \\ \end{matrix} \right) - \left(\begin{matrix} P/A, i_a, 48 \\ \end{matrix} \right)}{\left(\begin{matrix} P/A, i_b, 48 \\ \end{matrix} \right) - \left(\begin{matrix} P/A, i_a, 48 \\ \end{matrix} \right)} =$$
$$= 0,008 + (0,012 - 0,008) \frac{37,97 - 39,73}{36,33 - 39,73} = 1,01\%$$

$$r = m \cdot i_{eff, \frac{1}{12}} = 12 \cdot 0,0101 = 12,12\%$$