OPERAZIONI SULLE SEQUENZE: DECIMAZIONE

- $x_n = \sum_{k=1}^{10} k\,\delta_{n-k}$
- $z_n = x_{3n}$

VALORE MEDIO DI UN SEGNALE E DI UNA SEQUENZA

SEGNALE A DURATA FINITA

Il VALORE MEDIO di un segnale continuo $x(t)$ è calcolato come l'integrale del segnale diviso per la sua durata totale $T = b - a$:

- $\mu_x^I = \frac{1}{T}\int_a^b x(t)\,dt$

Per una SEQUENZA:

- $\mu_x^I = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x_n$

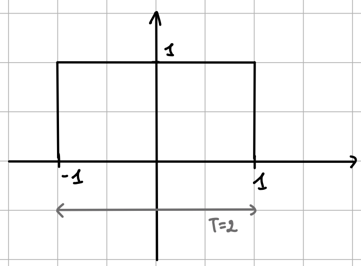
SEGNALE A DURATA INFINITA

- $\mu_x = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)\,dt$

Per una sequenza:

- $\mu_x = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N}\sum_{n=-N}^{N} x_n$

ESEMPIO:



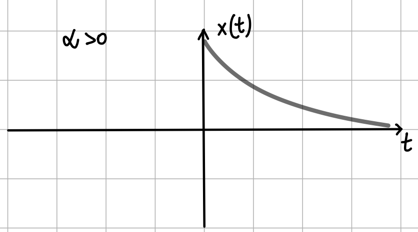
- $x(t) = rect\left(\frac{t}{2}\right)$ nell'intervallo $I = [-1, 1]$

$$\mu_x = \frac{1}{T}\int_a^b rect\left(\frac{t}{2}\right)dt = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} 1\,dt =$$

$$= \frac{1}{2}\left(1-(-1)\right) = 1$$ $rect\left(\frac{t}{2}\right)$ è sempre 1 nell'intervallo $[-1, 1]$

ENERGIA DI UN SEGNALE

ESEMPIO:



1) $x(t) = Ae^{-\alpha t}u_{-1}(t) = \begin{cases} Ae^{-\alpha t} & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$

- $\mathcal{E}_x = \int_0^{+\infty}\left(Ae^{-\alpha t}\right)^2 dt = A^2\int_0^{+\infty} e^{-2\alpha t}dt = \frac{A^2}{-2\alpha}e^{-2\alpha t}\Big|_0^{+\infty} = \frac{A^2}{2\alpha} \Longrightarrow$ SEGNALE DI ENERGIA

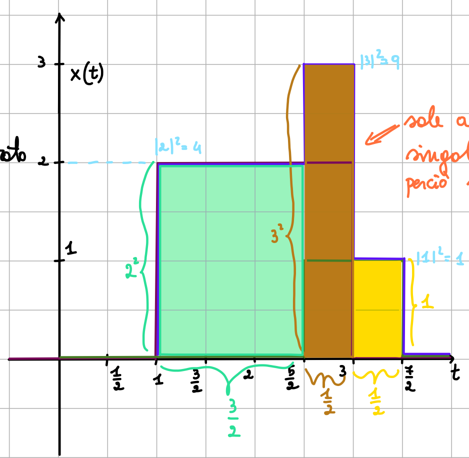
- $\int_{-\infty}^{+\infty}|x(t)|\,dt = \int_0^{+\infty} Ae^{-\alpha t}dt = \frac{A}{-\alpha}e^{-\alpha t}\Big|_0^{+\infty} = \frac{A}{\alpha} \Longrightarrow$ SEGNALE IMPULSIVO

2) $z(t) = \overbrace{\underline{rect(t-3)} + \underline{2\,rect\left(\frac{t}{2}-1\right)}}$

1) Faccio il modulo al quadrato dei valori di $x(t)$

2) Faccio integrali per calcolare l'area dei rettangoli:

$$4\cdot\frac{3}{2} + 9\cdot\frac{1}{2} + 1\cdot\frac{1}{2} = 11$$



solo a 3 perchè entrambi gli schemi singoli sono maggiori di 0, perciò si sommano (???)

POTENZA DI UN SEGNALE

$$P_x = \lim_{\Delta t \to +\infty} \frac{1}{\Delta t} \int_{-\frac{\Delta t}{2}}^{\frac{\Delta t}{2}} |x(t)|^2 dt > 0$$

La potenza è il valor medio dell'energia per l'unità di tempo:

$$P_x = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N} \sum_{n=-N}^{N} |x_n|^2$$

SEGNALE DI POTENZA: $0 < P_x < +\infty$ $\Rightarrow$ per essere un segnale di potenza, allora $0 < P_x < +\infty$

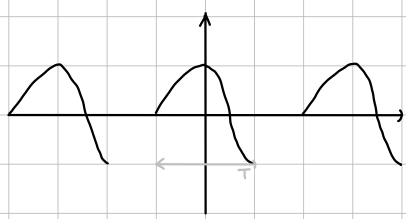
CONSTANT

$$x(t) = c$$

$$P_x = \lim_{\Delta t \to +\infty} \frac{1}{\Delta t} \int_{-\frac{\Delta t}{2}}^{\frac{\Delta t}{2}} |c|^2 dt = |c|^2 \lim_{\Delta t \to +\infty} \frac{1}{\Delta t} \Delta t = |c|^2$$

SEGNALE PERIODICO

$$x(t) = x(t + mT) \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \rightarrow x(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} g(t - m\underbrace{T}_{\text{PERIODO } (T)})$$



POTENZA: Basta fare la potenza nel PERIODO PRINCIPALE $\longrightarrow P_x = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt$

È un SEGNALE DI POTENZA

ESEMPIO:

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \varphi), \qquad T = \frac{1}{f_0}$$

$$P_x = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} A^2 \cos^2(2\pi f_0 t + \varphi) dt = \frac{A^2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \frac{1}{2}\left[1 + \cos(4\pi f_0 t + 2\varphi)\right] dt =$$

$$= \frac{A^2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \frac{1}{2} dt + \frac{A^2}{2T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos(4\pi f_0 t + 2\varphi) dt =$$

$$= \frac{A^2}{2T}\left(\frac{T}{2} + \frac{T}{2}\right) + 0 \quad (\text{il coseno ha area nulla}) = \frac{A^2}{2}$$

ESEMPIO CODICE MATLAB

```
clc
close all
clear

% Definizione del segnale
n = 0:100; % Intervallo di campionamento da 0 a 100
x = sin(0.1*pi*n); % Esempio di un segnale sinusoidale discreto

% Calcolo dell'energia
E = sum(abs(x).^2); % Calcolo dell'energia utilizzando una sommatoria
% CALCOLO VALOR MEDIO => PLOT(x)
% Calcolo della potenza
N = length(x); % Lunghezza del segnale
% DA implementare
%%%

% Visualizzazione dei risultati
fprintf('Energia del segnale: %.4f\n', E);
fprintf('Potenza del segnale: %.4f\n', P);

% Plot del segnale
%subplot(2, 1, 1);
stem(n, x);
```

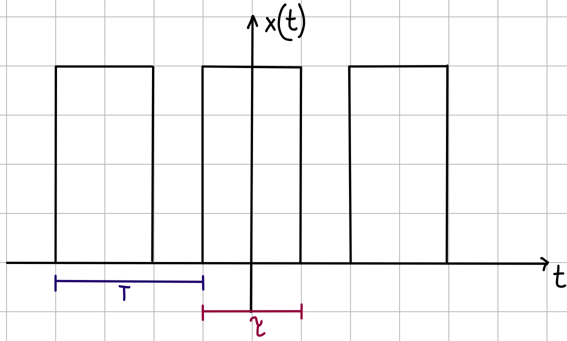
SEGNALI PERIODICI

TRENO DI "IMPULSI" RETTANGOLARI

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} rect_\tau (t - mT)$$

$\rightarrow$ durata della singola RECT

$$\frac{\tau}{T} = \text{"DUTY CYCLE"} \leq 1$$



$$P_x = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \left[rect_\tau(t - mT)\right]^2 dt = \frac{1}{T} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} 1^2 dt = \frac{1}{T}\left(\frac{\tau}{2} + \frac{\tau}{2}\right) = \frac{\tau}{T}$$

$\Uparrow$

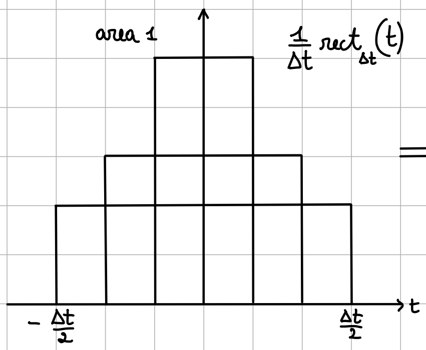
È un segnale di potenza periodico

(NON NELLA VIDEOLEZIONE)

IMPULSO MATEMATICO

È un segnale di DURATA BREVISSIMA (tende a 0) e di AMPIEZZA ELEVATISSIMA (tende a +∞) con integrale unitario in un intervallo comprendente l'origine unitario

$$\delta(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{1}{\Delta t} rect_{\Delta t}(t) \qquad \delta(t) = \begin{cases} +\infty & t=0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$$



$\Longrightarrow$