7

IL CALCOLO DEL TIR

Tasso interno di rendimento

Il tasso interno di rendimento (TIR o in inglese Internal Rate of Return - IRR) è definito come quel tasso d'interesse che rende identici i valori dei flussi positivi e negativi di un progetto.

Il TIR esprime il rendimento effettivo di un progetto o anche il costo massimo della raccolta, oltre il quale l'iniziativa sarebbe non economica.

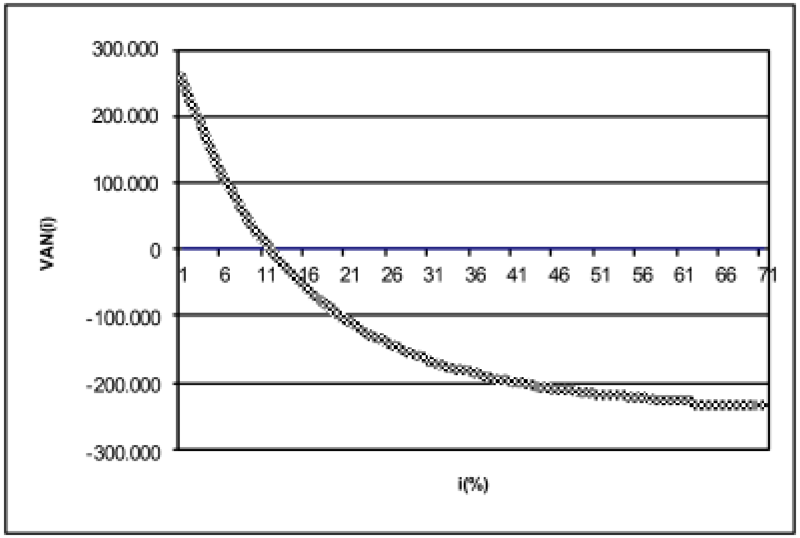
Tecnicamente è quel tasso d'interesse che rende pari a zero il valore attuale netto.

$$\sum_{t=0}^{N} \frac{F_t}{(1 + TIR)^N} = 0$$

Tasso interno di rendimento

Criterio di accettazione

- Se TIR > costo opportunità del capitale il progetto va accettato
- TIR < costo opportunità del capitale il progetto va rifiutato



Il calcolo del TIR

Esempio 1

- Un’impresa sta considerando le seguenti alternative d’investimento mutuamente esclusive

	A	B	C
investimento iniziale	45000	36000	57000
reddito annuo	13000	12000	14000

- La durata delle alternative è valutata in 6 anni, il costo opportunità del capitale è del 10%. Qual è l’alternativa più conveniente per l’impresa? Decidere utilizzando il TIR.

Esempio 1

$$VAN_A = -45.000 + 13.000x\left({}^{P}/_{A}, TIR_A, 6\right) = 0$$

$$\left({}^{P}/_{A}, TIR_A, 6\right) = \frac{45.000}{13.000} = 3{,}46 < 4{,}36 = \left({}^{P}/_{A}, 10{,}6\right)$$

$$\boldsymbol{TIR_A > i}$$

$$VAN_B = -36.000 + 12.000x\left({}^{P}/_{A}, TIR_B, 6\right) = 0$$

$$\left({}^{P}/_{A}, TIR_B, 6\right) = \frac{36.000}{12.000} = 3 < 4{,}36 = \left({}^{P}/_{A}, 10{,}6\right)$$

$$\boldsymbol{TIR_B > i}$$

Il calcolo del TIR

Esempio 1

$$VAN_C = -57.000 + 14.000x\left({}^{P}/_{A}TIR_{C},6\right) = 0$$

$$\left({}^{P}/_{A}, TIR_C, 6\right) = \frac{57.000}{14.000} = 4{,}07 < 4{,}36 = \left({}^{P}/_{A}, 10{,}6\right)$$

$$\boldsymbol{TIR_C > i}$$

$$\underset{3}{\left({}^{P}/_{A}, TIR_{B},6\right)} < \underset{3{,}46}{\left({}^{P}/_{A}, TIR_{A},6\right)} < \underset{4{,}07}{\left({}^{P}/_{A}, TIR_{C},6\right)}$$

$$\boldsymbol{TIR_B > TIR_A > TIR_C > i}$$

L'alternativa migliore è la B

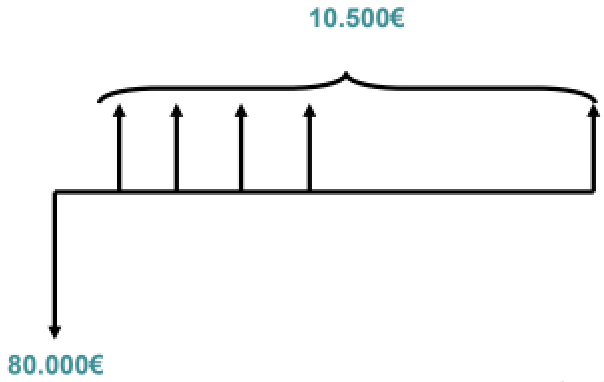
Il calcolo del TIR

Esempio 2

Un macchinario è stato progettato e costruito per 80.000€ con la stima che esso avrebbe consentito un risparmio di costi pari a 10.500€ l’anno per 15 anni. Se il valore di realizzo dopo 15 anni è pari a 0, qual era il tasso interno di rendimento previsto (TIR)?

Il calcolo del TIR

Esempio 2



$$VAN(i^*) = VAN(TIR) = 0$$

$$VAN(i^*) = -80.000 + 10.500\left(P/A, i^*, 15\right) = 0$$

$$\left(P/A, i^*, 15\right) = \frac{80.000}{10.500} = 7,62$$

Il calcolo del TIR

Esempio 2

dalle tavole finanziarie

$$\left(P/A,9,15\right)=8{,}06$$

$$\left(P/A,10,15\right)=7{,}61$$

$$TIR=i^{*}=9+(10-9)\frac{7{,}62-8{,}06}{7{,}61-8{,}06}=9{,}98\%$$

Il calcolo del TIR

Esempio 3

Considerare le seguenti alternative d'investimento ed operare una scelta in base al metodo del TIR.

	t=0	t=1	t=2
A	-1.300€	800€	900€
B	-1.300€	600€	1.000€
C	-900€	500€	800€

Il calcolo del TIR

Esempio 3

	t=0	t=1	t=2
A	-1.300€	800€	900€

$$VAN_A(i_A^*) = -1.300 + \frac{800}{(1+i_A^*)} + \frac{900}{(1+i_A^*)^2} = 0$$

$$x_A = \frac{1}{\left(1+i_A^*\right)} \qquad 9x_A^2 + 8x_A - 13 = 0 \qquad x_A = \frac{-4 \pm \sqrt{16+117}}{9}$$

$$i_A^* = TIR_A = \frac{1}{x_A} - 1 = \frac{9}{-4+\sqrt{16+117}} - 1 = 19{,}48\%$$

Il calcolo del TIR

Esempio 3

	t=0	t=1	t=2
B	-1.300€	600€	1.000€

$$VAN_B(i_B^*) = -1.300 + \frac{600}{(1+i_B^*)} + \frac{1.000}{(1+i_B^*)^2} = 0$$

$$x_B = \frac{1}{(1+i_B^*)} \qquad 10x_B^2 + 6x_B - 13 = 0 \qquad x_B = \frac{-3 \pm \sqrt{9+130}}{10}$$

$$i_B^* = TIR_B = \frac{1}{x_B} - 1 = \frac{10}{-3+\sqrt{9+130}} - 1 = 13,77\%$$

Il calcolo del TIR

Esempio 3

	t=0	**t=1**	**t=2**
C	-900€	500€	800€

$$VAN_C(i_C^*) = -900 + \frac{500}{(1+i_C^*)} + \frac{800}{(1+i_C^*)^2} = 0$$

$$x_c = \frac{1}{\left(1+i_c^*\right)} \qquad 8x_c^2 + 5x_c - 9 = 0 \qquad x_c = \frac{-5 \pm \sqrt{25+288}}{16}$$

$$i_c^* = TIR_c = \frac{1}{x_c} - 1 = \frac{16}{-5+\sqrt{25+288}} - 1 = 26{,}07\%$$

in base al TIR l'alternativa migliore è C

Il calcolo del TIR

Esempio 4

Una società sta vagliando 6 proposte d'investimento. Ogni proposta ha una vita utile stimata in 10 anni ed un valore di recupero nullo.

	A	B	C	D	E	F
Esborso iniziale	80.000€	40.000€	10.000€	30.000€	15.000€	90.000€
Introiti annui	11.000€	8.000€	2.000€	7.150€	2.500€	14.000€

a) Assumendo che la società abbia possibilità finanziarie illimitate e che i progetti siano indipendenti, si determinino le proposte accettabili utilizzando il metodo del TIR (considerando i=12%).

b) Si determini la proposta migliore (l'unica accettabile) nel caso in cui progetti risultino mutuamente esclusivi utilizzando il metodo del VAN (considerando i=12%).

Il calcolo del TIR

Esempio 4

a) Se il ***TIR (progetto) < i*** $\rightarrow$ il progetto <u>non è accettabile</u>

$$VAN_A(TIR_A) = -80.000 + 11.000\left({}^{P}/_{A}, TIR_A, 10\right) = 0$$

$$\left({}^{P}/_{A}, TIR_A, 10\right) = \frac{80.000}{11.000} = 7{,}27 > \left({}^{P}/_{A}, i, 10\right) = 5{,}65$$

Quindi $TIR_A < i$ $\Longrightarrow$ $\boxed{\text{A respinto}}$

Il calcolo del TIR

Esempio 4

$$VAN_B(TIR_B) = -40.000 + 8.000\left(^{P}/_{A},TIR_B,10\right) = 0$$

$$\left(^{P}/_{A},TIR_B,10\right) = \frac{40.000}{8.000} = 5 < \left(^{P}/_{A},i,10\right) = 5{,}65 \quad TIR_B > i$$

B accolto

$$VAN_C(TIR_C) = -10.000 + 2.000\left(^{P}/_{A},TIR_C,10\right) = 0$$

$$\left(^{P}/_{A},TIR_C,10\right) = \frac{10.000}{2.000} = 5 < \left(^{P}/_{A},i,10\right) = 5{,}65 \quad TIR_C > i$$

C accolto

Il calcolo del TIR

Esempio 4

$$VAN_D(TIR_D) = -30.000 + 7.150\left({}^{P}/_{A}, TIR_D, 10\right) = 0$$

$$\left({}^{P}/_{A}, TIR_D, 10\right) = \frac{30.000}{7.150} = 4{,}2 < 5{,}65 \qquad TIR_D > i$$

D accolto

$$VAN_E(TIR_E) = -15.000 + 2.500\left({}^{P}/_{A}, TIR_E, 10\right) = 0$$

$$\left({}^{P}/_{A}, TIR_E, 10\right) = \frac{15.000}{2.500} = 6 > 5{,}65 \qquad TIR_E < i$$

E respinto

$$VAN_F(TIR_F) = -90.000 + 14.000\left({}^{P}/_{A}, TIR_F, 10\right) = 0$$

$$\left({}^{P}/_{A}, TIR_F, 10\right) = \frac{90.000}{14.000} = 6{,}43 > 5{,}65 \qquad TIR_F < i$$

F respinto

Il calcolo del TIR

Esempio 4

b) Per confrontare i progetti utilizziamo **VAN** senza prendere in considerazione i progetti respinti in **(a)**

$$VAN_B = -40.000 + 8.000\left(\underset{5{,}65}{{}^{P}/_{A},12{,}10}\right) = 5.200$$

$$VAN_C = -10.000 + 2.000\left(\underset{5{,}65}{{}^{P}/_{A},12{,}10}\right) = 1.300$$

$$VAN_D = -30.000 + 7.150\left(\underset{5{,}65}{{}^{P}/_{A},12{,}10}\right) = 10.397{,}5$$

$$VAN_D > VAN_B > VAN_C$$

D progetto migliore

Il calcolo del TIR

Esempio 5

Confrontare i seguenti flussi di cassa utilizzando VAN, AE (tasso di valutazione i=10%) e TIR.

	t=0	1	2	3	4
A	-1.000€	500€	500€	500€	500€
B	-1.200€	650€	650€	650€	650€

$$VAN_A = -1.000 + 500\left(\begin{matrix} P/_A, 10,4 \\ 3,17 \end{matrix}\right) = 585$$

$$AE_A = VAN_A\left(\begin{matrix} A/_P, 10,4 \\ 0,32 \end{matrix}\right) = 187,2$$

$$VAN_B = -1.200 + 650\left(\begin{matrix} P/_A, 10,4 \\ 3,17 \end{matrix}\right) = 860,5$$

$$AE_B = VAN_B\left(\begin{matrix} A/_P, 10,4 \\ 0,32 \end{matrix}\right) = 275,36$$

$\boxed{\text{B progetto migliore}}$

Il calcolo del TIR

Esempio 5

$$VAN_A(TIR_A) = -1.000 + 500\left({}^{P}/_{A}, TIR_A, 4\right) = 0 \qquad \left(P/A, TIR_A, 4\right) = 2$$

$$VAN_B(TIR_B) = -1.200 + 650\left({}^{P}/_{A}, TIR_B, 4\right) = 0 \qquad \left(P/A, TIR_B, 4\right) = 1,84$$

$$\underset{2}{\left({}^{P}/_{A}, TIR_A, 4\right)} > \underset{1,84}{\left({}^{P}/_{A}, TIR_B, 4\right)} \qquad TIR_B > TIR_A$$

B progetto migliore

$$\underset{3,17}{\left({}^{P}/_{A}, 10,4\right)} > \underset{2}{\left({}^{P}/_{A}, TIR_A, 4\right)} > \underset{1,84}{\left({}^{P}/_{A}, TIR_B, 4\right)} \qquad TIR_B > TIR_A > i$$

B accettabile

Il calcolo del TIR

Esempio 5

L'esercizio si poteva risolvere anche calcolando i due TIR tramite l'interpolazione lineare. Avremmo così ottenuto:

TIR_A =35%

B progetto migliore

TIR_B =40%

Il calcolo del TIR

Esempio 6

Un’azienda deve attivare un progetto d’investimento da scegliere tra i due seguenti che prevedono:

a) un versamento immediato di 30.000€, un ulteriore versamento di 4.000€ dopo un anno ed una entrata di 45.000€ fra 2 anni;

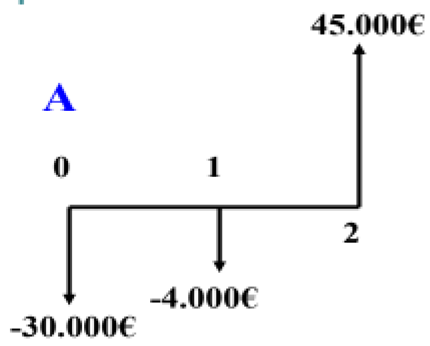
b) un versamento immediato di 50.000€ ed una sola entrata di 70.000€ dopo 2 anni.

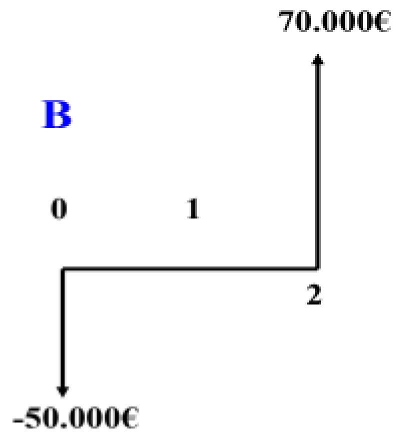
Calcolare:

1) quale progetto è migliore usando il TIR;
2) quali valori del tasso “i” avrebbero condotto alla stessa scelta utilizzando il VAN.

Il calcolo del TIR

Esempio 6





$$VAN_A = -30.000 - 4.000(1+i)^{-1} + 45.000(1+i)^{-2} = 0$$

$$x = (1+i)^{-1} \qquad 45x^2 - 4x - 30 = 0 \qquad x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 45 \cdot 30}}{45}$$

$$i = TIR_A = \frac{1}{x} - 1 = \frac{45}{2 + \sqrt{4 + 1350}} - 1 = 15{,}99\%$$

Il calcolo del TIR

Esempio 6

$$VAN_B = -50.000 + 70.000(1+i)^{-2} = 0$$

$$x = (1+i)^{-1} \qquad -5 + 7x^2 = 0 \qquad x^2 = \frac{5}{7} \qquad x = \pm\sqrt{\frac{5}{7}}$$

$$i = TIR_B = \frac{1}{x} - 1 = \sqrt{\frac{7}{5}} - 1 = 18{,}32\% > TIR_A = 15{,}99\%$$

Per risolvere il secondo quesito si deve risolvere una disequazione con *i* incognita

$$VAN_B(i) > VAN_A(i) \qquad 70x^2 - 50 > 45x^2 - 4x - 30$$

Il calcolo del TIR

Esempio 6

$$25x^2 + 4x - 20 > 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+500}}{25} = \begin{cases} \dfrac{-2+\sqrt{4+500}}{25} \\ \dfrac{-2-\sqrt{4+500}}{25} \end{cases}$$

$$x = \frac{1}{1+i} > \frac{-2+\sqrt{4+500}}{25}$$

$$i < \frac{25}{-2+\sqrt{504}} - 1 = 22,25\%$$

Per i<22,25% il metodo del VAN restituisce lo stesso risultato del metodo del TIR