

MASTER 1 INGÉNIERIE DES RISQUES

ISFA

## Projet de mathématiques financières



réalisé par  
Victor Guillermin, Florian Robinet

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Première partie</b>	<b>2</b>
1.1	Historique de données . . . . .	2
1.2	Vecteur de rendements et matrice de variance-covariance . . . . .	3
1.3	Rendement et risque du portefeuille $(\alpha, (1 - \alpha))$ . . . . .	4
1.4	Risque d'un portefeuille $(\alpha, (1 - \alpha))$ en fonction de son rendement	5
<b>2</b>	<b>Deuxième partie</b>	<b>5</b>
2.1	Maximisation de la rentabilité du portefeuille sous un risque $x$ fixé	5
2.2	Evaluation de la composition et du risque associé à un portefeuille de rentabilité $x$ fixée . . . . .	6
2.3	Evaluation du portefeuille de risque minimal . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Troisième partie</b>	<b>7</b>
3.1	Stratégie adoptée . . . . .	7
3.2	Résultats des opérations sur ABC Bourse . . . . .	7

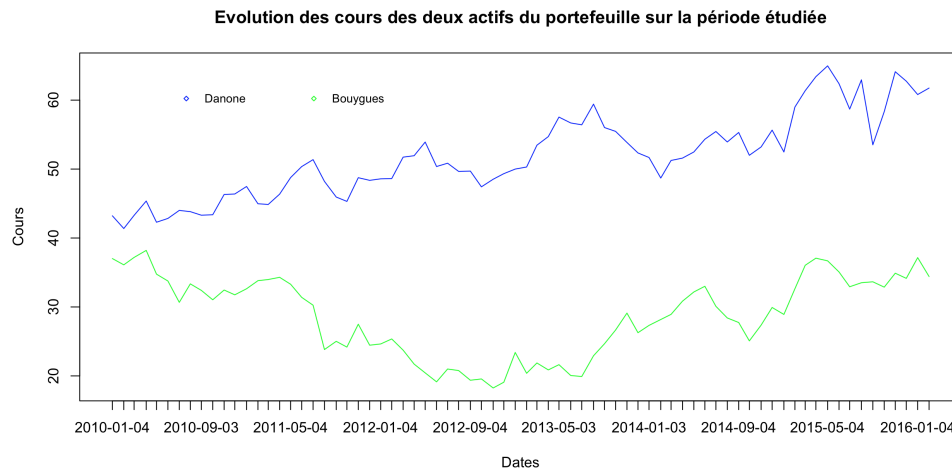
# 1 Première partie

## 1.1 Historique de données

Pour obtenir l'historique des données nous nous sommes rendus sur le site ABC-Bourse.com . Il s'agit des cours de deux actions sur une période de 74 mois. Afin de réduire les variations saisonnières nous n'avons sélectionné qu'une valeur par mois. Il reste possible de compléter l'historique de la base de données du programme pour obtenir des estimations de meilleure qualité.

```
#Importation des données#  
Bouygues=read.csv("~/Desktop/Projet Math Fi/Bouygues.csv",header=TRUE,sep=";")  
Danone=read.csv("~/Desktop/Projet Math Fi/Danone.csv",header=TRUE,sep=";")  
Bouygues$Date <- as.Date(Bouygues$Date, "%d/%m/%Y")  
Danone$Date <- as.Date(Danone$Date, "%d/%m/%Y")  
  
#Données Brutes Bouygues#  
head(Bouygues)  
  
#Données Brutes Danone#  
head(Danone)
```

Nous avons choisi de sélectionner les cours des actions Bouygues et Danone, toutes deux cotées au CAC40.



On peut voir que le cours de l'action Bouygues a baissé jusqu'à mi-période puis est remonté quasiment jusqu'à son niveau de début de période, autour de 35 euros. Concernant le cours de l'action Danone, on constate une tendance positive, en fin de période le cours avoisine les 60 euros.

## 1.2 Vecteur de rendements et matrice de variance-covariance

Le vecteur des rendements pour chaque action s'obtient à partir des données brutes par récurrence.

On applique la formule :  $rendement_i = \left( \frac{cours_i}{cours_{i-1}} - 1 \right) * 100$ .

Pour nous, le temps  $t_0$  sera le 4 janvier 2010.

Nous avons obtenus nos vecteurs de rendements grâce au code R suivant :

```
#Vecteur de rendements historiques#

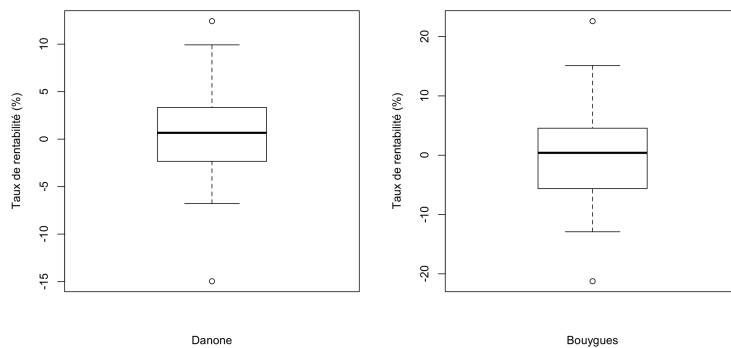
Rendement1=NULL
Rendement2=NULL
Rendement=NULL

for ( i in 1:(length(Danone[,1])-1)) {
  Rendement1[i]=((Danone[i+1,2]/Danone[i,2])-1)*100
}

for ( i in 1:(length(Bouygues[,1])-1)) {
  Rendement2[i]=((Bouygues[i+1,2]/Bouygues[i,2])-1)*100
}

Rendement=cbind(Rendement1,Rendement2)
head(Rendement)
```

Les résultats obtenus peuvent être résumés à travers deux boîtes à moustaches :

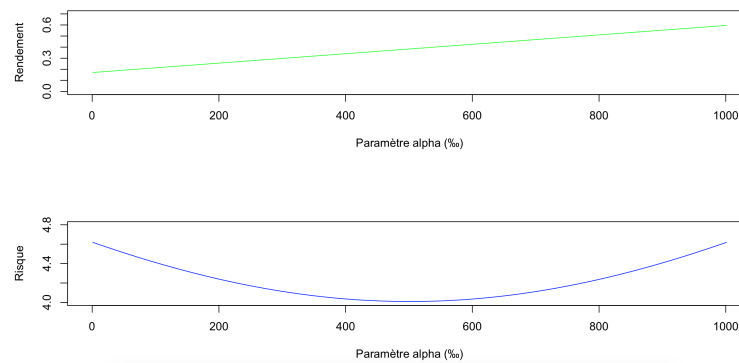


La matrice de variance-covariance est  $\begin{pmatrix} 21,33 & 10,80 \\ 10,80 & 55,10 \end{pmatrix}$

Le résultat précédent est obtenu grâce à la commande R `cov()`

```
#Matrice de variance-covariance#
matcov=as.matrix(cov(Rendement))
```

### 1.3 Rendement et risque du portefeuille $(\alpha, (1 - \alpha))$



#Représentation graphique en fonction de alpha du rendement et du risque #

```
x=seq(0,1,0.001)
y=NULL
z=NULL

rendement=function(x){
  y=x*mean(Rendement[,1])+(1-x)*mean(Rendement[,2])
  return (y)
}

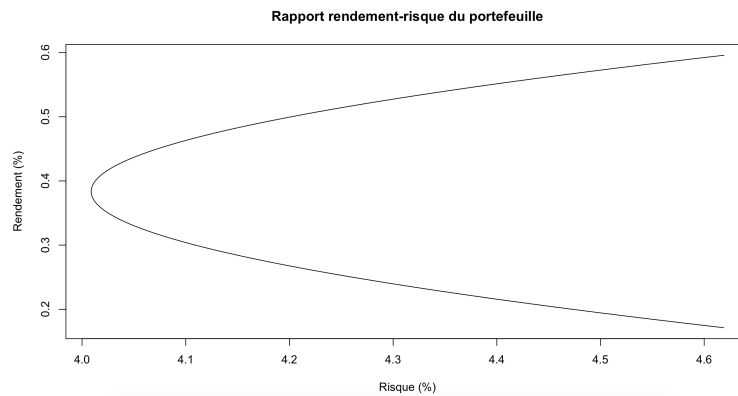
y=rendement(x)

risque=function(x){
  y=sqrt((x^2)*matcov[1,1]+((1-x)^2)*matcov[1,1]+2*x*(1-x)*matcov[1,2])
  return (y)
}

z=risque(x)

par(mfrow=c(2,1))
plot(rendement(x),type="l",ylim=c(0,0.7),xlab="Paramètre alpha (%)",ylab="Rendement",col="green")
plot(risque(x),type="l",ylim=c(4,4.8),xlab="Paramètre alpha (%)",ylab="Risque",col="blue")
par(mfrow=c(1,1))
```

## 1.4 Risque d'un portefeuille ( $\alpha, (1 - \alpha)$ ) en fonction de son rendement

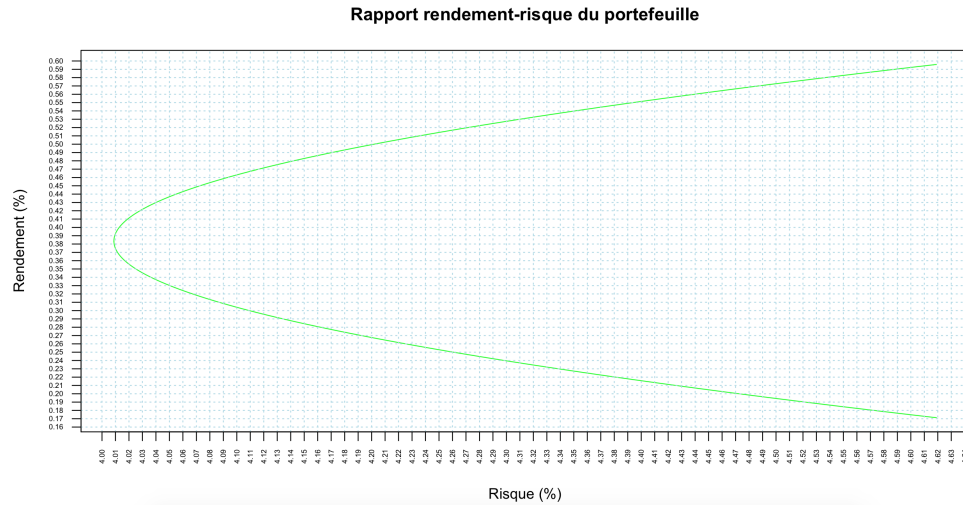


```
#Représentation du risque en fonction du rendement#
risquerend=function(x){
  y=(x-mean(Rendement[,2]))/(mean(Rendement[,1])-mean(Rendement[,2]))
  z=risque(y)
  return (z)
}
plot(risquerend(y),y,type="l",xlab="Risque (%)",ylab="Rendement (%)",main="Rapport rendement-risque du portefeuille")
```

## 2 Deuxième partie

### 2.1 Maximisation de la rentabilité du portefeuille sous un risque $x$ fixé

On fixe un risque  $x$  de 4,5% :



On peut lire graphiquement qu'un risque de 4, 5% correspond à deux rendements possibles : 0, 195% et 0, 562% .

Il semblera donc plus cohérent de choisir le portefeuille avec un rendement de 0.562%. Pour trouver à quel portefeuille est associé ce rendement on construit l'inverse de la fonction de rendement grâce au code R suivant :

```
#Inverse de la fonction rendement#

invrendement=function(x){
  y=(x-mean(Rendement[,2]))/(mean(Rendement[,1])-mean(Rendement[,2]))
  return (y)
}
```

le portefeuille associé à un rendement de 0, 562% est : (0.9203,0.0797).

## 2.2 Evaluation de la composition et du risque associé à un portefeuille de rentabilité $x$ fixée

On fixe un rendement  $y$  de 0.5% :

Grâce au code R présenté précédemment on trouve que le portefeuille associé à ce rendement est : (0.7743,0.2257).

## 2.3 Evaluation du portefeuille de risque minimal

Les valeurs concernant les risques possibles des portefeuilles sont stockées dans le vecteur  $z$  sur  $R$ . Par conséquent il suffit juste d'appliquer la fonction `min` pour trouver le risque minimal. Ce risque est de 4.01%, il correspond au portefeuille (0.5034, 0.4966) et possède un rendement de 0.385

## 3 Troisième partie

### 3.1 Stratégie adoptée

On choisit de prendre un portefeuille de risque 4.5% et de rendement 0.562%. Ce portefeuille sera composé à hauteur de 92.03% d'actions Danone et de 7.97% d'actions Bouygues.

### 3.2 Résultats des opérations sur ABC Bourse

Les placements ont été effectués le 26/02/16 pour une durée de deux semaines et avec un capital initial de 100000 euros. La stratégie décrite ci-dessus nous a amené à acheter 1436 actions Danone à un prix de 64.1 euros l'unité et 219 actions Bouygues à 35.7 euros l'unité. L'impossibilité d'acheter des fractions d'actions nous amène à conserver 34.23 euros en liquidité sur le compte.

Bouygues/Danone (valeur initiale 100000.00 €)

	Valeur	Quantité	Prix revient	Cours	Var. Jour	Capital initial	Gain(€)	Gain(%)
vendre	Bouygues	219	35.70	36.45	+2.68%	7818.30	156.43	2.00%
vendre	Danone	1436	64.10	63.87	+2.64%	92047.60	-422.33	-0.46%
<a href="#">Téléchargez le portefeuille</a>					Titres	99699.87	-265.90	-0.27%
CAC 40 : 4 492,79 (3,27%)					Liquidités	34.23		
					Totaux	99734.10	-265.90	-0.27%

Les résultats obtenus sont une perte de 265.7 euros, ce qui représente un rendement de -0.27%.