3.1

A] $\forall x\ P(x) \Rightarrow Q(x)$
$\forall x \sim P(x) \vee Q(x)$
$\sim P(x) \vee Q(x)$.

B] $\forall x \forall y\ P(x,y) \Rightarrow Q(x)$
$\forall x \forall y \sim P(x,y) \vee Q(x)$
$\sim P(x,y) \vee Q(x)$

C] $\exists x\ P(x) \wedge Q(x)$.
: change x to A.
$P(A) \wedge Q(A)$

D] $\exists x \exists y\ P(x,y) \wedge Q(y,x)$.
change x to A & y to B.
$P(A,B) \wedge Q(B,A)$.

E] $\exists x \forall y\ P(x,y)$.
x to A.
$\forall y\ P(A,y)$
$P(A,y)$.

F) $\forall x \exists y\ P(x,y)$.
: $y = f(x)$.
$\forall x\ P(x, f(x))$
$P(x, f(x))$.

G) $\forall x \forall y \exists z\ P(x,y,z)$
: $z = f(x,y)$.
$\forall x \forall y\ P(x,y,f(x,y))$.
$\forall y P(x,y,f(x,y))$
$P(x,y,f(x,y))$

H) $\exists x \forall y \forall z\ P(x,y,z)$.
: x to A.
$\forall y \forall z\ P(A,y,z)$.
$\forall z P(A,y,z)$.
$P(A,y,z)$.

I) $\forall x [\exists y P(x,y) \wedge Q(y)) \Rightarrow R(x)$
$\forall x \sim [\exists y\ P(x,y) \wedge Q(y)) \vee R(x)$
$\forall x (\forall y \sim P(x,y) \vee \sim Q(y)) \vee R(x)$
$\forall x (\sim P(x,y) \vee \sim Q(y)) \vee R(x)$
$\sim P(x,y) \vee \sim Q(y) \vee R(x)$.

J) $\forall x (\forall y P(x,y) \Rightarrow Q(y)) \Rightarrow R(x)$
$\forall x \sim (\forall y\ P(x,y) \Rightarrow Q(y)) \vee R(x)$
$\forall x \sim (\forall y \sim P(x,y) \vee Q(y)) \vee R(x)$.
$\forall x [\exists y\ P(x,y) \wedge \sim Q(y)) \vee R(x)$.
: y to $f(x)$.
$\forall x (P(x, f(x)) \wedge \sim Q(f(x))) \vee R(x)$
$(P(x, f(x)) \wedge \sim Q(f(x))) \vee R(x)$
$(P(x, f(x)) \vee R(x)) \wedge (\sim Q(f(x)) \vee R(x))$

Q.2]

a) P(x), b) P(A)
UNIFY (P(x), P(A)) = {x/A}

c) P(x) ∨ Q(x,A)
d) P(B) ∨ Q(x,A).
UNIFY (P(x) ∨ Q(x,A), P(B) ∨ Q(x,A)) = {x/B}

e) P(x) ∨ Q(A,x)
f) P(x) ∨ Q(A,B).
UNIFY (P(x) ∨ Q(A,x), P(x) ∨ Q(A,B)) = {x/B}

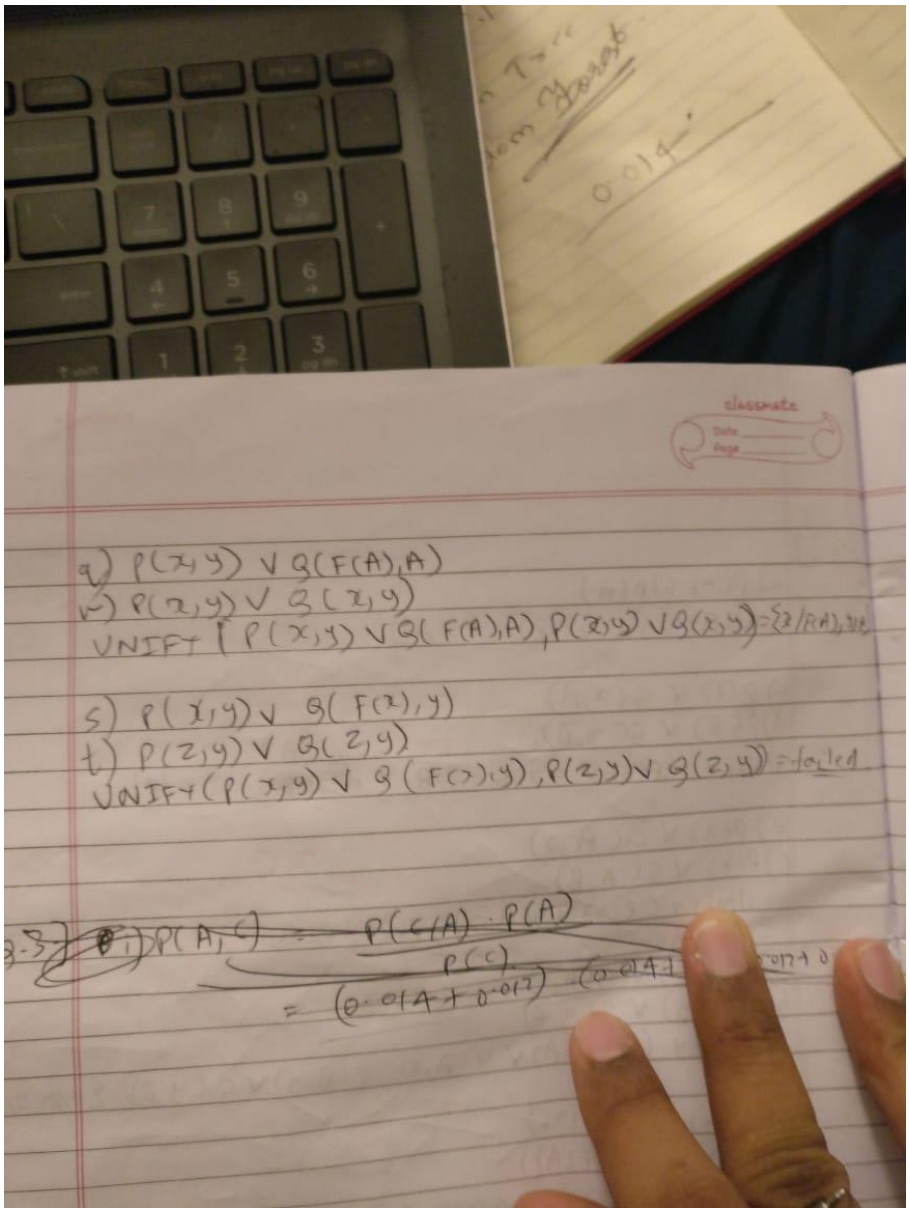
g) P(x,A) ∨ Q(A,x)
h) P(B,y) ∨ Q(y,B)
UNIFY (P(B,A) ∨ Q(A,x), P(B,y) ∨ Q(y,B)) = {x/B, y/A}

i) P(x) ∨ Q(F(x))
j) P(A) ∨ Q(F(A))
UNIFY (P(x) ∨ Q(F(x)), P(A) ∨ Q(F(A)) = {x/A}

k) P(x,A) ∨ Q(F(x),x)
l) P(B,y) ∨ Q(F(B),B)
UNIFY (P(x,A) ∨ Q(F(x),x), P(B,y) ∨ Q(F(B),B)
= {x/B, y/A}.

m) P(x,A) ∨ Q(F(x),x)
n) P(B,y) ∨ Q(F(A),A)
UNIFY (P(x,A) ∨ Q(F(x),x), P(B,y) ∨ Q(F(A),A) = failed

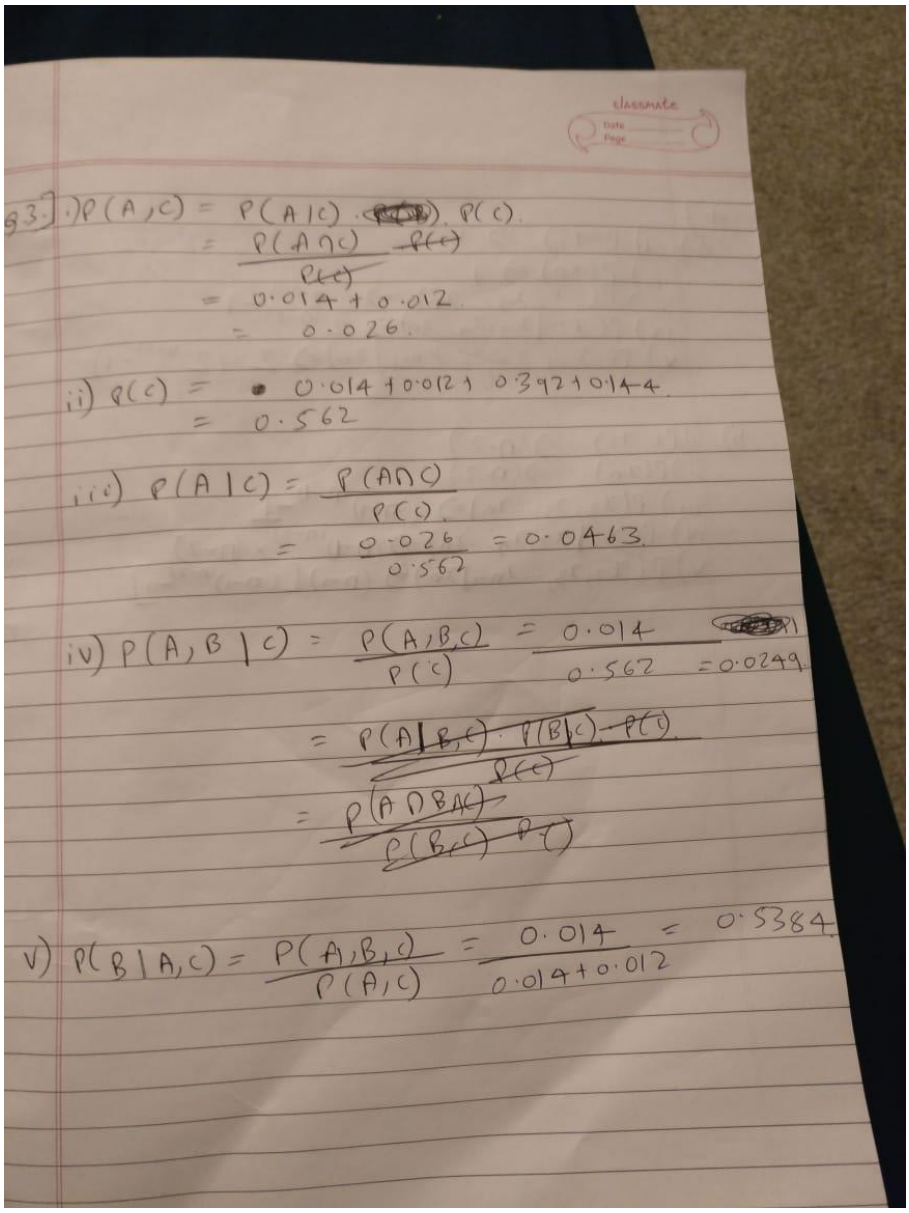
o) P(x,y) ∨ Q(F(A),B)
p) P(x,y) ∨ Q(x,y)
UNIFY (P(x,y) ∨ Q(F(A),B), P(x,y) ∨ Q(x,y)) = {x/F(A), y/B}



r) P(x,y) ∨ Q(F(A),A)
s) P(z,y) ∨ Q(z,y)
UNIFY [P(x,y) ∨ Q(F(A),A), P(z,y) ∨ Q(x,y)] = {z/F(A), y/A}

s) P(x,y) ∨ Q(F(z),y)
t) P(z,y) ∨ Q(z,y)
UNIFY(P(x,y) ∨ Q(F(z),y), P(z,y) ∨ Q(z,y)) = failed

3.3) P(A,C) = P(C|A) · P(A) / P(C)
= (0.014 + 0.017)



Q3. i) $P(A,C) = P(A|C) \cdot P(C)$

$= \frac{P(A \cap C)}{P(C)} \cdot P(C)$

$= 0.014 + 0.012$

$= 0.026$

ii) $P(C) = 0.014 + 0.012 + 0.342 + 0.194$

$= 0.562$

iii) $P(A|C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)}$

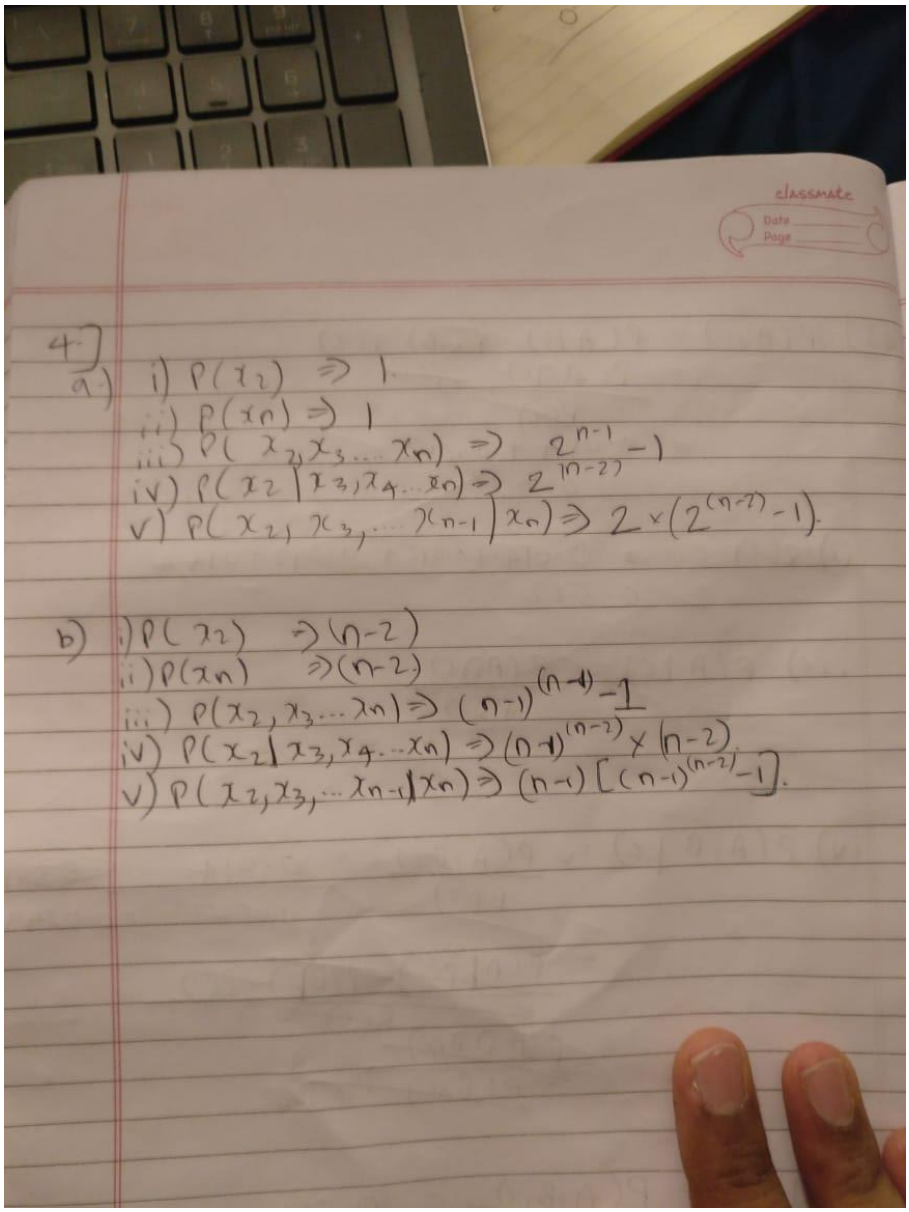
$= \frac{0.026}{0.562} = 0.0463$

iv) $P(A,B|C) = \frac{P(A,B,C)}{P(C)} = \frac{0.014}{0.562} = 0.0249$

$= \frac{P(A|B,C) \cdot P(B|C) \cdot P(C)}{P(C)}$

$= \frac{P(A \cap B \cap C)}{P(B,C) \cdot P(C)}$

v) $P(B|A,C) = \frac{P(A,B,C)}{P(A,C)} = \frac{0.014}{0.014 + 0.012} = 0.5384$



4.

a) i) $P(x_2) \Rightarrow 1$.

ii) $P(x_n) \Rightarrow 1$

iii) $P(x_2, x_3 \dots x_n) \Rightarrow 2^{n-1} - 1$

iv) $P(x_2 \mid x_3, x_4 \dots x_n) \Rightarrow 2^{(n-2)}$

v) $P(x_2, x_3, \dots x_{n-1} \mid x_n) \Rightarrow 2 \times (2^{(n-2)} - 1)$.

b) i) $P(x_2) \Rightarrow (n-2)$

ii) $P(x_n) \Rightarrow (n-2)$

iii) $P(x_2, x_3 \dots x_n) \Rightarrow (n-1)^{(n-1)} - 1$

iv) $P(x_2 \mid x_3, x_4 \dots x_n) \Rightarrow (n-1)^{(n-2)} \times (n-2)$

v) $P(x_2, x_3, \dots x_{n-1} \mid x_n) \Rightarrow (n-1)[(n-1)^{(n-2)} - 1]$.