

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
PRÍRODOVEDECKÁ FAKULTA

**TVORBA NÁSTROJOV NA OPTIMALIZÁCIU
NEPRAVIDELNÝCH TROJUHOLNÍKOVÝCH SIETÍ PRE
MODELOVANIE GEORELIÉFU**

DIPLOMOVÁ PRÁCA

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
PRÍRODOVEDECKÁ FAKULTA

**TVORBA NÁSTROJOV NA OPTIMALIZÁCIU
NEPRAVIDELNÝCH TROJUHLNÍKOVÝCH SIETÍ PRE
MODELOVANIE GEORELIÉFU**

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Študijný program:	Fyzická geografia a geoinformatika
Študijný odbor:	1316 geografia
Školiace pracovisko:	Katedra kartografie, geoinformatiky a DPZ
Školiteľ:	Mgr. Richard Feciskanin, Ph.D.

Bratislava 2014

Bc. Martin KALIVODA



Univerzita Komenského v Bratislave
Prírodovedecká fakulta

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Martin Kalivoda
Študijný program: fyzická geografia a geoinformatika (Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor: 4.1.35. geografia
Typ záverečnej práce: diplomová
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Tvorba nástrojov na optimalizáciu nepravidelných trojuholníkových sietí pre modelovanie georeliéfu

Literatúra: FECISKANIN, R. 2009. Optimalizácia nepravidelných trojuholníkových sietí pre modelovanie georeliéfu : dizertačná práca. Brno : Masarykova univerzita, 2009. 132 s.
KRCHO, J. 2001. Modelling of georelief and its geometrical structure using DTM: positional and numerical accuracy. Bratislava : Q111 Publishers, 2001. 336 s.
ISBN 80-85401-92-4.

Cieľ: Tvorba softvérového nástroja rozširujúceho funkcionality databázového systému PostgreSQL a PostGIS o prácu s nepravidelnými trojuholníkovými sieťami a zhodnotenie možností optimalizácie trojuholníkov pomocou neho

Kľúčové slová: PostgreSQL, PostGIS, extenzia, TIN, optimalizácia

Vedúci: Mgr. Richard Feciskanin, PhD.
Katedra: PriF.KKGDPZ - Katedra kartografie, geoinformatiky a diaľkového prieskumu zeme
PriF vedúci katedry: doc. RNDr. Eva Mičietová, CSc.

Dátum zadania: 24.09.2013

Dátum schválenia: 05.05.2014

doc. RNDr. Eva Mičietová, CSc.
vedúci katedry

.....
študent

.....
vedúci práce

Pod'akovanie

Na tomto mieste by som chcel poďakovať môjmu školiťovi Mgr. Richardovi Feciskaninovi, Ph.D. za trpezlivé vedenie, cenné rady a pomoc pri riešení vzniknutých problémov. Moje poďakovanie taktiež patrí pracovníkom Katedry kartografie geoinformatiky a DPZ a rodine za pomoc a cenné pripomienky pri písaní práce.

Abstrakt

Martin Kalivoda: Tvorba nástrojov na optimalizáciu nepravidelných trojuholníkových sietí pre modelovanie georeliéfu

Univerzita Komenského v Bratislave, Prírodovedecká fakulta, Katedra kartografie, geoinformatiky a diaľkového prieskumu Zeme

Diplomová práca, 95 strán textu, 19 strán príloh, 2014

Predkladaná diplomová práca prezentuje vyvinutý softwarový nástroj *pg3angles* rozširujúci databázový systém PostgreSQL a PostGIS o funkcie umožňujúce prácu s nepravidelnými trojuholníkovými sieťami – riešenie topológie TIN, analýza TIN (so zameraním na morfometrickú analýzu), optimalizácia TIN pre modelovanie georeliéfu. Práca ďalej hodnotí optimalizačné možnosti nástroja *pg3angles* – analyzuje reprezentatívnosť TIN modelujúcej matematicky predpísanú etalónovú plochu pred optimalizáciou a po optimalizácii a hodnotí použité optimalizačné algoritmy. V práci je objasnený široký diapazón poznatkov potrebných na pochopenie východísk a výsledkov experimentu. Všeobecne je definovaný pojem georeliéfu a jeho komplexného digitálneho modelu, bližšie je charakterizované modelovanie prostredníctvom nepravidelných trojuholníkových sietí. Sú načrtnuté zásady voľby bodov vstupujúcich do triangulácie, sú definované podmienky reprezentatívnosti a správnej konfigurácie TIN, charakterizované sú metódy výpočtu morfometrických parametrov z TIN a metódy optimalizácie TIN. Sú definované pojmy GIS a geografická informácia. Stručne sú objasnené možnosti práce s TIN v GIS s vyústením na popis databázového systému PostgreSQL a priestorového rozšírenia PostGIS umožňujúceho generovať TIN. Sú uvedené možnosti rozširovania funkcionality PostgreSQL. Je charakterizovaná koncepcia extenzie *pg3angles*. Popísané sú funkcie pre prácu s TIN, ktoré *pg3angles* ponúka s následným uvedením príkladov SQL dopytov. Záver práce je zameraný na zhodnotenie výsledkov optimalizácie a zhodnotenie optimalizačných algoritmov. Práca má veľký význam vďaka vybudovaniu pevného základu koncepcie a funkcií pre prácu s TIN v PostgreSQL a PostGIS, ktorý má potenciál ďalej sa rozvíjať.

Kľúčové slová: PostgreSQL, PostGIS, extenzia, TIN, optimalizácia

Abstract

Martin Kalivoda: Developing the tools for optimizing triangulated irregular networks that model the georelief

Comenius university in Bratislava, Faculty of natural sciences, Department of cartography, geoinformatics and remote sensing

Master thesis, 95 pages, 19 appendixes, 2014

This thesis presents a developed software tool called *pg3angles*, which expands database system PostgreSQL and PostGIS in functions enabling work with triangulated irregular networks – solution of TIN topology, TIN analysis (focusing on morphometric analysis) and TIN optimization for georelief modeling. This work also evaluates the optimization capabilities of the *pg3angles* – analyzes the representativeness of the TIN, which is mathematically modeling the prescribed etalon surface before optimization and after the optimization and evaluates the usage of optimization algorithms. In this work is being illustrated wide diapason of knowledge required to understand several assumptions and results of the experiment. Concepts of georelief and its complex digital model is generally defined and process of modeling by using triangulated irregular networks is defined in more detail. Outlined are principles of point selection entering triangulation, defined are conditions of representativeness and correct TIN configuration. Characterized are the methods of calculation of morphometric parameters using TIN and TIN optimization techniques. Defined are also concepts of GIS and geographic information. There is a brief explanation of the work options regarding TIN within GIS with an outlet describing the database system PostgreSQL and the spatial extension PostGIS allowing to generate TIN. The choices of expansion of the PostgreSQL functionality are specified as well as the concept of *pg3angles* extension characterization. Functions offered by *pg3angles* to work with TIN are described and followed by the examples of SQL queries. Conclusion of this work is focused on the evaluation of optimization results and evaluation of optimization algorithms. This work is of great importance having the potential of further development due to creation of comprehensive concept foundation and functions for managing TIN within PostgreSQL and PostGIS.

Keywords: PostgreSQL, PostGIS, extension, TIN, optimization

Predhovor

Predkladaná diplomová práca všeobecne pojednáva o modelovaní georeliéfu prostredníctvom nepravidielných trojuholníkových sietí (TIN). Modely TIN tvoria alternatívu voči rastrovým modelom, ktoré sú veľmi populárne. Nás ale nepravidelné trojuholníkové siete ako forma vektorovej reprezentácie zaujali vďaka ich lepšej schopnosti prispôbiť sa modelovanej ploche, čo vplýva na elimináciu redundantných dát, a teda kladie nižšie požiadavky na veľkosť úložného priestoru v počítači. Ďalším dôvodom, prečo sme sa rozhodli pre nepravidelné trojuholníkové siete, je fakt, že ponúkajú rýchly a jednoduchý spôsob výpočtu parciálnych derivácií, ktoré priamo vstupujú do vzťahov pre určenie morfometrických parametrov georeliéfu. Zároveň nás zaujali súčasné trendy výskumu na poli TIN, najmä hľadanie univerzálneho mechanizmu tvorby alebo úpravy TIN do najoptimálnejšej podoby, ktorá by s dopredu definovanou presnosťou zachytávala geometrickú štruktúru georeliéfu. V neposlednom rade nás k výberu témy diplomovej práce motivovala dlhodobá tradícia výskumu modelovania georeliéfu na Katedre kartografie, geoinformatiky a DPZ Prírodovedeckej fakulty Univerzity Komenského, ktorú započal pán profesor Krcho. My sa hlásime k jeho škole, o čom svedčí aj obhájená bakalárska práca priamo vedená pánom profesorom.

Najdôležitejším faktorom, ktorý ovplyvnil výber témy diplomovej práce, bola motivácia naučiť sa pracovať s nástrojom PostGIS, ktorý predstavuje priestorové rozšírenie databázového systému PostgreSQL. Prepojenie s témou diplomovej práce prišlo vďaka nedávnomu rozšíreniu PostGIS o priestorové dátové typy týkajúce sa trojuholníkov a nepravidielných trojuholníkových sietí. Keďže ide o novinku, oficiálne ešte neexistujú žiadne funkcie všeobecne narábajúce s TIN (odhliadnuc od jednej triangulačnej funkcie). Prínos diplomovej práce preto vidíme v jej experimente – nástroji rozširujúcom PostgreSQL a PostGIS o balík funkcií určených na riešenie topológie, morfometrickej analýzy a optimalizácie TIN.

Obsah

Predhovor	6
Obsah	7
Úvod	9
1 Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí.....	12
2 Cieľ práce.....	14
3 Teoreticko-metodologická časť.....	15
3.1 Georeliéf	15
3.1.1 Diskrétno uvažovaný georeliéf	17
3.1.2 Komplexný digitálny model georeliéfu	18
3.1.3 Parciálne derivácie funkcie opisujúcej topografickú plochu georeliéfu	18
3.1.4 Morfometrické parametre georeliéfu	20
3.1.5 Geometrické formy georeliéfu	24
3.2 Nepravidelná trojuholníková sieť pre modelovanie georeliéfu	27
3.2.1 Lokalizácia bodov PDBP pre generovanie TIN.....	27
3.2.2 Tvorba TIN – triangulácia	28
3.2.3 Údajová štruktúra TIN	29
3.2.4 Výpočet hodnôt výšky, parciálnych derivácií a morfometrických parametrov z TIN	30
3.2.5 Hodnotenie TIN	35
3.2.5.1 Podmienky reprezentatívnosti TIN	35
3.2.5.2 Podmienka správnej konfigurácie trojuholníkov TIN	40
3.2.6 Optimalizácia TIN	42
3.2.6.1 Optimalizácia TIN v <i>post-processingu</i>	44
3.3 Možnosti práce s TIN v GIS.....	47
3.3.1 Geografická informácia a štruktúra GIS	47
3.3.1.1 Bližší pohľad na subsystém S_{DB}	49
3.3.2 PostgreSQL a PostGIS ako nástroj na prácu s TIN	52
3.3.3 Štandardy a formáty spojené s vektorovou reprezentáciou v PostGIS	53
3.3.4 Rozširovanie funkcionality PostgreSQL.....	55
3.3.4.1 Konceptia užívateľsky-definovaných funkcií v PostgreSQL.....	56
3.3.4.2 Konceptia zásuvných modulov PostgreSQL.....	59

4 Výsledky a diskusia	61
4.1 Zásuvný modul <i>pg3angles</i>	61
4.1.1 Modifikovaný geometrický typ <i>TRIANGLE ZM</i>	63
4.1.2 Funkcie v <i>pg3angles</i>	66
4.1.2.1 Základné funkcie	67
4.1.2.2 Kompozitné funkcie	74
4.1.3 <i>pg3angles</i> v praxi	79
4.2 Zhodnotenie optimalizácie TIN	82
4.2.1 Postupnosť prác	83
4.2.2 Zhodnotenie optimalizovaných TIN	85
4.2.3 Zhodnotenie optimalizačného algoritmu	89
Záver	91
Zoznam použitej literatúry	92
Prílohy	95

Úvod

Ľudia už od nepamäti majú potrebu študovať okolie, v ktorom žijú a vykonávajú každodenné činnosti. Motívom štúdia prostredia, ktoré ich obklopuje, je práve zjednodušenie jednotlivých činností hľadaním zákonitostí procesov v krajine, predikovaním ďalších stavov, stanovovaním pracovných postupov, aby sa predišlo chybám a pod.

Toto prostredie, ktoré je objektom štúdia, nazvime krajinnou sférou. Zo systémového hľadiska možno krajinnú sféru rozdeliť na dva subsystémy, a to fyzicko-geografickú a humánno-geografickú sféru. Vo fyzicko-geografickej sfére má ako jej prvok svoje zastúpenie zemský reliéf.

Georeliéf je istotne fenoménom nielen fyzicko-geografickej sféry, ale aj celej krajinskej sféry najmä preto, že sa na ňom sústreďí prevažná časť ľudských aktivít. V priebehu času sa sformovali vedné disciplíny, ktorých objektom štúdia sa stal georeliéf. Výsostné postavenie pri štúdiu zemského reliéfu z hľadiska metód, ale aj aplikačnej praxe, má určite geografia. Ako krajinná sféra, aj geografia sa zákonite diferencuje na fyzickú geografiu a humánnu geografiu.

V rámci fyzickej geografie možno odvodiť jej analytickú disciplínu – geomorfológiu, ktorá študuje tvary georeliéfu, jeho časopriestorový vývin, procesy ovplyvňujúce jeho tvar, ale aj činitele vyvolávajúce tieto procesy. Kvalitatívnym opisom georeliéfu sa v rámci geomorfológie zaoberá geomorfografia. Kvantitatívnym opisom georeliéfu sa v rámci geomorfológie zaoberá geomorfometria.

Geomorfometria je vedná disciplína, ktorá je mladá. Dodnes sa rozvíja jej metodologický aparát. Významnou súčasťou predmetu štúdia geomorfometrie je morfometrická analýza georeliéfu skúmajúca jeho geometrickú štruktúru na báze aparátu teórie polí. Jej základy nezávisle od seba položili profesori I. S. Evans (1972) a J. Krcho (1973). Vedecko-technický pokrok najmä v oblasti IT rozšíril aplikačné možnosti morfometrickej analýzy georeliéfu. Vďaka nemu sa rozvíjajú geografické informačné systémy (GIS), ktorých neodmysliteľnou súčasťou sa stal komplexný digitálny model georeliéfu (KDMR).

Práve digitálne modely georeliéfu sú štruktúrami, nad ktorými sú realizované štúdiá a analýzy digitálnej geomorfometrie. Tieto modely aproximujú a rekonštruujú georeliéf prostredím počítača. Vstupom na rekonštrukciu georeliéfu je podrobné diskkrétne

bodové pole (PDBP), ktoré nesie najmä polohovú (geometrickú) informáciu, ale môže niesť aj rôzne doplnkové informácie o stave georeliéfu. Georeliéf a jeho geometrickú štruktúru možno reprezentovať v prostredí počítača rôznymi formami. Jednou z nich je rastrová forma, ktorá vznikne interpoláciou na základe uzlových bodov so známou výškou. Druhou formou reprezentácie georeliéfu je vektorová forma. V rámci vektorových foriem zohrávajú dôležitú úlohu nepravidelné trojuholníkové siete (TIN), ktoré vznikajú trianguláciou uzlových (vrcholových) bodov.

Výhodou nepravidelných trojuholníkových sietí oproti rastrovej reprezentácii je ich nenáročnosť na pamäťový priestor, informačná robustnosť, ale taktiež aj tvarová flexibilita. Rastrové formy digitálnych modelov georeliéfu sú naopak náročnejšie na pamäťový priestor kvôli maticovej štruktúre, ktorej informatívna hodnota je častokrát redundantná. Je zaujímavé, že napriek uvedeným benefitom nepravidelných trojuholníkových sietí, je tento spôsob vyjadrenia georeliéfu potláčaný rastrovými formami. Možnou príčinou tohto stavu je malá osвета používateľov geografických informačných systémov, ako aj veľakrát absentujúca zložka analytického aparátu jednotlivých GIS narábajúca s TIN.

V ostatnom čase na trhu GIS pribúda mnoho programových riešení, ktoré sú vďaka *open source* prístupu voľne šíriteľné aj modifikovateľné. Jedným z takýchto programových riešení je projekt PostgreSQL. Jedná sa o objektovo-relačný databázový systém, ktorý spolu s priestorovým rozšírením PostGIS dokáže narábať s geografickými informáciami. PostGIS od verzie 2.0, ktorá sa začala distribuovať 3.4.2012, podporuje prácu s nepravidelnými trojuholníkovými sieťami. Od verzie 2.1, ktorá vyšla 17.8.2013, je možné generovať TIN z podrobného diskrétného bodového poľa algoritmom Delaunayovej triangulácie. Doteraz však oficiálne pre PostGIS nevyšla knižnica s funkciami, ktoré by vedeli pracovať s TIN, či už riešením vzťahov medzi trojuholníkmi, analýzami alebo optimalizáciou. Tuto vidíme príležitosť vyplniť vzniknutú medzeru prostredníctvom balíka funkcií, ktorý na základe určitého konceptu bude vedieť pracovať s TIN, a toto je zovšeobecneným cieľom predkladanej diplomovej práce. Keďže podpora TIN v rámci PostGIS je len v začiatkoch, veríme, že sme medzi prvými, ktorí tvoria toto rozširujúce riešenie a naša práca bude mať obrovský prínos na poli geoinformatiky.

Štruktúra diplomovej práce je štandardná. Vychádza z členenia do dvoch hlavných kapitol. Prvou je Teoreticko-metodologická časť, druhou sú Výsledky a diskusia.

V Teoreticko-metodologickej časti práce najskôr stručne (v miere umožňujúcej pochopiť východiská a odvodiť poznatky experimentu) charakterizujeme georeliéf ako objekt digitálneho modelovania – definujeme možnosti jeho aproximácie a popíšeme koncepciu komplexného digitálneho modelu georeliéfu reprezentujúceho najmä jeho geometrickú štruktúru prostredníctvom morfometrických parametrov. Ďalej priblížime digitálne modely rekonštruujúce georeliéf pomocou nepravidelných trojuholníkových sietí (TIN) – charakterizujeme princípy lokalizácie bodov vstupujúcich do tvorby TIN, stručne popíšeme triangulácie podľa vlastností charakterizujúcich z nich vygenerované TIN, definujeme údajové štruktúry uchovávajúce TIN, uvedieme vzťahy pre výpočet výšok, parciálnych derivácií a morfometrických parametrov z TIN, charakterizujeme podmienky reprezentatívnosti a správnej konfigurácie trojuholníkov tvoriacich TIN ako spôsoby hodnotenia TIN, definujeme pojem optimalizácie TIN a pojednáme o metódach optimalizácie zohľadňujúcich podmienky reprezentatívnosti a správnej konfigurácie trojuholníkov TIN. Na záver teoreticko-metodologickej časti charakterizujeme nástroje geografických informačných systémov, ktoré na realizáciu experimentu diplomovej práce využívame a ich aplikačné možnosti rozširujeme – najskôr všeobecne popíšeme štruktúru GIS a definujeme pojem geografickej informácie, potom definujeme softwarové nástroje PostgreSQL a PostGIS, uvedieme niektoré štandardy, na ktorých sú postavené a na záver stručne charakterizujeme možnosti rozšírenia ich funkcionality.

V časti Výsledky a diskusia charakterizujeme náš prínos. Táto časť je rozdelená do dvoch podkapitol. V prvej z nich charakterizujeme nami vyvinutý nástroj *pg3angles* rozširujúci funkcionality PostgreSQL a PostGIS o prácu s TIN – definujeme architektúru, licencovanie, postup inštalácie a pravidlá práce s programovým riešením. Uvedieme koncepciu modifikovaného geometrického typu *TRIANGLE ZM*, vďaka ktorému má *pg3angles* pod kontrolou topológiu TIN. Charakterizujeme naprogramované funkcie, ktoré tvoria hlavnú zložku nástroja *pg3angles* a na záver tejto podkapitoly uvedieme niekoľko príkladov SQL dopytov využívajúcich funkcie *pg3angles*. V druhej podkapitole prejdeme k všeobecnému hodnoteniu optimalizačných možností nástroja. Definujeme pracovný postup optimalizácie TIN modelujúcej analytickú etalónovú plochu, zhodnotíme výstupy dvoch optimalizačných algoritmov a na záver podrobíme analýze aj samotné optimalizačné algoritmy.

1 Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí

Na riešenie problematiky sa dá pozeráť z dvoch hľadísk. Prvým hľadiskom je vývoj softwarových nástrojov, druhým hľadiskom zase optimalizácia nepravidelných trojuholníkových sietí.

Existuje nespočetné množstvo zdrojov týkajúcich sa funkcionality a vývoja softwarových nástrojov. Z hľadiska témy našej práce sú relevantnými zdrojmi tradične kvalitne spracované manuály k databázovému systému PostgreSQL (The PostgreSQL Global Development Group, 1996-2014) a jeho priestorovému rozšíreniu PostGIS (The PostGIS Development Group, 2014). Učebnicou rozoberajúcou programovanie v jazyku C je veľmi zrozumiteľne a prehľadne spracovaná práca (Herout, 2010).

Z hľadiska optimalizácie nepravidelných trojuholníkových sietí možno dostupné zdroje rozdeliť do dvoch skupín. Prvou skupinou sú práce venujúce sa z rôznych hľadísk georeliéfu ako entite vyššej hierarchickej úrovne a vyjadreniu jeho geometrickej štruktúry na účely modelovania. Ide najmä o práce prof. Krcha (Krcho, 1990, 2001), prípadne práca (Feciskanin 2009). Druhou skupinou sú práce zaoberajúce sa modelovaním georeliéfu rôznymi digitálnymi modelmi ako entitami nižšej hierarchickej úrovne. Modelovanie georeliéfu digitálnymi modelmi postavenými na interpolácii vstupného bodového poľa za vzniku rastrovej reprezentácie popisujú práce (Mitáš a Mitášová, 1993, 1999; Mitášová a Hofierka, 1993). Modelovanie georeliéfu pomocou nepravidelných trojuholníkových sietí je pertraktované v prácach (Krcho, 1976, 1990; Feciskanin 2009).

Existujú aj práce menšieho rozsahu publikované vo vedeckých časopisoch, ktoré definujú metódy optimalizácií triangulácií alebo v *post-processingu* spôsoby optimalizácií vytvorených neoptimálnych nepravidelných trojuholníkových sietí založené na rôznych kritériách. Tieto práce sa ale vo väčšej miere venujú optimalizácii TIN pre modelovanie digitálneho obrazu v počítačovej grafike. Ide napríklad o práce popisujúce postupy hierarchického delenia TIN pomocou algoritmov *four-triangles longest-edge partition* (4T-LE), *seven-triangle longest-edge partition* (7T-LE) alebo *longest-edge trisection of triangles* (Plaza et al. 2004, 2009, 2012). Iné práce zase kladú dôraz pri optimalizácii na tzv. decimálne metódy trojuholníkovej siete, napr. (Valette et al. 2008). Ostatné práce pojednávajú o optimalizácii triangulácií a popisujú tzv. dátovo-závislé triangulácie (Dorzan et al. 2012; Li and Adams, 2013). Publikáciám týkajúcich

sa optimalizácií nepravidelných trojuholníkových sietí pre modelovanie georeliéfu sa venuje autor Alboul, L. (Alboul, 2000, 2003), ktorý v druhej z uvedených prác popisuje algoritmus lokálnej optimalizácie (preklápania spoločnej hrany dvoch susedných trojuholníkov) zohľadňujúci kritérium minimalizácie celkovej absolútnej vonkajšej krivosti siete. Optimalizáciám TIN pre modelovanie georeliéfu decimálnymi metódami reprezentovanými algoritmami *quadric error metrics simplification* a *memory less simplification* sa venujú vo svojej práci Feciskanin, R. a Iring M. (Feciskanin a Iring, 2013). Feciskanin, R. navrhol a rozpracoval aj vlastné kritérium lokálnej optimalizácie založené na porovnávaní odchýlok normál trojuholníkov v práci (Feciskanin, 2009). Na báze tohto prístupu koncipujeme optimalizačné algoritmy TIN v našej práci aj my.

2 Cieľ práce

Už z názvu predkladanej diplomovej práce môžeme dedukovať, že cieľ práce bude naplnený dvoma čiastkovými cieľmi, ktoré na seba nadväzujú. Prvým čiastkovým cieľom je oboznámenie sa s postupmi pre návrh softwarových nástrojov a následná aplikácia týchto postupov pri realizácii vlastného softwarového nástroja. Druhým čiastkovým cieľom je optimalizácia nepravidielných trojuholníkových sietí pre modelovanie georeliéfu a hodnotenie jednak výsledných optimalizovaných sietí, jednak použitých optimalizačných postupov.

Ruka v ruke s definovaním cieľa ide stanovenie výsledkov a výstupov diplomovej práce. Výsledkom budú algoritmy pre riešenie topológie TIN, algoritmy pre analýzu TIN (so zameraním na morfometrickú analýzu) a algoritmy optimalizácie TIN.

Práca bude mať dva výstupy. Prvým z nich bude počítačová aplikácia rozširujúca funkcionality databázového systému PostgreSQL a PostGIS implementujúca algoritmy uvedené v predchádzajúcom odseku. Druhým výstupom bude séria máp dokumentujúca modelované územie z hľadiska optimalizačného zámeru. Modelovaným územím bude fiktívna, matematicky exaktne daná etalónová plocha.

3 Teoreticko-metodologická časť

3.1 Georeliéf

Zemský reliéf je objektom skúmania mnohých geovedných disciplín. Okrem nich sa oň zaujímajú odbory ako urbanizmus, architektúra, územné plánovanie, ale aj lesné hospodárstvo, vodné hospodárstvo, poľnohospodárstvo a doprava. V neposlednom rade je predmetom záujmu vojenského sektora (Krcho, 1990).

Podľa (Krcho, 1990) ho možno na určitej rozlišovacej úrovni definovať ako pevné, ale zato dynamické rozhranie medzi litosférou a pedosférou na jednej strane a medzi atmosférou a hydrosférou na strane druhej. V každom časovom momente a v každej jeho časti v priestore je výslednicou procesov navzájom proti sebe pôsobiacich endogénnych a exogénnych síl.

Vytvoriť lepšiu predstavu o postavení georeliéfu v krajinnej sfére nám pomôže so svojím aparátom teória systémov. Podľa nej možno krajinnú sféru Zeme definovať ako systém $S_G(A, R)$, kde A sú prvky systému, R sú väzby systému (vnútorné, vonkajšie). Prvkami systému $S_G(A, R)$ sú pri zvýšení rozlišovacej úrovne subsystemy $S_{FG}(A, R)$ – subsystem fyzicko-geografickej sféry a $S_{AG}(A, R)$ – subsystem humánno-geografickej sféry. Subsystem fyzicko-geografickej sféry tvoria prvky (geosféry): litosféra, hydrosféra, pedosféra, biosféra a atmosféra. Z vyššie uvedenej definície vyplýva, že georeliéf je špecifickým subsystemom $S_{RF}(A, R)$ fyzicko-geografickej sféry $S_{FG}(A, R)$ závislým na jej prvkoch. Preto ho možno tiež považovať za dynamický systém.

Na rozdiel od geosfér je georeliéf nehmotným prvkom fyzicko-geografickej sféry. To svedčí o tom, že naňho nemožno zaviesť niektoré stavové veličiny ako napríklad hrúbka georeliéfu, hustota georeliéfu, teplota georeliéfu apod. Tieto veličiny však je možné zaviesť na litosféru alebo pedosféru, ktoré chápeme ako hmotný podklad georeliéfu.

Z iného hľadiska subsystem georeliéfu $S_{RF}(A, R)$ sa dá taktiež vyjadriť ako subsystem $S_{RF}(P, T)$, kde parameter P znamená, že georeliéf je priestorový fenomén a parameter T vyjadruje, že sa jedná o dynamický fenomén kontinuálne sa meniaci v čase. Štúdium georeliéfu by však bolo komplikované, ak by sme georeliéf chápali dynamicky, a tak sa vo všeobecnosti pri štúdiu zemský reliéf považuje za statický

prvok, teda študuje sa len určitý stav v čase T . Nevyhnutným faktorom pri staticky uvažovanom georeliéfe je rozlišovacia úroveň U_i , pri akej ho študujeme. Od nej závisí najmä časová platnosť výsledkov štúdia, ktorú determinuje intenzita eróznodenulačných procesov modelujúcich tvar georeliéfu. Ak georeliéf študujeme pri vyššej rozlišovacej úrovni, je potrebné získané údaje aktualizovať častejšie, ako keď ho študujeme pri nižšej rozlišovacej úrovni. Štúdium staticky uvažovaného georeliéfu nám umožňuje vynechať parameter času T , a tým významne uľahčiť prácu. Zaujímajú nás len parametre polohy a stavu. Tým, že pri študovaní georeliéfu využívame rôzne rozlišovacie úrovne, v rôznej miere aproximujeme jeho tvar. To znamená, že už neštudujeme georeliéf v pravom zmysle slova, ale študujeme jeho topografickú plochu.

V deskriptívnej geometrii je topografická plocha definovaná ako špeciálna grafická krivka, ktorá slúži v technickej praxi ako nahradenie zemského povrchu, ktorý je obvykle veľmi členitý, a tak sa nedá presne matematicky vyjadriť. Topografická plocha georeliéfu je tvorená množinou bodov $E_{RF} = \{P_i(\varphi, \lambda, h)\}_{i \in I}$ zo sféry (H_D, H_H) , kde φ je zemepisná šírka, λ je zemepisná dĺžka, h je výška nad geoidom / nadmorská výška vo zvolenom súradnicovom systéme $\langle O, \varphi, \lambda, h \rangle$, H_D je dolná hranica intervalu (najnižší bod georeliéfu), H_H je horná hranica intervalu (najvyšší bod georeliéfu), I je indexová množina a i je identifikačný znak pre každý bod a jeho usporiadanú trojicu súradníc na topografickej ploche georeliéfu. Ak zobrazujeme georeliéf z územia, ktorého opísaná kružnica nepresahuje polomer $8km$, resp. jeho rozloha nepresahuje $200km^2$, môžeme toto územie považovať za rovinu (Krcho, 1990), a teda aj s topografickou plochou môžeme operovať v rovinnom karteziánskom súradnicovom systéme $\langle O, x, y, z \rangle$. Body P_i z množiny E_{RF} sú nositeľmi informácie o stave georeliéfu, ktorý na ne vzťahujeme vo forme údajového vektora Q_i naplneného stavovými veličinami. Stavové veličiny, ktorými môžeme charakterizovať georeliéf, nazývame morfometrické parametre georeliéfu a zaraďujeme ich do množiny $G_{RF}(P, T)$. Vzhľadom na uvedené možno georeliéf vyjadriť ako

$$S_{RF}(P, T) = [G_{RF}(P, T); R_{RF}(P, T)]. \quad (1)$$

Morfometrické parametre georeliéfu vyjadrujú geometrickú štruktúru georeliéfu. Možno ich vyjadriť na báze princípov diferenciálnej geometrie pomocou parciálnych derivácií funkcie dvoch premenných

$$z = f(x, y), \quad (2)$$

ktorá popisuje staticky uvažovanú plochu georeliéfu (Feciskanin, 2009).

3.1.1 Diskrétné uvažovaný georeliéf

Uvažujme o topografickej ploche georeliéfu danej v karteziánskom súradnicovom systéme $\langle O, x, y, z \rangle$. V tomto prípade je topografická plocha georeliéfu tvorená nekonečným (spojitým) poľom bodov $P_i(x_i, y_i, z_i) \in E_{RF}$, ktorých súradnice x, y, z sú koreňmi rovnice $z = f(x, y)$. Táto rovnica je zároveň funkciou spojitého skalárneho poľa výšok. V skalárnej báze (x, y) toto pole tvorí množina bodov $E'_{RF} = \{P'_i(x_i, y_i, z_i) | i \in I\}$, kde I je indexová množina a i je identifikačný znak pre usporiadanú dvojicu (x_i, y_i) v skalárnej báze (x, y) a k nej priradený skalár výšky z_i . Množine E_{RF} na topografickej ploche georeliéfu odpovedá množina E'_{RF} v skalárnej báze (Krcho, 2001).

Na účely prác v digitálnej geomorfometrii však nemožno operovať s nekonečným bodovým poľom. Bodové pole musí byť diskkrétne (konečné) jednak kvôli obmedzenej veľkosti pamäte počítača, jednak kvôli rýchlosti operácií. Preto na výpočty v digitálnej geomorfometrii a tvorbu digitálnych modelov georeliéfu v počítačovom prostredí využívame len vybranú podmnožinu bodov topografickej plochy georeliéfu

$${}_D E_{RF} = [P_i(x_i, y_i, z_i)]_{i=1}^n. \quad (3)$$

Predradené písmeno D evokuje, že ide o diskkrétne množinu bodov. Jej odpovedajúcou množinou v skalárnej báze (x, y) je množina

$${}_D E'_{RF} = [P'_i(x_i, y_i, z_i)]_{i=1}^n. \quad (4)$$

V ďalšom texte kvôli zjednodušeniu budeme označovať množinu s podrobným diskrétnym bodovým poľom symbolom E_D , a teda

$${}_D E_{RF} \equiv E_D \text{ a } {}_D E'_{RF} \equiv E'_D. \quad (5)$$

Podrobné diskkrétne bodové pole je vstupom pre tvorbu komplexného digitálneho modelu georeliéfu (KDMR). V hierarchii prác je však najskôr potrebné PDBP nejako získať. Existujú rôzne metódy naplnenia množiny E_D bodmi, z ktorých uvádzame tieto:

- metódy zberu tachymetriou,
- metódy zberu prostredníctvom globálnych navigačných satelitných systémov,
- metódy zberu laserovou altimetriou (LIDAR),
- metódy zberu radarovým meraním,
- fotogrametrické metódy zberu,
- kartometrické metódy zberu,
- zber z iného digitálneho modelu.

3.1.2 Komplexný digitálny model georeliéfu

Ak chceme realizovať morfometrickú analýzu georeliéfu prístupmi digitálnej geomorfometrie, teda v prostredí počítača, je potrebné zemský reliéf (topografickú plochu) vyjadriť vo forme digitálneho modelu. Digitálny model je vytvorená konštrukcia, ktorej časti zdrojovej domény sú reprezentované v cieľovej doméne (Worboys and Duckham in Feciskanin, 2009) a tieto informácie sú uložené ako dáta na ľubovoľnom pamäťovom médiu v dátovej štruktúre, s ktorou vie operovať počítač (Kalivoda, 2012).

Ak je digitálnym modelom komplex tvorený vstupnou množinou E_D , množinou $E_{D(MPR)} \subset G_{RF}$ (hodnotami morfometrických parametrov v bodoch množiny E_D), interpolačnými/aproximačnými funkciami jednej alebo dvoch premenných, algoritmi na výpočet priebehu vrstevníc a iných úloh, štruktúrnymi interpolačnými/aproximačnými funkciami jednej alebo dvoch premenných na výpočet sekundárnych (štruktúrnych) skalárnych polí tvorených prvkami množiny G_{RF} a ich izočiarových polí, algoritmi na vytvorenie primárnych trojuholníkových sietí, sekundárnych trojuholníkových sietí a operáciami na týchto sieťach, nazvime takýto digitálny model komplexným digitálnym modelom georeliéfu (KDMR) (Krcho, 1990).

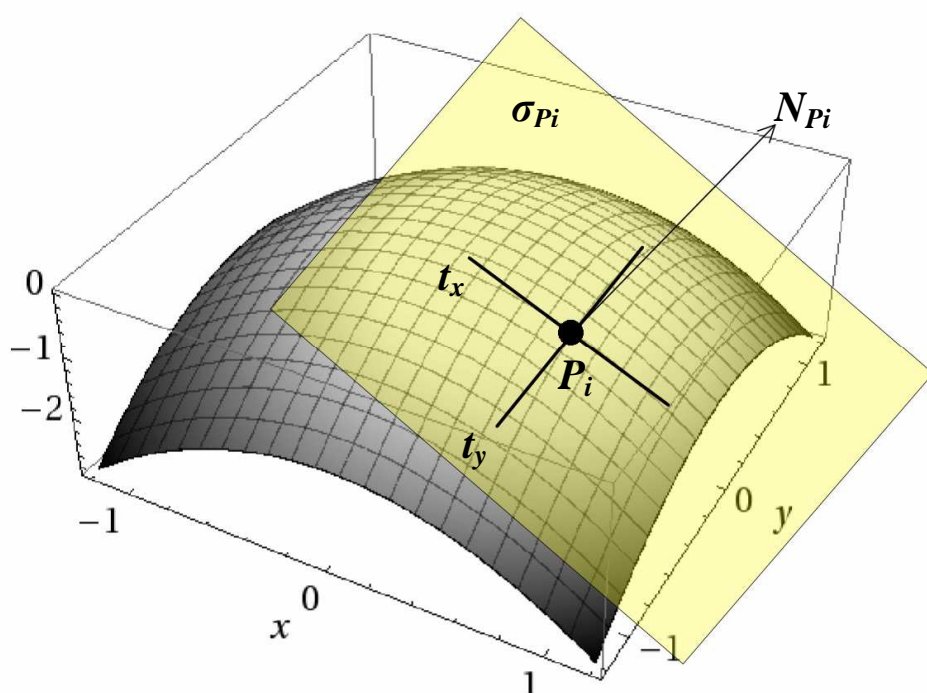
KDMR by mal byť integrálnou súčasťou GIS, ktorý je nástrojom na realizáciu analýz nad KDMR. Analytický aparát komplexného digitálneho modelu georeliéfu pozostáva z niekoľkých metód, ktoré uvádza (Mičietová, 2001):

1. metódy na prípravu a optimalizáciu vstupného bodového poľa výšok,
2. metódy na odvodenie analytického tvaru modelujúcej funkcie topografickej plochy georeliéfu,
3. metódy na výpočet parciálnych derivácií a morfometrických veličín georeliéfu,
4. metódy na vyjadrenie priestorovej diferenciácie a reprezentácie morfometrických veličín vo forme priestorových štruktúr nepravidelných trojuholníkových sietí pravidelných sietí a formou izočiarových polí.

3.1.3 Parciálne derivácie funkcie opisujúcej topografickú plochu georeliéfu

V morfometrickej analýze georeliéfu sú parciálne derivácie sprostredkovateľmi informácií o geometrickej štruktúre georeliéfu. Sú súčasťou vzťahov pre výpočet morfometrických parametrov georeliéfu.

Ak má topografická plocha georeliéfu spojitý priebeh, tak aj jej definičná funkcia $z = f(x, y)$ alebo $z = z(x, y)$ je spojitá. Z matematickej definície vyplýva, že ak je funkcia $f(x, y)$ spojitá v určitom bode $P_i(x_0, y_0)$, je v tomto bode aj diferencovateľná, a teda v bode P_i existujú aj parciálne derivácie $\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)$ a $\frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0)$. V ďalšom texte budeme podľa konvencie parciálnu deriváciu $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial z(x, y)}{\partial x}$ označovať symbolom z_x a parciálnu deriváciu $\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial z(x, y)}{\partial y}$ označovať symbolom z_y .



Obr. 1 Geometrický význam parciálnych derivácií z_x, z_y

Parciálna derivácia z_x má svoj geometrický význam. Predstavuje smernicu dotyčnice t_x v bode $P_i = [x_0, y_0, z(x_0, y_0)]$ ku krivke, ktorá je grafom funkcie $z(x, y_0)$. Táto krivka predstavuje prienik vertikálnej roviny $y = y_0$ s grafom funkcie $z(x, y)$. Analogicky, parciálna derivácia z_y predstavuje smernicu dotyčnice t_y v bode $P_i = [x_0, y_0, f(x_0, y_0)]$ ku krivke, ktorá je grafom funkcie $f(x_0, y)$. Táto krivka je prienikom vertikálnej roviny $x = x_0$ s grafom funkcie $f(x, y)$. Parciálne derivácie z_x a z_y nám určujú naklonenie dotykovej roviny σ_{P_i} ku grafu funkcie v bode P_i v smere osí x, y .

Parciálne derivácie z_x a z_y sú parciálnymi deriváciami prvého rádu. Poznáme aj parciálne derivácie druhého rádu, ktoré možno interpretovať ako derivácie parciálnych

derivácií prvého rádu. Označme si ich $z_{xx} = \frac{\partial^2 z(x, y)}{\partial x^2}$, $z_{xy} = z_{yx} = \frac{\partial^2 z(x, y)}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z(x, y)}{\partial y \partial x}$, $z_{yy} = \frac{\partial^2 z(x, y)}{\partial y^2}$. Takisto existujú aj parciálne derivácie vyšších rádov,

avšak tie sa na účely morfometrickej analýzy georeliéfu tak často nevyužívajú.

3.1.4 Morfometrické parametre georeliéfu

V súlade so stat'ou 3.1 morfometrické parametre georeliéfu $G_{RF}(P, T)$ nám interpretujú geometrickú štruktúru georeliéfu. Predstavujú veličiny charakterizujúce geometrické vlastnosti v polohovo lokalizovaných bodoch P_i topografickej plochy georeliéfu a v ich infinitezimálne malých okoliach. Hodnoty morfometrických parametrov sú funkciami parciálnych derivácií funkcie opisujúcej topografickú plochu georeliéfu (2). Možno ich rozdeliť do kategórií ${}^0G_{RF}$, ${}^1G_{RF}$, ${}^2G_{RF}$. Indexy 0,1,2 predstavujú najvyšší rád parciálnych derivácií funkcie $z = z(x, y)$ vstupujúcich do vzťahov pre výpočet morfometrických parametrov georeliéfu.

$$\begin{aligned}({}^0G_{RF} = \{z\}) &\subset G_{RF} \\({}^1G_{RF} = \{|\text{grad } z|, \gamma_N, A_N\}) &\subset G_{RF} \\({}^2G_{RF} = \{(K_N)_n \equiv \omega, (K_N)_t, K_r, D_2\}) &\subset G_{RF}\end{aligned}\tag{6}$$

Výška – z

Podľa uvedenej kategorizácie patrí výška medzi morfometrické parametre nultého rádu. Výška má fyzikálny význam – je vyjadrením gravitačného potenciálu Zeme v bode P_i , na ktorý sa vzťahuje. Toto platí, ak sa jedná o výšky nad geoidom. Podľa (Krcho, 1990), ale možno s dostatočným priblížením takto uvažovať o výškach aj nad jednoduchšie predpísanými referenčnými telesami. Body s rovnakou výškou predstavujú hladiny gravitačného potenciálu Zeme, pričom na referenčnej ploche referenčného telesa je gravitačný potenciál nulový. Potom priesečnice hladín gravitačných potenciálov s georeliéfom sú vrstevnicami, čiže vrstevnice sú spojnicami bodov na georeliéfe s rovnakým gravitačným potenciálom a výškou.

Vrstevnice ako izočiarý skalárneho poľa výšok môžeme v súlade s (Krcho, 1990, 2001; Feciskanin, 2009) vyjadriť rovnicou $z(x, y) = C$, kde premenný parameter $C \in \langle z_{min}, z_{max} \rangle$ a z_{min} je najmenšia výška, z_{max} je najväčšia výška v záujmovom území.

Pre každú hodnotu C vyjadruje uvedený vzťah rovnicu jednej vrstevnice, ktorá sa môže rozpadat' na viacero uzatvorených alebo otvorených častí. Krivky, ktoré najkratšou cestou spájajú vrstevnice, nazývame spádnice. Spádnice sú kolmé na vrstevnice. Preto vrstevnice a spádnice tvoria tzv. ortogonálnu sieť kriviek.

V skalárnom poli výšok môžeme odlíšiť singulárne body, pre ktoré platí

$$z_x = 0 \wedge z_y = 0. \quad (7)$$

Singulárne body môžeme podľa (Krcho, 1990) rozdeliť na singulárne body pozitívne, ktorým na ploche georeliéfu zodpovedajú vrcholové body, singulárne body negatívne, ktorým na ploche georeliéfu zodpovedajú depresné body a singulárne dvojné body, ktorým na ploche georeliéfu zodpovedajú sedlové body. Všetky ostatné body sú regulárne body skalárneho poľa výšok.

Gradient výšky – $grad\ z$

Gradient výšky je vektor, ktorý nám určuje smer najväčšej zmeny nadmorskej výšky v konkrétnom bode na topografickej ploche. Táto zmena je najväčšia v smere normály n' k vrstevnici, resp. v smere dotýčnice t' k spádnici v skalárnej báze.

$$grad\ z = z_x i + z_y j = (z_x, z_y) \quad (8)$$

Sklon topografickej plochy v smere spádnice – γ_N

Sklon topografickej plochy v smere spádnic je bodová veličina, ktorú možno definovať dvojako. Jednak je to uhol medzi normálou

$$N_{P_i} (-z_x, -z_y, 1) \quad (9)$$

v bode P_i a vektorom k ležiacim v smere osi z . Jednak je to uhol medzi dotykovou rovinou σ_{P_i} k topografickej ploche v bode P_i a rovinou paralelnou s rovinou skalárnej bázy. Pre jeho tangens platí

$$tg\ \gamma_N = |-grad\ z| = |grad\ z| = \sqrt{z_x^2 + z_y^2}, \quad (10)$$

a teda samotný uhol sklonu dostaneme z rovnice

$$\gamma_N = arctg \sqrt{z_x^2 + z_y^2}. \quad (11)$$

Orientácia topografickej plochy voči svetovým stranám – A_N

Tento bodový morfometrický parameter možno definovať ako uhol medzi smerom normálového vektora $n'_i = (-z_x, -z_y)$ ležiaceho v rovine paralelnej s rovinou skalárnej bázy a základným smerom, pre ktorý je uhol orientácie nulový. Vyjadrime si jednotkový vektor normály v rovine paralelnej so skalárnou bázou ako

$$n_i^0 = \left(-\frac{z_x}{\sqrt{z_x^2 + z_y^2}}, -\frac{z_y}{\sqrt{z_x^2 + z_y^2}} \right). \quad (12)$$

Jeho súradnice sú zároveň jeho smerovými kosínusmi, pre ktoré platí

$$\cos A_N = \left(-\frac{z_x}{\sqrt{z_x^2 + z_y^2}} \right), \sin A_N = \left(-\frac{z_y}{\sqrt{z_x^2 + z_y^2}} \right). \quad (13)$$

Potom pre veľkosť uhla orientácie topografickej plochy voči svetovým stranám platí

$$A_N = \arccos \left(-\frac{z_x}{\sqrt{z_x^2 + z_y^2}} \right) = \arcsin \left(-\frac{z_y}{\sqrt{z_x^2 + z_y^2}} \right) = \arctg \left(\frac{-z_y}{-z_x} \right). \quad (14)$$

Parameter A_N môže nadobúdať hodnoty v intervale $\langle 0^\circ, 360^\circ \rangle$, kde za základný smer, v ktorom je orientácia nulová, berieme smer jednotkového vektora $-j$ definujúceho zápornú poloos y .

Krivosti rovinných rezov topografickou plochou

Krivosti rovinných rezov topografickou plochou sú bodové parametre, ktoré z hľadiska morfometrickej analýzy je dôležité poznať, pretože pomocou nich vieme modelovať priestorovú diferenciáciu geomorfologických procesov prebiehajúcich na georeliéfe a taktiež nám vymedzujú geometrické formy georeliéfu. Všeobecne krivosť K rovinného rezu topografickou plochou charakterizujeme ako prevrátenú hodnotu polomeru R dotykovej kružnice v bode P_i , ktorej časť opisuje nekonečne malé okolie tohto bodu vymedzené príslušným rovinným rezom.

$$K = \frac{1}{R} \quad (15)$$

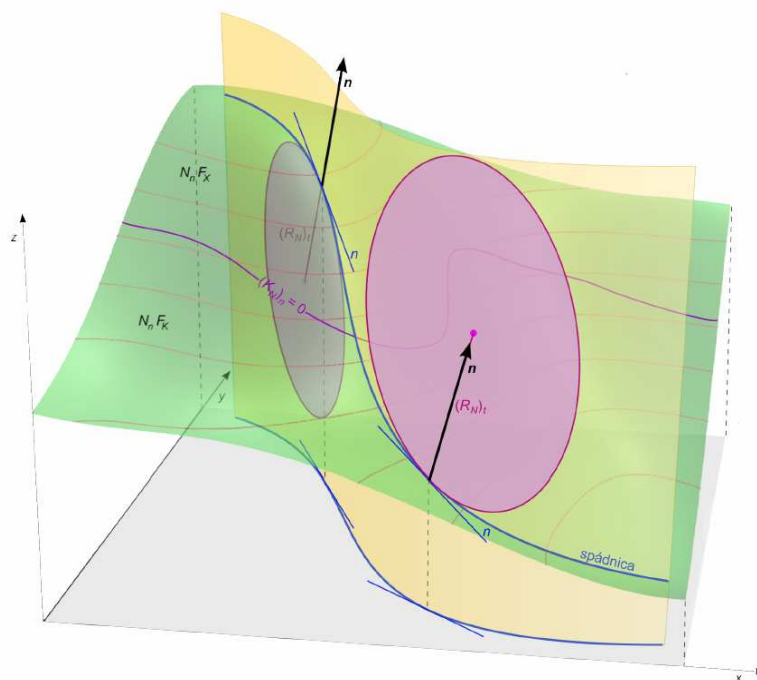
Pri morfometrickej analýze sú pre nás významné najmä tieto tri smery vedenia rovinného rezu topografickou plochou: normálový rez v smere dotyčnice k spádnici, normálový rez v smere dotyčnice k vrstevnici a horizontálny rez.

Všeobecný vzťah pre krivosť rovinného rezu plochy v konkrétnom bode podľa (Rektorys in Mitášová a Hofierka, 1993) je

$$K = - \frac{z_{xx} \cos^2 \beta_1 + 2z_{xy} \cos \beta_1 \cos \beta_2 + z_{yy} \cos^2 \beta_2}{\cos \vartheta \sqrt{z_x^2 + z_y^2 + 1}}, \quad (16)$$

kde β_1 a β_2 sú uhly medzi dotyčnicou plochy georeliéfu v rovine rezu vedeného bodom P_i a osami x, y , ϑ je uhol medzi rovinou rezu a normálou N_i . Podľa typu rovinného rezu môžeme vzťah (16) upraviť dosadením príslušných parametrov. Pre normálovú krivosť v smere dotyčnice k spádnicí – $(K_N)_n = \omega$ má vzťah (16) tvar

$$(K_N)_n = \omega = - \frac{z_{xx} z_x^2 + 2z_{xy} z_x z_y + z_{yy} z_y^2}{(z_x^2 + z_y^2) \sqrt{(z_x^2 + z_y^2 + 1)^3}}. \quad (17)$$



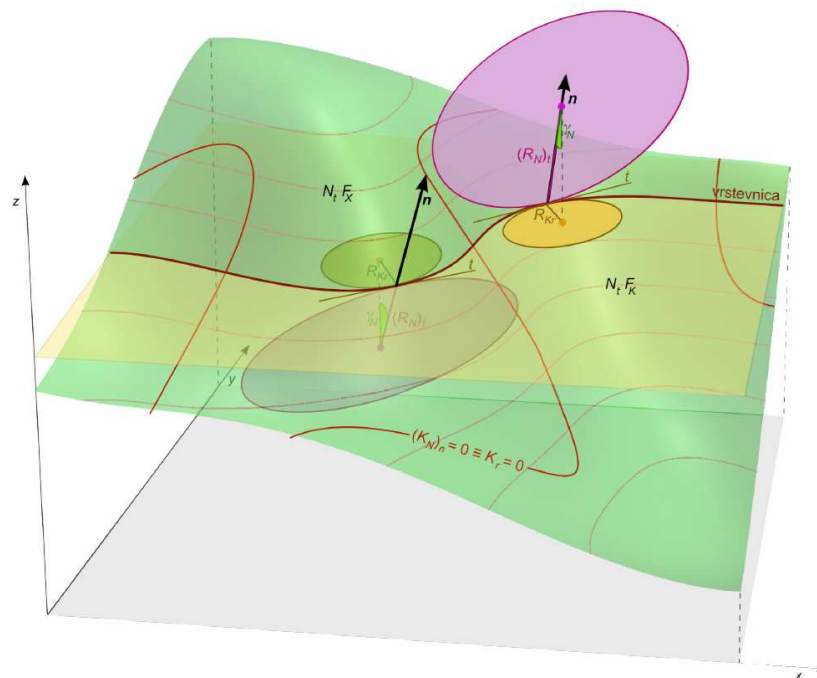
Obr. 2 Grafická interpretácia normálovej krivosti topografickej plochy v smere dotyčníc k spádniciam (prevzaté z Feciskanin, 2009)

Pre normálovú krivosť v smere dotyčnice k vrstevnici – $(K_N)_t$ má vzťah (16) tvar

$$(K_N)_t = - \frac{z_{xx} z_y^2 - 2z_{xy} z_x z_y + z_{yy} z_x^2}{(z_x^2 + z_y^2) \sqrt{z_x^2 + z_y^2 + 1}}. \quad (18)$$

Pre horizontálnu krivosť – K_r má vzťah (16) tvar

$$K_r = -\frac{z_{xx}z_y^2 - 2z_{xy}z_xz_y + z_{yy}z_x^2}{\sqrt{(z_x^2 + z_y^2)^3}}. \quad (19)$$



Obr. 3 Grafická interpretácia normálovej krivosti topografickej plochy v smere dotýčnic k vrstevnici a horizontálnej krivosti (prevzaté z Feciskanin, 2009)

Diskriminant druhej Gaussovej diferenciálnej formy – D_2

Parameter D_2 reflektuje v morfometrickej analýze geometrické vlastnosti topografickej plochy v infinitezimálne malom okolí bodu, pre ktorý tento parameter počítame. Nadobúda hodnoty z množiny reálnych čísiel podľa vzťahu

$$D_2 = \frac{z_{xx}z_{yy} - z_{xy}^2}{z_x^2 + z_y^2 + 1}. \quad (20)$$

3.1.5 Geometrické formy georeliéfu

Geometrické formy georeliéfu sú oblasti na georeliéfe ohraničené nulovými izočiarami veličín, ktorými ich definujeme. Rozlišujeme geometrické formy georeliéfu definované na základe normálových krivostí $(K_N)_n$, $(K_N)_t$ a na základe diskriminantu druhej Gaussovej diferenciálnej formy D_2 .

Podľa znamienka $(K_N)_n$ rozlišujeme normálové formy v smere dotyčnice k spádnicí ($N_n F$) (obr. 2):

- konkávne ($N_n F_K$), kde $(K_N)_n < 0$,
- lineárne ($N_n F_L$), kde $(K_N)_n = 0$,
- konvexné ($N_n F_X$), kde $(K_N)_n > 0$.

Podľa znamienka $(K_N)_t$ rozlišujeme normálové formy v smere dotyčnice k vrstevnici ($N_t F$) (obr. 3):

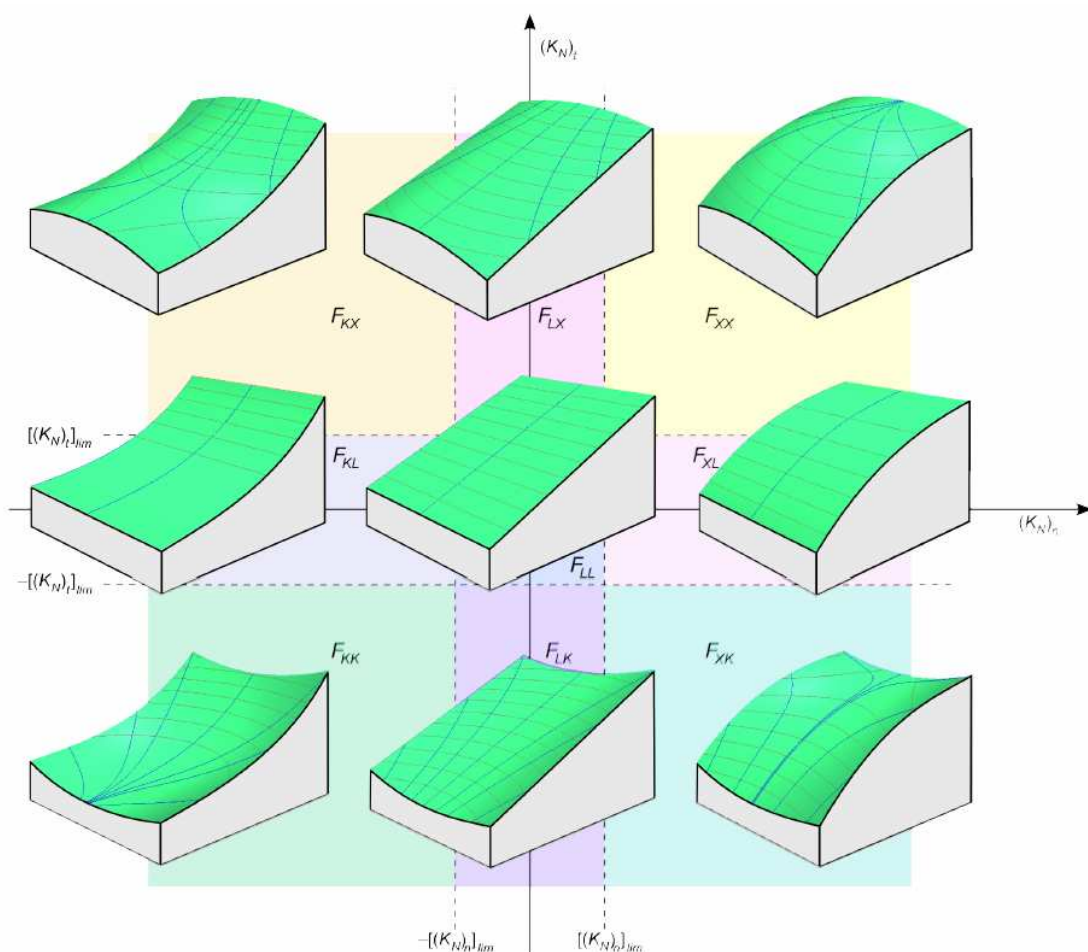
- konkávne ($N_t F_K$), kde $(K_N)_t < 0$,
- lineárne ($N_t F_L$), kde $(K_N)_t = 0$,
- konvexné ($N_t F_X$), kde $(K_N)_t > 0$.

Priestorovým prienikom normálových foriem v smere dotyčnice k spádnicí ($N_n F$) a normálových foriem v smere dotyčnice k vrstevnici ($N_t F$) dostaneme celkové formy georeliéfu (F), ktoré môžeme podľa (Krcho, 2001) vyjadriť vo formalizovanom tvare ako karteziánsky súčin

$$F = N_n F \times N_t F, \quad (21)$$

$$F = \begin{bmatrix} F_{XX} & F_{XL} & F_{XK} \\ F_{LX} & F_{LL} & F_{LK} \\ F_{KX} & F_{KL} & F_{KK} \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Na reálnom georeliéfe takmer vôbec nenájdeme oblasti, kde izočiara $(K_N)_n = 0$ alebo $(K_N)_t = 0$ degeneruje do plošného elementu, a preto sa pri vyčleňovaní lineárnych geometrických foriem georeliéfu uvažuje s limitnou hodnotou krivostí $[(K_N)_n]_{lim}$, $[(K_N)_t]_{lim}$ tak, že oblasti, v ktorých uvedené krivosti nadobúdajú hodnoty z intervalov $< -[(K_N)_n]_{lim}; [(K_N)_n]_{lim} >$ a $< -[(K_N)_t]_{lim}; [(K_N)_t]_{lim} >$, považujeme za lineárne formy georeliéfu v smere príslušných dotyčníc.



Obr. 4 Celkové formy georeliéfu (prevzaté z Feciskanin, 2009)

Znamienko hodnoty D_2 je smerodajné pri určovaní foriem georeliéfu podľa diskriminantu druhej Gaussovej diferenciálnej formy, ktoré je dôležité poznať z hľadiska správnej konfigurácie trojuholníkov TIN modelujúcich georeliéf. Ich hranicou je izočiaru $D_2 = 0$, pre ktorej body platí

$$0 = z_{xx}z_{yy} - z_{xy}^2. \quad (23)$$

Podľa znamienka D_2 vieme jednoznačne určiť geometrické teleso – oskulačný paraboloid, s ktorého nekonečne malou časťou okolo vrcholu aproximujeme priebeh topografickej plochy nekonečne malého okolia bodu P_i , ktorému prislúcha. Bod P_i je pritom totožný s vrcholom oskulačného paraboloidu. Ak $D_2 > 0$, nekonečne malé okolie bodu P_i má tvar totožný s nekonečne malým okolím vrcholu eliptického paraboloidu. Ak $D_2 < 0$, nekonečne malé okolie bodu P_i má tvar totožný s nekonečne malým okolím vrcholu hyperbolického paraboloidu. Ak $D_2 = 0$, nekonečne malé okolie bodu P_i má tvar totožný s nekonečne malým okolím hrebeňa parabolického cylindra.

V práci (Krcho, 2001) bolo dokázané, že celkové formy georeliéfu a formy georeliéfu podľa znamienka D_2 nemajú totožný priebeh. Je to spôsobené tým, že parameter D_2 zohľadňuje normálové formy v konkrétnom bode P_i vo všetkých smeroch, akými sú týmto bodom vedené normálové rezy. Za to celkové formy georeliéfu zohľadňujú len dva hlavné smery normálových rezov definované vzhľadom na zemskú tiaž (v smere dotyčníc k spádnici a vrstevnici).

3.2 Nepravidelná trojuholníková sieť pre modelovanie georeliéfu

Podľa (Kumler, 1994 in Feciskanin 2009) možno nepravidelnú trojuholníkovú sieť (TIN) definovať ako množinu nepravidelne rozmiestnených bodov spojených stranami, ktoré vytvárajú priestor vyplňajúce a neprekrývajúce sa trojuholníky. Nepravidelnú trojuholníkovú sieť tvoria komponenty – body, línie a trojuholníky. Na TIN sa dá pozeráť z dvoch hľadísk podľa ne/rešpektovania tretej súradnice z ako na:

- rovinnú štruktúru v skalárnej báze,
- na priestorovú štruktúru tvoriacu tzv. polyedrický model.

Proces modelovania georeliéfu prostredníctvom TIN možno rozdeliť do niekoľkých pracovných fáz:

- a. lokalizácia bodov podrobného diskrétného bodového poľa (PDBP) pre generovanie TIN,
- b. tvorba TIN – triangulácia,
- c. usporiadanie trojuholníkov podľa údajového modelu TIN,
- d. analytické a iné operácie nad TIN nesúcej informáciu o geometrickej štruktúre georeliéfu.

3.2.1 Lokalizácia bodov PDBP pre generovanie TIN

Lokalizácii vstupných bodov PDBP, teda množiny E_D je potrebné venovať náležitú pozornosť, pretože od nej závisí výpovedná hodnota – reprezentatívnosť vytvorenej TIN. Aj (Krcho, 1990) upozorňuje na to, že PDBP je potrebné lokalizovať reprezentatívne vzhľadom na kosť georeliéfu, ktorú tvoria chrbátnice, údolnice a terénne hrany. Významnými líniami, na ktorých by sa mali teoreticky voliť body PDBP, sú rozhrania medzi celkovými formami georeliéfu, v ideálnom prípade izočiara

$D_2 = 0$. Taktiež je potrebné do PDBP zahrnúť singulárne body georeliéfu – vrcholové body, depresné body a sedlové body. Dôležitou súčasťou PDBP sú okrajové body územia, ktorého geometrickú štruktúru chceme pomocou TIN modelovať. Špeciálnym prípadom okrajových bodov sú body, ktoré tvoria hranicu ostrovov (enkláv) obklopených modelovaným územím. Na území ostrovov z objektívnych príčin nepožadujeme generovať nepravidelnú trojuholníkovú sieť.

Mnohé algoritmy na tvorbu TIN pre modelovanie georeliéfu zohľadňujú pri generovaní trojuholníkov typ bodu PDBP podľa kódu, ktorý je priradený k jednotlivým bodom akurát na odlíšenie, či ide o vrcholový, depresný, sedlový, okrajový, chrbáticový, údolnicový bod, prípadne bod ležiaci na terénnej hrane, rozhraní geometrických foriem či izočiare $D_2 = 0$.

3.2.2 Tvorba TIN – triangulácia

Triangulácia konečnej množiny bodov E_D v rovine (v skalárnej báze) je rozdelenie časti roviny do trojuholníkov tak, že body z množiny E_D tvoria vrcholy trojuholníkov (Feciskanin, 2009). Existuje mnoho rozdielnych algoritmov triangulácie danej množiny bodov, ktoré ale podľa kritérií kladúcich dôraz buď len na tvar trojuholníka alebo aj na tvar modelovanej plochy môžeme rozdeliť do dvoch skupín: tvarovo-závislé triangulácie, dátovo-závislé triangulácie.

Tvarovo-závislé triangulácie

Trojuholníková sieť je pri tvarovo-závislých trianguláciách lokálne alebo globálne optimálna na základe kritérií týkajúcich sa tvaru trojuholníka. Tieto kritériá rozdeľujeme do dvoch skupín:

1. Kritériá vychádzajúce z dĺžok úsečiek v trojuholníkoch:

- minimalizácia súčtu dĺžok strán,
- maximalizácia minimálnej výšky trojuholníka,
- minimalizácia maximálnej dĺžky strany,
- minimalizácia pomeru najdlhšej strany a výšky na túto stranu.

2. Kritériá vychádzajúce z veľkosti uhlov v trojuholníkoch:

- minimalizácia maximálneho uhla,

-
- maximalizácia minimálneho uhla,
 - minimalizácia maximálnej excentricity (súčtu vzdialeností vrcholov od stredu opísanej kružnice trojuholníka).

Najpoužívanejšou rovinnou tvarovo-závislou trianguláciou je bezpochyby Delaunayova triangulácia (van Kreveld in Feciskanin, 2009), ktorá je založená na kritériu maximalizácie minimálneho uhla. Delaunayova triangulácia zabezpečuje, aby žiadny vrchol jedného trojuholníka neležal v kružnici opísanej niektorému inému trojuholníku.

Dátovo-závislé triangulácie

Pri dátovo-závislých trianguláciách sa na rozdiel od tvarovo-závislých triangulácií okrem informácií o polohe vrcholových bodov v rovine danej súradnicami x , y berú do úvahy aj hodnoty výšok z bodov PDBP. To je žiaduce, pretože informácie o tvare reprezentovanej plochy georeliéfu „zakódované“ v hodnotách výšok vstupných bodov majú veľký vplyv na kvalitu výsledného modelu (Feciskanin, 2009).

Dátovo-závislé triangulácie sa snažia prispôbiť trojuholníky modelovanej ploche. Informácie o jej tvare predstavujú hodnoty skalára z priradeného bodom podrobného diskrétného bodového poľa. Kontrola vzájomnej polohy párov susediacich trojuholníkov reflektuje vplyv hodnoty výšok z vstupujúcich bodov do triangulácie. Kritériá určenia vzájomnej polohy trojuholníkov sú:

- uhol medzi normálami trojuholníkov,
- skok v deriváciách normál cez spoločnú stranu,
- vzdialenosť vrcholu od roviny susedného trojuholníka,
- vzdialenosť vrcholu v smere osi z od roviny susedného trojuholníka,
- uhol medzi normálou trojuholníka a odhadovanou normálou v jeho ťažisku.

3.2.3 Údajová štruktúra TIN

Potreba údajovej štruktúry nepravidelnej trojuholníkovej siete sa viaže na analytické operácie nad TIN v prostredí počítača. Z údajovej štruktúry musíme byť schopní za krátky čas vyextrahovať informácie najmä o polohe jednotlivých elementov trojuholníkovej siete. Informácie o polohe v sebe zahŕňajú súradnice x , y , z vrcholových

bodov, ale taktiež aj topologické vzťahy. Ak dokážeme zistiť z údajovej štruktúry aj doplnkové (tematické a časové) informácie o trojuholníkovej sieti, je to len prínosom.

Údajové štruktúry TIN môžeme klasifikovať z hľadiska základných elementov TIN, ktorých informácie o polohe uchovávajú. Základnými elementmi údajovej štruktúry môžu teda byť vrcholové body trojuholníkov TIN, strany trojuholníkov TIN alebo samotné trojuholníky TIN.

Podľa (El-Sheimy et al. in Feciskanin, 2009) by údajová štruktúra TIN mala:

1. zabezpečovať rýchly prístup k susedným prvkom siete bez potreby dodatočného úložného priestoru,
2. byť dostatočne flexibilná, aby sa vedela vysporiadať s dynamickými zmenami v samotnej trojuholníkovej sieti.

3.2.4 Výpočet hodnôt výšky, parciálnych derivácií a morfometrických parametrov z TIN

Medzi analytické operácie nad TIN, ktorá nesie informáciu o geometrickej štruktúre georeliéfu patrí výpočet hodnôt výšky, parciálnych derivácií a morfometrických parametrov.

Určenie výšky z TIN

Určovanie výšky v bode $P_j \notin E_D$ je jednou zo základných požiadaviek analytického aparátu TIN. Takto určená výška je vždy interpolovaná, a teda ide o odhadovanú hodnotu skutočnej výšky v bode P_j . Interpolovanú výšku označme symbolom $z_{P_j}^*$. Existuje viacero spôsobov výpočtu výšky $z_{P_j}^*$, z ktorých najjednoduchší je výpočet z tzv. lineárneho modelu TIN. Lineárny model TIN definuje práca (Vencovský, 1984).

Každý trojuholník TIN možno nahradiť časťou roviny určenej jeho vrcholovými bodmi A_i, A_j, A_l . Túto rovinu možno vo všeobecnom tvare vyjadriť vzťahom

$$A.x + B.y + C.z + D = 0. \quad (24)$$

Koeficienty A, B, C sú súradnicami normálového vektora $n(x, y, z)$ predmetnej roviny, teda

$$n(x, y, z) = n(A, B, C). \quad (25)$$

Trojuholník určený bodmi $A_i(x_i, y_i, z_i)$, $A_j(x_j, y_j, z_j)$, $A_l(x_l, y_l, z_l)$ môžeme vyjadriť v tvare vektorového súčinu

$$v_{ij} \times v_{il} = A.i + B.j + C.k, \quad (26)$$

kde i, j, k sú jednotkové vektory udávajúce kladný smer osí x, y, z súradnicovej sústavy $\langle O, x, y, z \rangle$ a vektory v_{ij} a v_{il} reprezentujú strany trojuholníka

$$\begin{aligned} v_{ij} &= A_j - A_i = (x_j - x_i; y_j - y_i; z_j - z_i), \\ v_{il} &= A_l - A_i = (x_l - x_i; y_l - y_i; z_l - z_i). \end{aligned} \quad (27)$$

Na základe vzťahu (26) možno odvodiť tvar rovníc pre výpočet koeficientov A, B, C .

$$A = \begin{vmatrix} \Delta y_{ij} & \Delta z_{ij} \\ \Delta y_{il} & \Delta z_{il} \end{vmatrix}, \quad B = -\begin{vmatrix} \Delta x_{ij} & \Delta z_{ij} \\ \Delta x_{il} & \Delta z_{il} \end{vmatrix}, \quad C = \begin{vmatrix} \Delta x_{ij} & \Delta y_{ij} \\ \Delta x_{il} & \Delta y_{il} \end{vmatrix} \quad (28)$$

Koeficient D môžeme určiť trojako dosadením súradníc bodu A_i, A_j alebo A_l do vzťahu

$$D = -(A.x + B.y + C.z). \quad (29)$$

Súradnice x, y bodu $P_j(x, y, z_{Pj}^*)$ poznáme. Neznámu výšku z_{Pj}^* určíme úpravou vzťahu (24) na tvar

$$z_{Pj}^* = -\left(\frac{A.x + B.y + D}{C} \right). \quad (30)$$

V práci (Vencovský, 1984) sú uvedené ďalšie dva spôsoby určovania výšky z_{Pj}^* , a to z tzv. kvadratického modelu TIN a kvázi-kvadratického modelu TIN. Tieto modely vychádzajú z nahradenia každej plochy trojuholníka zakrivenou aproximačnou plochou, ktorá plynule prechádza do aproximačných plôch susedných trojuholníkov so zachovaním hodnôt výšky vo vrcholových bodoch každého trojuholníka. Celá TIN pozostávajúca z q trojuholníkov je potom reprezentovaná q aproximačnými plochami, z ktorých každú definuje interpolačná funkcia $P_k(x, y)$, kde k nadobúda hodnoty od 1 do q . Interpolačná funkcia $P_k(x, y)$ je závislá od rozloženia susedných trojuholníkov trojuholníka k . Ide o trojuholníky, ktorých jedna strana alebo bod patria trojuholníku k .

V experimente diplomovej práce využívame kvázi-kvadratický model, preto ho stručne charakterizujeme. Model vychádza z predpisu podľa (Vencovský, 1984)

$$z_{Pj}^* = \frac{\frac{\sum_{v=1}^3 P_v \cdot p_v}{\sum_{v=1}^3 p_v} + P_i \cdot q}{1 + q}, \quad (31)$$

kde hodnota P_v (v – vrchol ide od 1 do 3) vychádza zo vzťahov pre približné určenie dotykových rovín k topografickej ploche vo vrcholech trojuholníka

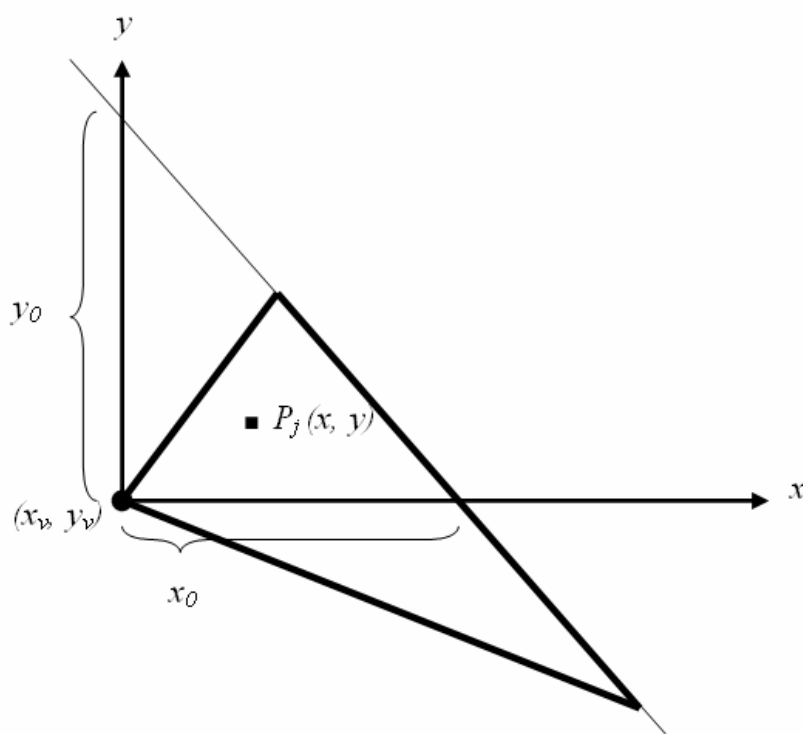
$$P_v = -\left(\frac{A_v \cdot x + B_v \cdot y + D_v}{C_v}\right). \quad (32)$$

Koeficienty A_v , B_v , C_v sú ekvivalentné súradniciam približne určenej normály vo vrchole trojuholníka. Spôsob určenia približného normálového vektora je opísaný nižšie – vyjadruje ho rovnica (38). Koeficient D_v určíme analogicky podľa vzťahu (29). Premenná p_v v rovnici (31) predstavuje váhu

$$p_v = \frac{1 + \cos\left(\frac{x - x_v}{x_0} \pi + \frac{y - y_v}{y_0} \pi\right)}{2}, \quad (33)$$

kde x_v , y_v sú súradnice príslušného vrcholu A_i , A_j alebo A_l . Význam koeficientov x_0 , y_0 je zrejmý z (obr. 5). P_t je ekvivalentom vzťahu (30) vyjadrujúceho výšku z analytického predpisu roviny trojuholníka a q predstavuje váhovú plochu určenú výrazom

$$q = \frac{\sum_{v=1}^3 \sin^2\left(\frac{x - x_v}{x_0} \pi + \frac{y - y_v}{y_0} \pi\right)}{2,25}. \quad (34)$$



Obr. 5 Význam parametrov čiastkových vzťahov kvázi-kvadratického modelu TIN

Výpočet parciálnych derivácií prvého rádu z TIN

Analytická geometria so svojimi metódami umožňuje pre každý trojuholník určiť hodnoty parciálnych derivácií z_x a z_y . Keďže plochu trojuholníka možno chápať ako časť roviny (24), parciálne derivácie z_x a z_y nám určujú naklonenie tejto roviny. Z toho usudzujeme, že parciálne derivácie sú platné pre celú plochu trojuholníka, resp. pre celú jeho rovinu. Z konvencie sa však hodnoty parciálnych derivácií vypočítaných z vrcholov trojuholníka vzťahujú do ťažiska T .

V ďalšom texte budeme subdeterminanty A , B , C (28) stotožňovať so subdeterminantmi D_x , D_y , D_z , teda

$$D_x = A, D_y = B, D_z = C, \quad (35)$$

ktoré okrem významu súradníc vektora normály k rovine trojuholníka sú vstupnými parametrami na výpočet parciálnych derivácií z_x a z_y

$$z_x = -\frac{D_x}{D_z}, \quad z_y = -\frac{D_y}{D_z}. \quad (36)$$

Pre potreby vykonania morfometrickej analýzy georeliéfu nám parciálne derivácie vypočítané pre ťažiská trojuholníkov úplne nepostačujú. V ďalšom kroku je potrebné na základe hodnôt parciálnych derivácií v ťažisku trojuholníka vyjadriť hodnoty parciálnych derivácií v jeho vrcholových bodoch.

Majme q trojuholníkov z vnútra trojuholníkovej siete, ktoré majú spoločný vrchol A_i . Pre každý z týchto trojuholníkov poznáme súradnice vektora normály v ťažisku

$$n_{Tk} (-z_x, -z_y, 1), \quad (37)$$

kde index k nadobúda hodnoty od 1 do q . Podľa (Krcho, 1990) súčtom všetkých vektorov n_{Tk} dostaneme približný vektor normály n_i^* v bode A_i .

$$n_i^* ((n_x)_i, (n_y)_i, (n_z)_i) = \sum_{k=1}^q n_{Tk}. \quad (38)$$

Symbol $*$ vyjadruje, že ide o približné určenie vektora normály n_i^* v bode A_i , ktorý sa líši od skutočného vektora normály n_i v tomto bode, teda $n_i^* \neq n_i$.

Z normálového vektora n_i^* môžeme analogicky s rovnicou (36) určiť približné hodnoty parciálnych derivácií $(z_x)_i^*$ a $(z_y)_i^*$ vo vrchole A_i

$$(z_x)_i^* = -\frac{(n_x)_i}{(n_z)_i}, \quad (z_y)_i^* = -\frac{(n_y)_i}{(n_z)_i}. \quad (39)$$

Priamo zo subdeterminantov, resp. súradníc normálových vektorov $(D_x)_k$, $(D_y)_k$, $(D_z)_k$ každého jedného trojuholníka so spoločným vrcholom A_i , kde k nadobúda hodnoty od 1 do q , môžeme takisto určiť približné hodnoty parciálnych derivácií $(z_x)_i^*$ a $(z_y)_i^*$ vo vrchole A_i

$$(z_x)_i^* = -\frac{\sum_{k=1}^q (D_x)_k}{\sum_{k=1}^q (D_z)_k}, \quad (z_y)_i^* = -\frac{\sum_{k=1}^q (D_y)_k}{\sum_{k=1}^q (D_z)_k}. \quad (40)$$

Pri tomto určení približných hodnôt parciálnych derivácií má každý normálový vektor vystupujúci vo vzťahu súčtu vektorov váhu predstavujúcu hodnotu dvojnásobnej plochy trojuholníka, čo vyplýva z vlastností vektorového súčinu (Feciskanin, 2009). Vzťah (38) môžeme upraviť do všeobecnej podoby vzhľadom na použitie príslušnej váhy každého jednotkového vektora $n_{T_k}^0$.

$$n_i^* = \frac{\sum_{k=1}^q n_{T_k}^0 w_k}{\sum_{k=1}^q w_k} \quad (41)$$

Váhami w_k v takomto prípade môžu byť veľkosti vrcholových uhlov v jednotlivých trojuholníkoch k pri spoločnom vrchole A_i . Tento prístup mnoho autorov uprednostňuje pred použitím váhy dvojnásobnej plochy trojuholníka. Bádateľné rozdiely vo vypočítaných hodnotách parciálnych derivácií z_x , z_y v rovnakom vrcholovom bode A_i pri použití uvedených váh vznikajú v miestach nerovnomerne rozľahlých trojuholníkov z jedného smeru vzhľadom na bod A_i , ktorých plocha nie je plochou menších trojuholníkov ostatných smerov dostatočne vyvážená.

Výpočet parciálnych derivácií druhého rádu a morfometrických parametrov z TIN

Výpočet parciálnych derivácií druhého rádu definovaných ako derivácie parciálnych derivácií prvého rádu je analogické s vyššie uvedeným výpočtom parciálnych derivácií prvého rádu. Vstupom pre výpočet parciálnych derivácií z_{xx} a z_{xy} sú parciálne derivácie z_x^* približne určené vo vrchoch trojuholníkovej siete. Podobne pre výpočet parciálnych derivácií z_{yx} a z_{yy} sú približné hodnoty parciálnych derivácií z_y^* vo vrchoch trojuholníkovej siete. Za bežných okolností sa parciálne derivácie z_{xy} a z_{yx} rovnajú. Avšak v prípade približného určenia sa ich hodnoty nemusia rovnať.

$$z_{xy}^* \neq z_{yx}^* \quad (42)$$

Morfometrické parametre georeliéfu určujeme podľa vzťahov uvedených v stati 3.1.4. Treba však podotknúť, že hodnoty takto určených morfometrických parametrov vo vrcholoch trojuholníkovej siete sú zákonite zaťažené numerickými odchýlkami vyplývajúcimi z približného určenia hodnôt parciálnych derivácií.

3.2.5 Hodnotenie TIN

Nepravidelná trojuholníková sieť vystihne najlepšie priebeh modelovanej plochy, ak jej štruktúrne elementy – trojuholníky sú reprezentatívne a správne konfigurované vzhľadom na modelovanú plochu. J. Krcho v nadväznosti s R. Feciskaninom rozpracovali metodiku hodnotenia TIN, ktorá sa opiera o niekoľko kvantitatívnych parametrov charakterizujúcich reprezentatívnosť a správnu konfiguráciu TIN.

Niektoré triangulačné algoritmy hodnotia už vstupné diskrétné bodové pole podľa spomínaných kritérií počas procesu generovania trojuholníkovej siete. Iným prístupom je úprava tvaru a rozloženia trojuholníkov TIN vzhľadom na prezentované kritériá dodatočne – v *post-processingu* optimalizácie TIN.

Ak trojuholníková sieť nespĺňa kritériá reprezentatívnosti a správnej konfigurácie trojuholníkov, vznikajú pri výpočtoch parciálnych derivácií nezanedbateľne veľké polohové a numerické odchýlky, ktoré sa prejavajú pri výpočtoch morfometrických parametrov georeliéfu. Pri braní ohľadu na podmienky reprezentatívnosti a správnej konfigurácie tieto odchýlky možno kompenzovať, alebo v ideálnych prípadoch dokonca úplne vylúčiť.

3.2.5.1 Podmienky reprezentatívnosti TIN

Podrobné diskrétné bodové pole tvorené množinou E_D uvažované v mierke $1 : M_i$ pri rozlišovacej úrovni U_i je z geomorfometrického hľadiska reprezentatívne práve vtedy, ak má vzhľadom na krivosť georeliéfu v každej jeho oblasti dostatočnú hustotu. Popri takto uvažovanom PDBP bude potom vo zvolenej mierke $1 : M_i$ reprezentatívna aj z neho vygenerovaná TIN. Aby však mohla byť reprezentatívnosť PDBP a jeho trojuholníkovej siete objektivizovaná, musia byť z geomorfometrického hľadiska stanovené priame kvantitatívne parametre na určenie hustoty bodového poľa (Krcho, 2001).

Pri triangulácii PDBP je potrebné dbať na zásadu, aby strany generovaných trojuholníkov nepretínali línie kostry georeliéfu – chrbátnice, údolnice, terénne hrany, v lepšom prípade hranice medzi celkovými formami georeliéfu, v ideálnom prípade izočiaru $D_2 = 0$. Táto zásada môže byť implementovaná vo výpočtovom procese triangulácie, ktorému je vopred dané „na známosť“, ktoré body ležia na líniách kostry georeliéfu na základe kódovania PDBP, o čom je zmienené v stati 3.2.1. Algoritmus sa najskôr snaží prepojiť body ležiace na dotknutých líniách a až následne generuje trojuholníky v miestach medzi nimi.

Prvá podmienka reprezentatívnosti: s_{LIM} – limitná dĺžka strany trojuholníka

Žiadna strana trojuholníka z trojuholníkovej siete by nemala presiahnuť vzhľadom na mierku $1 : M_i$ a rozlišovaciu úroveň U_i zvolenú limitnú dĺžku s_{LIM} . Označme si vrcholy vybraného trojuholníka písmenami $A_i [x_i, y_i, z_i]$, $A_j [x_j, y_j, z_j]$, $A_l [x_l, y_l, z_l]$. Strany trojuholníka označme dvojicou písmen ij , il , jl . Dĺžku týchto strán vieme vypočítať na základe princípov vektorového počtu. Majme vektory v_{ij} , v_{il} , v_{jl} , ktoré nám reprezentujú strany vybraného trojuholníka A_i, A_j, A_l :

$$\begin{aligned} v_{ij} &= A_j - A_i = (x_j - x_i, y_j - y_i, z_j - z_i), \\ v_{il} &= A_l - A_i = (x_l - x_i, y_l - y_i, z_l - z_i), \\ v_{jl} &= A_l - A_j = (x_l - x_j, y_l - y_j, z_l - z_j). \end{aligned} \quad (43)$$

Ich dĺžky vieme vyčíslieť na základe vzťahov:

$$\begin{aligned} |v_{ij}| &= \sqrt{\Delta x_{ij}^2 + \Delta y_{ij}^2 + \Delta z_{ij}^2}, \\ |v_{il}| &= \sqrt{\Delta x_{il}^2 + \Delta y_{il}^2 + \Delta z_{il}^2}, \\ |v_{jl}| &= \sqrt{\Delta x_{jl}^2 + \Delta y_{jl}^2 + \Delta z_{jl}^2}. \end{aligned} \quad (44)$$

Pre splnenie prvej podmienky reprezentatívnosti musí byť nasledujúci výraz pravdivý:

$$|v_{ij}| \leq s_{LIM} \wedge |v_{il}| \leq s_{LIM} \wedge |v_{jl}| \leq s_{LIM}. \quad (45)$$

Druhá podmienka reprezentatívnosti: $(\Delta N_V)_{LIM}$ – limitná vertikálna vzdialenosť

Podmienka limitnej vertikálnej vzdialenosti veľmi úzko súvisí s hodnotou vertikálnej krivosti georeliéfu K_V . Parameter (ΔN_V) určujeme pre každú stranu trojuholníka. Interpretujeme ho ako najväčšiu vzdialenosť strany trojuholníka od jej

priemete po vertikálnom reze do bodu B_C lokalizovaného na georeliéfe. Tento priemet je totožný s dotyčnicou ku georeliéfu v bode B_C v smere zadanom stranou trojuholníka. Nech symboly A_i, A_j predstavujú dva vrcholy vybraného trojuholníka a zároveň koncové body strany ij . Pre bod B_C platí, že v ňom vypočítaná hodnota parciálnej derivácie v smere určenom stranou ij je totožná so smernicou strany ij .

$$\left(\frac{dz}{ds}\right)_{c,ij} = f'(x_c, y_c) = \frac{z_j - z_i}{|v_{ij}|} = tg(\gamma_s)_{ij} \quad (46)$$

Analogicky môžeme upraviť tento vzťah pre strany il a jl a ich body B_C .

$$\begin{aligned} \left(\frac{dz}{ds}\right)_{c,il} &= f'(x_c, y_c) = \frac{z_l - z_i}{|v_{il}|} = tg(\gamma_s)_{il} \\ \left(\frac{dz}{ds}\right)_{c,jl} &= f'(x_c, y_c) = \frac{z_l - z_j}{|v_{jl}|} = tg(\gamma_s)_{jl} \end{aligned} \quad (47)$$

Ak poznáme polohu dotykového bodu B_C na georeliéfe prislúchajúceho niektorej zo strán vybraného trojuholníka, možno princípmi vektorového počtu určiť hodnotu parametra (ΔN_V) každej strany. Veľkosť $(\Delta N_V)_{ij}$ strany ij možno stotožniť s dĺžkou výšky na stranu ij trojuholníka A_i, A_j, B_C . Jeho veľkosť vieme vypočítať prostredníctvom vzťahu

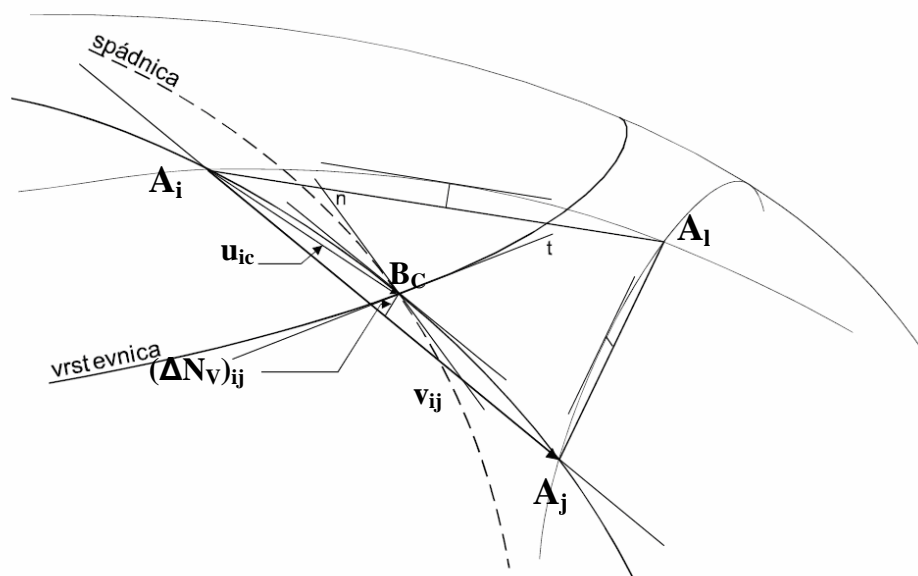
$$(\Delta N_V)_{ij} = \frac{|(u_{ic}) \times (v_{ij})|}{|v_{ij}|}, \quad (48)$$

kde u_{ic} je vektor spájajúci body A_i a B_C a v_{ij} je vektor strany ij . Analogicky vieme vyčíslieť hodnotu (ΔN_V) aj pre strany il a jl trojuholníka A_i, A_j, A_l .

$$\begin{aligned} (\Delta N_V)_{il} &= \frac{|(u_{ic}) \times (v_{il})|}{|v_{il}|}, \\ (\Delta N_V)_{jl} &= \frac{|(u_{jc}) \times (v_{jl})|}{|v_{jl}|}. \end{aligned} \quad (49)$$

Pre splnenie druhej podmienky reprezentatívnosti musí byť nasledujúci výraz pravdivý:

$$(\Delta N_V)_{ij} \leq (\Delta N_V)_{LIM} \wedge (\Delta N_V)_{il} \leq (\Delta N_V)_{LIM} \wedge (\Delta N_V)_{jl} \leq (\Delta N_V)_{LIM}. \quad (50)$$



Obr. 6 Grafická interpretácia druhej podmienky reprezentatívnosti (prevzaté z Feciskanin, 2005 v porovnaní s obr. 66a, 66b, str. 194, 195 in Krcho, 2001)

Tretia podmienka reprezentatívnosti: $\overline{(K_v)}_{LIM}$ – limitná priemerná vertikálna krivosť

Limitná hodnota $\overline{(K_v)}_{LIM}$ priemernej vertikálnej krivosti zvislého rezu vedeného stranami trojuholníka je posledným kvantitatívnym parametrom reprezentatívnosti trojuholníkovej siete stanoveným pre mierku $1 : M_i$ a rozlišovaciu úroveň U_i . Východiskom pre stanovenie priemernej vertikálnej krivosti na jednotlivých vertikálnych rezoch vedených stranami ij, il, jl vybraného trojuholníka sú podľa (Krcho, 2001):

- hodnoty parciálnych derivácií v smere jednotlivých vertikálnych rezov v bodoch A_i, A_j, A_l :

$$\begin{aligned} \left(\frac{dz}{ds}\right)_{i,ij} &= tg(\gamma_s)_{i,ij}; \left(\frac{dz}{ds}\right)_{j,ij} = tg(\gamma_s)_{j,ij}, \\ \left(\frac{dz}{ds}\right)_{i,il} &= tg(\gamma_s)_{i,il}; \left(\frac{dz}{ds}\right)_{l,il} = tg(\gamma_s)_{l,il}, \\ \left(\frac{dz}{ds}\right)_{j,jl} &= tg(\gamma_s)_{j,jl}; \left(\frac{dz}{ds}\right)_{l,jl} = tg(\gamma_s)_{l,jl}, \end{aligned} \quad (51)$$

kde indexy i, j, l vyjadrujú bod, ku ktorému sa parciálna derivácia vzťahuje a dvojica indexov ij, il, jl vyjadruje príslušnosť k vertikálnym rezom,

-
- rozdiely uhlov $(\Delta\gamma_s)_{ij}$, $(\Delta\gamma_s)_{il}$, $(\Delta\gamma_s)_{jl}$ vyjadrené z derivácií v smere vertikálnych rezov ij , il , jl v bodoch A_i , A_j , A_l ,
 - dĺžky oblúka aproximujúceho priebeh georeliéfu v jednotlivých vertikálnych rezoch medzi bodmi každej dvojice (A_i, A_j) , (A_i, A_l) , (A_j, A_l) .

Priemernú vertikálnu krivosť zvislého rezu vedeného stranou ij možno taktiež brať ako prevrátenú hodnotu polomeru krivosti kružnice zakrivenia, ktorá dostatočne presne aproximuje oblúk na reze ij

$$\overline{(K_v)}_{ij} = \frac{1}{\overline{(R_v)}_{ij}}. \quad (52)$$

Analogicky tento vzťah platí aj pre vertikálne rezy il a jl .

Polomer krivosti $[(R_v)_{pr}]_{ij}$ kružnice zakrivenia vertikálneho rezu ij možno vyjadriť na základe známej hodnoty dĺžky strany ij totožnej s dĺžkou vektora v_{ij} a hodnoty parametra $(\Delta N_v)_{ij}$ ako

$$\overline{(R_v)}_{ij} = \frac{|v_{ij}|^2 + 4(\Delta N_v)_{ij}^2}{8(\Delta N_v)_{ij}}. \quad (53)$$

Úpravou tohto vzťahu podľa (52) odvodíme vzorec pre výpočet priemernej vertikálnej krivosti zvislého rezu vedeného stranou ij

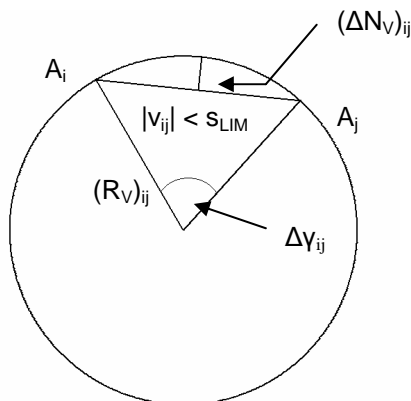
$$\overline{(K_v)}_{ij} = \frac{8(\Delta N_v)_{ij}}{|v_{ij}|^2 + 4(\Delta N_v)_{ij}^2}. \quad (54)$$

Uvedený vzťah analogicky platí aj pre vertikálne rezy vedené stranami il a jl . Pre splnenie druhej podmienky reprezentatívnosti musí byť nasledujúci výraz pravdivý:

$$\overline{(K_v)}_{ij} \leq \overline{(K_v)}_{LIM} \wedge \overline{(K_v)}_{il} \leq \overline{(K_v)}_{LIM} \wedge \overline{(K_v)}_{jl} \leq \overline{(K_v)}_{LIM}. \quad (55)$$

Ako vyplýva z uvedeného, druhá a tretia podmienka reprezentatívnosti spolu úzko súvisia. Mali by byť nadradené prvej podmienke reprezentatívnosti. Podmienka limitnej vertikálnej vzdialenosti a podmienka limitnej priemernej vertikálnej krivosti spôsobujú tvorbu trojuholníkov s kratšími stranami v oblastiach s veľkou krivosťou v smeroch strán dotknutých trojuholníkov. V miestach s malou alebo nulovou krivosťou by však podľa týchto dvoch podmienok mohli byť tvorené trojuholníky s neúmerne dlhými

stranami, čomu ale zabraňuje prvá podmienka reprezentatívnosti – limitná dĺžka strany trojuholníka, ktorá elegantne dopĺňa ostatné podmienky reprezentatívnosti.



Obr. 7 Vzťahy medzi parametrami reprezentatívnosti

3.2.5.2 Podmienka správnej konfigurácie trojuholníkov TIN

Po verifikácii spoľahlivosti zachytenia priebehu modelovanej plochy nepravidelnou trojuholníkovou sieťou spĺňajúcou všetky podmienky reprezentatívnosti bolo zistené, že TIN nepodáva uspokojivé výsledky. Jej reprezentatívnosť bola testovaná voči modelovanej etalónovej ploche, ktorej analytický tvar definičnej funkcie (2) poznáme. Na základe priamej derivácie analytického tvaru funkcie (2) bolo možné určiť normálu $n_{Atk}(-z_{xAtk}, -z_{yAtk}, 1)$ v bode A_{tk} , ktorého kolmý priemet do roviny trojuholníka k je totožný s ťažiskom T_k predmetného trojuholníka. V nadväznosti na state 3.1.3 a 3.2.4 vieme, že trojuholník ako rovinný element (tvoriaci časť roviny určenej jeho vrcholovými bodmi) má na celej svojej ploche rovnaké parciálne derivácie, a teda aj navzájom rovnobežné normály vo všetkých bodoch definovaných na trojuholníku. Jedným takýmto bodom je aj ťažisko T_k , ktorého normálu vyjadríme ako $n_{Tk}(-z_{xk}, -z_{yk}, 1)$. Za predpokladu správneho zachytenia modelovanej plochy trojuholníkom by sa normály n_{Atk} a n_{Tk} mali rovnať, teda uhol medzi normálami δ_n by mal byť nulový. Táto podmienka však nebola naplnená. Normály sa nerovnali a uhol δ_n nadobúdval hodnoty rôzne od nuly.

Na základe uvedeného bola prvý krát sformulovaná podmienka správnej konfigurácie v práci (Krcho, 2001). Trojuholník nepravidelnej trojuholníkovej siete je správne konfigurovaný voči modelovanej ploche, ak

$$n_{Atk}(-z_{xAtk}, -z_{yAtk}, 1) = n_{Tk}(-z_{xk}, -z_{yk}, 1), \quad (56)$$

alebo

$$\delta_n = 0^\circ, \quad (57)$$

resp.

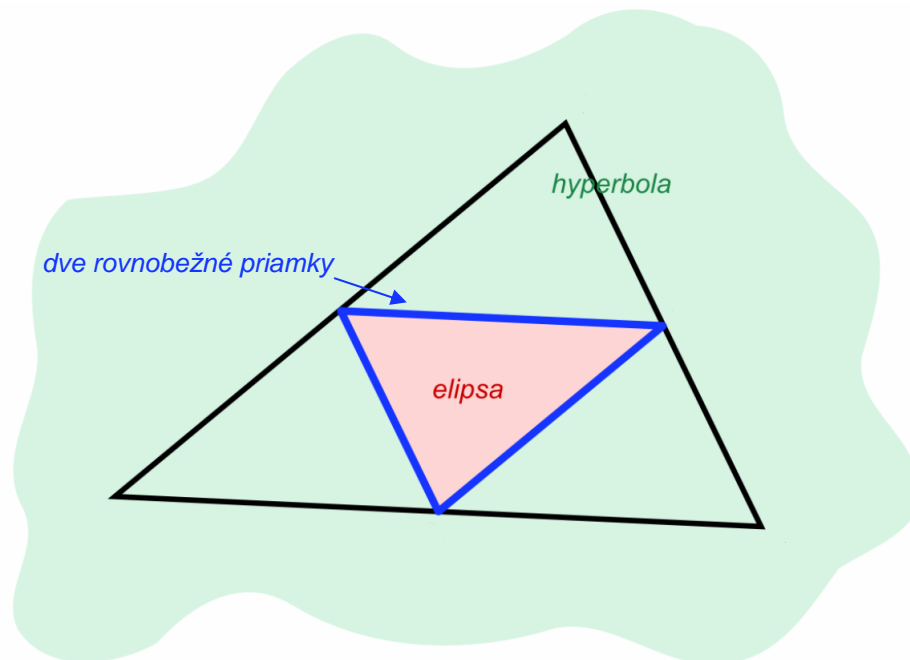
$$\cos \delta_n = \frac{|n_{Atk} \cdot n_{Tk}|}{|n_{Atk}| |n_{Tk}|} = 0. \quad (58)$$

Pri nedodržaní podmienky správnej konfigurácie trojuholníkov vznikajú pri výpočtoch hodnôt parciálnych derivácií z trojuholníkovej siete numerické a polohové odchýlky. Numerická odchýlka parciálnej derivácie znamená nezhodnosť hodnoty parciálnej derivácie v ťažisku trojuholníka T_k a v prislúchajúcom bode A_{tk} na topografickej ploche georeliéfu. Polohová odchýlka je vyjadrená polohovým vektorom o_k s počiatkom v ťažisku trojuholníka a s koncom v bode A_i ležiacom na topografickej ploche georeliéfu, v ktorom sú hodnoty parciálnych derivácií z_x, z_y zhodné s hodnotami parciálnych derivácií v ťažisku trojuholníka.

Správna konfigurácia trojuholníka úzko súvisí s tvarom tzv. Dupinovej indikatrix, ktorá reflektuje štruktúrne vlastnosti topografickej plochy georeliéfu v infinitezimálne malom okolí vybraného bodu A_i . Dupinova indikatrix nadobúda tvary kužeľosečiek opísaných sprievodičom $\sqrt{(R_N)}$. V závislosti od formy topografickej plochy georeliéfu v študovanom bode charakterizovanej znamienkom D_2 nadobúda Dupinova indikatrix tvar elipsy, dvoch rovnobežných priamok alebo hyperboly. Vo formách georeliéfu, kde parameter $D_2 > 0$, má Dupinova indikatrix tvar elipsy. Vo formách georeliéfu, kde parameter $D_2 < 0$, má Dupinova indikatrix tvar hyperboly. Vo formách georeliéfu, kde parameter $D_2 = 0$, má Dupinova indikatrix tvar dvoch rovnobežných priamok.

Správne konfigurovaný trojuholník by mal mať vrcholové body lokalizované na Dupinovej indikatrix a jeho ťažisko by malo byť totožné so stredom Dupinovej indikatrix. To znamená, že Dupinova indikatrix by mala tvoriť kužeľosečku opísanú trojuholníku. V práci (Feciskanin, 2009) bolo dokázané, že správne nakonfigurovať trojuholník je možné len na formách topografickej plochy georeliéfu, kde parameter $D_2 > 0$, teda vtedy, ak Dupinova indikatrix nadobúda tvar elipsy. Na týchto formách v každom bode vieme určiť presne jednu elipsu takú, aby sa jej stred zhodoval s ťažiskom trojuholníka, ktorému je opísaná. Z geometrie túto elipsu poznáme pod názvom Steinerova elipsa. Na formách georeliéfu, kde parameter $D_2 < 0$ nie je možné splniť takto poňatú podmienku správnej konfigurácie. Vyplýva to

z geometrických zákonov. Nie je totiž možné opísať hyperbolu trojuholníku a zároveň zabezpečiť, aby ťažisko trojuholníka ležalo v jej strede. Trojuholník teda zákonite môžeme rozdeliť na oblasti, do ktorých po vložení stredu opísanej kužeľosečky získame buď opísanú elipsu, dve rovnobežné priamky alebo hyperbolu, čo dokumentuje (obr. 8).



Obr. 8 Druh kužeľosečky opísanej trojuholníku vzhľadom na polohu jej stredu (prevzaté z Feciskanin, 2009)

3.2.6 Optimalizácia TIN

Optimalizáciou nepravidelnej trojuholníkovej siete rozumieme činnosť, ktorá vedie k dosiahnutiu čo najväčšej miery reprezentatívnosti a správnej konfigurácie trojuholníkov TIN. Na optimalizáciu môžeme pozeráť z dvoch hľadísk. Buď optimalizujeme trianguláciu, t.j. parametre reprezentatívnosti a podmienku správnej konfigurácie implementujeme do samotnej tvorby TIN, pričom výstupom triangulácie je optimalizovaná TIN. Alebo optimalizujeme vytvorenú TIN pomocou optimalizačných algoritmov v *post-processingu*.

R. Feciskanin v nadväznosti na (Garland and Heckbert, 1995) klasifikuje metódy optimalizácie do dvoch veľkých skupín:

1. optimalizácie využívajúce všetky disponibilné body z množiny E_D ,
2. optimalizácie selektujúce najreprezentatívnejšie body z množiny E_D .

Moderné metódy zberu vstupných bodov množiny E_D uvedené v stati 3.1.1 umožňujú naplniť túto množinu obrovským počtom bodov (ide najmä o zber metódami digitálnej fotogrametrie alebo laserovej altimetrie), z ktorých už je relevantné pre zvolenú mierku $1 : M_i$ a rozlišovaciu úroveň U_i selektovať najreprezentatívnejšie body jednak kvôli eliminácii bodov, ktoré narúšajú dosiahnutie správnej konfigurácie trojuholníkov, jednak kvôli zamedzeniu redundancie.

Optimalizačné metódy selektujúce najreprezentatívnejšie body hlbšie podľa (Feciskanin, 2009) rozdeľujeme na:

- hierarchické rozdeľovacie metódy,
- metódy s výberom dôležitých prvkov,
- zjemňovacie metódy,
- decimálne metódy,
- ostatné metódy.

Hierarchické rozdeľovacie metódy

Tieto optimalizačné metódy sú založené na princípe pyramíd. Tvoria stromovú štruktúru delením trojuholníkov vyššej hierarchickej úrovne na trojuholníky nižšej hierarchickej úrovne. Na modelovanie georeliéfu sú vhodné, pokiaľ trojuholníky nižšej hierarchickej úrovne zachovávajú správnu konfiguráciu ich rodičovského trojuholníka voči topografickej ploche.

Metódy s výberom dôležitých prvkov

Ako vyplýva z názvu, tieto metódy vyberajú z množiny E_D len signifikantné body. Charakteristickým znakom je výber relevantných bodov ešte pred zahájením triangulácie. Metódy s výberom dôležitých prvkov sú vhodné pre modelovanie georeliéfu, kedy je potrebné klasifikovať body ležiace na kostre georeliéfu a iných významných rozhraniach (stať 3.2.1).

Zjemňovacie metódy

Metódy sú podobné metódam s výberom dôležitých prvkov. Na začiatku je zvolená podmnožina z celej množiny E_D , z ktorej sa začne generovať TIN. V procese

triangulácie sú vzhľadom na podmienky reprezentatívnosti a správnej konfigurácie trojuholníkov doberané ďalšie body a tvorená čo najoptimálnejšia TIN.

Decimálne metódy

Charakteristickou črtou týchto metód je opačný prístup ako pri zjemňovacích metódach. V iníciaľnom štádiu optimalizácie sa operuje so všetkými bodmi množiny E_D . Postupne sa však vylučujú body, ktoré vzhľadom na zvolenú mierku a rozlišovaciu úroveň nie sú potrebné, prípadne narúšajú alebo vôbec nevplyvajú na reprezentatívnosť a správnu konfiguráciu. Pre modelovanie georeliéfu sú využívané algoritmy *drop heuristic* alebo *very important points*.

Ostatné metódy

Medzi ostatné metódy optimalizácie zaradíme tzv. optimálne metódy. Vychádzajú z analýzy možností a presnosti aproximácie plochy definovanej funkciou dvoch premenných (2) pomocou trojuholníkov TIN (Feciskanin, 2009).

3.2.6.1 Optimalizácia TIN v *post-processingu*

V tejto stati si priblížime možnosti optimalizácie nepravidelnej trojuholníkovej siete v *post-processingu*, z ktorých vychádza experiment našej práce.

Hovoríme, že TIN vytvorená zo vstupnej množiny E_D je globálne optimálna vzhľadom k zvolenému kritériu, ak rešpektuje dané kritérium najlepšie zo všetkých možných usporiadaní (triangulácii) trojuholníkov na množine E_D . Podľa (Desnougues a Devilliers, 1995 in Feciskanin, 2009; Kolingerová, 1999 in Feciskanin, 2009) je TIN lokálne optimálna vzhľadom k zvolenému kritériu, ak všetky strany trojuholníkov sú lokálne optimálne. Platí, že ak je TIN globálne optimálna, tak je aj lokálne optimálna. V opačnom prípade však toto tvrdenie nie je vždy platné. Teda lokálne optimum nezabezpečuje vždy splnenie globálneho optima. Delaunayova triangulácia je príkladom triangulácie generujúcej lokálne aj globálne optimálnu TIN vzhľadom na lokálne kritérium maximalizácie minimálneho uhla, lenže Delaunayovú trianguláciu radíme medzi tvarovo-závislé triangulácie.

Pri dátovo-závislých trianguláciách je nájdenie globálneho optima výrazne zložitejšie. Znamenalo by to kontrolu exponenciálneho počtu triangulácií, čo je

vzhľadom na dostupný čas a náročnosť operácií prakticky nemožné. Preto sa radšej uvažuje o lokálnom optime alebo o pravdepodobnostných metódach vedúcich k suboptimu (Feciskanin, 2009).

V našej práci sa zameriavame na nájdenie lokálneho optima TIN. Vychádzame z Lawsonovej lokálnej optimalizácie, čo je procedúra navrhnutá v roku 1977. Jej algoritmus je založený na preklápaní spoločných strán dvoch susedných trojuholníkov. Majme trojuholníkovú sieť vytvorenú trianguláciou $T(E_D)$ vstupnej množiny bodov E_D . Znakom s označme všetky strany trojuholníkov TIN a znakom Q označme štvoruholník tvorený ľubovoľnými dvoma susednými trojuholníkmi z TIN podľa strany s . Ak je s vnútornou stranou TIN, t.j. je spoločná dvom trojuholníkom a Q definovaný týmito trojuholníkmi je konvexný, môžeme prejsť k aplikovaniu hlavnej procedúry Lawsonovej lokálnej optimalizácie – preklopeniu spoločnej strany, ale len v prípade splnenia optimalizačnej podmienky, aby výstupná konfigurácia trojuholníkov bola optimálnejšia ako pôvodná konfigurácia trojuholníkov.

Konkrétna optimalizačná podmienka je determinovaná zvoleným optimalizačným kritériom. V experimente práce vychádzame z optimalizačného kritéria dosiahnutia minimálnej sumy uhlov medzi normálami dvoch a dvoch trojuholníkov jedného Q . Využívame váhovú funkciu $c(s)$ navrhnutú v práci (Feciskanin, 2009). Symbolmi k_1, k_2 označme pôvodné trojuholníky tvoriace Q . Symbolmi k'_1, k'_2 označme trojuholníky tvoriace ten istý Q po preklopení spoločnej strany s . Symbol s' reprezentuje preklopenú stranu. Symbolmi n_{1Tk}, n_{2Tk} označme normály trojuholníkov v ich ťažiskách. Symbolmi n_{1Atk}, n_{2Atk} označme normály v bodoch na topografickej ploche georeliéfu, ktoré majú súradnice x_T, y_T príslušného ťažiska trojuholníka, čiže $A[x_T, y_T, z(x_T, y_T)]$. Analogicky, symbolmi $n'_{1Tk}, n'_{2Tk}, n'_{1Atk}, n'_{2Atk}$ označme príslušné normály pre trojuholníky k'_1, k'_2 . Váhovú funkciu $c(s)$ pre spoločnú stranu v dvoch trojuholníkoch počíta sumu odchýlok normál podľa vzťahu

$$c(s) = \delta_{n1} + \delta_{n2}, \quad (59)$$

kde

$$\delta_{n1} = \arccos \frac{|n_{1Atk} \cdot n_{1Tk}|}{|n_{1Atk}| |n_{1Tk}|}, \quad \delta_{n2} = \arccos \frac{|n_{2Atk} \cdot n_{2Tk}|}{|n_{2Atk}| |n_{2Tk}|}. \quad (60)$$

Optimalizačné kritérium vyžaduje počítať váhovú funkciu aj pre preklopenú stranu s'

$$c(s') = \delta_{n'1} + \delta_{n'2}, \quad (61)$$

kde podobne

$$\delta_{n'1} = \arccos \frac{|n'_{1Atk} \cdot n'_{1Tk}|}{|n'_{1Atk}| |n'_{1Tk}|}, \quad \delta_{n'2} = \arccos \frac{|n'_{2Atk} \cdot n'_{2Tk}|}{|n'_{2Atk}| |n'_{2Tk}|}. \quad (62)$$

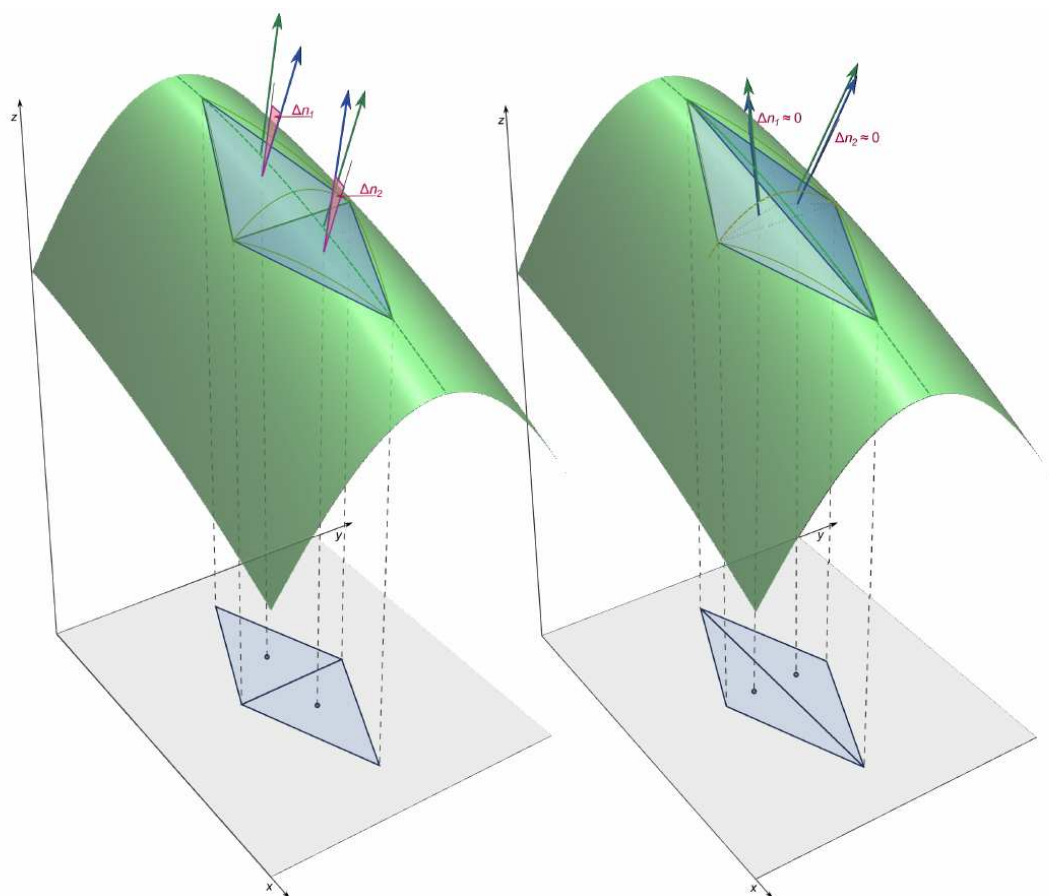
Na základe uvedených vzťahov môžeme odvodiť záver – optimalizačnú podmienku. Z dvojice trojuholníkov k_1, k_2 a k'_1, k'_2 tvoriacich jeden Q je optimálnejšia tá dvojica, ktorej váhová funkcia $c(s)$, resp. $c(s')$ je minimálna vzhľadom na dotknutý Q . Ak

$$c(s) < c(s'), \quad (63)$$

sú ponechané pôvodné trojuholníky k_1, k_2 . Ak

$$c(s) > c(s'), \quad (64)$$

spoločná strana v trojuholníkoch sa preklopí a TIN sa aktualizuje vzhľadom na trojuholníky k'_1, k'_2 .



Obr. 9 Odchýlky normál pri rôznej konfigurácii dvojice trojuholníkov (prevzaté z Feciskanin, 2009)

3.3 Možnosti práce s TIN v GIS

Komplexný digitálny model georeliéfu (definovaný v stati 3.1.2) by mal byť integrálnou súčasťou každého geografického informačného systému. To je pri súčasných GIS riešeniach štandard. Väčšina implementovaných KDMR však, ako bolo spomenuté v Úvode, podporuje modelovanie geometrickej štruktúry georeliéfu pomocou rastrových digitálnych modelov, no modelovanie na báze vektorovej nepravidelnej trojuholníkovej siete je v úzadí. Často chýba analytický aparát na hlbšie analýzy geometrickej štruktúry (výpočet parciálnych derivácií a morfometrických parametrov) pri modelovaní nepravidelnými trojuholníkovými sieťami. Niektoré GIS prostredia dokonca modelovanie georeliéfu pomocou štruktúr TIN vôbec neponúkajú, pritom majú implementovaný KDMR.

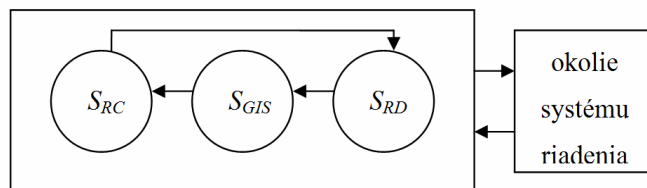
3.3.1 Geografická informácia a štruktúra GIS

Pojmy geografická informácia a GIS sú navzájom previazané a závisia na sebe. Generovanie geografickej informácie ako podkladu pre geografické analýzy je hlavnou funkciou geografických informačných systémov. Koncepcia GIS vychádza zo systémového poňatia geografickej sféry a z toho plynúceho komplexného chápania geografickej informácie o krajine ako trojdimenzionálnej veličiny, ktorej zložky sú poloha, téma a čas (Mičietová, 2001). Geografická báza GIS dáva do popredia integritu polohovej, tematickej a časovej zložky geografickej informácie na rozdiel od iných informačných systémov (napr. CAD), ktoré preferujú iba polohovú zložku údajov. „Generovanie úplnej geografickej informácie sa uskutočňuje na základe polohovo lokalizovaných, časovo definovaných a tematických údajov, ktoré generujú viaceré geovedné disciplíny. Geografický informačný systém predstavuje informatický nástroj na spracovanie týchto prvotných údajov a generovanie úplnej geografickej informácie o objektoch krajiny na základe týchto prvotných údajov“ (Mičietová, 2001, s. 6).

Geografický informačný systém je v súlade s (Mičietová, 2001) prvkom systému riadenia S_R . Systém riadenia možno vyjadriť ako štruktúru integrujúcu riadiaci prvok, riadený prvok a prvok sprostredkujúci požiadavky riadiaceho prvku na riadený prvok. Tretí zo spomínaných prvkov je v našom prípade geografický informačný systém S_{GIS} . Môžeme teda písať

$$S_R = (S_{RC}, S_{GIS}, S_{RD}), \quad (65)$$

kde S_{RC} je riadiaci prvok, S_{RD} je prvok riadený. Systém riadenia S_R nie je izolovaný od okolia, a teda má s okolím väzby. Uvedená koncepcia systému riadenia je zobrazená na schéme (obr. 10).



Obr. 10 Systém riadenia

Pri zvýšení rozlišovacej úrovne môžeme na subsystém S_{GIS} hľadiť ako na systém a ten hlbšie rozdeliť na štyri prvky:

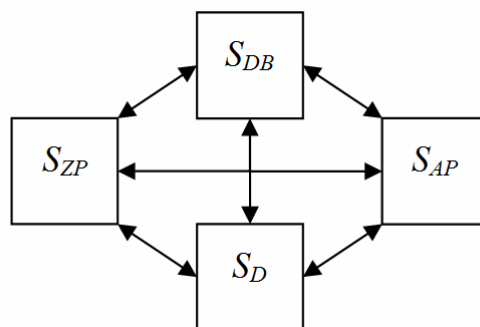
1. subsystém zberu a prenosu prvotných údajov S_{ZP} ,
2. subsystém logického zjednotenia prvotných údajov v databáze S_{DB} ,
3. subsystém spracovania prvotných údajov a generovanie nových prostredníctvom aplikačných programov S_{AP} ,
4. subsystém distribúcie údajov v systéme riadenia S_D .

S_{ZP} je subsystém, ktorý zabezpečuje funkcie zberu a prenosu prvotných údajov z miesta zberu na miesto spracovania, iniciálne spracovanie týchto údajov a generovanie základných informácií, formálne zjednotenie všetkých prvotných informácií na základe špecifických atribútov údajovej základne.

S_{DB} je subsystém, ktorý zabezpečuje funkciu logického zjednotenia všetkých prvotných údajov vo zvolenom technologickom prostredí, zabezpečuje komplexný prístup k prvotným informáciám o objekte, údaje integrovane spracúva na báze ich základných atribútov. V rámci subsystému sa uplatňuje princíp banky dát, čo je prvok, ktorý v prípade GIS zabezpečuje poskytovanie prvotných geografických informácií o objektoch geografickej sféry, modeluje priestorové štruktúry týchto objektov, ktoré sú nositeľmi všetkých atribútov geografickej informácie.

S_{AP} je subsystém, v ktorom sa z prvotných geografických informácií o objektoch geografickej sféry a ich priestorových štruktúrach generujú nové informácie o krajine. Uplatňujú sa modelovacie nástroje na hodnotenie priestorových interakcií objektov geografickej sféry, hodnotenie procesov prebiehajúcich v geografickej sfére, ako aj sledovanie dynamiky a priestorovej diferenciácie zmien týchto procesov.

S_D je subsystém zabezpečujúci distribúciu základných geografických informácií, ako aj odvodených geografických informácií jednak v rámci geografického informačného systému, ale aj medzi rôznymi informačnými systémami navzájom.



Obr. 11 Subsystém S_{GIS}

3.3.1.1 Bližší pohľad na subsystém S_{DB}

Implementácia subsystému S_{DB} do balíka GIS vyžaduje patričnú pozornosť, keďže pre svoju špecifickú úlohu údajovej základne a manažmentu priestorových dát si môžeme dovoliť tvrdiť, že má nadradený význam pred ostatnými subsystémami GIS.

Vychádzajúc z konvencie v informatickej praxi, zavedme si pojem databázový systém. Subsystém S_{DB} považujeme za databázový systém geografického informačného systému, ktorý na jednej strane pozostáva z bázy dát reprezentujúcej model reality a na druhej strane zahŕňa systém riadenia bázy dát, ktorý v súlade s (Mičietová, 2001) zabezpečuje operácie zriadenia, editovania, dopytovania a archivovania nad bázou dát.

Začiatok vývoja databázových systémov datujeme do obdobia 50. rokov minulého storočia. Iniciovala ho požiadavka po efektívnejšej práci s množstvom dát. Dovtedy na úschovu používané jednoduché textové súbory (*flat files*) nezvládali pokrývať zvyšujúcu sa komplexnosť výpočtových procesov z hľadiska administrácie dát. S prvými databázovými systémami sú spojené prvé údajové modely ako výstupy databázového dizajnu. Prvým údajovým modelom sa stal hierarchický údajový model založený na stromovej štruktúre, kde jeden dcérsky prvok (tabuľka) je závislý na jednom rodičovskom prvku (tabuľke). V 60. rokoch sa začal vyvíjať sieťový údajový model, ktorý predstavuje zdokonalený hierarchický model o možnosť prepájania dcérskych prvkov s viacerými rodičovskými prvkami za vzniku siete. Ďalším v poradí je relačný údajový model vyvíjaný od 70. rokov. Zachováva si hierarchickú štruktúru, ale nie tak striktné, aby sa ku každému dcérskemu prvku muselo dopytovať vždy

od rodičovského prvku. Naopak, je možné priamo dopytovať prvky (tabuľky) podľa potreby, čo zvýšilo rýchlosť a efektivitu pri práci s dátami. Jednotlivé tabuľky sú medzi sebou prepájané tzv. kľúčmi, ktoré možno definovať ako stĺpce nesúce tú istú informáciu v oboch tabuľkách. V 80. rokoch pribudol objektový údajový model, ktorý priniesol dátam trojrozmernú štruktúru, ktorá zabezpečuje veľmi rýchly prístup k jednotlivým položkám databázy z akejkoľvek adresy. Nevýhodou tohto modelu oproti relačnému modelu je nižšia rýchlosť pri hľadaní viacerých položiek. Výhody relačného údajového modelu využívajúceho dvojrozmernú štruktúru na jednej strane a výhody objektového údajového modelu postavenom na trojrozmernej štruktúre na strane druhej prispeli k vyvinutiu objektovo-relačného údajového modelu, ktorý je pre svoju extrémnu výkonnosť využívaný v moderných databázových systémoch (Powell, 2005).

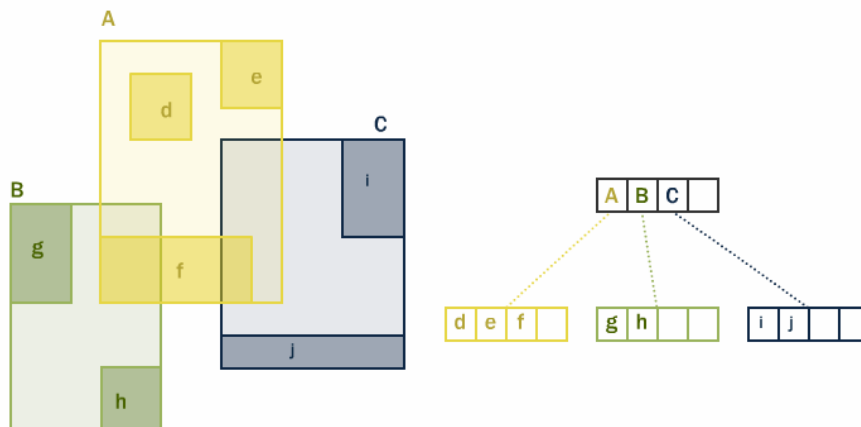
Keďže GIS je založený na práci s priestorovými informáciami, na konvenčne vyvíjané databázové systémy bola kladená požiadavka úschovy priestorových informácií, ktoré združujú polohovú, tematickú a časovú zložku. Databázové systémy spĺňajúce uvedenú požiadavku dostali prívlastok priestorové. Priestorové databázové systémy môžeme stručne charakterizovať schopnosťou ukladať a narábať s priestorovými dátami rovnako efektívne ako s nepriestorovými dátami. Do nepriestorových databázových systémov prinášajú tri zlepšenia:

1. priestorové dátové typy,
2. mnohorozmerné priestorové indexy,
3. priestorové funkcie (ktoré v systéme GIS radíme do subsystému S_{AP}).

Priestorové dátové typy umožňujú v databáze uchovávať geometriu, t.j. rôzne tvary reprezentujúce entity krajinej sféry v počítačovom prostredí. Samotná geometria je nositeľom polohovej zložky priestorovej informácie.

Mnohorozmerné priestorové indexy zefektívňujú priebeh priestorových operácií. Sú ekvivalentom bežných indexov v nepriestorových databázach. Indexy všeobecne predstavujú prístupové metódy urýchľujúce prístupový proces k ľubovoľnej podmnožine dát uložených v databáze. Kľúčom k efektívnejšiemu (rýchlejšiemu) prístupu k dátam je ich usporiadanie do stromovej štruktúry. Priestorové indexy využívajú stromovú štruktúru založenú na tzv. ohraničujúcich rámoch (*bounding boxes*). Tieto rámy sú reprezentované obdĺžnikmi so stranami rovnobežnými voči súradnicovým osiam. Združujú množinu geometrických objektov na najvyššej hierarchickej úrovni stromu až po druhú najnižšiu hierarchickú úroveň. Na najnižšej

hierarchickej úrovni jeden *bounding box* predstavuje najmenší možný obdĺžnik, ktorý opisuje len jednu geometriu.



Obr. 12 Príklad stromu *R-tree*

V geoinformatickej terminológii klasifikujeme prvky databázy GIS zhode s (Mičietová, 2001) podľa formy identifikácie do troch kategórií:

- entita - element reality,
- (priestorový) objekt - reprezentácia entity v databáze,
- kartografický symbol - vyjadruje entitu alebo objekt v mape.

Štandard DCDSTF (*Digital Cartographic Data Standards Task Force*) deklaruje pojmový aparát používaný v súvislosti s geografickými databázami, v ktorom okrem už spomínaných pojmov entita a objekt nájdeme taktiež:

- typ entity - zoskupenie podobných fenoménov objektívnej reality v databáze,
- typ priestorového objektu - ekvivalent typu entity v databázovom prostredí. Nadobúda dimenzie 0-D až 3-D.
- trieda objektov - súbor objektov združený do väčšieho celku,
- atribút - tematická charakteristika entity v databáze, spravidla nepriestorová.
- hodnota atribútu - aktuálna hodnota charakteristiky entity, ktorá bola nameraná a uložená v databáze do tzv. tabuľky atribútov.
- vrstva - zoskupenie priestorových objektov, ktoré reprezentujú jeden typ entity, alebo skupinu príbuzných typov.

Z hľadiska vývinu geografickej databázy charakterizujeme tri štádiá – databázové modely: konceptuálny model, logický model a fyzický model.

3.3.2 PostgreSQL a PostGIS ako nástroj na prácu s TIN

PostgreSQL je objektovo-relačný databázový systém uvoľnený pod licenciou *The PostgreSQL Licence* podobnej licenciám *BSD* alebo *MIT*, podľa ktorej je voľne šíriteľný aj modifikovateľný. Je alternatívou k ostatným voľne šíriteľným databázovým systémom, napr. MySQL, MaxDB, Firebird, ako aj k proprietárnym databázovým systémom, napr. Oracle, DB2, Microsoft SQL Server. Sám sa pýši sloganom, že ide o najdokonalejší voľne šíriteľný databázový systém na svete. PostgreSQL využíva na administráciu údajov dopytovací jazyk SQL (*Structured Query Language*). Údaje sú reprezentované tabuľkami, ktoré sú navzájom prepojené pomocou kľúčov. Výhodou PostgreSQL oproti ostatným voľne šíriteľným databázovým systémom je jeho vysoká miera modifikovateľnosti, ktorá používateľom dovoľuje vytvárať vlastné dátové typy, operátory, funkcie, prípadne zásuvné moduly – extenzie.

PostGIS je príkladom extenzie, ktorá rozširuje databázový systém PostgreSQL o slovo priestorový. Ide o voľne šíriteľný aj modifikovateľný software zastrešený licenciou *GNU General Public Licence*. Je vyvíjaný spoločnosťou *Refractions Research* od mája 2001. Prichádza s novými dátovými typmi – *geometry*, *geography*, *raster* a pod. Okrem dátových typov rozširuje PostgreSQL o funkcie, operátory a indexy, ktoré na deklarované dátové typy aplikuje. PostGIS implementuje štandardy OGC (*Open Geospatial Consortium*) a je s nimi v súlade; ide najmä o štandard SFSQL (*Simple Features For SQL*). Okrem štandardov OGC rešpektuje ISO normy (*International Organization For Standardization*); príkladom je norma *SQL/MM (Information technology -- Database languages -- SQL multimedia and application packages -- Part 3: Spatial)*, ktorá je založená na viacerých špecifikáciách prvotne spravovaných OGC.

V súčasnosti najnovšou verziou PostGIS je od 17.8.2013 vydaná PostGIS 2.1. Vo verziách 2+ PostGIS podporuje procesné a analytické funkcie pracujúce s vektorovou aj rastrovou reprezentáciou v SQL, mapovú algebru, funkcie na transformácie medzi používanými súradnicovými systémami, import aj export ESRI proprietárneho vektorového typu *shapefile*, import rastrových formátov (spomeňme *GeoTIFF*, *NetCDF*, *PNG*, *JPG*), štandardné textové formáty vektorovej reprezentácie ako *KML*, *GML*, *GeoJSON*, *GeoHash* a *WKT*, menej často videné funkcie na kombinovanú prácu s rastrami a vektormi (napr. výber pixlov podľa regiónu, štatistika pixlov rastra len na určitom území, vektorizáciu rastra), topologické pravidlá, balíky ako *Tiger Loader*, *Geocoder*, *Reverse Geocoder*. PostGIS je rešpektovaný

a podporovaný viacerými nástrojmi tretích strán, či už komerčnými alebo *open-source*. Z tých voľne šíriteľných spomeňme desktopové GIS nástroje *QGIS*, *OpenJump*, *uDig*, *gvSig*, *TileMill*, prípadne serverové riešenia *Mapserver*, *GeoServer*, *Deegree*, *QGIS Server*, *MapGuide Open Source* (The PostGIS Development Group, 2014).

3.3.3 Štandardy a formáty spojené s vektorovou reprezentáciou v PostGIS

Filozofiou iniciatívy PostGIS je zachovanie interoperability geografických informácií, teda vzájomne zdieľateľné spracovanie geografických informácií podľa platformy *OpenGIS* od OGC. Interoperabilitu charakterizuje (Mičietová, 2001) ako voľnú výmenu všetkých druhov priestorových informácií o fenoménoch geografickej sféry a taktiež súčinnosť pri spracovaní týchto informácií v prostredí počítačových sietí.

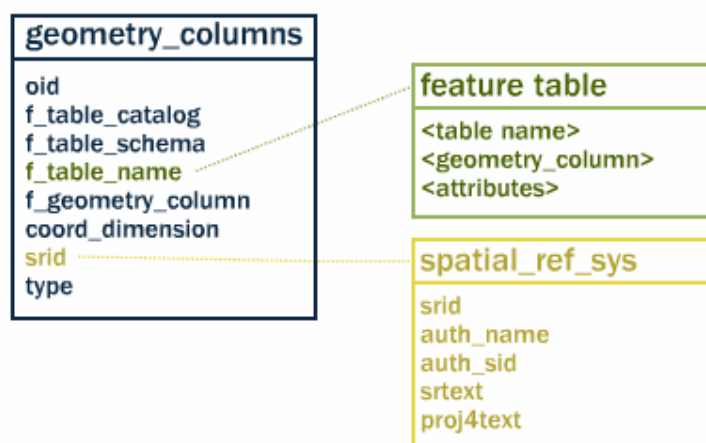
Ako bolo spomenuté v predchádzajúcej stati, PostGIS implementuje koncepciu zo štandardov *SFSQL* a *SQL/MM*. Technicky je táto implementácia podporená prostredníctvom projektu *GEOS* (*Geometry Engine, Open Source*) takisto vyvíjaným spoločnosťou *Refractions Research*. Štandard *SFSQL* definuje SQL schému pre podporu ukladania, dopytovania a aktualizovania kolekcii prvkov pomocou *SQL Call Level Interface (SQL/CLI)*. Prvky databázy môžu súčasne obsahovať priestorové a nepriestorové atribúty. Priestorové atribúty majú geometrickú hodnotu a *SFSQL* podporuje najviac 2D geometriu (bodové, líniové a polygónové prvky so súradnicami x , y). Štandard *SFSQL* taktiež definuje štruktúru databázy na úseku geometrie (obr. 13). Štandard *SQL/MM* rozširuje niektoré definície štandardu *SFSQL*. Ide najmä o možnosť priradenia tretej a štvrtej súradnice (z , m) geometrickým typom a taktiež rozširuje paletu podporovaných geometrických typov (o krivkové typy, napr. *CIRCULARSTRING*, *MULTICURVE*).

PostGIS rozširuje PostgreSQL o päť priestorových dátových typov vektorovej reprezentácie: *geometry*, *geography*, *box2d*, *box3d*, *geometry_dump*. Typ *geometry* pracuje s priestorovými objektmi definovanými v karteziánskych súradniciach, typ *geography* narába s priestorovými objektmi definovanými v polárnych/sférických súradniciach, typy *box2d* a *box3d* sú využívané najmä pri administrácii dát priestorovými indexmi, typ *geometry_dump* je špeciálny typ narábajúci so zloženou geometriou.

Na základe doterajších informácií môžeme popísať štruktúru implementácie geografickej informácie v PostGIS. Ekvivalentom vrstiev definovaných v stati 3.3.1.1

sú databázové tabuľky. Databázové tabuľky štandardne obsahujú priestorové a nepriestorové atribúty ako stĺpce. Jednotlivé geografické objekty tvoria riadky databázovej tabuľky, teda jednému geografickému objektu prislúcha jeden riadok. Geografickým objektom sú na základe zadaných atribútov (stĺpcov tabuľky) priradené polohové, tematické a časové vlastnosti. Polohové vlastnosti geografického objektu uchováva v tabuľke vždy jeden atribút priestorového dátového typu. Tematické a časové vlastnosti geografického objektu štandardne definujú ostatné atribúty.

PostGIS v súlade so štandardom *SFSQL* zaviedol tabuľky sumarizujúce všetky informácie týkajúce sa geometrií/geografií dostupných v danej databáze. Ide o tabuľky *geometry_columns* (resp. *geography_columns*) a *spatial_ref_sys*. Architektúra tohto riešenia je zrejmá z obr. 13.



Obr. 13 Štruktúra databázy na úseku geometrie

Tabuľka *geometry_columns* združuje názvy všetkých atribútov priestorového typu *geometry* (uchovávajúcich geometrické objekty) v databáze, taktiež popisuje databázový katalóg, schému a tabuľku (vrstvu), v ktorej konkrétny atribút nájdeme. Okrem toho podáva informáciu o tom, akej dimenzie sú uložené geometrické objekty, akým súradnicovým systémom sú ich súradnice definované (podľa kódu súradnicového systému) a taktiež udáva typ geometrického objektu. Tabuľka *geography_columns* je analogickou tabuľkou pre priestorový dátový typ *geography*. Tabuľka *spatial_ref_sys* uchováva informácie o všetkých súradnicových systémoch známych (podporovaných) v databáze. Možno z nej obdržať kód súradnicového systému (*SRID*) a parametre súradnicového systému v dvoch formátoch: *WKT* (*Well-known text*) a *proj4text*. Kód súradnicového systému *SRID* je zhodný s kódom *EPSG*.

V ďalšom texte sa obmedzíme na popis priestorového dátového typu *geometry* (ďalej *geometria*). Databáza PostGIS je validná s geometrickými typmi (typmi priestorového dátového typu *geometry*) definovanými štandardom *SFSQL* a rozšírenými štandardom *SQL/MM*. Hierarchia geometrických typov podľa *SFSQL* je vyjadrená v podobe priloženého *UML* diagramu (diagram 1). Geometriu geografického objektu definujeme tzv. typom geometrie a hodnotami súradníc jej lomových bodov (x , y , prípadne z , m). PostGIS na strojovej úrovni uchováva informácie o geometrii pomocou vlastného binárneho formátu. Kvôli interoperabilite s ostatnými geografickými informačnými systémami PostGIS okrem iných implementuje formáty vektorovej reprezentácie *WKT* (*Well-known text*) a *WKB* (*Well-known binary*) špecifikované v *SFSQL* a *SQL/MM*, kde *WKB* je binárnym ekvivalentom *WKT*.

Z formátu *WKT* sme schopní jasne identifikovať príslušný geografický objekt na základe geometrického typu, dimenzie, zoznamu súradníc lomových bodov a prípadne aj súradnicového systému. Uvedme zopár *WKT* príkladov:

`POINT (0 0)` – 2D bod so súradnicami $x = 0$, $y = 0$,

`LINESTRING (0 0,1 1,1 2)` – 2D línia tvorená tromi bodmi,

`POLYGON ((0 0,4 0,4 4,0 4,0 0))` – 2D polygón daný príslušnými bodmi,

`GEOMETRYCOLLECTION Z (POINT Z(2 3 9), LINESTRING Z(2 3 4, 3 4 5))` – 3D zložená geometria z 3D bodu a 3D línie,

`POLYGON Z((0 0 0,4 0 0,4 4 0,0 4 0,0 0 0),(1 1 0,2 1 0,2 2 0,1 2 0,1 1 0))` – 3D polygón s dierou,

`TRIANGLE Z ((0 0 0, 2 2 2, 0 2 1, 0 0 0))` – 3D trojuholník (špeciálny prípad polygónu),

`TIN Z (((0 0 0, 0 0 1, 0 1 0, 0 0 0)), ((0 0 0, 0 1 0, 1 1 0, 0 0 0)))` – 3D nepravidelná trojuholníková sieť zložená z dvoch trojuholníkov,

`TRIANGLE ZM ((0 0 6 11,6 1 8 10.9,4 1 5 -1.1,0 0 6 11))` – 4D trojuholník (so súradnicami x , y , z , m).

3.3.4 Rozširovanie funkcionality PostgreSQL

Podobne, ako štandardné relačné databázové systémy, aj PostgreSQL zakomponúva databázy, tabuľky, stĺpce atď. do nadradených štruktúr, ktoré sú známe pod pojmom systémové katalógy (*system catalogs*), prípadne dátové slovníky (*data*

dictionaries). Systémové katalógy sa užívateľovi nejavia explicitne, t.j. pre prácu s ich databázami, tabuľkami, stĺpcami apod. užívateľ nemusí vedieť nič o ich systémovom katalógu. Zato systém riadenia bázy dát na pozadí operuje aj so systémovými katalógmi. Oproti iným relačným databázovým systémom PostgreSQL ukladá do systémových katalógov oveľa viac informácií (napr. o dátových typoch, funkciách, prístupových metódach), čo zhutňuje hierarchickú štruktúru PostgreSQL. Vďaka tomu sa však oveľa jednoduchšie prejaví vklad nového databázového komponentu alebo modifikácia pôvodného komponentu v celom systéme.

Navyše, PostgreSQL podporuje mechanizmus dynamického načítania (*dynamic loading*) rozširujúcich knižníc, čo odbremeňuje užívateľa od zložitej modifikácie zdrojového kódu PostgreSQL. Pre rozšírenie funkcionality stačí užívateľovi vytvoriť potrebné knižnice podľa zásad PostgreSQL alebo rozšírenia písať priamo v procedurálnom databázovom jazyku (The PostgreSQL Global Development Group, 2014). Vďaka týmto predpokladom je PostgreSQL elegantne rozširovateľný, čo mu dáva obrovskú komparatívnu výhodu voči ostatným databázovým systémom.

Ako bolo spomenuté v kapitole 3.3.2, PostgreSQL používateľom dovoľuje vytvárať vlastné dátové typy, operátory, funkcie, prípadne zásuvné moduly – extenzie. My sa bližšie pozrieme na užívateľsky-definované funkcie a zásuvné moduly – extenzie kvôli súvisu s diplomovým experimentom.

3.3.4.1 Koncepcia užívateľsky-definovaných funkcií v PostgreSQL

Funkciou v informatike nazývame druh podprogramu vracajúci nejakú hodnotu (tzv. návratovú hodnotu). Funkcie PostgreSQL môžeme podľa typu programovacieho jazyka, v ktorom sú napísané, rozdeliť do kategórií:

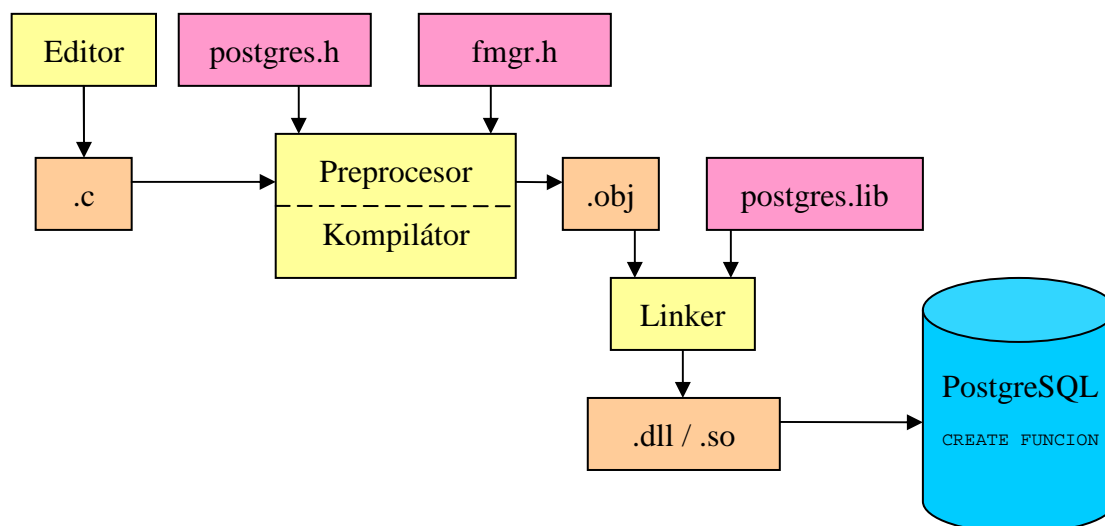
- SQL funkcie,
- funkcie procedurálnych jazykov,
- funkcie naprogramované v jazyku C.

SQL funkcie sú najjednoduchším typom funkcií s minimálnou schopnosťou hlbšej modifikácie PostgreSQL. Funkcie procedurálnych jazykov sú veľmi obľúbené pre ich výpočtovú plnohodnotnosť a jednoduché vkladanie do PostgreSQL. V štandardnej distribúcii PostgreSQL sú podporované procedurálne jazyky *PL/pgSQL*, *PL/Tcl*, *PL/Perl*, *PL/Python*. Procedurálne jazyky nie sú priamo zakomponované

na PostgreSQL serveri, no PostgreSQL si ich načítava z modulov. Nevýhodou týchto jazykov je ich nižšia výpočtová rýchlosť, keďže ide o tzv. skriptovacie jazyky. Ich programy nazývame skripty a na rozdiel od programov plnohodnotných programovacích jazykov tieto netreba prekladať do strojového kódu len jedenkrát, ale parsujú sa pri každom spúšťaní skriptu, čo spôsobuje ich nižšiu výpočtovú rýchlosť. Funkcie naprogramované v programovacom jazyku C sú najzložitejším typom funkcií PostgreSQL. Vyznačujú sa vysokou výpočtovou rýchlosťou, keďže jazyk C je nízko úrovňový a navyše samotný PostgreSQL je napísaný v jazyku C.

Funkcie programovacieho jazyka C od zdrojového kódu až po vklad do PostgreSQL

Rozširovanie PostgreSQL funkciami napísanými v jazyku C je zložité vzhľadom na celý proces transformácie kódu v textovej forme do strojového kódu a následného pripojenia do PostgreSQL (obr. 14).



Obr. 14 Spracovanie funkcií jazyka C do PostgreSQL

Prvotnou fázou je písanie samotného kódu v editore a jeho uloženie do súboru s príponou *.c*. PostgreSQL ponúka *API (Application Programming Interface)* diktujúce konvenciu funkcií v jazyku C pre PostgreSQL. Vzhľadom na to každý zdrojový kód musí mať vložené hlavičkové súbory *postgres.h* a *fmgr.h*. Existujú aj ďalšie hlavičkové súbory, ktoré vkladáme pri špeciálnych programátorských prípadoch. PostgreSQL akceptuje dve konvencie písania, resp. volania C funkcií – staršiu *Version 0 Calling Convention* a novšiu *Version 1 Calling Convention*. Staršia konvencia nepodporuje

niektoré nové prístupy vzhľadom na verziu PostgreSQL. Viac o spôsobe písania kódu jazyka C pre užívateľsky-definované funkcie PostgreSQL avizuje manuál PostgreSQL (The PostgreSQL Global Development Group, 2014).

Po napísaní kódu a jeho uložení do súboru s príponou *.c* môžeme prejsť k prekladu programu do „počítačového jazyka“. Preklad zabezpečuje tzv. kompilátor (prekladač) a jeho podriadený preprocesor. Preprocesor je súčasť kompilátora, ktorá predspracováva (upravuje) zdrojový súbor tak, aby mal kompilátor ľahšiu prácu (Herout, 2010). Kompilátor prekladá takto upravený súbor do relatívneho (objektového) kódu počítača. Vzniká súbor s príponou *.obj*. Relatívny kód (jazyk relatívnych adries) je takmer hotový program. Relatívny znamená, že absolútne adresy niektorých premenných alebo funkcií ešte nie sú známe. Ich adresy môžu byť uložené v inej knižnici (Herout, 2010), čo je aj prípad procesu funkcií jazyka C v PostgreSQL.

Pridelenie absolútnych adries relatívnemu kódu a prevedenie všetkých odkazov na doposiaľ neznáme identifikátory z knižnice *postgres.lib* realizuje linker (zostavovací program). Výsledkom práce linkeru je priamo spustiteľný program s príponou *.exe* (Herout, 2010) alebo knižnica funkcií s príponou *.dll* (*Dynamic-Link Library* pod Windowsom) prípadne *.so* (*Shared Objects* pod Linuxom). V prípade funkcií jazyka C pre PostgreSQL linkujeme do knižnice a nie do *.exe* súboru.

Z knižnice *.dll* alebo *.so* už vie databázový systém priamo načítať užívateľsky-definovanú funkciu. Realizuje sa to pomocou SQL príkazu `CREATE FUNCTION`, v ktorom štandardne špecifikujeme názov funkcie, pod akým ju bude poznať systém riadenia bázy dát, vstupné parametre funkcie a ich dátové typy, návratový parameter funkcie, adresu knižnice *.dll* alebo *.so* a názov funkcie v tejto knižnici, typ jazyka, v akom je funkcia napísaná. Príkaz `CREATE FUNCTION` môže obsahovať veľké množstvo modifikátorov (*flags*), ktoré upresňujú definíciu funkcie. Bližšie informácie podáva manuál PostgreSQL (The PostgreSQL Global Development Group, 2014). Po vložení užívateľsky-definovanej funkcie do databázového systému už môžeme s danou funkciou operovať v SQL príkazoch.

Písanie a vkladanie užívateľsky-definovaných funkcií PostgreSQL v iných jazykoch je oveľa jednoduchšie práve kvôli absencii procesu prekladu a linkovania. Zdrojový kód takejto funkcie je integrovaný priamo v príkaze `CREATE FUNCTION` na mieste nasledujúcom po deklarácii mena funkcie, vstupných a výstupných

parametrov. Za zdrojovým kódom nasleduje špecifikácia jazyka, v akom je kód napísaný.

```
CREATE FUNCTION Hello (world text) RETURNS text AS
'$libdir\helloworld', 'helloworld'
LANGUAGE C;
-----
CREATE FUNCTION Hello (world text) RETURNS text AS
$$
BEGIN
    return 'Hello ' || world;
END
$$
LANGUAGE plpgsql;
```

Obr. 15 Demonštrácia použitia príkazu `CREATE FUNCTION`

3.3.4.2 Koncepcia zásuvných modulov PostgreSQL

Zásuvné moduly – extenzie PostgreSQL sú celky združujúce SQL komponenty pre rozširovanie databázového systému (napr. dátové typy, operátory, funkcie, triedy indexových operátorov). Výhodou tohto riešenia je fakt, že systém riadenia bázy dát na extenzie hľadá komplexne, a teda nemôže prísť k odstráneniu alebo modifikácii niektorého jej komponentu samostatne. K týmto operáciám môže dôjsť len na úrovni extenzie. Ďalšie plus ponúkajú extenzie pri zálohovaní databáz, kedy užívateľ nemusí poznať všetky komponenty extenzie, no pri zálohovaní systém uloží všetky dcérske elementy automaticky, pokiaľ zvolíme zálohovanie dotknutej extenzie. Inou výhodou je uľahčenie réžie súvisiacej s aktualizáciou komponentov. Príkladom extenzie je PostGIS.

Extenzia pripravená pre vklad do databázového systému pozostáva minimálne z dvoch súborov:

- skriptovacieho súboru s príponou *.sql* (*script file*),
- kontrolného súboru s príponou *.control* (*control file*).

Skriptovací súbor obsahuje SQL príkazy, ktoré sa vykonajú po príkaze vytvoriť extenziu (`CREATE EXTENSION`) v databázovom systéme. Ide o príkazy definujúce nové dátové typy, operátory a funkcie. Kontrolný súbor konfiguruje dotknutú extenziu pre databázový systém. Môže obsahovať komentár popisujúci účel extenzie, číslo preferovanej verzie (pokiaľ extenzia existuje vo viacerých verziách), adresu skriptovacieho súboru (pokiaľ sa tento nenachádza v rovnakom priečinku ako kontrolný

súbor), kódovanie znakov skriptovacieho súboru, mená extenzií, na ktorých je závislá apod.

Pokiaľ extenzia rozširuje PostgreSQL o funkcie jazyka C, je potrebné do balíka k spomínaným povinným súborom pripojiť aj knižnicu *.dll* alebo *.so* s predmetnými funkciami. Adresu tejto knižnice je potom potrebné uviesť v kontrolnom súbore.

Pre zabezpečenie korektného vloženia extenzie do PostgreSQL je potrebné skriptovací a kontrolný súbor nakopírovať do priečinka *SHAREDIR*\extension a knižnicu funkcií nakopírovať do priečinka *LIBDIR*. Absolútnu adresu priečinkov *SHAREDIR* a *LIBDIR* vieme zistiť z konfiguračných nastavení PostgreSQL pomocou programu *pg_config*.

Majme extenziu s názvom *extension* vo verzii *1.0*. Jej kontrolný súbor sa musí volať *extension.control*. Názov skriptovacieho súboru sa musí pridržať vzoru *názov--verzia.sql*, v našom prípade *extension--1.0.sql*. Pre vytvorenie extenzie v databázovom systéme potom zavoláme SQL príkaz

```
CREATE EXTENSION extension;
```

Vnútoraná réžia PostgreSQL vykoná všetky príkazy zo súboru *extension--1.0.sql* implicitne podľa parametrov v kontrolnom súbore *extension.control*.

Extenzie ponúkajú šikovný mechanizmus na aktualizáciu verzie. Každý balík súborov extenzie môže obsahovať skriptovacie súbory slúžiace ako aktualizácie medzi dvoma verziami extenzie. Ak máme extenziu *extension* vyvíjanú vo verziách *1.0*, *1.1* a *2.0*, tak v balíku jej súborov by mali byť skriptovacie súbory *extension--1.0--1.1.sql*, *extension--1.1--2.0.sql* a *extension--2.0.sql*. V prípade aktualizácie verzie *1.0* na verziu *2.0* stačí zadať SQL príkaz

```
ALTER EXTENSION extension UPDATE TO '2.0';
```

Vnútoraná réžia PostgreSQL zabezpečí implicitné volanie skriptovacích súborov *extension--1.0--1.1.sql* a následne *extension--1.1--2.0.sql*.

4 Výsledky a diskusia

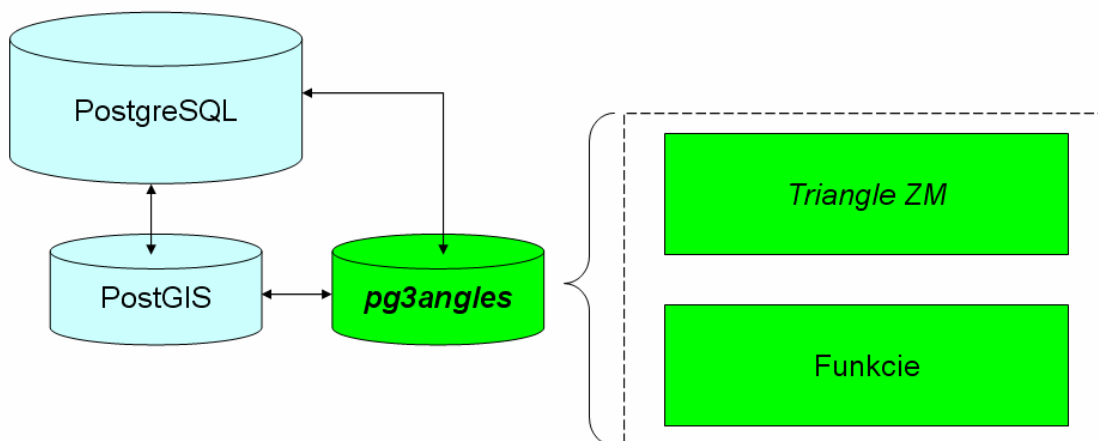
Účelom tejto kapitoly je predstavenie navrhnutého softwarového nástroja *pg3angles* rozširujúceho balík PostgreSQL s PostGIS o prácu s nepravidelnými trojuholníkovými sieťami. Funkcionalita *pg3angles* je prezentovaná formou prípadových štúdií, z ktorých sa v najväčšej miere venujeme charakteristike a hodnoteniu optimalizačných možností TIN v predkladanom nástroji.

4.1 Zásuvný modul *pg3angles*

Už z názvu prezentovaného zásuvného modulu možno bádať dve charakterizujúce črty. Prvú črtu evokujú písmená *pg*, ktoré sa v IT svete, najmä v tom databázovom, vzťahujú na všetko, čo súvisí s databázovým systémom PostgreSQL. Druhú črtu naznačuje časť *3angles*, teda slovná hračka vytvorená zo slova *triangles* (z angl. trojuholníky).

Ak sa na zásuvný modul *pg3angles* budeme pozerat' z hľadiska jeho postavenia v hierarchii produktov PostgreSQL a PostGIS, všimneme si, že na najvyššom stupni hierarchie je samostatne stojaci databázový systém PostgreSQL bez akýchkoľvek rozšírení. Na druhý stupeň hierarchie umiestňujeme produkty PostGIS a *pg3angles*, ktoré sú závislé na materskom prvku – PostgreSQL, keďže tvoria jeho zásuvné moduly – extenzie. Samotný *pg3angles* je ale závislý okrem materského PostgreSQL aj na rozšírení PostGIS, pretože z neho čerpá priestorové vymoženosti.

Pri bližšom pohľade na *pg3angles* je potrebné všimnúť si, čím konkrétne rozširuje PostgreSQL a PostGIS. Jednak ide o modifikovaný typ geometrie *TRIANGLE ZM*, v rámci ktorého *pg3angles* uchováva informácie o topológii nepravidelnej trojuholníkovej siete, jednak ide o funkcie, ktoré sa všeobecne týkajú práce s nepravidelnou trojuholníkovou sieťou tvorenou trojuholníkmi špeciálneho typu *TRIANGLE ZM*. Postavenie *pg3angles* v hierarchii PostgreSQL a PostGIS spolu s obohacujúcimi komponentmi ilustruje obr. 16.



Obr. 16 Postavenie *pg3angles* v hierarchii PostgreSQL a PostGIS

Funkcionalitu *pg3angles* môžeme stručne zhrnúť do nasledujúcich bodov:

- riešenie topológie TIN,
- morfometrická analýza priestorovej štruktúry reprezentovanej TIN,
- optimalizácia TIN pre modelovanie georeliéfu.

Extenziu *pg3angles* ako súčasť experimentu diplomovej práce uvádzame vo verzii 1.0. Táto verzia zahŕňa všetky náležitosti uvedené v predchádzajúcom odseku. Do budúca plánujeme *pg3angles* uvoľniť pod licenciou *GNU General Public Licence*, takže jej stiahnutie, užívanie, modifikácia a distribúcia budú bezplatné. Na testovacie účely zatiaľ neponúkame zdrojový kód, ale len súbory potrebné na inštaláciu a prácu s *pg3angles* v rámci PostgreSQL a PostGIS. K dispozícii sú na webovej stránke <https://github.com/KaliGIS/pg3angles1.0>.

Pre úspešné zvládnutie inštalácie extenzie *pg3angles 1.0* je potrebné splniť nasledujúce kroky:

0. Stiahnuť potrebné súbory z uvedenej stránky.
1. Súbory *pg3angles--1.0.sql* a *pg3angles.control* nakopírovať do priečinka *SHAREDIR\extension*.
2. Súbor *pg3angles-1.0.dll* nakopírovať do priečinka *LIBDIR*.
3. V rozhraní PostgreSQL pre zadávanie SQL príkazov vykonať príkaz

```
CREATE EXTENSION pg3angles;
```

Po splnení uvedených krokov je možné plnohodnotne pracovať s *pg3angles*.

Práca s extenziou *pg3angles* je postavená na týchto pravidlách:

- jedna TIN vždy zodpovedá jednej databázovej tabuľke so všeobecným názvom *tintable*, kde jeden riadok predstavuje jeden trojuholník,
- tabuľka *tintable* nutne obsahuje atribúty s názvami *geom* a *tid*, kde *geom* je priestorového dátového typu *geometry* obsahujúci geometriu trojuholníka a *tid* je dátového typu *integer* a predstavuje jedinečný identifikátor každého riadku/trojuholníka,
- trojuholníky v *geom* sú modifikovaného geometrického typu *TRIANGLE ZM* (charakteristika nižšie),
- vrcholové body trojuholníkov TIN sú usporiadané v tabuľke so všeobecným názvom *tintable_points*, ktorá je pomocou funkcií (kapitola 4.1.2) tvorená v iniciálnej fáze používania *pg3angles* pre konkrétnu TIN,
- tabuľka *tintable_points* nutne obsahuje stĺpce s názvami *pid*, *point* a *triangles*, kde *pid* je dátového typu *integer* a predstavuje jedinečný identifikátor každého riadku/bodu, *point* je priestorového dátového typu *geometry* obsahujúci geometriu bodu a *triangles* je dátového typu *integer[]* obsahujúci pole identifikátorov *tid* trojuholníkov, ktorým jednotlivé (vrcholové) body patria,
- produktom optimalizačnej funkcie *pg3angles* (kapitola 4.1.2 – *TIN_LocalOptimizingIter*) sú tabuľky so všeobecnými názvami *tintable_details_before_iteration_iternum*, *tintable_optimizing_info_iternum* a *tintable_iteration_info*, ktoré slúžia na hodnotenie priebehu optimalizácie. Popis ich stĺpcov je uvedený v charakteristike funkcie *TIN_LocalOptimizingIter*.

4.1.1 Modifikovaný geometrický typ *TRIANGLE ZM*

Vzhľadom na poznatky nadobudnuté v stati 3.3.3 pomenovanie *TRIANGLE ZM* predstavuje *WKT* kľúč pre určenie druhu priestorového dátového typu – tzv. 4D trojuholníka. Štvrtou dimenziou *M* pre účely práce v *pg3angles* definujeme topologické charakteristiky každého jedného prvku typu *TRIANGLE ZM*. Vieme, že základným prvkom údajovej štruktúry TIN pre prácu v *pg3angles* je jeden trojuholník. Z jednej *WKT* reprezentácie zakódovanej v atribúte *geom* môžeme okrem priestorových súradníc *x*, *y*, *z* bodov komponujúcich daný trojuholník určiť aj topologické charakteristiky – číselný identifikátor tohto trojuholníka a číselné identifikátory jeho

susedných trojuholníkov. Okrem toho vieme jasne identifikovať spoločnú stranu či vrcholové body spoločné dvojiciam susedných trojuholníkov. Výhodou kódovania topologických charakteristík do *WKT* reprezentácie je umožnenie zapuzdrenia trojuholníkov trojuholníkovej siete do jedného záznamu geometrického typu *TIN ZM* bez straty informácie o topológii.

V rámci jednej nepravidelnej trojuholníkovej siete má každý trojuholník vo svojej *WKT* reprezentácii priradený unikátny číselný identifikátor *tid*, takže nemôže dôjsť k duplicite toho istého identifikátora v rámci jednej TIN. Identifikátor *tid* nadobúda hodnoty od 1 do q , kde q je počet trojuholníkov TIN.

Okrem identifikátora *tid* majú trojuholníky v rámci *WKT* reprezentácie priradenú informáciu o svojich susedných trojuholníkoch vzhľadom na strany. Trojuholník v trojuholníkovej sieti môže mať jeden, dva alebo tri susedné trojuholníky (v mimoriadnych prípadoch aj nula). Identifikátory susedných trojuholníkov označme *ntid1*, *ntid2*, *ntid3*. Tieto identifikátory preberajú hodnotu *tid* jednotlivých susedných trojuholníkov. Existujú aj dve špeciálne hodnoty, ktoré môžu vystupovať v *ntid1*, *ntid2* alebo *ntid3*. Ide o hodnoty 0 a -1. Hodnota 0 sa môže vyskytovať len v konfigurácii *ntid1 = ntid2 = ntid3 = 0* a identifikuje stav, v ktorom daný kmeňový trojuholník má síce rozšírenú dimenziu o rozmer M , avšak jeho kompletná topologická charakteristika ešte nie je explicitne známa. Tento stav je iniciálnym stavom vzhľadom na účel prác s TIN v *pg3angles*. Nastáva napr. po vygenerovaní trojuholníkovej siete a jej uložení v databáze ešte pred použitím funkcie (stať 4.1.2 – *TIN_EditNeighboursInfo*) upravujúcej jej topologické charakteristiky. Trojuholníky s 0 v M -hodnotách nie sú kompatibilné s niektorými funkciami *pg3angles*. Hodnota -1 v *ntid1*, *ntid2* alebo *ntid3* identifikuje neprítomnosť niektorého alebo viacerých susedných trojuholníkov ku kmeňovému trojuholníku. Vtedy kmeňový trojuholník leží na okraji trojuholníkovej siete.

WKT reprezentácia *TRIANGLE*, *TRIANGLE Z*, *TRIANGLE M*, *TRIANGLE ZM* vždy pozostáva z troch bodov definujúcich trojuholník (nazvime ho kmeňový). Aby bolo jasné, že ide o plošný element s uzatvorenou hranicou, je k danej trojici bodov priradený štvrtý bod, ktorý musí byť vždy totožný s prvým bodom. Všetky tieto body automaticky preberajú charakteristika dimenzie Z , M , ZM . Trojuholník typu *TRIANGLE ZM* implicitne tvoria štyri body typu *POINT ZM*, čo umožňuje do hodnôt M týchto bodov zakódovať informácie o topológii podľa koncepcie navrhutej

pre *pg3angles*. *M*-hodnota prvého bodu nesie informáciu *ntid1*; o susednom trojuholníku, ktorý leží oproti prvému bodu kmeňového trojuholníka. *M*-hodnota druhého bodu nesie informáciu *ntid2.tid*; o susednom trojuholníku, ktorý leží oproti druhému bodu kmeňového trojuholníka a navyše jedinečný identifikátor kmeňového trojuholníka. *M*-hodnota tretieho bodu nesie informáciu *ntid3.dgt*; o susednom trojuholníku, ktorý leží oproti tretiemu bodu kmeňového trojuholníka. Parameter *dgt* udáva počet cifier identifikátora kmeňového trojuholníka *tid*.

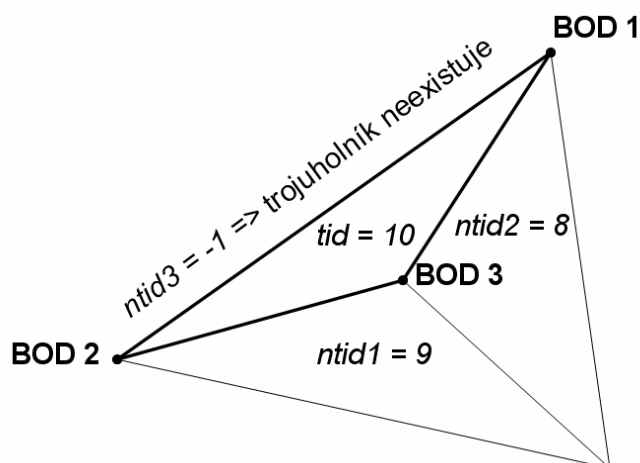
Keďže *M*-hodnoty sú racionálne čísla, bodka vo výraze *ntid2.tid* predstavuje desatinnú bodku. Majme teda v *M*-hodnote druhého bodu priradené číslo 1.2. Z neho vieme jasne určiť, že *ntid2 = 1*. Teda identifikátor trojuholníka ležiaceho oproti tomuto bodu je 1. Problém nastáva pri určovaní identifikátora kmeňového trojuholníka *tid*. Prvý pohľad napovedá, že jasne ide o trojuholník, ktorého *tid = 2*. Avšak charakter desatinných miest vyvoláva neistotu. Pridajme si čísla 1.20 a 1.200. Tieto čísla sa rovnajú 1.2, teda $1.2 = 1.20 = 1.200$. PostgreSQL podľa štandardu pre prácu s desatinnými číslami v počítači automaticky pri ich vypisovaní ignoruje nuly nasledujúce po poslednej nenulovej číslici za desatinnou čiarkou. Čiže v prípade trojuholníkov s identifikátormi 2, 20, 200 apod. PostgreSQL vráti vždy hodnotu *ntid2.2*, čo znemožňuje určiť konkrétne *tid*. Trojica *dgt* vo výraze *ntid3.dgt* však napomáha k jednoznačnej identifikácii konkrétneho *tid*, keďže udáva jeho počet cifier. Ak *tid = 2*, tak *dgt = 1*. Ak *tid = 20*, tak *dgt = 2*. Ak *tid = 200*, tak *dgt = 3*. Táto koncepcia však umožňuje pracovať najviac s 999 999 999 trojuholníkmi v rámci jednej TIN. Predpokladáme, že prakticky počet trojuholníkov nepresiahne túto hodnotu.

Majme trojuholník vybraný z nepravidelnej trojuholníkovej siete, ktorého WKT reprezentácia má tvar

```
TRIANGLE ZM ((10 12 2 9,4.34 8 4.9 8.1,8 9 4.1 -1.2,10 12 2 9)).
```

Jeho topologické charakteristiky sú:

- *tid = 10* (podľa *dgt = 2*),
- *ntid1 = 9*,
- *ntid2 = 8*,
- *ntid3 = -1*.



Obr. 17 Trojuholník $tid = 10$ a jeho topologické charakteristiky

4.1.2 Funkcie v *pg3angles*

Vo verzii 1.0 ponúka *pg3angles* 25 funkcií pre jednoduché, ale aj pokročilejšie operácie nad nepravidielnými trojuholníkovými sieťami. Pre jasnú identifikáciu funkcií z balíka *pg3angles* je v PostgreSQL použitá konvencia predpôň *TIN_*, za ktorými nasleduje výstižný názov funkcie vzhľadom na jej účel.

Disponibilné funkcie možno rozdeliť podľa viacerých hľadísk. Z aspektu programovacieho jazyka použitého na definovanie funkcie je 19 funkcií naprogramovaných v jazyku C a zvyšných 6 funkcií je naprogramovaných v procedurálnom jazyku PostgreSQL (PL/pgSQL). Z hľadiska potreby počtu trojuholníkov ako vstupných parametrov funkcie je 11 funkcií, ktoré operujú nad jedným trojuholníkom bez ohľadu na susedné trojuholníky, 9 funkcií, ktoré vyžadujú viac vstupných trojuholníkov pre úspešné zbehnutie ich algoritmov, 1 funkcia nevyžaduje ako vstup žiaden trojuholník. Ostatné 4 funkcie vyžadujú ako vstup celú TIN reprezentovanú databázovou tabuľkou.

Najdôležitejšie rozdelenie funkcií *pg3angles* je z hľadiska ich zložitosti a hlavného účelu na:

1. Základné funkcie (20 funkcií):
 1. Topologické funkcie (5 funkcií),
 2. Analytické funkcie (12 funkcií),
 3. Funkcie generujúce novú geometriu (3 funkcie),
2. Kompozitné funkcie (5 funkcií).

Kompozitné funkcie sú funkcie volajúce vo svojom tele aspoň jednu inú základnú alebo kompozitnú funkciu. Predstavujú sled SQL príkazov za účelom uľahčenia práce užívateľovi.

4.1.2.1 Základné funkcie

TIN_ExtendM

Príznaky: jazyk C, topologická funkcia

Prototyp:

```
geometry TIN_ExtendM (geometry triangle, double precision  
tidentifier);
```

Charakteristika:

Funkcia rozširuje dimenziu trojuholníka *triangle* na *4D* o rozmer *M* a vkladá doňho jedinečný identifikátor dotknutého trojuholníka *tidentifier*. Návratová hodnota je typu *geometry* – *TRIANGLE ZM* s topologickými charakteristikami *M = 0* pri prvom bode, *M = 0.tidentifier* pri druhom bode a *M = 0.dgt* pri treťom bode, kde *dgt* predstavuje počet cifier hodnoty *tidentifier* (viď stať 4.1.1).

TIN_GetTid

Príznaky: jazyk C, topologická funkcia

Prototyp:

```
integer TIN_GetTid (geometry triangle);
```

Charakteristika:

Funkcia vracia jedinečný identifikátor trojuholníka *triangle*, ktorý túto informáciu nesie v *M*-hodnote druhého bodu s pomocou *M*-hodnoty tretieho bodu (viď stať 4.1.1).

TIN_EditNeighboursInfo

Príznaky: jazyk C, topologická funkcia

Prototyp:

```
geometry TIN_EditNeighboursInfo (geometry[] trianglesarray,  
geometry triangle);
```

Charakteristika:

Jedná sa o tzv. preťažovanú funkciu (pod rovnakým menom existuje vo viacerých podobách). Pre uvedený prototyp funkcia upravuje M -hodnoty vrcholových bodov trojuholníka *triangle* o identifikátory *tid* susedných trojuholníkov tvoriacich pole *trianglesarray* (viď stať 4.1.1). Druhý variant tejto funkcie je charakterizovaný v stati 4.1.2.2.

TIN_GetNeighboursTids

Príznamy: jazyk C, topologická funkcia

Prototyp:

```
integer[] TIN_GetNeighboursTids (geometry triangle);
```

Charakteristika:

Funkcia vracia jedinečné identifikátory *ntid1*, *ntid2*, *ntid3* susedných trojuholníkov trojuholníka *triangle* usporiadané do poľa v uvedenom poradí. Ak trojuholník nemá niektorého suseda, príslušný prvok poľa obsahuje hodnotu *-1*. Ak susedia trojuholníka neboli editovaní, návratové pole obsahuje tri prvky rovné *0*.

TIN_PntCommonTriangles

Príznamy: jazyk PL/pgSQL, topologická funkcia

Prototyp:

```
geometry[] TIN_PntCommonTriangles (geometry triangle, text  
tintable, integer vertexnum);
```

Charakteristika:

Funkcia vracia pole trojuholníkov spoločných niektorému vrcholovému bodu *vertexnum* trojuholníka *triangle*, ktorý je súčasťou tabuľky *tintable*. Parameter *vertexnum* prijíma hodnoty *1*, *2*, *3* alebo $4 \equiv 1$ v závislosti od pozície vrcholového bodu trojuholníka *triangle* v jeho WKT reprezentácii (*TRIANGLE ZM ((vertexnum = 1, vertexnum = 2, vertexnum = 3, vertexnum = 4))*). Pre korektné fungovanie tejto funkcie musí existovať tabuľka bodov, ktorej názov sa riadi podľa vzoru *tintable_points*. Táto tabuľka je generovaná prostredníctvom funkcie *TIN_PrepForpg3angles*. Bližšie informácie v stati 4.1.2.2.

TIN_LinearZ

Príznyaky: jazyk C, analytická funkcia

Prototyp:

```
double precision TIN_LinearZ (geometry triangle, geometry point);
```

Charakteristika:

Funkcia vracia výšku bodu *point* podľa jeho súradníc x, y vzhľadom na rovinu trojuholníka *triangle* podľa vzťahu (30).

TIN_Area3D

Príznyaky: jazyk C, analytická funkcia

Prototyp:

```
double precision TIN_Area3D (geometry triangle);
```

Charakteristika:

Funkcia vracia rozlohu trojuholníka *triangle* v plošných jednotkách definovaných súradnicovým systémom, v akom sú reprezentované súradnice vrcholových bodov trojuholníka. Rozloha je počítaná podľa vzťahu

$$S = \frac{v_{ij} \times v_{il}}{2}, \quad (66)$$

kde v_{ij} a v_{il} predstavujú strany trojuholníka v zhode so vzťahmi (27).

TIN_PartialDerivativesOfTriangle

Príznyaky: jazyk C, analytická funkcia

Prototyp:

```
double precision[] TIN_PartialDerivativesOfTriangle (geometry triangle);
```

Charakteristika:

Funkcia vracia dvojprvkové pole s parciálnymi deriváciami prvého rádu trojuholníka *triangle* v poradí z_x, z_y . Tieto parciálne derivácie sú vyčíslené na základe vzťahov (36).

TIN_SlopeOfTriangle

Príznamy: jazyk C, analytická funkcia

Prototyp:

```
double precision TIN_SlopeOfTriangle (geometry triangle);
```

Charakteristika:

Funkcia vracia sklon roviny trojuholníka *triangle* v stupňoch vyčíslený podľa vzťahu (11).

TIN_AspectOfTriangle

Príznamy: jazyk C, analytická funkcia

Prototyp:

```
double precision TIN_AspectOfTriangle (geometry triangle);
```

Charakteristika:

Funkcia vracia orientáciu roviny trojuholníka *triangle* voči svetovým stranám v stupňoch z intervalu $<0^\circ; 360^\circ$) podľa vzťahu (14), kde 0° predstavuje orientáciu totožnú s orientáciou zápornej poloosi y a 180° predstavuje orientáciu totožnú s orientáciou kladnej poloosi y . Obdobne, 90° predstavuje orientáciu totožnú s orientáciou zápornej poloosi x a 180° predstavuje orientáciu totožnú s orientáciou kladnej poloosi x .

TIN_QuasiQuadraticZ

Príznamy: jazyk C, analytická funkcia

Prototyp:

```
double precision TIN_QuasiQuadraticZ (geometry triangle,  
geometry[] triangles1, geometry[] triangles2, geometry[]  
triangles3, geometry point);
```

Charakteristika:

Funkcia vracia odhadovanú výšku bodu *point* podľa jeho súradníc x, y počítanú zo vzťahu (31) opisujúceho zakrivenú plochu (kvázi-kvadratický model TIN podľa (Vencovský, 1984)). Táto plocha je okrem trojuholníka *triangle* definovaná trojuholníkmi spoločnými prvému (*triangles1*), druhému (*triangles2*) a tretiemu (*triangles3*) vrcholovému bodu trojuholníka *triangle*.

TIN_PartialDerivativesOnVertex

Príznaky: jazyk C, analytická funkcia

Prototyp:

```
double precision TIN_PartialDerivativesOnVertex (geometry point,  
geometry[] triangles);
```

Charakteristika:

Funkcia vracia dvojprvkové pole s približnými hodnotami parciálnych derivácií prvého rádu vo vrchole *point* v poradí z_x, z_y . Parciálne derivácie sú počítané na základe vzťahov (40). Vrchol *point* je spoločný trojuholníkom v poli *triangles* – toto pole tvorí návratovú hodnotu funkcie *TIN_PntCommonTriangles*.

TIN_SlopeOnVertex

Príznaky: jazyk C, analytická funkcia

Prototyp:

```
double precision TIN_SlopeOnVertex (geometry point, geometry[]  
triangles);
```

Charakteristika:

Funkcia vracia približné hodnoty sklonu modelovanej plochy vo vrchole *point* v stupňoch počítané podľa vzťahu (11) v nadväznosti na parciálne derivácie vyčíslené na základe vzťahu (40). Vrchol *point* je spoločný trojuholníkom v poli *triangles* – toto pole tvorí návratovú hodnotu funkcie *TIN_PntCommonTriangles*.

TIN_AspectOnVertex

Príznaky: jazyk C, analytická funkcia

Prototyp:

```
double precision TIN_AspectOnVertex (geometry point, geometry[]  
triangles);
```

Charakteristika:

Funkcia vracia približné hodnoty orientácie modelovanej plochy vo vrchole *point* voči svetovým stranám v stupňoch z intervalu $<0^\circ; 360^\circ$) podľa vzťahu (14) v nadväznosti na parciálne derivácie vyčíslené na základe vzťahu (40). Hlavné štyri smery sú totožné so smermi opísanými pri funkcii *TIN_AspectOfTriangle*. Vrchol *point*

je spoločný trojuholníkom v poli *triangles* – toto pole tvorí návratovú hodnotu funkcie *TIN_PntCommonTriangles*.

TIN_QuasiQuadraticDerivatives

Príznamy: jazyk C, analytická funkcia

Prototyp:

```
double precision[] TIN_QuasiQuadraticDerivatives (geometry
triangle, geometry[] triangles1, geometry[] triangles2, geometry[]
triangles3, geometry point);
```

Charakteristika:

Funkcia vracia dvojprvkové pole s hodnotami parciálnych derivácií

$$z_x = \partial \frac{\frac{\sum_{v=1}^3 P_v \cdot p_v}{\sum_{v=1}^3 p_v} + P_t \cdot q}{1 + q} / \partial x, \quad z_y = \partial \frac{\frac{\sum_{v=1}^3 P_v \cdot p_v}{\sum_{v=1}^3 p_v} + P_t \cdot q}{1 + q} / \partial y \quad (67)$$

v bode *point* v poradí z_x, z_y . Ide teda o parciálne derivácie vzťahu (31) opisujúceho zakrivenú plochu (kvázi-kvadratický model TIN podľa (Vencovský, 1984)) definovanú trojuholníkom *triangle* a trojuholníkmi spoločnými prvému (*triangles1*), druhému (*triangles2*) a tretiemu (*triangles3*) vrcholovému bodu trojuholníka *triangle*.

TIN_NormalsAngle

Príznamy: jazyk C, analytická funkcia

Prototyp:

```
double precision TIN_NormalsAngle (double precision[] normal1,
double precision [] normal2);
```

Charakteristika:

Funkcia všeobecne vracia uhol dvoch vektorov v priestore v stupňoch podľa vzťahu obdobnému rovniciam (60) alebo (62). Parametre *normal1* a *normal2* treba zadávať vo forme poľa prvkov typu *double precision*, kde prvky predstavujú súradnice vektora $[x, y, z]$. Funkcia je odladená aj pre vstup dvojprvkových polí parciálnych derivácií v tvare $[z_x, z_y]$, keďže súradnice x, y normály v bode P_i modelovanej plochy sú totožné so záporne vzatými parciálnymi deriváciami $-z_x, -z_y$ v tomto bode (9).

V takomto prípade funkcia implicitne prenásobí hodnoty z_x , z_y mínus jednotkou a pripojí k nim súradnicu $z = 1$.

TIN_IsConvexHull

Príznamy: jazyk C, analytická funkcia

Prototyp:

```
boolean TIN_IsConvexHull (geometry triangle1, geometry triangle2);
```

Charakteristika:

Funkcia vracia hodnotu *TRUE*, ak štvoruholník tvorený dvoma susednými trojuholníkmi *triangle1* a *triangle2* je konvexný. V opačnom prípade funkcia vracia hodnotu *FALSE*. Výnimka je vrátená, pokiaľ zadané trojuholníky navzájom nesusedia.

TIN_Centroid

Príznamy: jazyk C, funkcia generujúca novú geometriu

Prototyp:

```
geometry TIN_Centroid (geometry triangle);
```

Charakteristika:

Funkcia vracia ťažisko trojuholníka *triangle* ako geometrický typ *POINT Z*.

TIN_Contours

Príznamy: jazyk C, funkcia generujúca novú geometriu

Prototyp:

```
geometry TIN_Contours (geometry triangle, double precision  
deltaz);
```

Charakteristika:

Funkcia vracia vrstevnice s výškovým intervalom *deltaz* ako geometrický typ *LINESTRING Z* prechádzajúce plochou trojuholníka *triangle*. Základnou výškou je vždy 0. Súradnice okrajových bodov línií vrstevníc sú lineárne interpolované zo súradníc dvojíc vrcholových bodov trojuholníka *triangle*, čiže okrajové body vždy ležia na hranici trojuholníka.

TIN_Flip

Príznamy: jazyk C, funkcia generujúca novú geometriu

Prototyp:

```
geometry[] TIN_Flip (geometry[] triangles);
```

Charakteristika:

Funkcia preklápa spoločnú stranu susedných trojuholníkov. Prijíma pole trojuholníkov *triangles[]* usporiadané tak, aby trojuholníky, ktorých strana sa má preklopiť, boli prvým a druhým prvkom poľa. Ostatné prvky tvoria susedné trojuholníky týchto dvoch trojuholníkov, ak existujú. Funkcia vracia pole trojuholníkov, v ktorom na prvom a druhom mieste sú trojuholníky s preklopenou stranou a upravenými údajmi o topológii, na ostatných miestach sú susedné trojuholníky s upravenými údajmi o topológii usporiadané v poradí, v akom vstúpili do funkcie. Výnimka je vrátená, pokiaľ na prvom a druhom mieste vstupného poľa nie sú navzájom susediace trojuholníky, alebo niektorý z ostatných trojuholníkov vstupného poľa nie je susedný ani jednému z trojuholníkov, ktorých strana sa preklápa.

4.1.2.2 Kompozitné funkcie

TIN_CreateFromPointsDT

Príznam: jazyk PL/pgSQL

Vnorené funkcie *pg3angles*: *TIN_GrantTinBehaviour*

Prototyp:

```
void TIN_CreateFromPointsDT (text tintablename, text pntstable,  
text pntsgeomcol);
```

Charakteristika:

Funkcia vytvára tabuľku s názvom *tintablename*, do ktorej vkladá trojuholníky typu *TRIANGLE* Z vygenerované Delaunayovou trianguláciou bez známych topologických charakteristík. Trojuholníková sieť je generovaná z podrobného diskrétného bodového poľa nachádzajúceho sa v tabuľke *pntstable*, ktorá musí spĺňať podmienku riadok \equiv bod. Funkcii sa predáva aj názov geometrického stĺpca tabuľky *pntstable*. Počas výpočtového procesu je generovaná tabuľka so všeobecným názvom *tintablename_points*, v ktorej sú uložené vrcholové body trojuholníkov TIN s priradenými identifikátormi *tid* trojuholníkov, ktorým patria.

TIN_GrantTinBehaviour

Príznak: jazyk PL/pgSQL

Vnorené funkcie *pg3angles*: *TIN_PrepareForpg3angles*

Prototyp:

```
void TIN_GrantTinBehaviour (text tintable);
```

Charakteristika:

Funkcia v súlade s koncepciou *pg3angles* priradzuje spúšťač (*trigger*) tabuľke *tintable* so všeobecným názvom *TIN_PrepareForpg3angles_t_tintable* a generuje prázdnu tabuľku so všeobecným názvom *tintable_points*. Spúšťač pri každom vložení záznamu do tabuľky *tintable* pre každý riadok zabezpečí volanie funkcie *TIN_PrepareForpg3angles* (viac v jej charakteristike).

TIN_PrepareForpg3angles

Príznak: jazyk PL/pgSQL

Vnorené funkcie *pg3angles*: *TIN_ExtendM*

Prototyp:

```
trigger TIN_PrepareForpg3angles (text tintable_points, text  
tintable);
```

Charakteristika:

Funkcia pri každom vložení riadku (trojuholníka) do tabuľky *tintable* zabezpečí dekompozíciu tohto trojuholníka na jeho vrcholové body a ich vloženie jednotlivo do stĺpca *point* tabuľky *tintable_points*, ktorá predstavuje tabuľku vrcholových bodov trojuholníkov TIN. Každému vrcholovému bodu priradí do stĺpca *triangles* topologickú charakteristiku, ktorým trojuholníkom patrí podľa identifikátorov *tid*. Pokiaľ bod už v tabuľke *tintable_points* existuje, je editovaná len jeho topologická charakteristika *triangles* pridaním ďalšieho *tid*. Navyše, táto funkcia zabezpečí rozšírenie každého novovloženého trojuholníka do tabuľky *tintable* na 4D pomocou funkcie *TIN_ExtendM*.

TIN_EditNeighboursInfo

Príznak: jazyk PL/pgSQL

Vnorené funkcie *pg3angles*: *TIN_GetTid*, *TIN_EditNeighboursInfo* (základná funkcia)

Prototyp:

```
void TIN_EditNeighboursInfo (text tintable);
```

Charakteristika:

Ide o druhý variant tejto preťažovanej funkcie (prvý variant je opísaný v stati 4.1.2.1). Funkcia zabezpečí modifikáciu M -hodnôt trojuholníkov v tabuľke *tintable* v súlade s koncepciou *pg3angles*.

TIN_LocalOptimizingIter

Príznak: jazyk PL/pgSQL

Vnorené funkcie *pg3angles*: *TIN_PartialDerivativesOfTriangle*,
TIN_QuasiQuadraticDerivatives, *TIN_PntCommonTriangles*, *TIN_Centroid*,
TIN_NormalsAngle, *TIN_GetNeighboursTids*, *TIN_GetTid*, *TIN_IsConvexHull*,
TIN_Flip

Prototyp:

```
void TIN_LocalOptimizingIter (text tintable, integer iternum);
```

Charakteristika:

Funkcia realizuje optimalizačný algoritmus, ktorým optimalizuje nepravidelnú trojuholníkovú sieť z *tintable* na základe Lawsonovej lokálnej optimalizácie, kde optimalizačným kritériom je nájdenie minimálnej sumy uhlov medzi normálami dvoch a dvoch susedných trojuholníkov tvoriacich ten istý konvexný obal (bližšie v stati 3.2.6.1). Hľadaný uhol navzájom zvierajú normála roviny trojuholníka umiestnená do jeho ťažiska T s odhadovanou normálou pre súradnice x_T , y_T ťažiska. Odhadovaná normála je vyjadrená na základe prvých parciálnych derivácií (67) interpolačnej funkcie kvázi-kvadratického modelu pre ten-ktorý trojuholník.

Jedno volanie funkcie *TIN_LocalOptimizingIter* je chápané ako jedna iterácia optimalizácie. Užívateľ preto môže volať funkciu dovtedy, pokiaľ nedosiahne požadovanú reprezentatívnosť TIN (konečným štádiom je stav TIN, pre ktorý nie je potrebné preklopiť žiadnu stranu). Kvôli prehľadu a korektnosti by sa užívateľ mal držať konvencie zadávania čísla iterácie *iternum* ako vstupného parametra funkcie nadobúdajúceho celočíselné hodnoty od 1 do n . Funkcia okrem samotnej editácie trojuholníkov v *tintable* vytvára aj tabuľky so všeobecným názvom *tintable_details_before_iteration_iternum* a *tintable_optimizing_info_iternum*. Sumárnu

statistiku za všetky iterácie ukladá v podobe riadkov jednotlivo predstavujúcich jednu iteráciu do tabuľky *tintable_iterations_info*, ktorú vytvorí pri prvej iterácii.

Tabuľka *tintable_details_before_iteration_iternum* obsahuje stĺpce s názvami a dátovými typmi *tid* (*integer*), *ntid1* (*integer*), *ntid2* (*integer*), *ntid3* (*integer*), *lin_normal* (*float8[]*), *qq_normal* (*float8[]*), *angle* (*float8*). Jeden záznam tejto tabuľky rozširuje informácie o stave trojuholníka *tid* z *tintable* pred optimalizačnou iteráciou, t.j. uvádza údaje o jeho susedoch v stĺpcoch *ntid1*, *ntid2* a *ntid3*, definuje súradnice normály plochy trojuholníka *lin_normal* a súradnice odhadovanej normály *qq_normal* v ťažisku trojuholníka, upresňuje veľkosť uhla v ° medzi týmito normálami.

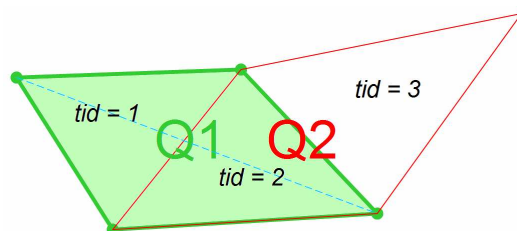
Tabuľka *tintable_optimizing_info_iternum* obsahuje stĺpce s názvami a dátovými typmi *tid* (*integer*), *ntid* (*integer*), *lin_normal1* (*float8[]*), *qqnormal1* (*float8[]*), *angle1* (*float8*), *lin_normal2* (*float8[]*), *qqnormal2* (*float8[]*), *angle2* (*float8*), *sum_new* (*float8*), *sum_orig* (*float8*), *delta_sum* (*float8*), *status* (*integer*). Záznamy tejto tabuľky predstavujú všetky možné kombinácie navzájom susediacich trojuholníkov TIN v *tintable* podľa strany, ktorých obal Q je konvexný. Každá kombinácia je definovaná identifikátormi *tid* a *ntid*. V rámci ostatných stĺpcov sú priradené charakteristiky vyplývajúce z pôvodného usporiadania trojuholníkov konvexného obalu Q – ukončené číslom 1 a charakteristiky vyplývajúce z možného nového usporiadania trojuholníkov konvexného obalu Q po preklopení spoločnej strany – ukončené číslom 2. V stĺpci *sum_orig* je uložená hodnota sumy uhlov (59) medzi dvoma dvojicami normál pôvodne konfigurovanej dvojice trojuholníkov konvexného obalu Q , v stĺpci *sum_new* je uložená hodnota sumy uhlov (61) medzi dvoma dvojicami normál novej konfigurácie tejto dvojice trojuholníkov. Hodnota v *delta_sum* predstavuje výsledok odčítania

$$\text{delta_sum} = \text{sum_orig} - \text{sum_new}. \quad (68)$$

Stĺpec *status* nadobúda hodnoty 0 alebo 1. Tieto hodnoty sú kľúčové pre optimalizačný algoritmus, pretože na základe nich je vyhodnocovaná dvojica trojuholníkov, resp. na základe nich je spoločná strana susediacich trojuholníkov vhodná na definitívne preklopenie. Hodnota 1 znamená, že daná dvojica je vhodná na preklopenie. Hodnota 0 znamená, že daná dvojica nie je vhodná na preklopenie, teda pôvodná konfigurácia je reprezentatívnejšia ako nová možná. Dvojiciam trojuholníkov, ktorých hodnota $\text{delta_sum} < 0$, je automaticky do stĺpca *status* priradená hodnota 0. Po ukončení

optimalizačnej iterácie je možné na základe hodnoty v *status* zistiť, koľko a ktoré dvojice trojuholníkov sa preklopili.

Optimalizačný algoritmus začne následne definitívne preklápať strany dvojíc trojuholníkov s atribútom *status* = 1 od najväčšej *delta_sum* až po najmenšiu. Po každom preklopení je kontrolovaný každý záznam tabuľky *tintable_optimizing_info_iternum*. V prípade, že jeden z trojuholníkov (tvoriacich konvexný obal *Q1*), ktorým bola čerstvo preklopená spoločná strana, patrí do inej dvojice adeptov na preklápanie spoločnej strany (tvoriacich konvexný obal *Q2*) (obr. 18), tejto dvojici je upravená hodnota stavu (*status*) z 1 na 0. Týmto spôsobom je dosiahnutá čo najväčšia možná optimalizácia pôvodnej konfigurácie trojuholníkov v rámci jednej iterácie.



Obr. 18 Priorita v preklápaní strany ($\text{delta_sum}Q1 > \text{delta_sum}Q2$). Strana trojuholníkov tvoriacich Q1 sa preklopí skôr, a tak strana trojuholníkov tvoriacich Q2 sa nemôže preklopiť

Tabuľka *tintable_iterations_info* obsahuje stĺpce s názvami a dátovými typmi *iternum* (integer), *mean_angle_before* (float8), *stddev_angle_before* (float8), *min_angle_before* (float8), *max_angle_before* (float8), *mean_angle_after* (float8), *stddev_angle_after* (float8), *min_angle_after* (float8), *max_angle_after* (float8), *flip_count* (integer). Záznamy tejto tabuľky štatisticky charakterizujú stav konfigurácie TIN pred optimalizačnou iteráciou a po optimalizačnej iterácii. V stĺpci *iternum* je uložené číslo iterácie dostupné z rovnomenného vstupného parametra funkcie *TIN_LocalOptimizingIter*, stĺpce *mean_angle_before* / *after* uchovávajú priemer uhlov medzi normálami (normálou roviny trojuholníka a odhadovanou normálou v ťažisku) každého trojuholníka pred (*before*) a po (*after*) iterácii. Podobne, stĺpce *stddev_angle_before* / *after* uchovávajú smerodajnú odchýlku uhlov, stĺpce *min_angle_before* / *after* uchovávajú minimálnu odchýlku normál zo všetkých odchýlok v rámci celej TIN, stĺpce *max_angle_before* / *after* uchovávajú maximálnu odchýlku normál zo všetkých odchýlok v rámci celej TIN. Stĺpec *flip_count* informuje o počte dvojíc trojuholníkov, ktorých spoločná strana sa v danej iterácii preklopila.

4.1.3 *pg3angles* v praxi

V tejto stati demonštrujeme použitie *pg3angles* na konkrétnych príkladoch SQL príkazov. Ovládanie *pg3angles* je jednoduché a osvojí si ho aj menej zdatný užívateľ SQL. Začneme iniciálnou fázou – tvorbou nepravidelnej trojuholníkovej siete a jej prispôbeniu vzhľadom na koncepciu *pg3angles* a skončíme jej optimalizáciou. Jednotlivé príklady môžu na seba nadväzovať.

Príklad 1

Úloha: tvorba TIN z PDBP a jej iniciálna úprava pre používanie v *pg3angles*

K dispozícii máme vrstvu (tabuľku) podrobného diskrétného bodového poľa s názvom *pdbp*, ktorej jeden riadok zodpovedá jednému bodu. Geometria každého bodu je typu *POINT Z* a je uložená v atribúte s názvom *geometria*. Meno vrstvy obsahujúcej trojuholníky bude *tin*. Danú úlohu zrealizujeme zadaním príkazov:

```
SELECT TIN_CreateFromPointsDT ('tin', 'pdbp', 'geometria');  
SELECT TIN_EditNeighboursInfo('tin');
```

Výsledkom je tabuľka *tin* naplnená trojuholníkmi typu *TRIANGLE ZM* so známymi topologickými charakteristikami a tabuľka *tin_points* s vrcholovými bodmi trojuholníkov TIN taktiež so známymi topologickými charakteristikami (poľom identifikátorov trojuholníkov *triangles*, ktorým patria).

Príklad 2

Úloha: výpočet výmery modelovaného územia

K dispozícii máme vrstvu *tin*, ktorá je výsledkom *príkladu 1*. Danú úlohu zrealizujeme zadaním príkazu:

```
SELECT Sum(TIN_Area3D(geom)) AS vymera FROM tin;
```

Výsledkom je jednoriadková tabuľka so stĺpcom *vymera* a kalkulovanou hodnotou. Funkcia *Sum* je tzv. agregáčna funkcia štandardne dostupná v PostgreSQL, ktorá počíta sumu výsledkov vstupujúceho príkazu.

Príklad 3

Úloha: zistenie priemerného sklonu územia

K dispozícii máme vrstvu *tin*, ktorá je výsledkom *príkladu 1*. Danú úlohu zrealizujeme zadaním príkazu:

```
SELECT Sum(TIN_SlopeOfTriangle(geom) * TIN_Area3D(geom)) /  
Sum(TIN_Area3D(geom)) AS priemerny_sklon FROM tin;
```

Výsledkom je jednoriadková tabuľka so stĺpcom *priemerny_sklon* a kalkulovanou hodnotou.

Príklad 4

Úloha: vrátenie stranovo-susedných trojuholníkov niektorého trojuholníka

K dispozícii máme vrstvu *tin*, ktorá je výsledkom *príkladu 1*. Chceme získať susedov trojuholníka s identifikátorom *tid* = 10. Danú úlohu zrealizujeme zadaním príkazu:

```
WITH cte AS (SELECT TIN_GetNeighboursTids(geom) AS stids FROM tin  
WHERE TIN_GetTid(geom) = 10)  
SELECT ST_AsText(geom) AS susedia FROM tin, cte  
WHERE TIN_GetTid(geom) IN (stids[1], stids[2], stids[3]);
```

Výsledkom je 0-/1-/2-riadková alebo 3-riadková tabuľka so stĺpcom *susedia*, ktorých hodnoty predstavujú *WKT* reprezentáciu susedných trojuholníkov. V príkaze sa objavuje SQL štruktúra *WITH* s názvom *cte*. Jej názov je ľubovoľný, no v tomto prípade zvolený v zmysle skratky slov *Common Table Expressions*, čo zjednodušene v PostgreSQL predstavuje dočasne vytvorenú tabuľku s totožným názvom *cte*, na ktorú sa dá bežným spôsobom dopytovať. Funkcia *ST_AsText* je funkciou PostGIS, ktorá prevádza binárny tvar geometrie do *WKT* podoby.

Príklad 5

Úloha: vrátenie trojuholníkov spoločných bodu

K dispozícii máme vrstvy *tin* a *tin_points*, ktoré sú výsledkom *príkladu 1*. Chceme získať všetky trojuholníky, ktoré majú spoločný vrcholový bod. Týmto bodom bude tretí bod trojuholníka s identifikátorom *tid* = 10. Danú úlohu zrealizujeme zadaním príkazu:

```
SELECT ST_AsText(unnest(TIN_PntCommonTriangles(geom, 'tin', 3)))
AS spolocne_trojuholniky FROM tin WHERE TIN_GetTid(geom) = 10;
```

Výsledkom je tabuľka so stĺpcom *spolocne_trojuholniky*, kde sú uvedené *WKT* reprezentácie každého jedného trojuholníka spoločného dotknutému bodu. Funkcia *unnest* je štandardnou funkciou PostgreSQL, ktorá prevádza prvky poľa na riadky tabuľky (keďže funkcia *TIN_PntCommonTriangles* vracia pole trojuholníkov).

Príklad 6

Úloha: odhadovaná výška v ťažisku trojuholníkov

K dispozícii máme vrstvy *tin* a *tin_points*, ktoré sú výsledkom *príkladu 1*. Danú úlohu zrealizujeme zadaním príkazu:

```
SELECT TIN_GetTid(geom) AS tid, TIN_QuasiQuadraticZ(geom,
TIN_PntCommonTriangles(geom, 'tin', 1),
TIN_PntCommonTriangles(geom, 'tin', 2),
TIN_PntCommonTriangles(geom, 'tin', 3),
TIN_Centroid(geom)) AS vyska_v_tazisku FROM tin;
```

Výsledkom je tabuľka so stĺpcami *tid* a *vyska_v_tazisku* s príslušnými hodnotami pre každý trojuholník z *tin*.

Príklad 7

Úloha: identifikácia svahov so sklonom nad 5° orientovaných na juh a ich export do novej vrstvy (tabuľky)

K dispozícii máme vrstvu *tin*, ktorá je výsledkom *príkladu 1*. Úloha spočíva vo vytvorení novej tabuľky *juznesvahy*, ktorá bude pozostávať z jedného atribútu typu *geometry* s názvom *geometria*. Následne bude táto tabuľka naplnená výsledkom selekcie trojuholníkov spĺňajúcich zadané kritériá. Danú úlohu zrealizujeme zadaním príkazov:

```
CREATE TABLE juznesvahy (geometria geometry);
INSERT INTO juznesvahy
SELECT geom FROM tin
WHERE TIN_SlopeOfTriangle(geom) > 5 AND
(TIN_AspectOfTriangle(geom) > 315 OR
TIN_AspectOfTriangle(geom) < 45);
```

Príklad 8

Úloha: vykonanie troch iteračných cyklov optimalizácie TIN

K dispozícii máme vrstvy *tin* a *tin_points*, ktoré sú výsledkom príkladu 1. Danú úlohu zrealizujeme zadaním príkazov:

```
SELECT TIN_LocalOptimizingIter('tin', 1);  
SELECT TIN_LocalOptimizingIter('tin', 2);  
SELECT TIN_LocalOptimizingIter('tin', 3);
```

Výsledkom je optimalizovaná *tin* a sprievodné tabuľky *tin_details_before_iteration_1*, *tin_details_before_iteration_2*, *tin_details_before_iteration_3*, *tin_optimizing_info_1*, *tin_optimizing_info_2*, *tin_optimizing_info_3* a *tintable_iterations_info*. Detailnejší opis algoritmu nájdeme pri charakteristike funkcie *TIN_LocalOptimizingIter* v stati 4.1.2.2. Analýzu výsledkov optimalizácie ponúka nasledujúca kapitola.

4.2 Zhodnotenie optimalizácie TIN

Kvôli objektívnosti hodnotenia dosiahnutých výsledkov optimalizácie nepravidelnej trojuholníkovej siete algoritmom ponúkaným v nástroji *pg3angles* sme pomocou TIN modelovali tzv. etalónovú plochu, ktorej predpis funkcie $z = f(x, y)$ poznáme. To nám umožnilo pre každý trojuholník siete exaktne porovnať odchýlku normály jeho roviny s normálou určenou vzhľadom na etalónovú plochu v súradniciach x_T , y_T ťažiska trojuholníka. Keďže poznáme predpis funkcie (2) definujúcej etalónovú plochu, súradnice x , y vektora normály dokážeme vyčísliť zo vzťahov získaných priamou deriváciou predpisu etalónu (podľa x , podľa y) a prenásobením výsledných hodnôt mínus jednotkou.

Predpis etalónovej plochy nášho záujmu sme prevzali z práce (Feciskanin, 2009). Analytický tvar jej definujúcej funkcie je

$$\begin{aligned} z = & a_{10} [\cos(a_{11}x) + \cos(a_{12}x)] + \\ & + a_{20} [\cos(a_{21}y) + \cos(a_{22}y)] + \\ & + a_{30} [\cos(a_{31}x^2 + a_{32}y^2) + \cos(a_{33}x^2 + a_{34}y^2 - a_{35})] + \\ & + a_{40} [\sin(a_{41}x) + \cos(a_{42}y) + \sin(a_{43}x) + \cos(a_{44}y)] + \\ & + a_{50} [\sin(a_{51}y^2 + a_{52}x + a_{53}y - a_{54})] + \\ & + a_{60}x^2y^4 - a_{61}x^4 + a_{62}y^4 - a_{63}x^2 - a_{64}y^2 + a_{65} \end{aligned} \quad (69)$$

Hodnoty koeficientov a_{ij} sú zrejmé z tab. 1.

Tab. 1 Koefficienty etalónovej funkcie

	a_{ij}	j					
		0	1	2	3	4	5
i	1	7	0,006	0,008			
	2	12	0,01	0,015			
	3	15	$8 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-5}$	$1,2 \cdot 10^{-5}$	$2,5 \cdot 10^{-5}$	0,8
	4	3	0,025	0,018	0,018	0,01	
	5	45	$1 \cdot 10^{-5}$	0,005	0,003	0,3	
	6	$5 \cdot 10^{-16}$	$4 \cdot 10^{-10}$	$8 \cdot 10^{-10}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$	600

Relevantným územím celej plochy definovanej uvedeným predpisom bola oblasť spadajúca do štvorca, v ktorom súradnice x a y sú z intervalu $\langle -600; 600 \rangle$. Jeden dielik na súradnicových osiach zodpovedá dĺžke $1m$. Os x smeruje na východ, os y smeruje na sever. Hodnota výšky z na danom území variuje v rozmedzí od $387m$ do $676m$. Sú tu dva vrcholové body, štyri sedlové body a jeden menej výrazný depresný bod. Maximálna hodnota sklonu dosahuje $47,2^\circ$. Morfometrickú analýzu exaktného modelu etalónovej plochy sme realizovali prostredníctvom počítačovej aplikácie SURFER. Výstupy ponúkame v podobe mapových príloh (mapy 1, 2, 3, 4).

4.2.1 Postupnosť prác

Na predmetnom území sme nástrojmi geografického informačného systému ArcGIS automatizovane s následným manuálnym zásahom zvolili 1 322 bodov tak, aby boli diferencované čo najreprezentatívnejšie. Osobitný dôraz sme kládli na to, aby body v dostatočnom počte lícovali s izočiarami $D_2 = 0$ a taktiež, aby zachytávali singulárne body územia. Polohu izočiara $D_2 = 0$ sme určili pomocou aplikácie SURFER.

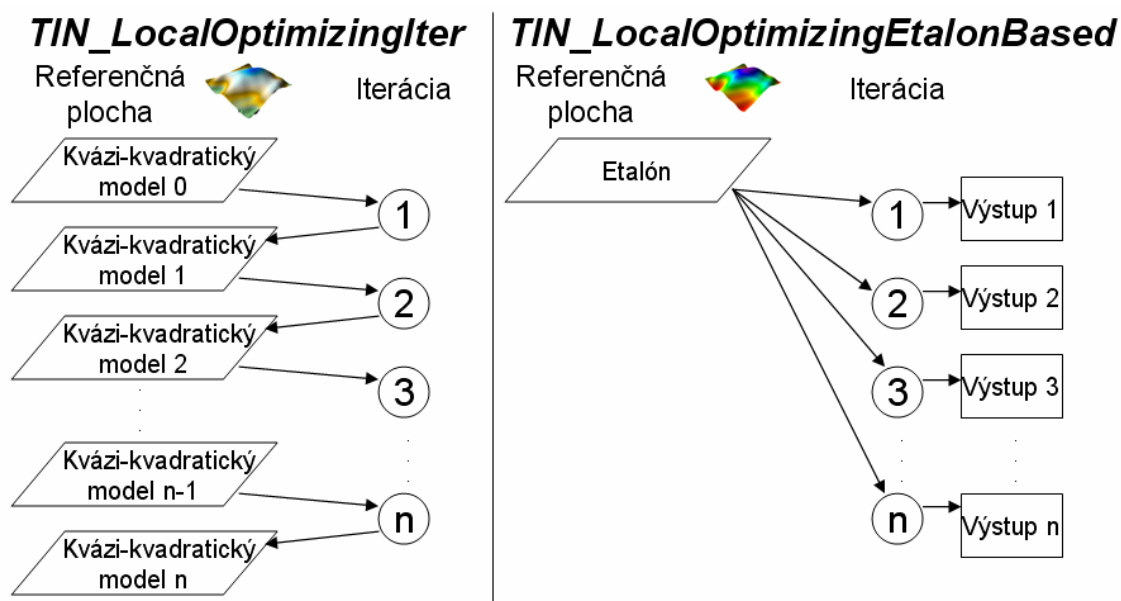
Pripravené PDBP sme vložili ako vrstvu (tabuľku) do databázového systému PostgreSQL. Z neho sme vygenerovali Delaunayovou trianguláciou nepravidelnú trojuholníkovú sieť a určili jej topologické charakteristiky spôsobom totožným s príkladom 1 v stati 4.1.3. Bolo vygenerovaných 2 619 trojuholníkov.

Následne sme prešli k testovaniu naprogramovaných nástrojov na optimalizáciu TIN. Keďže efektivitu a korektnosť navrhnutého optimalizačného algoritmu pred nami nikto nikdy nezhodnotil, zákonite sme po pár analýzach jeho výstupov začali s jeho ladením. S každou vylepšenou verziou a výstupmi z nej sme ruka v ruke získavali ďalšie empirické poznatky o fungovaní algoritmu. Aj keď sme testovali viacero verzií algoritmu, jedna vec ostala tá istá, a tou je postupnosť jednotlivých procesov jednej

iterácie. Vznikla tak akási šablóna nadväzujúcich procesov (v súlade s charakteristikou funkcie *TIN_LocalOptimizingIter* v stati 4.1.2.2):

1. tvorba a naplnenie tabuľky *tintable_details_before_iteration_iternum*,
2. tvorba a naplnenie tabuľky *tintable_optimizing_info_iternum*,
3. úprava tabuľky *tintable_optimizing_info_iternum* tak, aby optimalizačná iterácia bola čo najefektívnejšia,
4. Samotné preklápanie strán a editácia pôvodnej TIN (tabuľky *tintable*). Súčasne s tým editácia tabuľky *tintable_points* vzhľadom na nový stav siete,
5. Počítanie štatistických ukazovateľov iterácie optimalizácie a ich vklad do tabuľky *tintable_iterations_info*.

Nakoniec sme pripravili dva optimalizačné algoritmy a rozhodli sa zhodnotiť ich výstupné TIN. Odlišnosti týchto algoritmov sú v rôznom chápaní tzv. referenčných plôch (obr. 19). Referenčnou plochou myslíme model, voči ktorému optimalizujeme TIN. V našom prípade ide buď o kvázi-kvadratický model TIN, alebo o exaktný model etalónovej plochy.



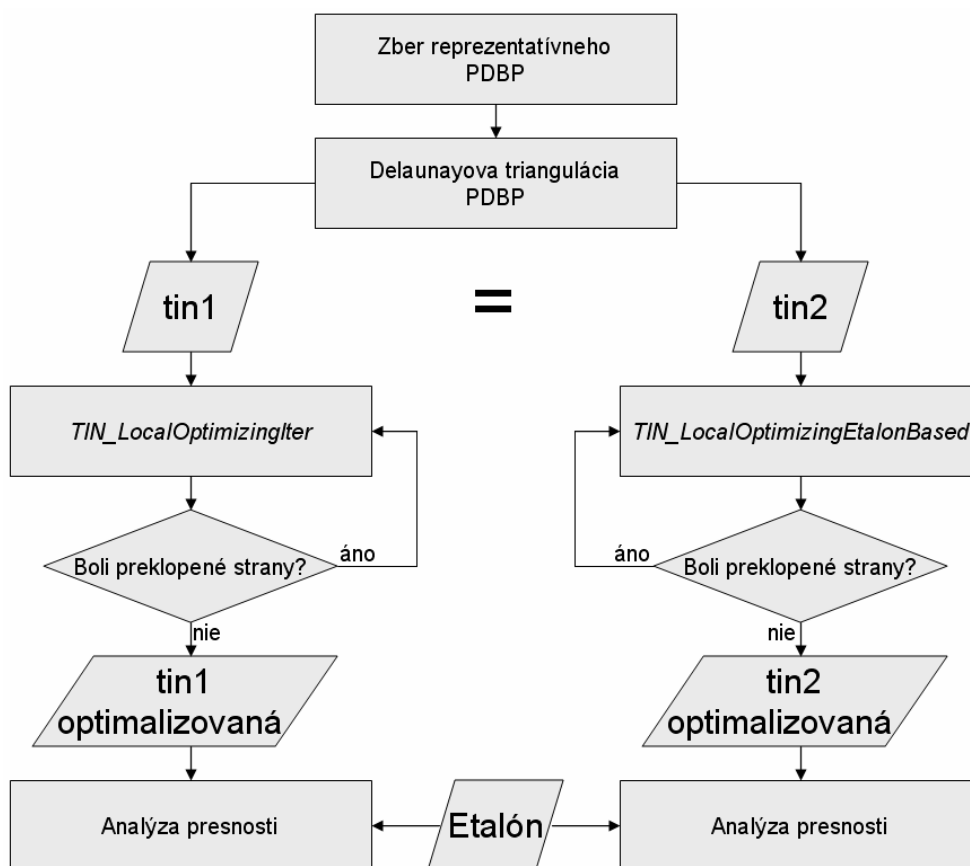
Obr. 19 Princíp optimalizačných algoritmov

Prvý algoritmus predstavuje už pertraktovanú funkciu *TIN_LocalOptimizingIter*. TIN je v n -tej iterácii optimalizovaná voči referenčnej ploche danej kvázi-kvadratickým modelom trojuholníkovej siete optimalizovanej v iterácii $n-1$. V prípade iterácie $n = 1$ je TIN optimalizovaná vzhľadom na kvázi-kvadratický model pôvodnej podoby TIN.

Tento algoritmus optimalizuje TIN vždy iba vzhľadom na odhadovaný priebeh modelovanej plochy, čo je využívané v praxi pri modelovaní georeliéfu, ktorého analytický predpis nepoznáme.

Druhý algoritmus sme nazvali *TIN_LocalOptimizingEtalonBased*. Ide o ideálny prípad optimalizácie, kedy v každej iterácii je TIN optimalizovaná voči referenčnej ploche danej exaktným modelom etalónovej plochy.

Po optimalizácii sme mohli prejsť k analýze presnosti výstupov. Porovnali sme medzi sebou hodnoty odchýlok normál trojuholníkov od exaktne určených normál v ťažiskách a taktiež od odhadovaných normál v ťažiskách. Vykonali sme morfometrickú analýzu modelovanej etalónovej plochy pomocou TIN. Určili sme sklony trojuholníkov v smere spádových kriviek a orientácie voči svetovým stranám.



Obr. 20 Vývojový diagram prác

4.2.2 Zhodnotenie optimalizovaných TIN

Pôvodnú TIN (nazvime ju *tin1*) sme najskôr optimalizovali prostredníctvom algoritmu *TIN_LocalOptimizingIter*. Optimalizáciu sme realizovali vo viacerých iteráciách. Na základe kontroly tabuľky *tin1_iterations_info* sme zistili zaujímavú

skutočnosť. Daná TIN nikdy nedosiahne konečný stav optimalizácie, t.j. TIN sa vyznačuje periodickosťou stavov po optimalizačných iteráciách. Spôsobujú to štyri trojuholníky tvoriace dva konvexné štvoruholníky, ktorých diagonála sa zakaždým mení. Dané dvojice trojuholníkov nemajú spoločnú stranu, avšak ich konvexné štvoruholníky sa dotýkajú v jednom bode. Keďže odhad normály v ťažisku trojuholníka k závisí okrem trojuholníka k aj od trojuholníkov susedných každému vrcholovému bodu trojuholníka k , uvedené dvojice sa navzájom ovplyvňujú pri odhadovaní normál, čo priamo vplýva na zvolené optimalizačné kritérium. Jedna optimálna konfigurácia prvej dvojice iniciuje preklopenie strany druhej dvojice. Avšak, to spôsobí narušenie optimálnej konfigurácie prvej dvojice, ktorá sa počas nasledujúcej iterácie preklopí a narúša optimálnu konfiguráciu druhej dvojice. Trojuholníky by sa takýmto spôsobom preklápali do nekonečna. Treba ale podotknúť, že predmetné trojuholníky sa nachádzajú na okraji TIN a ich tvar nie je vôbec reprezentatívny. Odhliadnuc od týchto „toxických“ trojuholníkov by sieť bola vzhľadom na rozloženie PDBP a metódy optimalizácie lokálne optimálna.

Po prvej iterácii bolo vymenených 78 strán. Nasledovala druhá iterácia, počas ktorej bolo preklopených 13 strán. V tretej iterácii boli preklopené 2 strany. Jedna zo strán bola diagonálou štvoruholníka definovaného jednou zo spomínaných dvojíc trojuholníkov. Až po štvrtej iterácii nastáva periodicitu. Tab. 2 ponúka hodnoty štatistických ukazovateľov počítaných pre celú sieť po jednotlivých iteračných krokoch. Postupnosť zmien konfigurácie trojuholníkov zachytáva prílohová mapa 11.

Tab. 2 Štatistické ukazovatele optimalizácie *tin1* po jednotlivých iteráciách

Iterácia	Priemerný uhol (°)	Smerodajná odchýlka (°)	Minimálny uhol (°)	Maximálny uhol (°)	Preklopené strany	Priemerná odchýlka od exaktných normál (°)
0	3,7088	11,5899	0,0173	174,4913	-	5,662
1	3,7015	11,6435	0,0173	175,2804	78	5,72
2	3,6029	10,7822	0,0173	173,9770	13	5,713
3	3,6403	11,2016	0,0173	175,0094	2	5,7126
4	3,6123	11,0923	0,0173	174,2535	2	5,731

Po realizácii optimalizácie sme neboli veľmi spokojní. Počty lokálne optimalizovaných dvojíc sa nám zdali malé vzhľadom na celkový počet riadkov tabuľky *tin_optimizing_info_iternum*. Riadky reprezentujú dvojice susedných trojuholníkov

tvoriace konvexný štvoruholník, ktoré vstupujú do testovania v rámci jednej iterácie. Do testovania v prvej iterácii vstúpilo až 3 425 dvojíc, resp. strán. V ďalšej iterácii bolo testovaných 3 351 strán, v tretej iterácii 3 337. Na tejto hodnote sa počet strán trojuholníkov tvoriacich konvexný štvoruholník ustálil, a teda bez zmeny vystupuje v ďalších iteráciách.

Našu nespokojnosť potvrdil výsledok výpočtu priemeru odchýlok normál trojuholníkov voči exaktne určeným normálam po jednotlivých iteráciách. Zistili sme, že namiesto očakávaného poklesu priemernej hodnoty nastal každou iteráciou jej nárast. Pred prvou iteráciou bola priemerná hodnota odchýlky $5,662^\circ$, po prvej iterácii stúpla na $5,72^\circ$. Po druhej iterácii mierne klesla na $5,713^\circ$, po tretej nastal minimálny pokles na štvrtom desatinnom mieste na $5,7126^\circ$, po štvrtej sa zvýšil na $5,731^\circ$. Posledné dve z uvedených hodnôt by sa cyklicky striedali pri hodnotení ďalších iterácií.

Tab. 2 odhaľuje ďalšiu zaujímavosť, a tou sú hodnoty priemeru odchýlok normál trojuholníkov a odhadovaných normál. Pred prvou iteráciou bol priemer určený na $3,709^\circ$, po prvej iterácii klesol na $3,701^\circ$, po druhej iterácii klesol na $3,603^\circ$, po tretej iterácii paradoxne stúpol na $3,64^\circ$. Po štvrtej iterácii klesol na $3,612^\circ$. Posledné dve hodnoty sa cyklicky striedajú po ďalších iteráciách.

Otestovali sme aj priemernú hodnotu odchýlok normál trojuholníkov od exaktne určených normál, ale len na trojuholníkoch, ktorých ťažiská spadajú do oblasti danej súradnicami $x_{min} = -550$, $x_{max} = 550$, $y_{min} = -550$, $y_{max} = 550$. Chceli sme eliminovať vplyv vysokých odchýlok normál nesprávne konfigurovaných trojuholníkov. Pred optimalizáciou dosahoval priemer odchýlok normál hodnotu $4,412^\circ$, po štvrtej iterácii minimálne stúpol na hodnotu $4,413^\circ$, čo nebolo pozitívne.

Na rovnakej zmenšenej oblasti sme otestovali priemernú hodnotu odchýlok normál trojuholníkov od odhadovaných normál v ťažiskách. Pred optimalizáciou priemer dosahoval hodnotu $1,957^\circ$, po optimalizácii stúpol na $1,971^\circ$.

S takýmito výsledkami sme nemohli byť spokojní a pristúpili sme preto k optimalizácii prvotného stavu TIN (nazvime ju *tin2*) pomocou algoritmu *TIN_LocalOptimizingEtalonBased*. Optimalizáciu sme taktiež realizovali vo viacerých iteráciách. Kontrola tabuľky *tin2_iterations_info* bola kľúčová pri rozhodovaní, či ďalej optimalizovať. V siedmej iterácii už nebola preklopená žiadna strana, a teda po šiestej iterácii sme dosiahli lokálne optimalizovanú TIN.

Prvotný pohľad na výsledky nás milo prekvapil. Po prvej iterácii bolo vymenených až 642 strán z 3 425 možných. Druhá iterácia optimalizovala 285 dvojíc trojuholníkov z 2 907 možných, tretia iterácia 95 z 2 664. V štvrtej iterácii klesol počet preklopených strán na 21 z 2 608 možných, v piatej na 3 z 2 589, v šiestej na 2 z 2 586 až napokon v siedmej iterácii sa ani jedna z testovaných 2 585 strán nepreklopila. Tab. 3 ponúka vybrané štatistické charakteristiky jednotlivých iteračných krokov a mapa 12 v prílohe zase vizuálne objasňuje postupnosť výmen strán.

Tab. 3 Štatistické ukazovatele optimalizácie *tin2* po jednotlivých iteráciách

Iterácia	Priemerný uhol (°)	Smerodajná odchýlka (°)	Minimálny uhol (°)	Maximálny uhol (°)	Preklopené strany
0	5,6621	9,2567	0,1250	119,4562	-
1	5,2750	8,9137	0,0895	117,8273	642
2	5,1266	8,8640	0,0607	117,8273	285
3	5,0910	8,8700	0,0607	117,8273	95
4	5,0856	8,8699	0,0607	117,8273	21
5	5,0850	8,8699	0,0607	117,8273	3
6	5,0847	8,8700	0,0607	117,8273	2
7	5,0847	8,8700	0,0607	117,8273	0

Potešili nás aj hodnoty priemerných uhlov odchýlok normál trojuholníkov voči exaktne určeným normálam. Pred prvou iteráciou zaznamenávame hodnotu priemeru 5,662°, po prvej iterácii vidíme pokles na 5,275°. Po druhej iterácii poklesla hodnota na 5,127°, po tretej na 5,091°, po štvrtej na 5,086°, po piatej na 5,085°, po šiestej zaznamenávame pokles na štvrtom desatinnom mieste na 5,084 7°. Na tejto hodnote optimalizácia skončila.

Taktiež nás zaujímala priemerná hodnota odchýlok normál trojuholníkov od exaktne určených normál s elimináciou nesprávne konfigurovaných okrajových trojuholníkov. Hodnota priemeru odchýlok normál trojuholníkov, ktorých ťažiská spadajú do oblasti danej súradnicami $x_{min} = -550$, $x_{max} = 550$, $y_{min} = -550$, $y_{max} = 550$ pred iteráciou je už známa, a to 4,412°. Po šiestej iterácii táto hodnota klesla na 3,892°.

Zo zvedavosti sme ešte zisťovali, akým spôsobom sa zmenila priemerná odchýlka normál trojuholníkov od odhadovaných normál v ťažiskách. Chceli sme dôjsť na to, v akej miere sa odlišuje optimalizácia na základe referenčnej plochy danej kvázi-kvadratickým modelom a referenčnej plochy danej exaktným predpisom. Pred optimalizáciou dosahoval priemer hodnotu 1,957°, po optimalizácii stúpol

na $2,232^\circ$. Priebeh rozdielov výšok určených exaktne z predpisu etalónovej plochy a výšok určených z kvázi-kvadratického modelu optimalizovanej TIN je zrejmý z mapy 18 v prílohe.

Zaujal nás aj vývoj hodnôt smerodajnej odchýlky v tab. 3. Tieto hodnoty variujú v rozpätí od $8,864^\circ$ do $9,2567^\circ$ bez ohľadu na číslo iterácie. Na vrub to dávame zvolenému optimalizačnému kritériu, ktoré je založené na hľadaní minimálnej sumy uhlov medzi normálami dvoch a dvoch susedných trojuholníkov tvoriacich jeden konvexný štvoruholník. Vďaka tomu môže dôjsť k optimalizačným prípadom, kedy sa zvýši odchýlka normály jedného trojuholníka, no markantne sa zníži odchýlka normály druhého trojuholníka, takže ich suma je menšia oproti pôvodnej konfigurácii. Vtedy sa zvyšuje hodnota smerodajnej odchýlky.

Keďže optimalizácia nepravidelnej trojuholníkovej siete *tin1* nepodala očakávané výsledky, morfometrickú analýzu sme vykonali len z optimalizovanej *tin2* (mapa 13) a neoptimalizovaného stavu TIN zodpovedajúcemu Delaunayovej triangulácii (mapa 6). Priestorovú diferenciáciu hodnôt výšok, sklonov v smere spádnic a orientácií voči svetovým stranám trojuholníkov oboch TIN môžeme porovnať s exaktne vyčíslenými hodnotami týchto parametrov vďaka priloženým mapám 2, 3, 4, 7, 8, 9, 14, 15, 16,.

4.2.3 Zhodnotenie optimalizačného algoritmu

Na základe empirického skúmania dosiahnutých výsledkov a prehlbovania znalostí o metodických postupoch optimalizačných algoritmov si dovoľujeme tvrdiť, že algoritmus *TIN_LocalOptimizingIter* v podobe, v akej bol navrhnutý, je na optimalizáciu TIN nevhodný. Nevhodným ho robí spôsob odhadovania normály v ťažiskách trojuholníkov.

Kvázi-kvadratický model určuje vo svojej podstate zakrivenú aproximačnú plochu kmeňového trojuholníka na základe tvaru susedných trojuholníkov, ktoré majú s kmeňovým trojuholníkom spoločnú stranu alebo vrchol. Tu narážame na problém. Z opačného garde, zmenou plochy niektorého kmeňového trojuholníka zákonite ovplyvňujeme aproximačné plochy jeho susedných trojuholníkov, čo sa prejaví v parciálnych deriváciách ich interpolačnej funkcie a ako dôsledok môže vyvolať neočakávané komplikácie pri optimalizácii. Príkladom je optimalizácia *tin1*. V rámci jednej optimalizačnej iterácie by sa nemal meniť tvar referenčnej plochy po jednotlivých preklopeniach strán, čo však algoritmus *TIN_LocalOptimizingIter*

nedodržiava. Vhodným riešením pri odhadovaní normál v ťažiskách by bolo určovanie parciálnych derivácií interpolačnej plochy nezávislej od konfigurácie trojuholníkov. Príkladom môže byť určovanie interpolačných plôch len z bodov ležiacich v rámci pevne stanovenej vzdialenosti od ťažiska.

Z hľadiska štruktúry výpočtového procesu algoritmu je navrhnutá funkcia *TIN_LocalOptimizingIter* hodnotená pozitívne. Šablóna nadväznosti podprocesov opísaná v stati 4.2.1 je vhodná na použitie v iných optimalizačných algoritmoch, čo sme dokázali jej aplikáciou na algoritmus *TIN_LocalOptimizingEtalonBased*. Tento algoritmus podal pozitívne výsledky. Jeho nevýhodou je však závislosť na analytickej funkcii predpisujúcej etalónovú plochu, čím stráca univerzálnosť. Navyše, v praxi pri modelovaní georeliéfu nikdy nepoznáme analytický tvar definičnej funkcie topografickej plochy georeliéfu, a teda daný algoritmus nemožno použiť na optimalizáciu TIN modelujúcej topologickú plochu georeliéfu.

Záver

Môžeme konštatovať, že predložená diplomová práca naplnila svoje vytýčené ciele. Výstupom prvého cieľa je verifikovaná extenzia *pg3angles*, ktorá zahŕňa niekoľko významných funkcií na prácu s nepravidelnými trojuholníkovými sieťami v prostredí databázového systému PostgreSQL a PostGIS. Vo verzii 1.0 ponúka funkcie riešiace topológiu TIN, základy morfometrickej analýzy TIN a základné metódy optimalizácie TIN. Bolo uvedených niekoľko praktických príkladov ozrejmujuúcich manipuláciu s *pg3angles* v SQL. Výstupy funkcií *pg3angles* (trojuholníkové siete ako výsledky optimalizačných algoritmov, vrstevnice generované z TIN, morfometrické parametre vyčíslené z plôch trojuholníkov) boli využité pri tvorbe prílohových máp 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18..

Výstupom druhého cieľa je analýza optimalizačných možností predkladaného softwarového riešenia. Na základe výsledkov optimalizácie sme došli na niektoré nedostatky implementovaného optimalizačného algoritmu. Tieto nedostatky však nie sú na škodu. Podnecujú nás k vývoju dokonalejších algoritmov optimalizácie. Na druhej strane, pozitívom navrhnutého riešenia je fakt, že pri ďalšom zdokonaľovaní sa o toto riešenie môžeme oprieť – najmä o šablónu determinujúcu postupnosť výpočtových podprocesov. Okrem počítačového programu sa môžeme oprieť aj o získané empirické skúsenosti, ktoré sú pre nás neoceniteľné a kreujú jasný smer výskumu.

Navrhnutú aplikáciu *pg3angles* si nechceme nechať iba pre seba. Plánujeme ju ponúknuť na využívanie, študovanie a zdokonaľovanie študentom, výskumníkom či len zariadencom modelovania georeliéfu pomocou nepravidelných trojuholníkových sietí. Máme v pláne ju vypustiť pod *open-source* licenciou *GNU General Public Licence* umožňujúcou voľné sťahovanie, šírenie a zdokonaľovanie. Na testovacie účely zatiaľ ponúkame súbory potrebné na inštaláciu a prácu s *pg3angles* v rámci systému PostgreSQL a PostGIS. K dispozícii nie je zdrojový kód. Balík uvedených súborov je dostupný na webovej stránke <https://github.com/KaliGIS/pg3angles1.0>.

Zoznam použitej literatúry

ALBOUL, L. 2000. Best data-dependent triangulations. In *Journal of Computational and Applied Mathematics*. ISSN 0377-0427, vol. 119, no. 1-2, p. 1-12.

ALBOUL, L. 2003. Optimising triangulated polyhedral surfaces with self-intersections. In *Mathematics Of Surfaces, Proceedings*. ISSN 0302-9743. vol. 2768, p. 48-72.

DORZAN, M.G. et al. 2012. Approximations on Minimum Weight Triangulations and Minimum Weight Pseudo-Triangulations Using Ant Colony Optimization Metaheuristic. In *Fundamenta Informaticae*. ISSN 0169-2968, vol. 119 no. 1, p. 1-27.

FECISKANIN, R. 2005. Polohová a numerická presnosť modelovania georeliéfu pomocou nepravidielných trojuholníkových sietí : diplomová práca. Bratislava : Katedra kartografie, geoinformatiky a DPZ PriF UK, 2005. 94 s.

FECISKANIN, R. 2009. Optimalizácia nepravidielných trojuholníkových sietí pre modelovanie georeliéfu : dizertačná práca. Brno : Masarykova univerzita, 2009. 132 s.

FECISKANIN, R. a IRING, M. 2013. Porovnanie zjednodušovania modelov georeliéfu vybranými algoritmami. In *Geodetický a kartografický obzor*. ISSN 1805-7446, roč. 59/101, č. 2, s. 25-31.

GARLAND, M. and HECKBERT, P.S. 1995. Fast Polygonal Approximation of Terrains and Height Fields. Pittsburgh : School of Computer Science, Carnegie Mellon University.

HEROUT, P. 2010. Učebnice jazyka C – 1. díl. 6. vydanie. České Budějovice : Kopp, 2010. 271 s. ISBN 978-80-7232-351-7.

KALIVODA, M. 2012. KDMR – Algoritmus automatizovanej tvorby trojuholníkových sietí a priameho výpočtu parciálnych derivácií 1. rádu : bakalárska práca. Bratislava : Prírodovedecká fakulta, Univerzita Komenského, 2012. 68 s.

KRCHO, J. a i. 1976. Digitálny model terénu na princípe automatizovanej tvorby trojuholníkovej siete a kreslenia vrstevníc : záverečná správa. št. výsk. úloha P-04-521-293-11 PROGRAM C230. Bratislava : Dopravoprojekt, 1976.

KRCHO, J. 1990. Morfometrická analýza a digitálne modely georeliéfu. Bratislava : Veda, 1990. 427s. ISBN 80-224-0018-1.

KRCHO, J. 2001. Modelling of georelief and its geometrical structure using DTM: positional and numerical accuracy. Bratislava : Q111 Publishers, 2001. 336 s. ISBN 80-85401-92-4.

LI, P. and ADAMS, M.D. 2013. A Tuned Mesh-Generation Strategy for Image Representation Based on Data-Dependent Triangulation. In *IEEE Transactions On Visualization And Computer Graphics*. ISSN 1077-2626, vol. 22, no. 5, p. 2004-2018.

MIČIETOVÁ, E. 2001. Geografický informačný systém (GIS): štruktúra, integrita, interoperabilita, implementácia. In *Úloha kartografie v geoinformačnej spoločnosti*. Plzeň : Západočeská univerzita, 2001. ISBN 80-7082-781-5.

MITÁŠOVÁ, H. a MITÁŠ, L. 1993. Interpolation by regularized spline with tension: I. Theory and implementation. In *Mathematical Geology*. ISSN 0882-8121, vol. 25, no. 6, p. 641-655.

MITÁŠ, L. a MITÁŠOVÁ, H. 1999. Spatial interpolation. *Geographical Information Systems*. no. 1, p. 481-492.

MITÁŠOVÁ, H. a HOFIERKA, J. 1993. Interpolation by regularized spline with tension: II. Application to terrain modeling and surface geometry analysis. In *Mathematical Geology*. ISSN 0882-8121, vol. 25, no. 6, p. 657-669.

PLAZA, A. et al. 2004. Mesh quality improvement and other properties in the four-triangles longest-edge partition. In *Computer Aided Geometric Design*. ISSN 0167-8396, vol. 21 no. 4, p. 353-369.

PLAZA, A. et al. 2009. Local refinement based on the 7-triangle longest-edge partition. In *Mathematics And Computers In Simulation*. ISSN 0378-4754, vol. 79, no. 8, p. 2444-2457.

PLAZA, A. et al. 2012. A local refinement algorithm for the longest-edge trisection of triangle meshes. In *Mathematics And Computers In Simulation*. ISSN 0378-4754, vol. 82, no. 12, p. 2971-2981.

POWELL, G. 2005. Beginning database design. Wrox, 2005. 504 s. ISBN 978-0764574900.

THE POSTGRESQL GLOBAL DEVELOPMENT GROUP. 1996-2014. PostgreSQL 9.3.4 Documentation. [Online]. [cit. 2014.4.30.]. Dostupné na internete: <<http://www.postgresql.org/docs/9.3/interactive/index.html>>.

THE POSTGIS DEVELOPMENT GROUP. 2014. PostGIS 2.1.0. Manual. [Online]. 694 p. [cit. 2014.4.30.]. Dostupné na internete: <<http://postgis.net/docs/manual-2.1/>>.

VALETTE, S. et al. 2008. Generic remeshing of 3D triangular meshes with metric-dependent Discrete Voronoi Diagrams. In *IEEE Transactions On Visualization And Computer Graphics*. ISSN 1077-2626, vol. 14. no, 2, p. 369-381.

VENCOVSKÝ, M. 1984. Aproximace obecných ploch matematickými modely s báзовou trojúhelníkovou sítí. In *Geodetický a kartografický obzor*. ISSN 0016-7096, roč. 30, č.12, s. 291-299.

Prílohy

Diagram 1 Hierarchia geometrických typov podľa štandardu *SFSQL*

Mapa 1 Etalónová plocha 2.5 D

Mapa 2 Vrstevnice etalónovej plochy

Mapa 3 Sklon etalónovej plochy v smere spádnic

Mapa 4 Orientácia etalónovej plochy voči svetovým stranám

Mapa 5 Lokalizácia vstupného podrobného diskrétného poľa pre tvorbu TIN

Mapa 6 Neoptimalizovaná TIN vygenerovaná Delaunayovou trianguláciou vzhľadom na etalónovú plochu

Mapa 7 Porovnanie priebehu vrstevníc vygenerovaných z neoptimalizovanej TIN s exaktne určenými vrstevnicami

Mapa 8 Sklon v smere spádnic určený z neoptimalizovanej TIN

Mapa 9 Orientácia voči svetovým stranám určená z neoptimalizovanej TIN

Mapa 10 Odchýlky normál neoptimalizovaných trojuholníkov

Mapa 11 Postup lokálnej optimalizácie tin1

Mapa 12 Postup lokálnej optimalizácie tin2

Mapa 13 Optimalizovaná TIN vzhľadom na etalónovú plochu

Mapa 14 Porovnanie priebehu vrstevníc vygenerovaných z optimalizovanej TIN s exaktne určenými vrstevnicami

Mapa 15 Sklon v smere spádnic určený z optimalizovanej TIN

Mapa 16 Orientácia voči svetovým stranám určená z optimalizovanej TIN

Mapa 17 Odchýlky normál optimalizovaných trojuholníkov

Mapa 18 Rozdiely medzi exaktne určenými výškami etalónovej plochy a výškami vyčíslenými z kvázi-kvadratického modelu optimalizovanej TIN