LAPORAN TUGAS BESAR 01

IF2123 ALJABAR LINEAR GEOMETRI

Kelompok JOJIKA

Disusun Oleh :

Jonathan Emmanuel Saragih	(13522121)
Satriadhikara Panji Yudisthira	(13522125)
Mohammad Andhika Fadillah	(13522128)

SEKOLAH TEKNIK ELEKTRO DAN INFORMATIKA - KOMPUTASI

INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG

DAFTAR ISI

DAFTAR ISI	**2**
BAB 1 DESKRIPSI MASALAH	**3**
BAB 2 TEORI SINGKAT	**6**
BAB 3 IMPLEMENTASI PUSTAKA & PROGRAM	**13**
BAB 4 EKSPERIMEN	**24**
BAB 5 PENUTUP	**42**
DAFTAR REFERENSI	**44**

BAB 1

DESKRIPSI MASALAH

Sistem persamaan linier (SPL) banyak ditemukan di dalam bidang sains dan rekayasa. Anda sudah mempelajari berbagai metode untuk menyelesaikan SPL, termasuk menghitung determinan matriks. Sembarang SPL dapat diselesaikan dengan beberapa metode, yaitu metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan ($x = A^{-1}b$), dan kaidah *Cramer* (khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Solusi sebuah SPL mungkin tidak ada, banyak (tidak berhingga), atau hanya satu (unik/tunggal).

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \qquad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Gambar 1. Eliminasi Gauss dilakukan dengan matriks eselon baris dan eliminasi Gauss-Jordan dengan matriks eselon baris tereduksi.

Di dalam Tugas Besar 1 ini, Kami diminta membuat satu atau lebih *library* aljabar linier dalam Bahasa Java. Library tersebut berisi fungsi-fungsi seperti eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, menentukan balikan matriks, menghitung determinan, kaidah Cramer (kaidah Cramer khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Selanjutnya, gunakan *library* tersebut di dalam program Java untuk menyelesaikan berbagai persoalan yang dimodelkan dalam bentuk SPL, menyelesaikan persoalan interpolasi, dan persoalan regresi.

A. Tujuan

1. Menemukan solusi SPL dengan metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan, dan kaidah Cramer
2. Menghitung determinan matriks dengan reduksi baris dan ekspansi kofaktor
3. Menghitung balikan matriks
4. Menyelesaikan persoalan interpolasi polinom, interpolasi bikubik, dan regresi linear berganda..

B. Spesifikasi

1. Program dapat menerima masukan (*input*) baik dari *keyboard* maupun membaca masukan dari *file text*. Untuk SPL, masukan dari *keyboard* adalah m, n, koefisien a_{ij} , dan b_i. Masukan dari *file* berbentuk matriks *augmented* tanpa tanda kurung, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi. Misalnya,

```
3 4.5 2.8 10 12
```

```
-3 7 8.3 11 -4
0.5 -10 -9 12 0
```

2. Untuk persoalan menghitung determinan dan matriks balikan, masukan dari *keyboard* adalah n dan koefisien a_{ij}. Masukan dari *file* berbentuk matriks, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi. Misalnya,

```
3 4.5 2.8
-3 7 8.3
0.5 -10 -9
```

Luaran (*output*) disesuaikan dengan persoalan (determinan atau invers) dan penghitungan balikan/invers dilakukan dengan metode matriks balikan dan adjoin.

3. Untuk persoalan interpolasi, masukannya jika dari *keyboard* adalah n, (x_0, y_0), (x_1, y_1), …, (x_n, y_n), dan nilai x yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari *file*, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung. Masukan kemudian dilanjutkan dengan satu buah baris berisi satu buah nilai x yang akan ditaksir menggunakan fungsi interpolasi yang telah didefinisikan. Misalnya jika titik-titik datanya adalah (8.0, 2.0794), (9.0, 2.1972), dan (9.5, 2.2513) dan akan mencari nilai y saat x = 8.3, maka di dalam *file text* ditulis sebagai berikut:

```
8.0 2.0794
9.0 2.1972
9.5 2.2513
8.3
```

4. Untuk persoalan regresi, masukannya jika dari *keyboard* adalah n (jumlah peubah x), m (jumlah sampel), semua nilai-nilai x_{1i}, x_{2i}, …, x_{ni}, nilai y_i, dan nilai-nilai x_k yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari *file*, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung.
5. Untuk persoalan SPL, luaran program adalah solusi SPL. Jika solusinya tunggal, tuliskan nilainya. Jika solusinya tidak ada, tuliskan solusi tidak ada, jika solusinya banyak, maka tuliskan solusinya dalam bentuk parametrik (misalnya $x_4 = -2$, $x_3 = 2s - t$, $x_2 = s$, dan $x_1 = t$).
6. Untuk persoalan polinom interpolasi dan regresi, luarannya adalah persamaan polinom/regresi dan taksiran nilai fungsi pada x yang diberikan. Contoh luaran untuk interpolasi adalah

$$f(x) = -0.0064x^2 + 0.2266x + 0.6762, \quad f(5) = \ldots$$

dan untuk regresi adalah

$$f(x) = -9.5872 + 1.0732x_1, \quad f(x_k) = \ldots$$

7. Untuk persoalan *bicubic spline interpolation*, masukan dari *file text* (.txt) yang berisi matriks berukuran 4 x 4 yang berisi konfigurasi nilai fungsi dan turunan berarah disekitarnya, diikuti dengan nilai a dan b untuk mencari nilai $f(a, b)$.

Misalnya jika nilai dari $f(0, 0)$, $f(1, 0)$, $f(0, 1)$, $f(1, 1)$, $f_x(0, 0)$, $f_x(1, 0)$, $f_x(0, 1)$, $f_x(1, 1)$, $f_y(0, 0)$, $f_y(1, 0)$, $f_y(0, 1)$, $f_y(1, 1)$, $f_{xy}(0, 0)$, $f_{xy}(1, 0)$, $f_{xy}(0, 1)$, $f_{xy}(1, 1)$ berturut-turut adalah 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 serta nilai a dan b yang dicari berturut-turut adalah 0.5 dan 0.5 maka isi *file text* ditulis sebagai berikut:

```
1 2 3 4
5 6 7 8
9 10 11 12
13 14 15 16
0.5 0.5
```

Luaran yang dihasilkan adalah nilai dari $f(0.5, 0.5)$.

8. Luaran program harus dapat ditampilkan **pada layar komputer dan dapat disimpan ke dalam *file***.
9. Bahasa program yang digunakan adalah Java. Anda bebas untuk menggunakan versi java apapun dengan catatan di atas java versi 8 (8/9/11/15/17/19/20).
10. Program **tidak harus** berbasis GUI, cukup *text-based* saja, namun boleh menggunakan GUI (memakai kakas *Eclipse* misalnya).
11. Program dapat dibuat dengan pilihan menu. Urutan menu dan isinya dipersilakan dirancang masing-masing. Misalnya, menu:

```
MENU
1. Sistem Persamaaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Interpolasi Bicubic Spline
6. Regresi linier berganda
7. Keluar
```

Untuk pilihan menu nomor 1 ada sub-menu lagi yaitu pilihan metode:

```
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
```

Begitu juga untuk pilihan menu nomor 2 dan 3.

BAB 2

TEORI SINGKAT

2.1 Metode Operasi Baris Elementer

Operasi Baris Elementer merupakan suatu operasi pada matriks yang dapat digunakan untuk memperoleh invers suatu matriks atau memperoleh penyelesaian dari sebuah Sistem Persamaan Linier (SPL). Untuk mendapatkan solusi dari SPL, SPL diubah menjadi matriks *augmented* lalu di lakukan OBE terhadap matriks *augmented* hingga terbentuk matriks eselon baris atau matriks eselon baris tereduksi. Adapun tiga OBE terhadap matriks *augmented* yakni:

1. Kalikan sebuah baris dengan konstanta tidak nol.
2. Pertukarkan dua buah baris.
3. Tambahkan sebuah baris dengan kelipatan baris lainnya.

$$\begin{bmatrix} 1 & * & * \\ 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & * & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Gambar 2. Matriks eselon baris dan matriks eselon baris tereduksi

2.2 Metode Eliminasi Gauss

Eliminasi Gauss merupakan sebuah metode yang digunakan untuk mendapatkan solusi dari SPL dengan mengubah SPL tersebut menjadi bentuk matriks *augmented* agar dapat dioperasikan dengan OBE hingga diperoleh bentuk matriks eselon baris. Setelahnya, sistem diselesaikan dengan substitusi balik.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_n \end{bmatrix} \sim\text{OBE}\sim \begin{bmatrix} 1 & * & * & \dots & * & * \\ 0 & 1 & * & \dots & * & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 & * \end{bmatrix}$$

2.3 Metode Eliminasi Gauss Jordan

Eliminasi Gauss merupakan sebuah metode yang digunakan untuk mendapatkan solusi dari SPL dengan mengubah SPL tersebut menjadi bentuk matriks *augmented* agar dapat dioperasikan dengan OBE hingga diperoleh bentuk matriks eselon baris tereduksi. Setelahnya, sistem diselesaikan dengan substitusi balik.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{bmatrix} \sim\text{OBE}\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & * \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 & * \end{bmatrix}$$

Metode eliminasi Gauss-Jordan terdiri dari dua fase:

1. Fase maju untuk menghasilkan nilai-nilai 0 di bawah 1 utama.

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 5 \\ 4 & 4 & -3 & 3 \\ -2 & 3 & -1 & 1 \end{bmatrix} \sim \overset{\text{OBE}}{\dots} \sim \begin{bmatrix} 1 & 3/2 & -1/2 & 5/2 \\ 0 & 1 & 1/2 & 7/2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

2. Fase mundur untuk menghasilkan nilai-nilai 0 di atas satu utama.

$$\begin{bmatrix} 1 & 3/2 & -1/2 & 5/2 \\ 0 & 1 & 1/2 & 7/2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \overset{R1-(3/2)R2}{\sim} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5/4 & -11/4 \\ 0 & 1 & 1/2 & 7/2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \underset{R2-(1/2)R3}{\overset{R1+(5/4)R3}{\sim}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Matriks eselon baris tereduksi

2.4 Determinan

Determinan adalah nilai yang didapat dari unsur-unsur suatu matriks persegi, maksud dari matriks persegi yaitu matriks yang memiliki jumlah baris dan kolom yang sama. Determinan suatu matriks dapat dihitung dengan berbagai metode, contohnya metode reduksi baris dan metode ekspansi kofaktor.

1. Metode reduksi baris

   Determinan matriks persegi dapat diperoleh dengan melakukan OBE pada matriks persegi sampai diperoleh matriks segitiga (segitiga bawah atau atas)

$$[A] \overset{\text{OBE}}{\sim} [\text{matriks segitiga bawah}]$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \overset{\text{OBE}}{\sim} \begin{bmatrix} a'_{11} & a'_{12} & \cdots & a'_{1n} \\ 0 & a'_{22} & \cdots & a'_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & a'_{3n} \\ 0 & 0 & 0 & a'_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\text{maka } \det(A) = (-1)^p\, a'_{11}a'_{22} \ldots a'_{nn}$$

p menyatakan banyaknya operasi pertukaran baris di dalam OBE

2. Metode ekspansi kofaktor

   Misalkan A didefinisikan sebagai matriks berukuran n x n

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

   M_{ij} = minor entri a_{ij} (determinan submatriks yang elemen-elemennya tidak berada pada baris i dan kolom j)

   $C_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$ (kofaktor entri a_{ij})

Dengan menggunakan metode ekspansi kofaktor, maka determinan matriks n x n dapat dihitung dengan salah satu dari persamaan berikut:

$$\det(A) = a_{11}C_{11} + a_{12}C_{12} + \dots + a_{1n}C_{1n}$$
$$\det(A) = a_{21}C_{21} + a_{22}C_{22} + \dots + a_{2n}C_{2n}$$
$$\vdots$$
$$\det(A) = a_{n1}C_{n1} + a_{n2}C_{n2} + \dots + a_{nn}C_{nn}$$

Secara baris

$$\det(A) = a_{11}C_{11} + a_{21}C_{21} + \dots + a_{n1}C_{n1}$$
$$\det(A) = a_{12}C_{12} + a_{22}C_{22} + \dots + a_{n2}C_{n2}$$
$$\vdots$$
$$\det(A) = a_{1n}C_{1n} + a_{2n}C_{2n} + \dots + a_{nn}C_{nn}$$

Secara kolom

2.5 Matriks Balikan

Matriks yang memiliki matriks balikan (invers) pasti merupakan matriks persegi dengan ukuran n x n . Matriks balikan dari matriks A merupakan $(A)^{-1}$ sedemikian sehingga $A(A)^{-1} = (A)^{-1}A = I$

Matriks balikan dapat dihitung dengan berbagai metode, contohnya matriks balikan menggunakan eliminasi gauss jordan dan matriks balikan menggunakan adjoin matriks.

1. Matriks balikan menggunakan eliminasi gauss jordan

   Untuk matriks A yang berukuran n x n, matriks balikannya, yaitu $(A)^{-1}$, dicari dengan cara berikut:

$$[A|I] \overset{\text{G-J}}{\sim} [I|A^{-1}]$$

   yang dalam hal ini *I* adalah matriks identitas berukuran n x n. Metode eliminasi Gauss-Jordan diterapkan secara simultan untuk A maupun I.

2. Matriks balikan menggunakan adjoin matriks.

   Matriks balikan dari matriks A dapat dihitung menggunakan rumus :

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \operatorname{adj}(A)$$

Dengan det(A) sebagai determinan matriks A dan adj(A) sebagai Adjoin dari matriks A. Adjoin dari matriks A merupakan transpose dari matriks kofaktor A.

2.6 Matriks Kofaktor

Matriks kofaktor adalah matriks yang tersusun atas kofaktor entri a_{ij}, yaitu C_{ij} atau $(-1)^{i+j}M_{ij}$ dengan M_{ij} adalah minor entri a_{ij} atau determinan submatriks yang elemen-elemennya tidak terletak pada baris i dan kolom j.

Maka matriks kofaktor didefinisikan sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix}$$

2.7 Matriks Adjoin

Adjoin matriks A merupakan transpose dari suatu matriks kofaktor. Matriks adjoin dapat digunakan untuk mencari matriks balikan dengan rumus sebagai berikut :

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \operatorname{adj}(A)$$

2.8 Kaidah Cramer

Kaidah Cramer merupakan suatu cara yang dapat digunakan untuk mencari solusi dari SPL dengan memanfaatkan determinan matriks yang terbentuk dari koefisien dan konstanta masing-masing persamaan di sistem tersebut. Jika Ax = b adalah SPL yang terdiri dari n persamaan linier dengan n peubah (variable) sedemikian sehingga det(A) ≠ 0, maka SPL tersebut memiliki solusi yang unik yaitu

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)}, \quad x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}, \quad \ldots, \quad x_n = \frac{\det(A_n)}{\det(A)}$$

yang dalam hal ini, Aj adalah matriks yang diperoleh dengan mengganti entri pada kolom ke-j dari A dengan entri dari matriks

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

2.8 Interpolasi Polinom

Interpolasi polinom merupakan teknik interpolasi dengan mengasumsikan pola data yang dipakai mengikuti pola polinomial berderajat dan membentuk persamaan polinomial dari data tersebut ($p_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n$) dengan n merupakan banyaknya pola data. Persamaan polinomial yang terbentuk digunakan untuk melakukan interpolasi dari nilai yang diketahui atau menaksir nilai di luar rentang data yang diketahui.

Aplikasi interpolasi polinom :

1. Menghampiri fungsi rumit menjadi lebih sederhana
2. Menggambar kurva (jika hanya diketahui titik-titik diskrit saja)

2.9 Interpolasi *bicubic spline*

Bicubic spline interpolation adalah metode interpolasi yang digunakan untuk mengaproksimasi fungsi di antara titik-titik data yang diketahui. *Bicubic spline interpolation* melibatkan konsep *spline* dan konstruksi serangkaian polinomial kubik di dalam setiap sel segi empat dari data yang diberikan. Pendekatan ini menciptakan permukaan yang halus dan kontinu, memungkinkan untuk perluasan data secara visual yang lebih akurat daripada metode interpolasi linear.

2.10 Regresi Linier Berganda

Regresi Linier Berganda merupakan salah satu metode untuk memprediksi nilai selain menggunakan Interpolasi Polinom. Meskipun sudah ada persamaan jadi untuk menghitung regresi linear sederhana, terdapat persamaan umum dari regresi linear yang bisa digunakan untuk regresi linear berganda, yaitu.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + \epsilon_i$$

Untuk mendapatkan nilai dari setiap β_i dapat digunakan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression* sebagai berikut:

$$\begin{array}{lllll}
nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i} & + \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki} & = \sum_{i=1}^{n} y_i \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2 & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} x_{2i} + & \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{1i} x_{ki} & = \sum_{i=1}^{n} x_{1i} y_i \\
\vdots \qquad \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{ki} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{ki} x_{1i} & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{ki} x_{2i} + & \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki}^2 & = \sum_{i=1}^{n} x_{ki} y_i
\end{array}$$

Sistem persamaan linier tersebut diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi Gauss.

BAB 3

IMPLEMENTASI PUSTAKA & PROGRAM

3.1 FOLDER ADT

3.1.1 FOLDER IO

a. FileTXT.Java

Class ini berisi fungsi dan prosedur yang akan digunakan untuk melakukan input melalui file.

- **Fungsi/Prosedur**

Fungsi / Prosedur	Deskripsi
public static Matrix Augmented( )	Fungsi untuk melakukan input file matrix augmented.
public static Matrix Square( )	Fungsi untuk melakukan input file matrix square.
public static Matrix Interpolasi( )	Fungsi untuk melakukan input file matrix untuk interpolasi polinom.
public static Matrix Bicubic( )	Fungsi untuk melakukan input file untuk matrix interpolasi bicubic.
public static Matrix Regresi ( )	Fungsi untuk melakukan input file untuk matrix regresi linier berganda.

b. Output.Java

Class ini berisi fungsi dan prosedur yang akan digunakan untuk melakukan output melalui file dan terminal.

- **Fungsi/Prosedur**

Fungsi / Prosedur	Deskripsi
public static void displayMatrix( )	Fungsi untuk melakukan output hasil melalui terminal.
public static void Save( )	Fungsi untuk melakukan output hasil melalui filel.

c. **Terminal.Java**

Class ini berisi fungsi dan prosedur yang akan digunakan untuk melakukan input melalui terminal.

- **Fungsi/Prosedur**

Fungsi / Prosedur	Deskripsi
public static Matrix Augmented( )	Fungsi untuk melakukan input terminal matrix augmented.
public static Matrix Square( )	Fungsi untuk melakukan input terminal matrix square.
public static Matrix Interpolasi( )	Fungsi untuk melakukan input terminal matrix untuk interpolasi polinom.
public static Matrix Bicubic( )	Fungsi untuk melakukan input terminal untuk matrix interpolasi bicubic.
public static Matrix Regresi ( )	Fungsi untuk melakukan input terminal untuk matrix regresi linier berganda.

3.1.2 FOLDER PRIMITIVES

a. Determinan.java

Class ini berisi fungsi dan prosedur yang akan digunakan sebagai operasi untuk menghitung determinan dari matrix dengan metode OBE dan CoFactor.

- **Fungsi/Prosedur**

Fungsi / Prosedur	Deskripsi
public static double DeterminanCofactor(Matrix m)	Fungsi untuk mencari nilai determinan pada matrix m dengan menggunakan metode Ekspansi Cofactor.
Public static double DeterminanOBE(Matrix m)	Fungsi untuk mencari nilai determinan pada matrix m dengan menggunakan metode OBE.
Public static void Solusi(Matrix m, int metode)	Fungsi untuk menghasilkan output determinan dari matrix yang didapat dari fungsi DeterminanOBE atau DeterminanCofactor

b. OperasiArimatika.java

Class ini berisi fungsi dan prosedur yang digunakan untuk menghitung matrix dengan menggunakan operasi arimatika.

- **Fungsi/Prosedur**

Fungsi / Prosedur	Deskripsi
public static Matrix Penjumlahan(Matrix m1, Matrix m2)	Fungsi untuk menjumlahkan kedua matrix
public static Matrix Penjumlahan(Matrix m1, Matrix m2)	Fungsi untuk mengurangkan matrix m1 dengan matrix m2
public static Matrix Perkalian(Matrix m1, Matrix m2)	Fungsi untuk mengalikan matrix m1 dengan matrix m2

public static Matrix Perkaliandenganmod(Matrix m1, Matrix m2, int mod)	Fungsi untuk mengalikan matrix m1 dengan matrix m2 lalu dimodulo dengan integer modulo
public static Matrix Perkaliandengankonstanta(Matrix m, int konstanta)	Fungsi untuk mengalikan matrix dengan int konstanta
public static double sigmaRow (Matrix m, int s, int rowReg, int colReg)	Fungsi ini digunakan untuk menjumlahkan elemen matriks di baris yang sama tetapi kolom yang berbeda.

c. **OperasiIdentitas.java**

Class ini berisi fungsi dan prosedur yang digunakan untuk melakukan fungsi identitas dari sebuah matrix.

- **Fungsi/Prosedur**

Fungsi / Prosedur	Deskripsi
public static Matrix Transpose(Matrix m)	Fungsi yang menghasilkan matrix transpose dari matrix yang diinput.
public static Matrix TukerRow(Matrix m, int x, int y)	Fungsi untuk menukarkan baris ke-x dengan baris ke-y pada matrix.

d. **OperasiRelasional.java**

Class ini berisi fungsi dan prosedur yang melibatkan relasi dengan dua Matrix.

- **Fungsi/Prosedur**

Fungsi / Prosedur	Deskripsi
public static void CopyMatrix(Matrix m1, Matrix m2)	Matrix yang menghasilkan salinan dari Matrix m1 dan disimpan pada Matrix

	m2

3.1.3 MATRIX.JAVA

- **Konstruktor**

Atribut	Deskripsi
public Matrix(int row, int col)	Konstruktor untuk membuat matriks dengan isi bertipe double serta memiliki baris sebanyak row dan kolom sebanyak col

- **Fungsi/Prosedur**

Fungsi / Prosedur	Deskripsi
public static Matrix createMatrix(int row, int col)	Fungsi untuk membuat suatu matriks dengan baris row dan kolom col
public int CountElmt( )	Fungsi untuk menghitung banyaknya elemen yang ada di dalam matriks
public boolean IsSquare( )	Fungsi untuk mendeteksi apakah matriks merupakan matriks nxn
public boolean IsSymetric( )	Fungsi untuk mendeteksi apakah matriks merupakan matriks simetris
public boolean IsIdentity( )	Fungsi untuk mendeteksi apakah matriks merupakan matriks identitas

3.2 FOLDER INTERPOLASI

a. Bicubic.java

Class ini berisi fungsi dan prosedur yang digunakan untuk melakukan fungsi Bicubic Spline yang bisa dugunakan untuk memperhalus titik titik yang ada.

- **Fungsi/Prosedur**

Fungsi / Prosedur	Deskripsi
public static double bicubic(Matrix p. int x, int y)	Fungsi untuk mencari nilai tafsisran dari Matrix P dan nilai x dan y.

b. Polinom.java

Class ini berisi fungsi dan prosedur yang digunakan untuk mencari nilai tafsiran diluar data yang diketahui dengan metode Polinom.

- **Fungsi/Prosedur**

Fungsi / Prosedur	Deskripsi
public static Matrix Fungsi(Matrix m)	Fungsi untuk mendapatkan fungsi polinom yang dapat digunakan untuk mencari nilai tafsiran dari x
Public static void Solusi(Matrix m)	Fungsi yang menghasilkan dan menunjukan hasil dari fungsi polinom yang didapat dari fungsi Fungsi(Matrix m) dan menghasilkan nilai tafsiran dari x

c. Regresi.java

Class ini berisi fungsi dan prosedur yang digunakan untuk mencari nilai tafsiran diluar data yang diketahui dengan metode regresi.

- **Fungsi/Prosedur**

Fungsi / Prosedur	Deskripsi
public static Matrix Fungsi(Matrix m)	Fungsi untuk mendapatkan fungsi regresi yang dapat digunakan untuk mencari nilai tafsiran dari x1,x2,...xn
Public static void Solusi(Matrix m)	Fungsi yang menghasilkan dan menunjukan hasil dari fungsi regresi yang didapat dari fungsi Fungsi(Matrix m) dan menghasilkan nilai tafsiran dari x1,x2,...xn

3.3 FOLDER SPL

a. Cramer.java

Class ini berisi fungsi dan prosedur yang digunakan untuk mencari solusi persamaan linear menggunakan metode Cramer.

- **Fungsi/Prosedur**

Fungsi / Prosedur	Deskripsi
public static Matrix Perhitungan(Matrix m)	Fungsi untuk mencari solusi x dari persamaan yang diberikan dalam bentuk matrix.
public static void Solusi(Matrix m)	Fungsi untuk menghasilkan output Solusi dari persamaan yang didapat dari fungsi Perhitungan.

b. Gauss_Jordan.java

Class ini berisi fungsi dan prosedur yang digunakan untuk mencari solusi persamaan linear menggunakan metode Gauss Jordan.

- **Fungsi/Prosedur**

Fungsi / Prosedur	Deskripsi
public static Matrix X(Matrix m)	Fungsi untuk mencari solusi x dari persamaan yang diberikan dalam bentuk matrix.
public static void Solusi(Matrix m)	Fungsi untuk menghasilkan output Solusi dari persamaan yang didapat dari fungsi X.

c. Gauss.java

Class ini berisi fungsi dan prosedur yang digunakan untuk mencari solusi persamaan linear menggunakan metode Gauss.

- **Fungsi/Prosedur**

Fungsi / Prosedur	Deskripsi
public static boolean IsNol(Matrix m)	Fungsi untuk menentukan satu baris pada matrix berisi 0 semua. Jika ya maka akan menghasilkan nilai true.
public static Matrix OBE(Matrix m)	Fungsi untuk menghasilkan matrix yang memiliki 1 utama diseluruh barisnya.
public static Matrix X(Matrix m)	Fungsi untuk mencari solusi x dari persamaan yang diberikan dalam bentuk matrix.
public static void Solusi(Matrix m)	Fungsi untuk menghasilkan output Solusi dari persamaan yang didapat dari fungsi X.

d. Invers.java

Class ini berisi fungsi dan prosedur yang digunakan untuk mencari balikan dari suatu matrix.

- **Fungsi/Prosedur**

Fungsi / Prosedur	Deskripsi
public static void Output(Matrix m)	Fungsi untuk menghasilkan output Matrix yang sudah di Invers.
public static Matrix CoFactor(Matrix m)	Fungsi untuk menghasilkan matrix yang sudah dilakukan fungsi ekspansi CoFactor.
public static Matrix InversB(Matrix m)	Fungsi untuk menghasilkan matrix balikan menggunakan metode adjoin matrix.
public static void InversA(Matrix m)	Fungsi untuk menghasilkan matrix balikan menggunakan metode Matrix identitas.
public static void Solusi(Matrix m)	Fungsi untuk menghasilkan output Solusi dari persamaan yang didapat dari fungsi X.

e. **Parametrik.java**

Class ini berisi fungsi dan prosedur yang digunakan untuk mencari solusi banyak..

Fungsi / Prosedur	Deskripsi
public static void Solusi(Matrix m)	Fungsi untuk menghasilkan solusi banyak

3.4 FOLDER UTIL

a. **Menu.java**

Class ini berisi fungsi dan prosedur yang digunakan untuk menampilkan menu utama, dan submenu

Fungsi / Prosedur	Deskripsi
public static int Input( )	Fungsi untuk memilih apakah ingin menggunakan input melalui file atau input melalui terminal
public static void MenuUtama( )	Fungsi untuk menampilkan menu utama yang terdiri dari SPL, Determinan, Matriks Balikan, Interpolasi Polinom, Interpolasi Bicubic Spline, Regresi linier berganda.
public static void SubMenu(String menu)	Fungsi untuk menampilkan SubMenu dari masing masing menu yang dipilih di menu utama.
Public static void Back( )	Fungsi yang digunakan untuk kembali ke menu utama, jika operasi sudah dijalankan.

b. Settings.java

Class ini berisi fungsi dan prosedur yang digunakan untuk membantu utilities lainnya

Fungsi / Prosedur	Deskripsi
public static void clearScreen( )	Fungsi untuk clear terminal

3.5 MAIN.JAVA

Class ini merupakan program utama.

Fungsi / Prosedur	Deskripsi
public static void main(String[ ] args)	Prosedur ini merupakan prosedur utama dan pertama yang akan dijalankan oleh program

BAB 4

EKSPERIMEN

4.1 Temukan Solusi SPL Ax = b

a.
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & -7 & -5 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Metode Eliminasi Gauss

```
---Menu SPL Matrix---
---Sistem Persamaan Linier dengan Metode Gauss---
1 1 -1 -1 1
0 1 -1.6667 -1 -1.3333
0 0 1 -1 1
0 0 0 0 1

SPL tidak mempunyai solusi
```

Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Sistem Persamaan Linier dengan Metode Gauss-Jordan
1 0 0 0.6667 1
0 1 0 -2.6667 3
0 0 1 -1 2
0 0 0 0 1

SPL tidak mempunyai solusi
```

Metode Matriks Balikan

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Metode Matriks Balikan---

x1: 1, x2: 3, x3: 2, x4: 1
```

Kaidah Cramer

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Kaidah Cramer---

SPL tidak mempunyai solusi
```

b.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Metode Eliminasi Gauss

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Metode Gauss---
1 -1 0 0 1 3
0 1 0 -1.5 -0.5 1.5
0 0 0 1 -1 -1
0 0 0 0 0 0

x4 = -1.0 + 1.0x5, x2 = 1.5 + 1.5x4 + 0.5x5, x1 = 3.0 + 1.0x2 - x5, x3 = x3,
 x5 = x5
```

Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Sistem Persamaan Linier dengan Metode Gauss-Jordan
1 0 0 0 -1 3
0 1 0 0 -2 0
0 0 0 1 -1 -1
0 0 0 0 0 0

x4 = -1.0 + 1.0x5, x2 =  + 2.0x5, x1 = 3.0 + 1.0x5, x3 = x3, x5 = x5
```

Metode Matriks Balikan

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Metode Matriks Balikan---

Jumlah persamaan harus sama dengan jumlah variabel!
```

Kaidah Cramer

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Kaidah Cramer---

Jumlah persamaan harus sama dengan jumlah variabel!
```

c. $$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Metode Eliminasi Gauss

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Metode Gauss---
0 1 0 0 1 0 2
0 0 0 1 1 0 -1
0 0 0 0 1 -1 1

x5 = 1.0 + 1.0x6, x4 = -1.0 - x5, x2 = 2.0 - x5, x1 = x1, x3 = x3, x6 = x6,
```

Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Sistem Persamaan Linier dengan Metode Gauss-Jordan
0 1 0 0 0 0 3
0 0 0 1 0 1 -2
0 0 0 0 1 -1 1

x5 = 1.0 + 1.0x6, x4 = -2.0 - x6, x2 = 3.0, x1 = x1, x3 = x3, x6 = x6,
```

Metode Matriks Balikan

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Metode Matriks Balikan---

Jumlah persamaan harus sama dengan jumlah variabel!
```

Kaidah Cramer

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Kaidah Cramer---

Jumlah persamaan harus sama dengan jumlah variabel!
```

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \cdots & \frac{1}{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n+1} \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

d. *H adalah matriks Hilbert. Cobakan untuk n = 6 dan n = 10.*

n = 6

Metode Eliminasi Gauss

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Metode Gauss---
1 0.5 0.3333 0.25 0.2 0.1667 1
0 1 1.0001 0.9 0.8001 0.7142 -6.0002
0 0 1 1.5011 1.7132 1.788 30.03
0 0 0 1 2.1246 2.8897 -148.4579
0 0 0 0 1 0.6184 -421.9408
0 0 0 0 0 1 334.5823

x1: 15.707, x2: -118.265, x3: 177.719, x4: 220.7538, x5: -628.8344, x6: 334.5823
```

Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Sistem Persamaan Linier dengan Metode Gauss-Jordan
1 0 0 0 0 0 15.707
0 1 0 0 0 0 -118.265
0 0 1 0 0 0 177.719
0 0 0 1 0 0 220.7538
0 0 0 0 1 0 -628.8344
0 0 0 0 0 1 334.5823

x1: 15.707, x2: -118.265, x3: 177.719, x4: 220.7538, x5: -628.8344, x6: 334.5823
```

Metode Matriks Balikan

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Metode Matriks Balikan---

x1: 15.707, x2: -118.265, x3: 177.719, x4: 220.7538, x5: -628.8344, x6: 334.5823
```

Kaidah Cramer

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Kaidah Cramer---

x1: 15.707, x2: -118.265, x3: 177.719, x4: 220.7538, x5: -628.8344, x6: 334.5823
```

n = 10

Metode Eliminasi Gauss

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Metode Gauss---
1 0.5 0.3333 0.25 0.2 0.1667 0.1429 0.125 0.1111 0.1 1
0 1 1.0001 0.9 0.8001 0.7142 0.6429 0.5833 0.5334 0.4909 -6.0002
0 0 1 1.5011 1.7132 1.788 1.7862 1.7512 1.698 1.6365 30.03
0 0 0 1 2.1246 2.8897 3.4981 3.8928 4.1402 4.3227 -148.4579
0 0 0 0 1 0.6184 0.5024 0.2574 -0.292 -0.5729 -421.9408
0 0 0 0 0 1 1.7062 2.6082 3.5395 4.0855 334.5823
0 0 0 0 0 0 1 1.7807 2.1105 2.5873 232.0681
0 0 0 0 0 0 0 1 1.7598 1.2889 558.1226
0 0 0 0 0 0 0 0 1 3.1306 280.8267
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 236.143

x1: 11.8101, x2: -37.2962, x3: -168.1609, x4: 533.2709, x5: -315.0455, x6: 444.1427, x7: -1299.869, x8: 1060.523, x9: -458.4309, x10: 236.143
```

Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Metode Matriks Balikan---

x1: 11.8101, x2: -37.2962, x3: -168.1609, x4: 533.2709, x5: -315.0455, x6: 444.1427, x7: -1299.869, x8: 1060.523, x9: -458.4309, x10: 236.143
```

Metode Matriks Balikan

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Metode Matriks Balikan---

x1: 11.8101, x2: -37.2962, x3: -168.1609, x4: 533.2709, x5: -315.0455, x6: 444.1427, x7: -1299.869, x8: 1060.523, x9: -458.4309, x10: 236.143
```

Kaidah Cramer

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Kaidah Cramer---

x1: 11.8101, x2: -37.2961, x3: -168.1611, x4: 533.27, x5: -315.0429, x6: 444.1386, x7: -1299.8618, x8: 1060.5164, x9: -458.4285, x10: 236.1424
```

4.2 SPL Berbentuk Matriks *Augmented*

a. $$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}.$$

Metode Eliminasi Gauss

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Metode Gauss---
1 -1 2 -1 -1
0 1 -2 0 0
0 0 0 0 0
0 0 0 0 0

x2 =  + 2.0x3, x1 = -1.0 + 1.0x2 - 2.0x3 + 1.0x4, x3 = x3, x4 = x4
```

Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Sistem Persamaan Linier dengan Metode Gauss-Jordan
1 0 0 -1 -1
0 1 -2 0 0
0 0 0 0 0
0 0 0 0 0

x2 =  + 2.0x3, x1 = -1.0 + 1.0x4, x3 = x3, x4 = x4
```

Metode Matriks Balikan

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Metode Matriks Balikan---

x1: -1, x2: 0, x3: 0, x4: 0
```

Kaidah Cramer

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Kaidah Cramer---

SPL tidak mempunyai solusi
```

b.

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 6 \\ -4 & 0 & 6 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Metode Eliminasi Gauss

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Metode Gauss---
1 0 4 0 4
0 1 0 4 6
0 0 1 0 1
0 0 0 1 1
0 0 0 0 0
0 0 0 0 0

x4 = 1.0, x3 = 1.0, x2 = 6.0 - 4.0x4, x1 = 4.0 - 4.0x3
```

Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Sistem Persamaan Linier dengan Metode Gauss-Jordan
1 0 0 0 0
0 1 0 0 2
0 0 1 0 1
0 0 0 1 1
0 0 0 0 0
0 0 0 0 0

x4 = 1.0, x3 = 1.0, x2 = 2.0, x1 = 0
```

Metode Matriks Balikan

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Metode Matriks Balikan---

Jumlah persamaan harus sama dengan jumlah variabel!
```

Kaidah Cramer

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Kaidah Cramer---

Jumlah persamaan harus sama dengan jumlah variabel!
```

4.3 SPL Berbentuk:

a.
$$\begin{aligned} 8x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 - 2x_4 &= 1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 &= 2 \\ x_1 + 6x_3 + 4x_4 &= 3 \end{aligned}$$

Metode Eliminasi Gauss

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Metode Gauss---
1 0.125 0.375 0.25 0
0 1 -0.2 -0.2857 0.1143
0 0 1 -0.1948 0.7597
0 0 0 1 -0.2581

x1: -0.2243, x2: 0.1824, x3: 0.7095, x4: -0.2581
```

Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Sistem Persamaan Linier dengan Metode Gauss-Jordan
1 0 0 0 -0.2243
0 1 0 0 0.1824
0 0 1 0 0.7095
0 0 0 1 -0.2581

x1: -0.2243, x2: 0.1824, x3: 0.7095, x4: -0.2581
```

Metode Matriks Balikan

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Metode Matriks Balikan---

x1: -0.2243, x2: 0.1824, x3: 0.7095, x4: -0.2581
```

Kaidah Cramer

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Kaidah Cramer---

x1: -0.2243, x2: 0.1824, x3: 0.7095, x4: -0.2581
```

b.

$$
\begin{aligned}
x_7 + x_8 + x_9 &= 13.00 \\
x_4 + x_5 + x_6 &= 15.00 \\
x_1 + x_2 + x_3 &= 8.00 \\
0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_6 + x_8) + 0.61396x_9 &= 14.79 \\
0.91421(x_3 + x_5 + x_7) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 14.31 \\
0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_2 + x_4) + 0.61396x_1 &= 3.81 \\
x_3 + x_6 + x_9 &= 18.00 \\
x_2 + x_5 + x_8 &= 12.00 \\
x_1 + x_4 + x_7 &= 6.00 \\
0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_2 + x_6) + 0.61396x_3 &= 10.51 \\
0.91421(x_1 + x_5 + x_9) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 16.13 \\
0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_4 + x_8) + 0.61396x_7 &= 7.04
\end{aligned}
$$

Metode Eliminasi Gauss

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Metode Gauss---
0 0 1 0 1 17.4866 1 17.4866 14.3148 344.8356
0 0 0 1 1 1 0 0 0 15
0 0 0 0 1 -161546268097193376 -5530060054440778 -167076328151634144 -137773989069044560 -3155896505272857100
0 0 0 0 0 1 0.0342 1.0342 0.8528 19.5356
0 0 0 0 0 0 1 1 1 13
0 0 0 0 0 0 0 1 17 13
0 0 0 0 0 0 0 0 1 -16
0 0 0 0 0 0 0 0 0 532
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1792
0 0 0 0 0 0 0 0 0 -4432

SPL tidak mempunyai solusi
```

Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Sistem Persamaan Linier dengan Metode Gauss-Jordan
1 1 1 0 0 0 0 0 0 8
0 1 3.6568 1 3.6568 1 3.6568 1 0 57.24
0 0 1 0 1 17.4866 1 17.4866 14.3148 344.8356
0 0 0 1 1 1 0 0 0 15

0 0 0 0 0 1 0.0342 1.0342 0.8528 19.5356
0 0 0 0 0 0 1 1 1 13
0 0 0 0 0 0 0 1 17 13
0 0 0 0 0 0 0 0 1 -16
0 0 0 0 0 0 0 0 0 532
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1792
0 0 0 0 0 0 0 0 0 -4432

SPL tidak mempunyai solusi
```

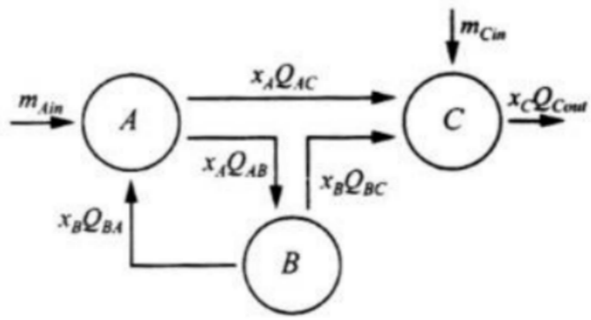
Metode Matriks Balikan

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Metode Matriks Balikan---

Jumlah persamaan harus sama dengan jumlah variabel!
```

Kaidah Cramer

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Kaidah Cramer---

Jumlah persamaan harus sama dengan jumlah variabel!
```

4.4 Lihatlah sistem reaktor pada gambar berikut.



Dengan laju volume Q dalam m^3/s dan input massa min dalam mg/s. Konservasi massa pada tiap inti reaktor adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\text{A:}\quad & m_{A_{in}} + Q_{BA}x_B - Q_{AB}x_A - Q_{AC}x_A = 0 \\
\text{B:}\quad & Q_{AB}x_A - Q_{BA}x_B - Q_{BC}x_B = 0 \\
\text{C:}\quad & m_{C_{in}} + Q_{AC}x_A + Q_{BC}x_B - Q_{C_{out}}x_C = 0
\end{aligned}$$

Tentukan solusi x_A, x_B, x_C dengan menggunakan parameter berikut : $Q_{AB} = 40$, $Q_{AC} = 80$, $Q_{BA} = 60$, $Q_{BC} = 20$ dan $Q_{Cout} = 150$ m^3/s dan $m_{Ain} = 1300$ dan $m_{Cin} = 200$ mg/s.

```
---Sistem Persamaan Linier dengan Metode Gauss---
1 0.0462 -0.0308 -0.0615 0
0 1 -1.5 -0.5 0
0 0 1 -0.7733 0

x3 =  + 0.7732558139534882x4, x2 =  + 1.5x3 + 0.5x4, x1 =  - 0.046153846153846156x2 + 0.03076923076923077x3 + 0.06153846153846154x4, x4 = x4,
```

4.5 Studi Kasus Interpolasi Polinom

a. Gunakan tabel di bawah ini untuk mencari polinom interpolasi dari pasangan titik-titik yang terdapat dalam tabel. Program menerima masukan nilai x yang akan dicari nilai fungsi f(x).

x	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3
f(*x*)	0.003	0.067	0.148	0.248	0.370	0.518	0.697

Pengujian pada nilai x = 0.2 :

```
---Polinom Interpolasi---

f(x) = -0.0000x^6 + 0.0000x^5 + 0.0260x^4 + 0.0000x^3 + 0.1974x^2 + 0.2400x^1 + -0.0230, f(0.2) = 0.0881
```

Pengujian pada nilai x = 0.55 :

```
---Polinom Interpolasi---

f(x) = -0.0000x^6 + 0.0000x^5 + 0.0260x^4 + 0.0000x^3 + 0.1974x^2 + 0.2400x^1 + -0.0230, f(0.55) = 0.2423
```

Pengujian pada nilai x = 0.85 :

```
---Polinom Interpolasi---

f(x) = -0.0000x^6 + 0.0000x^5 + 0.0260x^4 + 0.0000x^3 + 0.1974x^2 + 0.2400x^1 + -0.0230, f(0.85) = 0.3744
```

Pengujian pada nilai x = 1.28 :

```
---Polinom Interpolasi---

f(x) = -0.0000x^6 + 0.0000x^5 + 0.0260x^4 + 0.0000x^3 + 0.1974x^2 + 0.2400x^1 + -0.0230, f(1.28) = 0.5638
```

b. Jumlah kasus positif baru Covid-19 di Indonesia semakin fluktuatif dari hari ke hari. Di bawah ini diperlihatkan jumlah kasus baru Covid-19 di Indonesia mulai dari tanggal 17 Juni 2022 hingga 31 Agustus 2022:

Tanggal	**Tanggal (desimal)**	**Jumlah Kasus Baru**
17/06/2022	6,567	12.624
30/06/2022	7	21.807
08/07/2022	7,258	38.391
14/07/2022	7,451	54.517
17/07/2022	7,548	51.952
26/07/2022	7,839	28.228
05/08/2022	8,161	35.764
15/08/2022	8,484	20.813
22/08/2022	8,709	12.408
31/08/2022	9	10.534

Tanggal (desimal) adalah tanggal yang sudah diolah ke dalam bentuk desimal 3 angka di belakang koma dengan memanfaatkan perhitungan sebagai berikut:

tanggal(desimal) = bulan + (tanggal / jumlah hari pada bulan tersebut)

Prediksi pada tanggal 16/07/2022 :

tanggal (desimal) = 7.516

```
---Polinom Interpolasi---

f(x) = -140993.7122x^9 + 9372849.2391x^8 + -275474539.4207x^7 + 4695806315.4288x^6 + -51131876760.1328x^5 + 368550807175.5339x^4 + -1756810186361.3809x^3 + 5334203055240.1950x^2 + -93
46993079172.3280x^1 + 7187066071657.8670, f(7.516) = 13072686695271.2500
```

Prediksi pada tanggal 10/08/2022 :

tanggal (desimal) = 8.32

```
---Polinom Interpolasi---

f(x) = -140993.7122x^9 + 9372849.2391x^8 + -275474539.4207x^7 + 4695806315.4288x^6 + -51131876760.1328x^5 + 368550807175.5339x^4 + -1756810186361.3809x^3 + 5334
203055240.1950x^2 + -9346993079172.3280x^1 + 7187066071657.8670, f(8.32) = 14471095437021.9450
```

Prediksi pada tanggal 05/09/2022 :

tanggal (desimal) = 9,16

```
---Polinom Interpolasi---

f(x) = -140993.7122x^9 + 9372849.2391x^8 + -275474539.4207x^7 + 4695806315.4288x^6 + -51131876760.1328x^5 + 368550807175.5339x^4 + -1756810186361.3809x^3 + 5334
203055240.1950x^2 + -9346993079172.3280x^1 + 7187066071657.8670, f(9.16) = 15932119495567.4040
```

Prediksi pada tanggal 03/06/2022 : 6.1

tanggal (desimal) = 6,1

```
---Polinom Interpolasi---

f(x) = -140993.7122x^9 + 9372849.2391x^8 + -275474539.4207x^7 + 4695806315.4288x^6 + -51131876760.1328x^5 + 368550807175.5339x^4 + -1756810186361.3809x^3 + 5334
203055240.1950x^2 + -9346993079172.3280x^1 + 7187066071657.8670, f(6.1) = 10609817568008.8700
```

c. Sederhanakan fungsi

$$f(x) = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{e^x + x}$$

dengan polinom interpolasi derajat n di dalam selang [0, 2]. Sebagai contoh, jika n = 5, maka titik-titik x yang diambil di dalam selang [0, 2] berjarak h = (2 – 0)/5 = 0.4.

```
---Polinom Interpolasi---

f(x) = -0.4762x^4 + 1.9141x^3 + -2.7967x^2 + 1.8901x^1 + 0.0000, f(2.0) = 1.0626
```

4.6 Studi Kasus Regresi Linier Berganda

Diberikan sekumpulan data sesuai pada tabel berikut ini.

Table 12.1: Data for Example 12.1

Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3	Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3
0.90	72.4	76.3	29.18	1.07	23.2	76.8	29.38
0.91	41.6	70.3	29.35	0.94	47.4	86.6	29.35
0.96	34.3	77.1	29.24	1.10	31.5	76.9	29.63
0.89	35.1	68.0	29.27	1.10	10.6	86.3	29.56
1.00	10.7	79.0	29.78	1.10	11.2	86.0	29.48
1.10	12.9	67.4	29.39	0.91	73.3	76.3	29.40
1.15	8.3	66.8	29.69	0.87	75.4	77.9	29.28
1.03	20.1	76.9	29.48	0.78	96.6	78.7	29.29
0.77	72.2	77.7	29.09	0.82	107.4	86.8	29.03
1.07	24.0	67.7	29.60	0.95	54.9	70.9	29.37

Source: Charles T. Hare, "Light-Duty Diesel Emission Correction Factors for Ambient Conditions," EPA-600/2-77-116. U.S. Environmental Protection Agency.

Estimasi nilai Nitrous Oxide apabila Humidity bernilai 50%, temperatur 76°F, dan tekanan udara sebesar 29.30

```
---Regresi Linier---
20 863.1 1530.4 587.84 19.42
863.1 54876.89 67000.09 25283.395 779.477
1530.4 67000.09 117912.32 44976.867 1483.437
587.84 25283.395 44976.867 17278.5086 571.1219
f(x) = -3.5078 + -0.0026x1 + 0.0008x2 + 0.1542x3,  f(50.0,76.0,29.3) = 0.9384
```

4.7 Studi Kasus Interpolasi Bicubic

Diberikan matriks input:

$$\begin{pmatrix} 21 & 98 & 125 & 153 \\ 51 & 101 & 161 & 59 \\ 0 & 42 & 72 & 210 \\ 16 & 12 & 81 & 96 \end{pmatrix}$$

Nilai f(0,0) =

```
---Bikubik Spline Interpolasi---

f(0.0,0.0) = 21.0
```

Nilai f(0.5, 0.5) =

```
---Bikubik Spline Interpolasi---

f(0.5,0.5) = 87.796875
```

Nilai f(0.25, 0.25) =

```
---Bikubik Spline Interpolasi---

f(0.25,0.25) = 49.698486328125
```

Nilai f(0.1, 0.9) =

```
---Bikubik Spline Interpolasi---

f(0.1,0.9) = 128.57518700000003
```

BAB 5

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan materi yang kami pelajari dikelas perkuliahan Aljabar Linear dan Geometri, kami mengaplikasikan materi yang didapat kedalam program java dalam menyelesaikan tugas ini. Program yang kami buat dalam tugas ini menyelesaikan persoalan persoalan matrix menggunakan metode metode yang dipelajari dikelas seperti Gauss, Cramer, Ekspansi Cofactor, dan masih banyak lainnya.

Melalui tugas ini, kami juga mempelajari metode untuk melakukan penafsiran dalam matrix menggunakan metode metode seperti interpolasi polinom, dan interpolasi bikubik. Kami juga mempelajari cara menghitung regresi linear dan membuat fungsi - fungsi lainnya. Dari tugas ini, kami juga belajar untuk menggunakan bahasa pemrograman yang belum pernah kami pelajari sebelumnya dikelas sehingga wawasan kami bertambah mengenai bahasa pemrograman.

5.2 Saran

- Pemilihan nama dari fungsi dibuat lebih spesifik sehingga tidak tertukar atau tidak terjadi kebingungan
- Pemaparan akan materi yang dijadikan tugas harusnya lebih jelas dan dijelaskan terlebih dahulu sehingga tidak terjadi kekeliruan saat proses pengerjaan.

5.3 Refleksi

Dari tugas besar yang kami kerjakan secara bersama sama. Banyak hal baru dan pelajaran yang kami dapatkan. Dari pelajaran pelajaran yang kami dapatkan seperti belajar bekerjasama, belajar berdiskusi mengenai logika, kemampuan beradaptasi, berkomunikasi, menganalisis masalah, kami dapat mengembangkan diri kami masing masing menjadi lebih baik lagi. Kami juga belajar untuk bisa konsisten, disiplin, dan tepat waktu. Pembagian tuga yang kami lakukan juga sudah adil dan merata. Setiap orang memiliki bagiannya masing masing dan meiliki peran yang sama pentingnya satu sama lain. Kami juga belajar untuk bisa mengeksplorasi bahasa pemrograman diluar kelas dengan belajar bahasa Java dan mempelajari syntax yang cukup berbeda dari bahasa yang biasanya kami gunakan.

5.4 Link Repository

Berikut kami lampirkan tautan repository yang kami buat untuk tugas besar 1 Aljabar Linear dan Geometri : https://github.com/satriadhikara/Algeo01-22121

DAFTAR REFERENSI

https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2022-2023/algeo22-23.htm

Java Tutorial (w3schools.com)

https://www.geeksforgeeks.org/object-oriented-programming-oops-concept-in-java/

https://matrixcalc.org/