

1. 関数 $f(z) = \sqrt{z^2 - 1}$ について考えよう。ただし、 z が実数で $z > 1$ のとき $f(z) > 0$ となる分枝をとる。これは図 1 のように複素平面から実軸上 $-1 \leq z \leq 1$ の区間を除いた部分で正則である。

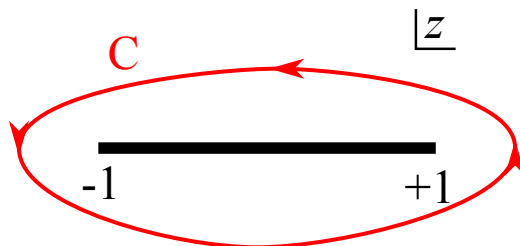


図 1

(1-a) 実数 x ($-1 < x < 1$) に対して、

$$f(x + i0) := \lim_{\epsilon \rightarrow +0} f(x + i\epsilon), \quad f(x - i0) := \lim_{\epsilon \rightarrow +0} f(x - i\epsilon)$$

の値をそれぞれ求めよ。

(1-b) 図 1 のような経路 C での積分 $\oint_C f(z) dz$ の値を求めよ。

2. $g(z) = \sqrt{(1 - z^2)(1 - k^2 z^2)}$ ($0 < k < 1$) の Riemann 面を作ること考えよう。何枚のシートが必要か。また、分岐点はどこか。それらを貼り合わせて Riemann 面を作る、作り方の例を 1 つ考え、説明せよ。