Satya Ghifari Adipratama
123180051
Matriks & Ruang Vektor

Tugas Pra uts

① $A = \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} x & 5 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 9 & 9 \end{bmatrix}$

$A + B + C \begin{bmatrix} 8 & 5x \\ -x & -9 \end{bmatrix}$

$3 + x - 3 = 8$ $5 - 3 + y = -x$
$\quad x = 8$ $2 + y = -8$
$y + 5 - 1 = 5(8)$ $y = -10$
$\quad y + 4 = 40$ $-1 + 6 + y = 14$
$\quad y = 36$ *Tibh sama*   ↙ *Bukan -q*

②
$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\xrightarrow{R_4 - 2R_3}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\downarrow R_3 \Leftrightarrow R_1$

$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ $\xleftarrow{R_4 \Leftrightarrow R_2}$ $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\downarrow R_4 \Leftrightarrow R_3$

$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$Det = -(2 \times (-1) \times 1 \times 1)$
$\quad = 2$

③
$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 2 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 1 & | & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\downarrow R_2 - 2R_1$

$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 1 & | & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\xrightarrow{R_3 + 5R_2}$ $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & -10 & 5 & 1 \end{bmatrix}$

$\downarrow R_1 - R_3$

$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & | & 11 & -5 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & | & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & -10 & 5 & 1 \end{bmatrix}$

$\downarrow R_1 + 2R_2$

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 7 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & | & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & -10 & 5 & 1 \end{bmatrix}$

$A^{-1} = \begin{bmatrix} 7 & -3 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \\ -10 & 5 & 1 \end{bmatrix}$

④
$x + y + z = 2$
$2x - y - z = 4$
$x + 2y + 3z = 1$

$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & | & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & | & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\xrightarrow{R_3 - R_1}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & | & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\downarrow R_2 - 2R_1$

$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -3 & | & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & | & -5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ $\xleftarrow{3R_3 + R_2}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -3 & | & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & | & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\downarrow 3R_1 + R_2$

$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & | & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & -3 & | & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & | & -5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ $\xrightarrow{-R_2 - R_3}$ $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & | & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & | & 7 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 3 & | & -5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

$\underset{\times \frac{1}{3}\ semua}{\downarrow}$

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & \frac{7}{3} & \frac{-2}{3} & -1 \\ 0 & 0 & 1 & | & \frac{-5}{3} & \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix}$

$$
\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{7}{3} & -\frac{2}{3} & -1 \\ -\frac{5}{3} & \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}
$$

$$
= \begin{bmatrix} \frac{2}{3} + \frac{4}{3} + 0 \\ \frac{14}{3} - \frac{8}{3} - 1 \\ -\frac{10}{3} + \frac{4}{3} + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}
$$