23. Find the quadratic equation having roots 5 and 3.

वह समीकरण ज्ञात करें जिनका मूल 5 और 3 हैं।

(A) $x^2 - 8x + 15 = 0$ (B) $x^2 - 15x + 8 = 0$

(C) $x^2 + 8x + 15 = 0$ (D) $x^2 - 8x - 15 = 0$

समी० $\Rightarrow x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\cdot\beta = 0$

$x^2 - (5+3)x + 5\times3 = 0$

$x^2 - 8x + 15 = 0$

24. Which of the following equations has / have real roots ?
इनमें से किस समीकरण के मूल वास्तविक हैं।

(A) $2x^2 - 3x + 4 = 0$

(B) $4x^2 + 1x + 4 = 0$

(C) $3x^2 + 4x + 5 = 0$

(D) $(x-1)(2x-5)=0$

$D = b^2 - 4ac$
$D = 1^2 - 4 \times 1 \times 4 = 1 - 16 = -15$

$D = 4^2 - 4 \times 3 \times 5$
$= 16 - 60$

(I) $D = 0$ → मूल वास्तविक तथा समान होंगे।

(II) $D > 0$ → मूल वास्तविक तथा असमान होंगे।

(III) $D < 0$ → मूल काल्पनिक होंगे।

D → विवेचक/विविक्तर

$D = b^2 - 4ac$

$2x^2 - 3x + 4 = 0$
$a = 2 \mid b = -3 \mid c = 4$
$D = b^2 - 4ac$
$D = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 4$
$D = 9 - 32 = -23$
$D < 0$ → काल्पनिक

maxᵐ and minᵐ value

अधिकतम और न्यूनतम मान

विषम घात
odd power

$x \to$ maxᵐ $+\infty$ minᵐ $-\infty$

$x^2 \to +\infty$

Even power
समघात

0

N $+\infty = \infty$
N $-\infty = -\infty$

① $5 + x^2$ → $5 + \infty = +\infty$, $5 + 0 = 5$

(i) maxᵐ → ∞

(ii) minᵐ → 5

② $5 - x^2$ → $5 - \infty = -\infty$, $5 - 0 = 5$

(i) maxᵐ → 5

(ii) minᵐ → $-\infty$

$15 + x^{7}$ (odd) $\nearrow 15+\infty = +\infty$ $\searrow 15-\infty = -\infty$

(i) $max^{m} \to +\infty$

(ii) $min^{m} \to -\infty$

$15 - x^{14}$ ($x \to \infty$) $\nearrow 15-\infty = -\infty$ $\searrow 15-0 = 15$

(i) $max^{m} \to 15$

(ii) $min^{m} \to -\infty$

$x+y=\frac{6}{2}=3$

$x \times y$ का अधिकतम मान $\rightarrow 3 \times 3 = 9$

$x+y=6$

$1 \times 5 = 5$

$2 \times 4 = 8$

$3 \times 3 = 9$

$x+y+z=\frac{6}{3}=2$

$x \times y \times z$ का max^m value $=$

$2 \times 2 \times 2 = 8$

$x+y+z=2$

xyz का max$^m \rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$

$x=y=z=\frac{2}{3}$

$x+y+z=8$

$(x+2)+(y+3)+(z+5) = 8+2+3+5$
$= 18$

$\frac{18}{3}=6$

$(x+2)=(y+3)=(z+5)=6$

$(x+2)(y+3)(z+5)$ का $max^m \rightarrow 6^3=216$ Ans

AM ≥ G.M

(I) a, b
$AM \rightarrow \frac{a+b}{2}$ $\quad G.M=\sqrt{axb}$

(II) a, b, c
$AM \rightarrow \frac{a+b+c}{3}$ $\quad G.M=\sqrt[3]{axbxc}$

$x+y=5$

$(x-3)+(y+6)=5-3+6=8$

$(x-3)=(y+6)=\frac{8}{2}=4$

$(x-3)\times(y+6)$ का $max^m \rightarrow 4^2=16$ Ans.

$x+y+z=8$

AM ≥ GM

$$\frac{x+2+y+3+z+5}{3} \geq \sqrt[3]{(x+2)(y+3)(z+5)}$$

$$\frac{6\,18}{3} \geq \sqrt[3]{(x+2)(y+3)(z+5)}$$

$$(6)^3 \geq \left(\sqrt[3]{(x+2)(y+3)(z+5)}\right)^3$$

$$216 \geq (x+2)(y+3)(z+5)$$

$(x+2)(y+3)(z+5)$ का $max^m \rightarrow 216$

$x+y=5$

$(x-3)\times(y+6)$ का $max^m \rightarrow$

$x \times y = 16$

$x = y = \sqrt{16} = 4$

$x + y$ का $min^m = 4 + 4$
$= 8$

Ans.

A.M ≥ G.M

$\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$

$\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{16}$

$\frac{x+y}{2} \geq 4$

$x + y \geq 8$

$x = y = z = \sqrt[3]{27}$
$= 3$

$x \times y = 9$
$x = y = \sqrt{9} = 3$

$x + y$ का न्यूनतमान $= 3 + 3 = 6$

$x \times y \times z = 27$

$x + y + z$ का $min^m \rightarrow$
$3 + 3 + 3 = 9$

25. If $(x-1)(y-2)(z-3)=64$, then what is the minimum value of $(x+y+z)$ is:—

यदि $(x-1)(y-2)(z-3)=64$, तो $(x+y+z)$ का निम्नतम मान क्या है:—

(A) 6 (B) 18 (C) 4 (D) 24

$AM \geq GM$

$$\frac{x-1+y-2+z-3}{3} \geq \sqrt[3]{(x-1)(y-2)(z-3)}$$

$$\frac{x+y+z-6}{3} \geq \sqrt{64}$$

$$\frac{x+y+z-6}{3} \geq 4$$

$x+y+z-6 \geq 12$

$x+y+z \geq 18$

25. If $(x-1)(y-2)(z-3)=64$, then what is the minimum value of $(x+y+z)$ is:—

यदि $(x-1)(y-2)(z-3)=64$, तो $(x+y+z)$ का निम्नतम मान क्या है:–

(A) 6 (B) 18 (C) 4 (D) 24

$(x-1)=(y-2)=(z-3)=\sqrt[3]{64}=4$

$x-1=4 \mid y-2=4 \mid z-3=4$

$x=5 \mid y=6 \mid z=7$

$5+6+7=18$

26. If $a+b+c=18$, then find the maximum value of $(a+7)(b+5)(c-3)$ is:—

यदि $a+b+c=18$, तो $(a+7)(b+5)(c-3)$ का अधिकतम मान बतायें।

+7
+5
−3

9 × 9 × 9

(A) 216 (B) 81 (C) 729 (D) 9

$(a+7)=(b+5)=(c-3)=\frac{27}{3}=9$

27. If $x+\frac{1}{x}=-2$, then the value of x^p+x^q is:—

(Where p is an even number and q is an odd number).

यदि $x+\frac{1}{x}=-2$ है, तो x^p+x^q का मान क्या होगा ?

(यहाँ p सम संख्या और q विषम संख्या है)

(A) -2 (B) 1 (C) 2 (D) 0

(-) सम → +ve
(-) विषम → -ve

① $x+\frac{1}{x}=2$
$x=1$
② $x+\frac{1}{x}=-2$
$x=-1$

x^p+x^q
$(-1)^{सम}+(-1)^{विषम}$
$+1-1=0$

$$\frac{x^4+x^3-4x^2+3x-19}{x+1}$$ R=

$x+1=0$

$x=-1$

$R \rightarrow x^4+x^3-4x^2+3x-19$

$= (-1)^4+(-1)^3-4\times(-1)^2+3\times-1-19$

$= 1-1-4-3-19$

$=-26$

$x^4 + x^3 - 4x^2 + 3x + K$ ÷ $x + 1$ → $R = -26$

$x + 1 = 0$

$x = -1$

$R \to x^4 + x^3 - 4x^2 + 3x + K$

$-26 = (-1)^4 + (-1)^3 - 4 \times (-1)^2 + 3 \times -1 + K$

$-26 = 1 - 1 - 4 - 3 + K$

$-26 + 7 = K$

$K = -19$

किसी भी एक्सप्रेशन +ve

चतुर्थ → +ve, -ve

Trigonometry