UFRPE
Universidade
Federal Rural
de Pernambuco

Computação para Análise de Dados

Prof. Ermeson Andrade
ermeson.andrade@ufrpe.br

ANOVA

Sumário

Introdução

Teste de Hipótese

- Na aula anterior, os testes paramétricos e não paramétricos foram estudados.

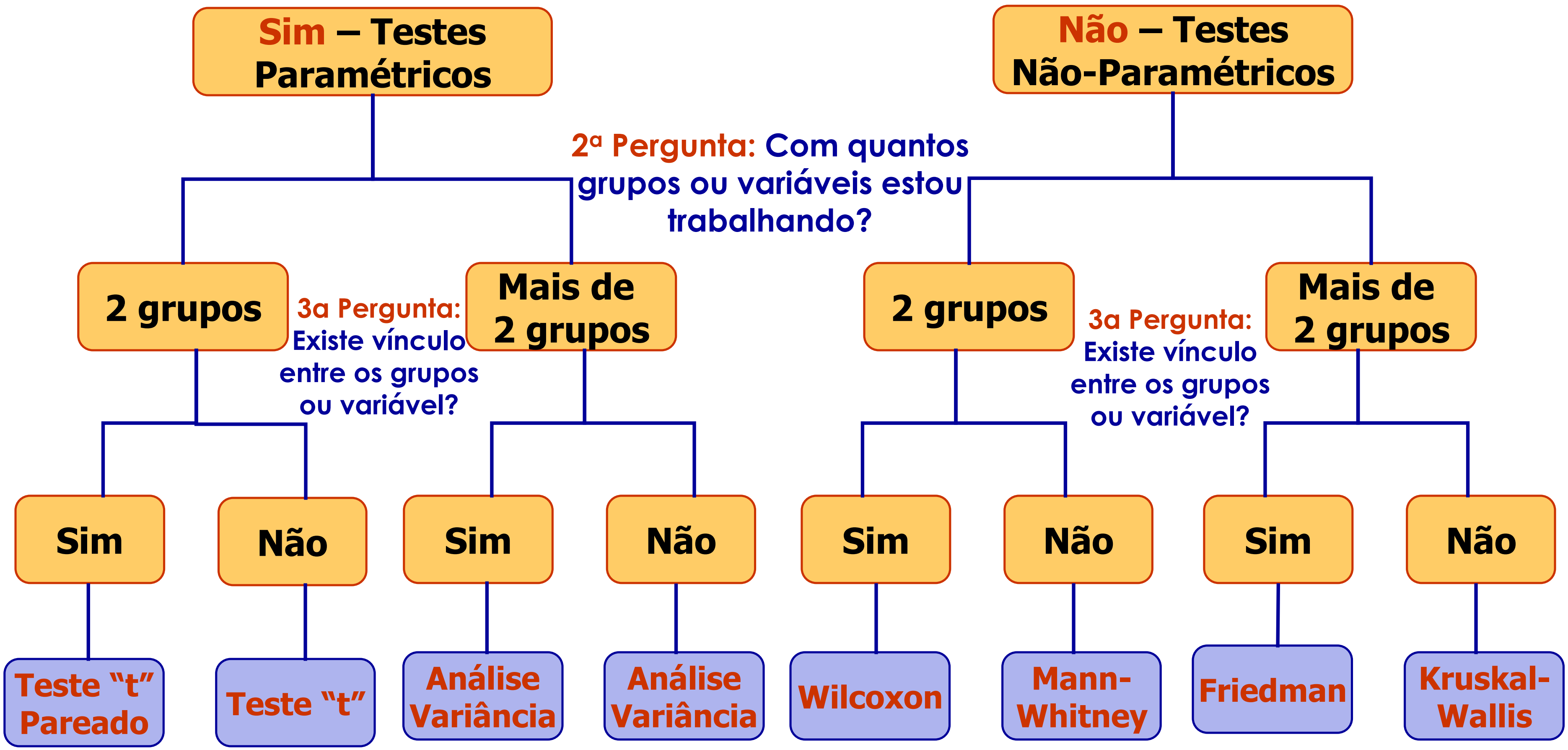
- Porém, esses testes foram utilizados apenas para avaliar se há diferença significativa entre as médias de **duas amostras.**

- Nesta aula, abordaremos comparações mais complexas com a ANOVA e o teste de Friedman.

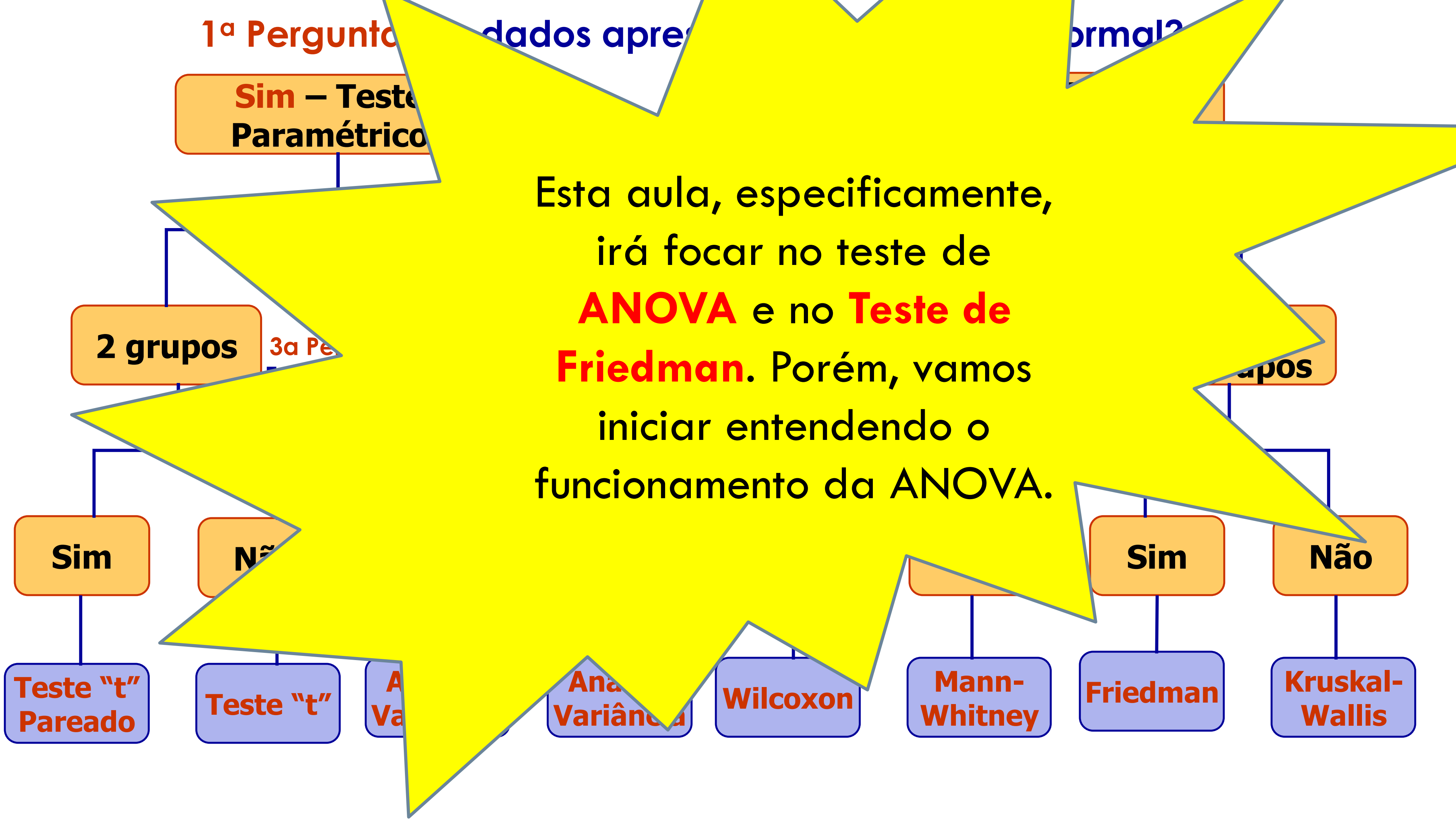
Qual teste escolher ?

UFRPE
Universidade Federal Rural de Pernambuco

1ª Pergunta: Os dados apresentam distribuição normal?



Qual teste escolher ?



Esta aula, especificamente, irá focar no teste de **ANOVA** e no **Teste de Friedman**. Porém, vamos iniciar entendendo o funcionamento da ANOVA.

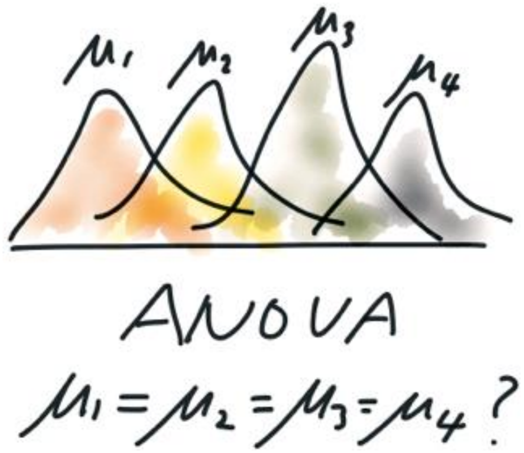
O Que é a ANOVA?

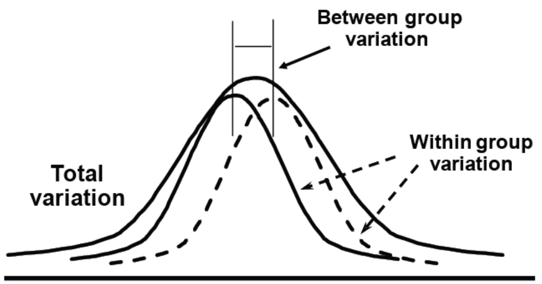
- ANOVA significa "Análise de variância".

- Esse nome pode soar estranho, visto que ANOVA é usado para encontrar **diferenças nas médias** e não nas variações.

- ANOVA na verdade usa as variâncias para determinar se existem ou não diferenças "reais" nas médias dos grupos.

- Pode ser considerado uma extensão do teste t.





O Que é a ANOVA?

A ANOVA ...	A ANOVA NÃO ...
Compara várias médias umas com as outras	Compara várias médias com uma média geral
Diz se existem diferenças significativas entre as médias ou não	Diz quais médias diferem
Requer que os dados sejam contínuos	Lida com dados discretos
Requer que os dados sejam distribuídos normalmente	Lida com distribuições não-normais
Requer que as variâncias sejam homogêneas	Lidar com amostras e variâncias muito desiguais

ANOVA 1 Fator

ANOVA 1 Fator

- A ANOVA de um fator (one-way ANOVA) é usada para comparar as médias de três ou mais grupos para determinar se eles diferem significativamente um do outro.
  - Verifica a influência de uma variável quantitativa independente (também chamada de categórica) sob uma variável dependente contínua (também chamada de variável resposta).

- Note que as amostras, entre cada um dos três [ou mais] grupos, são **independentes**, ou seja, não existe correlação entre as amostras.

- Vamos fazer um exemplo executando a ANOVA 1 fator nos dados do *PlantGrowth*. Esse dataset contém os pesos de plantas obtidos usando três tipos de tratamento distintos. O que queremos saber é se os tratamentos afetam ou não nos pesos das plantas.
  - `weight` é a variável dependente contínua, enquanto `group` é a variável independente.

ANOVA 1 Fator

- A ANOVA de um fator (one-way ANOVA) é usada para comparar as médias de três ou mais grupos para d… erminar se eles diferem significativamente um do… tro.
  - … influência … vari… ativa ind… ente (também cham… contínua (também ch…

Para um melhor entendimento da diferença entre grupos independentes e pareados ver o seguinte vídeo: https://www.youtube.com/watch?v=UKJFmPuq37w

- Note … são … ostras.

- Vamos fazer um exemp… ecutando … NOVA 1 fator nos dados do *PlantGrowth*. Esse datase… ontém os pesos de plantas obtidos usando três tipos de tratamento disti…os. O que queremos saber é se os tratamentos afetam ou não nos pesos das plantas.
  - `weight` é a variável dependente contínua, enquanto `group` é a variável independente.

ANOVA 1 Fator

- Checar a estrutura dos dados

Entrada

```
> str(PlantGrowth)
```

Saída

```
'data.frame':  30 obs. of  2 variables:
 $ weight: num  4.17 5.58 5.18 6.11 4.5 4.61 5.17 4.53 5.14 ...
 $ group : Factor w/ 3 levels "ctrl","trt1",..: 1 1 1 1 1 1 1 ...
```

ANOVA 1 Fator

- Ch r a estr do es

A estrutura está toda correta, visto que a variável dependente é numérica (contínua) e a categórica é um fator.

Saída

```
'data.frame':  30 obs. of  2 variables:
 $ weight: num  4.17 5.58 5.18 6.11 4.5 4.61 5.17 4.53 5.14 ...
 $ group : Factor w/ 3 levels "ctrl","trt1",..: 1 1 1 1 1 1 1 ...
```

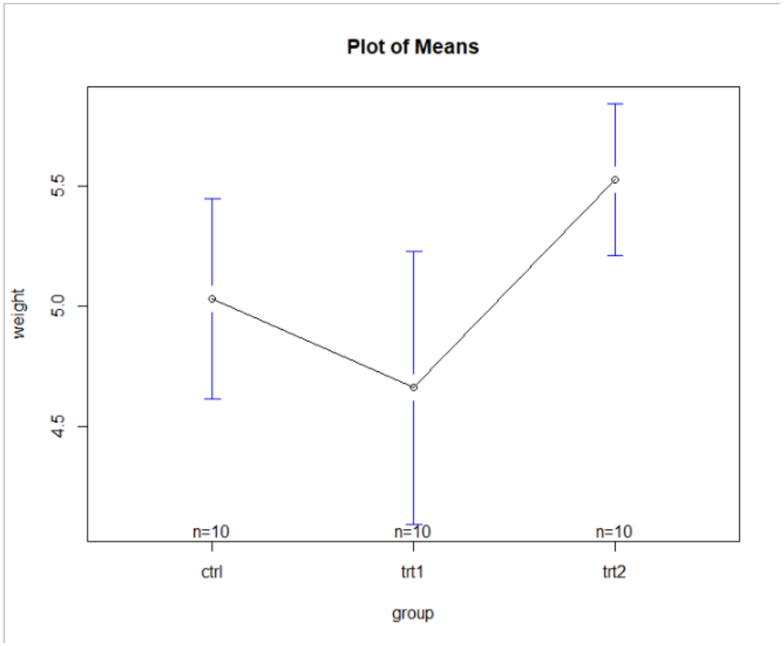
ANOVA 1 Fator

Gráfico das Médias

- A partir do gráfico, é possível notar que os tratamentos “ctrl” e “trt2” resultaram em pesos semelhantes.
- Já o tratamento “trt1” resultou em um menor peso.
- Porém, para afirmar que os tratamentos resultam em pesos estatisticamente iguais ou diferentes precisamos realizar um teste estatístico.

Entrada

```
>library(gplots)
>plotmeans(weight ~ group, PlantGrowth,
           main = "Plot of Means")
```



ANOVA 1 Fator

- Hipóteses
  - Hipótese nula: as médias da variável `weight` (dependente) correspondentes a cada nível da variável `group` (qualitativa) são iguais.
  - Hipótese alternativa: pelo menos uma das médias é diferente das demais.

- Interpretação dos resultados da ANOVA 1 Fator.
  - Se o valor de p for inferior ao nível de significância 0,05, podemos concluir que existem diferenças significativas entre os grupos.
  - Ou seja, rejeitamos a hipótese nula e aceitamos a hipótese alternativa que pelo menos uma média amostral de um grupo é diferente de um outro.

ANOVA 1 Fator

É importante ressaltar que variáveis de interesse em um experimento (aquelas que são medidas ou observadas) são chamadas de **variáveis respostas ou dependentes**. As variáveis que afetam a resposta e podem ser definidas ou medidas são chamadas de **qualitativas, explicativas, categóricas, fatores ou independentes.**

ANOVA 1 Fator

- Pressupostos
  - Independência
  - Normalidade
  - Variâncias homogêneas
  - Sem outliers significativos

ANOVA 1 Fator

- Independência
  - Esse pressuposto busca garantir que todas as amostras foram coletadas independentemente umas das outras.
  - Porém, ela só pode ser alcançada se nós configuramos o ambiente experimental e coletarmos as amostras.
  - Só que esse não é o foco deste curso. **Assim, vamos partir do pressuposto que todos os dados que iremos trabalhar foram coletados de forma independente.**

ANOVA 1 Fator

- Normalidade
  - O teste de Shapiro testa a hipótese NULA de que os dados dos grupos são normais.
  - Isso significa que se o valor de p <= 0.05, você rejeita a hipótese NULA de que o grupo é proveniente de uma distribuição Normal.

Entrada

```
> library(rstatix)
> library(dplyr)
> PlantGrowth %>% group_by(group) %>%
  shapiro_test(weight)
```

Saída

```
  group variable statistic     p
  <fct> <chr>        <dbl> <dbl>
1 ctrl  weight       0.957 0.747
2 trt1  weight       0.930 0.452
3 trt2  weight       0.941 0.564
```

ANOVA 1 Fator

UFRPE
Universidade
Federal Rural
de Pernambuco

- Normalidade
  - O teste de Shapir ... os dados dos grupos são normais.
  - Isso significa qu ... ejeita a hipótese NULA de que o grupo ... ição Normal.

Como o valores de p são maiores que 0.05, então podemos assumir que os dados são proveniente de uma distribuição normal.

Entrada

```
> library(rstatix)
> library(dplyr)
> PlantGrowth %>% group_by(group) %>%
  shapiro_test(weight)
```

Saída

```
  group variable statistic     p
  <fct> <chr>        <dbl> <dbl>
1 ctrl  weight       0.957 0.747
2 trt1  weight       0.930 0.452
3 trt2  weight       0.941 0.564
```

ANOVA 1 Fator

- Variâncias homogêneas
  - A função `leveneTest()` testa a hipótese NULA de que a variância das amostras são as mesma.
  - Isso significa que se o valor de $p <= 0.05$, você rejeita a hipótese NULA de que a variância das amostras são as mesmas.

Entrada

```
> library(car)
> leveneTest(weight ~ group, data =
             PlantGrowth)
```

Saída

```
Levene's Test for Homogeneity of Variance
(center = median)
      Df F value Pr(>F)
group  2  1.1192 0.3412
      27
```

ANOVA 1 Fator

- Variâncias homogêne
  - A função leve A de que a variância das amostra
  - Isso significa q ejeita a hipótese NULA de que a vari as.

Como o valor de p é maior que 0.05, então podemos assumir que as variâncias são homogêneas.

Entrada

```
> library(car)
> leveneTest(weight ~ group, data =
             PlantGrowth)
```

Saída

```
Levene's Test for Homogeneity of Variance
(center = median)
      Df F value Pr(>F)
group  2  1.1192 0.3412
      27
```

ANOVA 1 Fator

Como podemos salvar o nosso teste da ANOVA 1 fator, em uma situação em que a suposição de homogeneidade de variância é violada?

- **Seria usar o `oneway.test()` que não requer a suposição de variâncias homogêneas.**
  - Ex.: `oneway.test(weight ~ group, data = PlantGrowth)`

ANOVA 1 Fator

UFRPE
Universidade Federal Rural de Pernambuco

- Outliers
  - Os outliers podem ser facilmente identificados usando a função `identifique_outliers()`.

Entrada

```
> library(rstatix)
> library(dplyr)
> PlantGrowth %>%
    group_by(group) %>%
    identify_outliers(weight)
```

Saída

```
 group weight is.outlier is.extreme
  <fct>  <dbl> <lgl>       <lgl>
1 trt1    5.87 TRUE        FALSE
2 trt1    6.03 TRUE        FALSE
```

ANOVA 1 Fator

- Outliers
  - Os outliers p tificados usando a função i () .

Como não existem outliers extremos, não precisamos remover nenhum dado.

Entrada

```
> library(rstatix)
> library(dplyr)
> PlantGrowth %>%
    group_by(group) %>%
    identify_outliers(weight)
```

Saí

```
  group weight is.outlier is.extreme
  <fct>  <dbl> <lgl>      <lgl>
1 trt1    5.87 TRUE       FALSE
2 trt1    6.03 TRUE       FALSE
```

ANOVA 1 Fator

- Para verificar se as medias dos grupos são estatisticamente iguais, executaremos a ANOVA de um fator através da função `aov()`.
- Nessa função, é necessário especificar as variáveis qualitativas independentes e a variável dependente com uma fórmula no seguinte formato o formato: y ~ x1 + x2.
  - Onde y é a variável dependente, e x1, x2... são uma (ou mais) variáveis qualitativas independentes.
- Como o *weight* é a variável dependente e *group* é a variável independente, definiremos a fórmula como *formula* = *weight* ~ *group*.

Entrada

```
> plant.aov <- aov(formula = weight ~ group,
                           data = PlantGrowth)
```

ANOVA 1 Fator

- Agora para ver o resultado da ANOVA aplique a função `summary()` ao objeto `plant.aov` da etapa anterior.

Entrada

```
> summary(plant.aov)
```

Saída

```
            Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
group        2  3.766  1.8832   4.846 0.0159 *
Residuals   27 10.492  0.3886
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

ANOVA 1 Fator

- Agora para ver o resultado da ANOVA … ( ) ao objeto `plant.aov` da etapa a…

Como o valor de p é menor que o nível de significância de 0,05, podemos concluir que existem diferenças significativas entre os grupos.

Entrada

```
> summary(plant.aov)
```

Saída

```
            Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
group        2  3.766  1.8832   4.846 0.0159 *
Residuals   27 10.492  0.3886
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

ANOVA 1 Fator

- A ANOVA indicou um efeito significativo dos tratamentos, sugerindo que ao menos um par de tratamentos difere entre si em seus valores médios. Nos resta saber qual(is) pares são diferentes.
- O teste mais simples para identificar tais pares é o teste HSD de Tukey (**H**onest **S**ignificant **D**ifference).

Entrada

```
> TukeyHSD(plant.aov)
```

Saída

```
 Tukey multiple comparisons of means
    95% family-wise confidence level
Fit: aov(formula = weight ~ group, data = PlantGrowth)
$group
            diff        lwr       upr     p adj
trt1-ctrl -0.371 -1.0622161 0.3202161 0.3908711
trt2-ctrl  0.494 -0.1972161 1.1852161 0.1979960
trt2-trt1  0.865  0.1737839 1.5562161 0.0120064
```

ANOVA 1 Fator

UFRPE
Universidade Federal Rural de Pernambuco

- A ANOVA indicou um efeito si... ...mentos, sugerindo que ao menos um par de trat... ...valores médios. Nos resta saber qual(is)...
- O teste mais simple... ...ste HSD de Tukey (**H**onest **S**ignificant...

Como pode ser visto a partir da saída, apenas a diferença entre trt2 e trt1 é significativa (p<0,05) com um valor de p ajustado de 0,012.

```
> TukeyHSD(plant.aov)
```

Saída

```
 Tukey multiple comparisons of means
    95% family-wise confidence level
Fit: aov(formula = weight ~ group, data = PlantGrowth)
$group
              diff        lwr       upr     p adj
trt1-ctrl -0.371 -1.0622161 0.3202161 0.3908711
trt2-ctrl  0.494 -0.1972161 1.1852161 0.1979960
trt2-trt1  0.865  0.1737839 1.5562161 0.0120064
```

Exercício 01

- A média de vezes por mês que uma pessoa come fora é a mesma para brancos, negros, hispânicos e asiáticos? Se sim, quais grupos tiveram um número de vezes significativamente diferente dos outros? A tabela abaixo mostra os resultados do estudo.

Branco	Negro	Hispânico	Asiático
6	4	7	8
8	1	3	3
2	5	5	5
4	2	4	1
6		6	7

Exercício 02

UFRPE
Universidade Federal Rural de Pernambuco

- Rei Manuel I governou o Império Bizantino de Constantinopla durante os anos de 1145 a 1180 d.C. O império era muito poderoso durante seu reinado, mas declinou significativamente depois. As moedas cunhadas durante sua época foram encontradas no Chipre, uma ilha no leste do Mar Mediterrâneo. Essas moedas eram de diferentes períodos do reinado, sendo nove moedas de uma primeira cunhagem, sete de uma segunda, quatro de uma terceira e sete de uma quarta. O teor de prata das moedas está listado na tabela no próximo slide. O conteúdo de prata das moedas mudou ao longo do reinado de Manuel? Se sim, quais períodos de cunhagem tiveram um teor de prata significativamente diferente dos outros?

Exercício 02

Primeira cunhagem	Segunda cunhagem	Terceira cunhagem	Quarta cunhagem
5.9	6.9	4.9	5.3
6.8	9.0	5.5	5.6
6.4	6.6	4.6	5.5
7.0	8.1	4.5	5.1
6.6	9.3		6.2
7.7	9.2		5.8
7.2	8.6		5.8
6.9			
6.2			

ANOVA 2 Fatores

ANOVA 2 Fatores

- O teste da ANOVA de dois fatores (two-way ANOVA) é uma extensão do teste da ANOVA 1 fator, de modo que é avaliado simultaneamente o efeito de duas variáveis categóricas (ex.: A e B) em uma variável resposta (variável dependente).

- Vamos fazer um exemplo executando a ANOVA de dois fatores nos dados `ToothGrowth`. Esse dataset contém dados de um estudo que avalia o efeito do uso de vitamina C no crescimento dos dentes de cobaias. Essas coobais receberam doses de vitamina C (0,5, 1 ou 2 mg/dia) através de dois tipos de suplementos (suco de laranja ou ácido ascórbico).

- O que queremos saber é se as doses e/ou os suplementos afetam ou não no crescimento dos dentes das cobaias. Além disso, gostaríamos de saber se existe interação entre as variáveis categóricas.
  - *`len`* é a variável dependente e *`supp`* e *`dose`* são as variáveis independentes.

ANOVA 2 Fatores

- Inicialmente, vamos analisar os dados.

Entrada

```
> str(ToothGrowth)
```

Saída

```
>'data.frame':      60 obs. of  3 variables:
 $ len : num  4.2 11.5 7.3 5.8 6.4 10 11.2 11.2 5.2 7 ...
 $ supp: Factor w/ 2 levels "OJ","VC": 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 ...
 $ dose: num  0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 ...
```

ANOVA 2 Fatores

- Inicialmente, va dados.

Como a variável *dose* não é um fator, precisamos converter ela para um fator.

Saída

```
>'data.frame':  60 obs. of  3 variables:
 $ len : num  4.2 11.5 7.3 5.8 6.4 10 11.2 11.2 5.2 7 ...
 $ supp: Factor w/ 2 levels "OJ","VC": 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 ...
 $ dose: num  0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 ...
```

ANOVA 2 Fatores

- Estruturando dados

Entrada

```
> ToothGrowth$dose <- factor(ToothGrowth$dose)
> str(ToothGrowth)
```

Saída

```
'data.frame':  60 obs. of  3 variables:
 $ len : num  4.2 11.5 7.3 ...
 $ supp: Factor w/ 2 levels "OJ","VC":...
 $ dose: Factor w/ 3 levels "0.5","1","2": ...
```

ANOVA 2 Fatores

- Estruturando dados

A estrutura está toda correta, visto que a variável dependente é numérica (contínua) e as categóricas são fatores.

>

Sa

```
'data.frame':  6   s. of  3   iables:
 $ len : num  4.2 11.5 7.3 ...
 $ supp: Factor w/ 2 levels "OJ","VC":...
 $ dose: Factor w/ 3 levels "0.5","1","2": ...
```

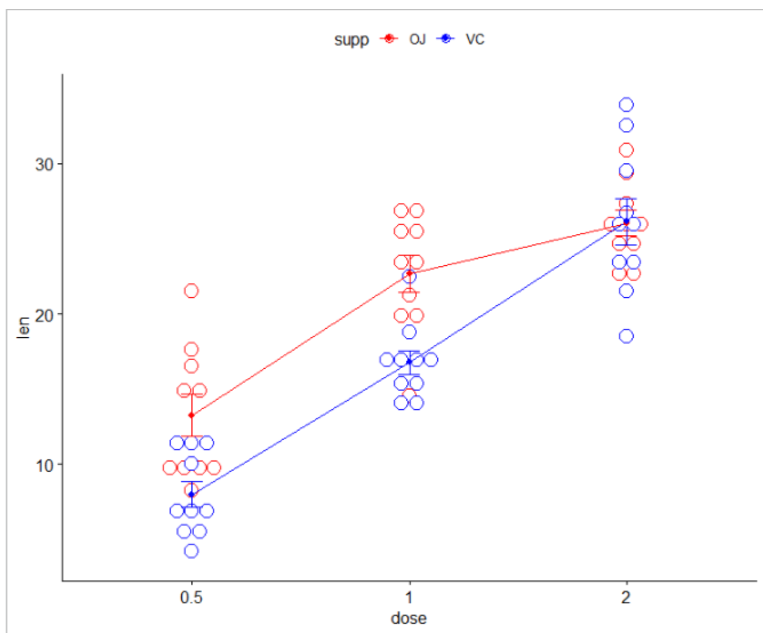
ANOVA 2 Fatores

UFRPE
Universidade Federal Rural de Pernambuco

- Gráfico das médias

Entrada

```
> library("ggpubr")
> ggline(ToothGrowth, x = "dose", y = "len", color = "supp",
         add = c("mean_se", "dotplot"),
         palette = c("red", "blue"))
```



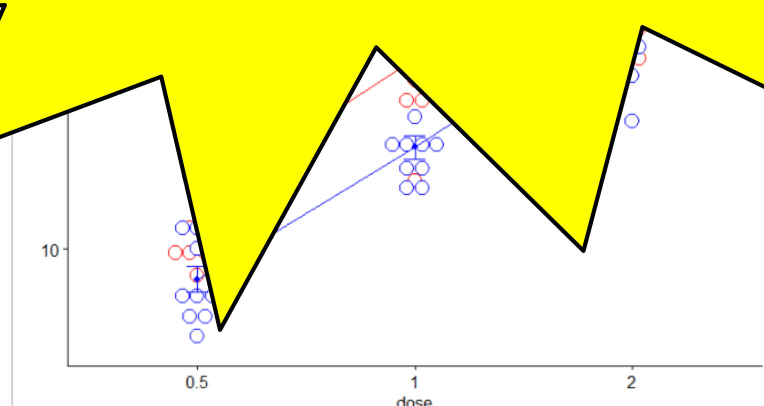
ANOVA 2 Fatores

- Gráfico das médias

Entrada

```
> library("ggpubr")
  line(ToothGrowth,    "dose",  y        ", color = "supp",
          ("mea              pl
     p
```

É possível perceber que existem diferenças entre as médias. Porém, para afirmar que elas diferem estatisticamente precisamos executar um teste estatístico.



ANOVA 2 Fatores

UFRPE
Universidade Federal Rural de Pernambuco

- A ANOVA de dois fatores possui três **hipóteses nulas:**
  1. Não há diferença nas médias do grupo da primeira variável independente.
  2. Não há diferença nas médias do grupo da segunda variável independente.
  3. Não há iteração entre as variáveis categóricas.

ANOVA 2 Fatores

- Hipótese Nula
  1. As médias dos grupos do fator `supp` são iguais.
  2. As médias dos grupos do fator `dose` são iguais.
  3. Não há interação entre os fatores `supp` e `dose`.
- Hipótese Alternativa
  - A hipótese alternativa para os casos 1 e 2 é que as médias são diferentes.
  - A hipótese alternativa para o caso 3 é que existe uma interação entre `supp` e `dose`.
- Interpretação dos resultados da ANOVA 2 Fatores.
  - Se os valores de p forem inferiores ao nível de significância de 0,05 para os casos 1 e 2, podemos concluir que existem diferenças significativas para os grupos de `supp` e `dose`.
  - Se o valor de p for inferior ao nível de significância 0,05 para o caso 3, podemos concluir que existe iteração entre entre `supp` e `dose`.

ANOVA 2 Fatores

- Pressupostos da two-way ANOVA
  - Independência
  - Normalidade
  - Variâncias homogêneas
  - Sem outliers significativos
  - Dados balanceados (os grupos devem ter tamanhos de amostra iguais).

ANOVA 2 Fatores

- Normalidade
  - O teste de Shapiro testa a hipótese NULA de que os dados dos grupos são normais.
  - Isso significa que se o valor de p <= 0.05, você rejeita a hipótese NULA de que o grupo é proveniente de uma distribuição Normal.

Entrada

```
> library(rstatix)
> library(dplyr)
> ToothGrowth %>% group_by(dose,supp) %>%
  shapiro_test(len)
```

Saída

```
  supp  dose  variable statistic     p
  <fct> <fct> <chr>        <dbl> <dbl>
1 OJ    0.5   len          0.893 0.182
2 VC    0.5   len          0.890 0.170
3 OJ    1     len          0.927 0.415
4 VC    1     len          0.908 0.270
5 OJ    2     len          0.963 0.815
6 VC    2     len          0.973 0.919
```

ANOVA 2 Fatores

- Normalidade
  - O teste de Shapir … os dados dos grupos são normais.
  - Isso significa qu … ejeita a hipótese NULA de que o grupo … ição Normal.

Como o valores de p
são maiores que 0.05,
então podemos assumir
que os dados são
proveniente de uma
distribuição normal.

Entrada

```
> library(rstatix)
> library(dplyr)
> ToothGrowth %>% group_by(dose,supp) %>%
  shapiro_test(len)
```

…da

	supp	dose	variable	statistic	p
	<fct>	<fct>	<chr>	<dbl>	<dbl>
1	OJ	0.5	len	0.893	0.182
2	VC	0.5	len	0.890	0.170
3	OJ	1	len	0.927	0.415
4	VC	1	len	0.908	0.270
5	OJ	2	len	0.963	0.815
6	VC	2	len	0.973	0.919

ANOVA 2 Fatores

UFRPE
Universidade Federal Rural de Pernambuco

- Variâncias homogêneas
  - Testa a hipótese NULA de que as variância dos grupos são as mesma.
  - Isso significa que se o valor de p <= 0.05, você rejeita a hipótese NULA de que a variância dos grupos são as mesmas.

Entrada

```
> library(car)
> leveneTest(len ~ supp*dose, data =
             ToothGrowth)
```

Saída

```
LLevene's Test for Homogeneity of
Variance (center = median)
      Df F value Pr(>F)
group  5  1.7086 0.1484
      54
```

ANOVA 2 Fatores

UFRPE
Universidade Federal Rural de Pernambuco

- Variâncias homogêne
  - Testa a hipótese ... upos são as mesma.
  - Isso significa ... eita a hipótese NULA de que a vari

Como o valor de p é maior que 0.05, então podemos assumir que as variâncias são homogêneas.

Entrada

```
> library(car)
> leveneTest(len ~ supp*dose, data =
              ToothGrowth)
```

Saída

```
LLevene's Test for Homogeneity of
Variance (center = median)
      Df F value Pr(>F)
group  5  1.7086 0.1484
      54
```

ANOVA 2 Fatores

- Outliers
  - Os outliers podem ser facilmente identificados usando a função `identifique_outliers()`.

Entrada	Saída

`> library(rstatix)`
`> library(dplyr)`
`> ToothGrowth %>%`
`    group_by(dose,supp) %>%`
`    identify_outliers(len)`
	`supp  dose    len is.outlier is.extreme`
	`<fct> <fct> <dbl> <lgl>      <lgl>`
	`1 VC    1      22.5 TRUE       FALSE`
	`2 OJ    2      30.9 TRUE       FALSE`

ANOVA 2 Fatores

- Outliers
  - Os outliers p… …tificados usando a função i… () .

Como não existem outliers extremos, não precisamos remover nenhum dado.

Entrada	Saída

<pre>> library(rstatix)
> library(dplyr)
> ToothGrowth %>%
    group_by(dose,supp) %>%
    identify_outliers(len)</pre>
	<pre> supp dose len is.outlier
	is.extreme
	  <fct> <fct> <dbl> <lgl> <lgl>
	1 VC 1 22.5 TRUE FALSE
	2 OJ 2 30.9 TRUE FALSE</pre>

ANOVA 2 Fatores

- Checando se os dados estão balanceados

Entrada

```
> table(ToothGrowth$supp,
            ToothGrowth$dose)
```

Saída

```
      D0.5 D1 D2
OJ      10 10 10
VC      10 10 10
```

ANOVA 2 Fatores

- Checando se os dados estão balanceados

Como é possível ver pela saída, os dados estão balanceados entre os grupos.

Entrada

```
> table(ToothGrowth$supp,
        ToothGrowth$dose)
```

Saída

	D0.5	D1	D2
OJ	10	10	10
VC	10	10	10

ANOVA 2 Fatores

UFRPE
Universidade Federal Rural de Pernambuco

- Inicialmente, vamos verificar se o comprimento do dente depende do suplemento (`supp`) e da dose (`dose`).
- Para testar tal afirmação, criaremos um objeto ANOVA com a função `aov()`.

Entrada

```
> res.aov2 <- aov(len ~ supp + dose, data = ToothGrowth)
> summary(res.aov2)
```

ANOVA 2 Fatores

UFRPE
Universidade Federal Rural de Pernambuco

- Agora para ver o resultado da ANOVA aplique a função `summary()` ao objeto `res.aov2` da Etapa 1.

Entrada

```
> summary(res.aov2)
```

Saída

```
            Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
supp         1  205.4   205.4   11.45   0.0013 **
dose         1 2224.3  2224.3  123.99 6.31e-16 ***
Residuals   57 1022.6    17.9
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

ANOVA 2 Fatores

- Agora para ver o resultado da AN
ao objeto `res.aov2` da Etap

Como o valor de p para o **suplemento** é menor que o nível de significância de 0,05, podemos concluir que existem diferenças significativas no crescimento dos dentes associado ao uso dos suplementos.

Entrada

```
> summary(res.aov
```

Saída

```
          Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
supp       1  205.4   205.4   11.45   0.0013 **
dose       1 2224.3  2224.3  123.99 6.31e-16 ***
Residuals 57 1022.6    17.9
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

ANOVA 2 Fatores

UFRPE
Universidade Federal Rural de Pernambuco

- Agora para ver o resultado da ANOVA ao objeto `res.aov2` da Etapa 1

Entrada

```
> summary(res.aov
```

Como o valor de p para a **dose** é menor que o nível de significância de 0,05, podemos concluir que existem diferenças significativas no crescimento dos dentes associado as doses do suplemento.

Saída

```
            Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
supp         1  205.4   205.4   11.45   0.0013 **
dose         1 2224.3  2224.3  123.99 6.31e-16 ***
Residuals   57 1022.6    17.9
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

ANOVA 2 Fatores

- O modelo anterior faz uma suposição de que as duas variáveis fatores são independentes.
- Para saber se existe iteração entre as variáveis `supp` e `dose`, substitua o símbolo de mais (+) por um asterisco (*), conforme abaixo:

Entrada

```
> res.aov3 <- aov(len ~ supp * dose,
                      data = ToothGrowth)
summary(res.aov3)
```

Saída

```
             Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
supp          1  205.4   205.4  12.317 0.000894 ***
dose          1 2224.3  2224.3 133.415  < 2e-16 ***
supp:dose     1   88.9    88.9   5.333 0.024631 *
Residuals    56  933.6    16.7
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

ANOVA 2 Fatores

- O modelo anterior faz uma suposição de que as duas variáveis fatores são independentes.
- Para saber se existe iteração entre as v… o símbolo de mais (+) por um asterisco…

Como o valor de p é menor que o nível de significância de 0,05, podemos concluir que existe interação entre os fatores.

Entra…

```
> res.aov3 <- aov(le…
                  data = …
summary(res.aov3)
```

Saída

```
            Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
supp         1  205.4   205.4  12.317 0.000894 *
dose         1 2224.3  2224.3 133.415  < 2e-16 ***
supp:dose    1   88.9    88.9   5.333 0.024631 *
Residuals   56  933.6    16.7
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

ANOVA 2 Fatores

UFRPE
Universidade Federal Rural de Pernambuco

- O modelo anterior faz uma suposição de que as duas variáveis fatores são independentes.
- Para saber se existe iteração entre as v ... o símbolo de mais (+) por um asterisco

As diferenças também são significantes para as variáveis *supp* e *dose*.

Entra

```
> res.aov3 <- aov(le
                   data =
summary(res.aov3)
```

Saída

```
            Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
supp         1  205.4   205.4  12.317 0.000894 ***
dose         1 2224.3  2224.3 133.415  < 2e-16 ***
supp:dose    1   88.9    88.9   5.333 0.024631 *
Residuals   56  933.6    16.7
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

ANOVA 2 Fatores

- O mode... ...erior faz um... ...ão d... ...duas variáv... fatores são independen...
- P... ...a o símbolo...

Note que como existe iteração entre as variáveis *supp* e *dose*, então iremos usar os valores de p desse modelo. Caso contrário, teríamos que usar os valores de p do modelo da etapa anterior.

```
> ...                    ...e...          dose,
                     data = ...Growth)
summary(res...   3)
```

Saída

```
            Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)    
supp         1  205.4   205.4  12.317 0.000894 ***
dose         1 2224.3  2224.3 133.415  < 2e-16 ***
supp:dose    1   88.9    88.9   5.333 0.024631 *  
Residuals   56  933.6    16.7                     
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

ANOVA 2 Fatores

- Podemos fazer o teste de Tukey para ver onde estão as diferenças.

Entrada

```
> TukeyHSD(res.aov3, which = "dose")
```

Saída

```
  Tukey multiple comparisons of means

    95% family-wise confidence level

Fit: aov(formula = len ~ supp * dose, data =
ToothGrowth)

$dose

          diff       lwr       upr   p adj

D1-D0.5   9.130  6.362488 11.897512 0.0e+00

D2-D0.5 15.495 12.727488 18.262512 0.0e+00

D2-D1     6.365  3.597488  9.132512 2.7e-06
```

ANOVA 2 Fatores

- Podemos faze… onde estão as diferen…

> Pode ser visto a partir da saída, que todas as comparações entre pares para *dose* são significativas com um valor de p ajustado <0,05.

```
> fa
```

Saída

```
  Tukey multiple comparisons of means
    95% family-wise confidence level

Fit: aov(formula = len ~ supp * dose, data =
ToothGrowth)

$dose
          diff       lwr       upr   p adj
D1-D0.5  9.130  6.362488 11.897512 0.0e+00
D2-D0.5 15.495 12.727488 18.262512 0.0e+00
D2-D1    6.365  3.597488  9.132512 2.7e-06
```

ANOVA 2 Fatores

- Podemos fazer o teste de Tukey para ver onde estão as diferenças.

Entrada

```
> TukeyHS          wh           )
```

Agora verifique todas as comparações com o seguinte comando: `TukeyHSD(res.aov3)`

```
Fit: aov
ToothGr

$dose
            diff          r        upr      adj
D1-D0.5    9.130   6.   488 11.897512 0.0e+00
D2-D0.5   15.495 12.7 27488 18.262512 0.0e+00
D2-D1      6.365   3.597488  9.132512 2.7e-06
```

ANOVA 2 Fatores

- ANOVA desbalanceada
  - A função `Anova()` (no pacote car) pode ser usada para calcular o two-way ANOVA para designs desbalanceados.

Entrada

```
> library(car)
> my_anova <- aov(len ~ supp * dose, data = ToothGrowth)
> Anova(my_anova, type = "III")
```

Exercício

UFRPE
Universidade Federal Rural de Pernambuco

- A vida útil de baterias (em horas) são comparadas em relação a tipos de materiais (1, 2 e 3) e a temperaturas de operações: Baixa (-10°C), Média (20°C) e Alta (45°C). Doze baterias foram selecionadas aleatoriamente de cada tipo de material e foram então alocadas aleatoriamente para cada temperatura de operação. A vida útil resultante de todas as 36 baterias é mostrada na tabela abaixo. Há diferença na vida média das baterias para diferentes tipos de material e diferentes temperaturas de operações? Além disso, a interação dos tipos de matérias e das temperaturas de operaçõrd tem um efeito significativo na vida útil das baterias ?

		Temperatura (°C)		
		Baixo(-10°C)	Médio(20°C)	Alto(45°C)
Tipo de Material	1	130, 155, 74, 180	34, 40, 80, 75	20, 70, 82, 58
	2	150, 188, 159, 126	136, 122, 106, 115	25, 70, 58, 45
	3	138, 110, 168, 160	174, 120, 150, 139	96, 104, 82, 60

ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas

ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas

- A ANOVA de medidas repetidas é equivalente à ANOVA de um fator, mas para **grupos relacionados (pareados) e não independentes**.

- Vamos fazer um exemplo executando a ANOVA nos dados *NotasProfessores_long*. Esse dataset contém as notas de trabalhos de alunos dadas por diferentes professores.

- O que queremos saber é se os professores interferem ou não nas notas dos alunos.
  - `Nota` é a variável dependente e `Professor` é variável independente.

ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas

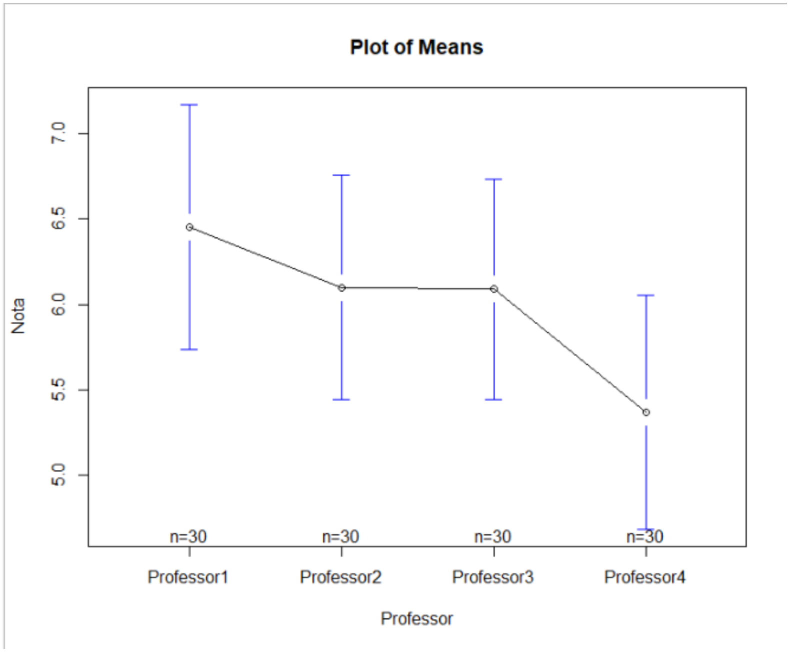
- Gráfico das médias

Entrada

```
> library(gplots)

> prof<-
read.csv2("https://www.dropbox.com/s/2vejrvd
l61huyct/NotasProfessores_long.csv?dl=1")

> plotmeans(Nota ~ Professor, prof,
          main = "Plot of Means")
```

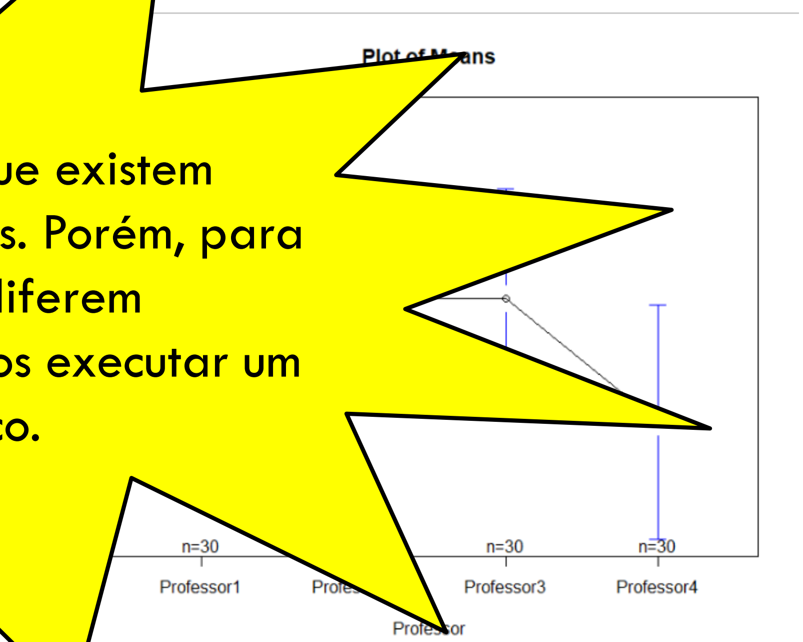


ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas

- Gráfico das médias

rada

```
> library(gplots)
> prof<-
read.cs
161huyct/No
> plotmeans(Not
```



É possível perceber que existem diferenças entre as médias. Porém, para afirmar que elas diferem estatisticamente precisamos executar um teste estatístico.

ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas

UFRPE
Universidade Federal Rural de Pernambuco

- Hipóteses
  - Hipótese nula: as médias da variável *Nota* (resposta) correspondentes a cada nível do fator *Professor* são iguais.
  - Hipótese alternativa: pelo menos uma das médias é diferente das demais.
- Interpretação dos resultados da ANOVA de *um* Fator com Medidas Repetidas
  - Se o valor de p for inferior ao nível de significância de 0,05, podemos concluir que existem diferenças significativas entre os grupos.

ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas

- Pressupostos da ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas
  - Independência
  - Formato longo dos dados
  - Dados balanceados (os grupos devem ter tamanhos de amostra iguais).
  - Normalidade
  - Esfericidade (teste de Mauchly´s)
  - Sem outliers significativos

ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas

- Certifique-se que os dados estão no **formato longo** e que a variável "sujeito" seja um **fator**. Note que essa variável se refere a coluna que identifica os sujeitos. **Se ela for uma coluna numérica, e não um fator, os resultados obtidos estarão errados.**

Entrada

```
> str(prof)
```

Saída

```
'data.frame': 120 obs. of 3 variables:
$ ID : int 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ...
$ Professor: Factor w/ 4 levels "Professor1",
"Professor2",..: 1 1 1 1 1 1 1 1  1 ...
$ Nota : num 6.2 7.8 8.1 9 6 3.5 4.3 8.5 2.4 9.4 ...
```

Entrada

```
> prof$ID<-as.factor(prof$ID)
> str(prof)
```

Saída

```
'data.frame': 120 obs. of 3 variables:
$ ID : Factor w/ 30 levels "1","2","3","4",..: 1 2 3
4 5 6 7 8 9 10 ...
$ Professor: Factor w/ 4 levels "Professor1",
"Professor2",..: 1 1 1 1 11 1 1 1 1 ...
$ Nota : num 6.2 7.8 8.1 9 6 3.5 4.3 8.5 2.4 9.4 ...
```

ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas

- Certifique-se que os dados estão no **formato longo** e que a variável "sujeito" seja um **fator**. Note que essa variá... se refere a coluna que ...ntifica os sujeitos. **Se el... for uma colun... ...érica, e não um fator, os resulta... ...idos estar... ...os.**

A estrutura está toda correta, visto que *Nota* é uma variável numérica (contínua) e as variáveis *ID* e *Professor* são fatores.

Entra...
> st...
Professor1",
1 1 1 ...
$ ... num 6.2 ... 8.1 9 6 3.5 ... 8.5 2.4 9.4 ...

Entrada

```
> prof$ID<-as.factor(prof$ID)
> str(prof)
```

Saída

```
'data.frame': 120 obs. of 3 variables:
$ ID : Factor w/ 30 levels "1","2","3","4",..: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ...
$ Professor: Factor w/ 4 levels "Professor1", "Professor2",..: 1 1 1 1 11 1 1 1 1 ...
$ Nota : num 6.2 7.8 8.1 9 6 3.5 4.3 8.5 2.4 9.4 ...
```

ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas

- Dados balanceados

Entrada
`> library(VCA)`
`> isBalanced(Nota~Professor, prof)`

Saída
`[1] TRUE`

ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas

- Normalidade
  - O teste de Shapiro testa a hipótese NULA de que os dados dos grupos são normais.
  - Isso significa que se o valor de p <= 0.05, você rejeita a hipótese NULA de que o grupo é proveniente de uma distribuição Normal.

Entrada

```
> prof %>% group_by(Professor) %>%
  shapiro_test(Nota)
```

Saída

```
# A tibble: 4 x 4
  Professor variable statistic  p
  <fct>      <chr>     <dbl>   <dbl>
1 Professor1 Nota      0.958 0.331
2 Professor2 Nota      0.937 0.0772
3 Professor3 Nota      0.936 0.0694
4 Professor4 Nota      0.963 0.362
```

ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas

- Normalidade
  - O teste de Sh... ...dos dos grupos são norma...
  - Isso significa... ...a hipótese NULA de que o g... ...Normal.

Como pode ser visto a partir da saída, todos os valores de p são maiores que 0,05. Isso significa que todos os grupos são provenientes de uma distribuição normal.

Entrada

```
> prof %>% group_by(Professor) %>%
  shapiro_test(Nota)
```

Saída

```
# A tibble: 4 x
  Professor variable statistic  p
  <fct>      <chr>      <dbl>  <dbl>
1 Professor1 Nota       0.958 0.331
2 Professor2 Nota       0.937 0.0772
3 Professor3 Nota       0.936 0.0694
4 Professor4 Nota       0.963 0.362
```

ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas

UFRPE
Universidade Federal Rural de Pernambuco

- Esferecidade
  - A esfericidade é uma condição que verifica se as variâncias entre todos os pares das medidas repetidas são iguais.
  - A função `ezANOVA()` através do teste de Mauchly testa a hipótese NULA de que as variâncias entre todos os pares das medidas repetidas são iguais.
  - Isso significa que se o valor de $p <= 0.05$, você **rejeita** a hipótese NULA de que as variâncias são iguais.

ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas

Esferecidade

- A esfericidade é u… condiç… …ue verifica se as variânci… …ntre todos … …edida… …petidas são iguais.
- … …uchly testa a hi… …os pares …
- Is… … p… …0.05, você **rejeita** a hipótese… …a… …as va… …ncias são iguais.

Esse resultado será mostrado quando executarmos a ANOVA de um fator com medidas repetidas.

ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas

UFRPE
Universidade Federal Rural de Pernambuco

- Quando a suposição de esfericidade é violada ?
  - As correções Greenhouse-Geisser (GG) e de Huynh-Feldt (HF) tentam corrigir essa violação a partir de ajustes nos graus de liberdade da ANOVA.
  - A recomendação geral é usar a correção Greenhouse-Geisser, principalmente quando épsilon (Gge) < 0,75. Na situação em que o épsilon é maior que 0,75, alguns estatísticos recomendam o uso da correção de Huynh-Feldt.

ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas

UFRPE
Universidade Federal Rural de Pernambuco

- Quando a suposição de ... sferici ... e é violada ?
  - As correçõ ... Greenh ... GG) ... de Huynh-Feldt (HF) ... a partir de ajustes nos ...
  - A re ... eenhouse-Geisser ... < 0,75. ... ,75, alguns esta ... reção ... Huynh-Feld ...

A notícia boa é que esses valores são gerados automaticamente pelo R quando executarmos a ANOVA de um fator com medidas repetidas.

ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas

- Outliers
  - Os outliers podem ser facilmente identificados usando a função `identifique_outliers()`.

Entrada	Saída

<pre>> library(rstatix)
> library(dplyr)
> prof %>%
  group_by(Professor) %>%
  identify_outliers(Nota)</pre>
	<pre># A tibble: 3 x 5
	  Professor ID Nota is.outlier
	is.extreme
	  <fct> <fct> <dbl> <lgl> <lgl>
	1 Professor1 9 2.4 TRUE FALSE
	2 Professor1 13 2.9 TRUE FALSE
	3 Professor1 27 2.8 TRUE FALSE</pre>

ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas

UFRPE
Universidade Federal Rural de Pernambuco

- Outliers
  - Os outliers podem … tificados usando a função `ident` … .

Como não existem outliers extremos, não precisamos remover nenhum dado.

Entrada

```
> library(rstatix)
> library(dplyr)
> prof %>%
  group_by(Professor) %>%
  identify_outliers(Nota)
```

Saída

```
# A tibble: 3 x 5
  Professor  ID     Nota is.outlier
is.extreme
  <fct>      <fct> <dbl> <lgl>        <lgl>
1 Professor1 9       2.4 TRUE         FALSE
2 Professor1 13      2.9 TRUE         FALSE
3 Professor1 27      2.8 TRUE         FALSE
```

ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas

- Para verificar se as medias dos grupos são estatisticamente iguais, executaremos a ANOVA de um fator com medidas repetidas.
- No entanto, para esse tipo de ANOVA precisamos usar a seguinte função `ezANOVA(dv, wid, within, type).`
  - *dv* é a variável dependente; *wid* é variável de identificação do sujeito; *within* é a variável independente de medidas repetidas; e *type* é tipo da soma dos quadrados.

Entrada

```
> library(ez)
> prof.aov <- ezANOVA(data = prof,
                      dv = Nota,
                      wid = ID,
                      within = Professor,
                      detailed = TRUE,
                      type = 3)
```

ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas

- Agora para ver o resultado da ANOVA imprima os valores com a função `print()` ao objeto `prof.aov` da etapa anterior.

Entrada

```
> print(prof.aov)
```

Saída

```
$ANOVA
       Effect DFn DFd      SSn      SSd         F            p p<.05        ges
1 (Intercept)   1  29 4324.801 354.2787 354.01296 8.533556e-18     * 0.91953543
2   Professor   3  87   18.614  24.1660  22.33742 8.153650e-11     * 0.04687972

$`Mauchly's Test for Sphericity`
     Effect         W            p p<.05
2 Professor 0.3596959 3.164046e-05     *

$`Sphericity Corrections`
     Effect       GGe        p[GG] p[GG]<.05      HFe       p[HF] p[HF]<.05
2 Professor 0.6145519 1.828006e-07         * 0.654355 8.21071e-08         *
```

ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas

UFRPE
Universidade Federal Rural de Pernambuco

- Agora para ver o resultado da ANOVA imprima os valores com a função `print()` ... v da etapa anterior.

Como o valor de p é menor que o nível de significância de 0,05, podemos concluir que existem diferenças significativas entre os grupos.

...da

```
...ov)
```

...da

```
                  ...d          F            p p<.05        ges
1 (Int...            ...01 354.2787  ...96 8.533556e-18     * 0.91953543
2   Professor    3  87    18.614  24.1660  22.3...  8.153650e-11     * 0.04687972

$`Mauchly's Test for Sphericity`
     Effect         W            p p<.05
2 Professor 0.3596959 3.164046e-05     *

$`Sphericity Corrections`
     Effect       GGe        p[GG] p[GG]<.05      HFe       p[HF] p[HF]<.05
2 Professor 0.6145519 1.828006e-07         * 0.654355 8.21071e-08
```

ANOVA de um Fator com Medidas Repeti

UFRPE
Universidade Federal Rural de Pernambuco

- Agora pa
  print()

Como o valor de p para o teste de Mauchly é menor que o nível de significância de 0,05, podemos concluir que as variâncias entre todos os pares das medidas repetidas não são iguais.

Como a esfericidade foi violada, então a interpretação da etapa anterior é descartada e precisamos considerar o resultado da **anova com a esfericidade corrigida ($`Sphericity Corrections`).**

```
$ANOVA
       Effect DFn D
1 (Intercept)   1  29 43                                    * 0.91953543
2   Professor   3  87   18.614  2        22.3                e-11      * 0.04687972

$`Mauchly's Test for Sphericity`
     Effect         W                p<.05
2 Professor 0.3596959 3.164046e-05       *

$`Sphericity Corrections`
     Effect       GGe       p[GG] p[GG]<.05      HFe       p[HF] p[HF]<.05
2 Professor 0.6145519 1.828006e-07         * 0.654355 8.21071e-08
```

ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas

UFRPE
Universidade Federal Rural de Pernambuco

- Agora para ver o resultado da ANOVA imprima ... valores ... a função `print()` ao objeto `prof_aov`

Como o épsilon (Gge) da correção Greenhouse-Geisser é menor que < 0,75, então usamos o valor de p corrigido (p[GG] p[GG]) para interpretar se existem diferenças significativas entre os grupos.

Como o valor de p é menor que o nível de significância de 0,05, podemos concluir que existem diferenças significativas entre os grupos.

```
$ANOVA
       Effect DFn
1 (Intercept)
2   Professor

$`Mauchly's Test for Spheri
     Effect         W
2 Professor 0.3596959 3.164         *

$`Sphericity Corrections
     Effect       GGe        p[GG] p[GG]<.05      HFe       p[HF] p[HF]<.05
2 Professor 0.6145519 1.828006e-07         * 0.654355 8.21071e-08
```

ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas

- O valor de p indicou uma diferença significativa entre as notas dos professores, sugerindo que ao menos um par de professores difere entre si em seus valores médios. Nos resta saber qual(is) pares são diferentes.
- O teste de post-hoc mais indicado (conservador) para ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas é o teste t emparelhado com correção de Bonferroni.

Entrada

```
> pairwise.t.test(prof$Nota, prof$Professor,
                            p.adj = "bonferroni",
                  paired = TRUE)
```

Saída

```
      Pairwise comparisons using paired t tests
data: prof$Nota and prof$Professor
           Professor1 Professor2 Professor3
Professor2 0.00161    -          -
Professor3 0.01943    1.00000    -
Professor4 1.6e-05    0.00033    0.00055
P value adjustment method: bonferroni
```

ANOVA de um Fator com Medidas Repetidas

- O valo... de p indicou um... ...ca... entre as ...as dos professores, sugerin... ...o menos ... dif... ...re si em seus valores médios. I...
- O teste d... ...fator com ...nferroni.

Podemos concluir que todas as comparações pareadas são significativas diferentes(p<=0,05), exceto para a comparação entre Professor3 e Professor2 (p>0,05).

```
...ari... ...ing paired t tests
...rof$N... ...nd prof$Professor
           Professor1 Professor2 Professor3
Professor2 0.00161    -          -
Professor3 0.01943    1.00000    -
Professor4 1.6e-05    0.00033    0.00055
P value adjustment method: bonferroni
```

Exercíco

- O número de desequilíbrios de participantes foram medidos após 3, 6, 9,12 e 15 minutos de exercícios em uma bicicleta ergométrica. Os minutos têm um efeito significativo no número de desequilíbrios ? Se sim, quais minutos tiveram um número significativamente diferente dos outros?

Sujeito	Min. 3	Min. 6	Min. 9	Min. 12	Min. 15
1	7	7	23	36	70
2	12	22	26	26	20
3	11	6	9	31	30
4	10	18	16	40	25
5	6	12	9	28	37
6	13	21	30	55	65
7	5	0	2	10	11
8	15	18	22	37	42
9	0	2	0	16	11
10	6	8	27	32	54

Resumo

	ANOVA 1 fator	ANOVA 2 fatores	ANOVA 1 fator com medidas repetidas
Descrição Básica	Verifica se existem diferenças significativas entre as médias de 3 ou mais grupos **independentes**	Especial caso da ANOVA de 1 Fator com 2 variáveis categóricas.	Verifica se existem diferenças significativas entre as médias de 3 ou mais grupos **relacionados** (pareados)
Variáveis Independentes (fatores)	1	2	1
Pressupostos	+ Variável dependente contínua + Variável independente categórica (fator) + Independência + Normalidade + Variâncias homogêneas +Sem outliers significativos	+ Variável dependente contínua + Variáveis independentes categóricas (fatores) + Independência + Normalidade + Variâncias homogêneas +Dados balanceados +Sem outliers significativos	+ Variável dependente contínua + Variável independente categórica (fator) + Variável sujeito categórica (fator) + Independência + Normalidade + Esfericidade +Dados balanceados +Sem outliers significativos

Outtros tipos de ANOVA...

- ANOVA 3 fatores
- ANOVA 2 Fatores com Medidas Repetidas
- MANOVA
- ANOVA Mista

Teste de Friedman

Teste de Friedman

- O Teste de Friedman é uma alternativa não paramétrica à ANOVA de Medidas Repetidas.

- Este teste é utilizado quando não é possível aplicar o teste da ANOVA, pois os dados não seguem distribuição normal.

- O preço de tal liberdade paramétrica é a perda de eficiência.

Teste de Friedman

- Para ilustrar esse teste, iremos usar um conjunto de dados que mostra a avaliação de 3 vinhos por um conjunto de participantes.

- Como cada participante atribuiu uma nota para cada vinho (1-7), usaremos o Teste de Friedman para determinar se as notas diferem entre os vinhos.

- Para realizar o Teste de Friedman em R, podemos usar a função `friedman.test(y, groups, blocks)`.
  - `Y` é a variável dependente; `groups` é a variável independente de medidas repetidas; `blocks` é variável de identificação do sujeito.

Teste de Friedman

- Carregar dados

Entrada

```
> WineTasting <- data.frame(
  Taste = c(5.40, 5.50, 5.55,
            5.85, 5.70, 5.75,
            5.20, 5.60, 5.50,
            5.55, 5.50, 5.40,
            5.90, 5.85, 5.70,
            5.45, 5.55, 5.60,
            5.40, 5.40, 5.35,
            5.45, 5.50, 5.35,
            5.25, 5.15, 5.00,
            5.85, 5.80, 5.70,
            5.25, 5.20, 5.10,
            5.65, 5.55, 5.45,
            5.60, 5.35, 5.45,
            5.05, 5.00, 4.95,
            5.50, 5.50, 5.40,
            5.45, 5.55, 5.50,
            5.55, 5.55, 5.35,
            5.45, 5.50, 5.55,
            5.50, 5.45, 5.25,
            5.65, 5.60, 5.40,
            5.70, 5.65, 5.55,
            6.30, 6.30, 6.25),
  Wine = factor(rep(c("Wine A", "Wine B", "Wine C"), 22)),
  Taster = factor(rep(1:22, rep(3, 22))))
```

Teste de Friedman

- Verificar estrutura

Entrada

```
> str(WineTasting)
```

Saída

```
'data.frame':    66 obs. of  3 variables:
 $ Taste : num  5.4 5.5 5.55 5.85 5.7 5.75 5.2 5.6 5.5 5.55 ...
 $ Wine  : Factor w/ 3 levels "Wine A","Wine B",..: 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 ...
 $ Taster: Factor w/ 22 levels "1","2","3","4",..: 1 1 1 2 2 2 3 3 3 4 ...
```

Teste de Friedman

UFRPE
Universidade Federal Rural de Pernambuco

- Verificar estrutura

A estrutura está toda correta, visto que *Taste* é uma variável numérica (contínua) e as variáveis *Wine* e *Taster* são fatores.

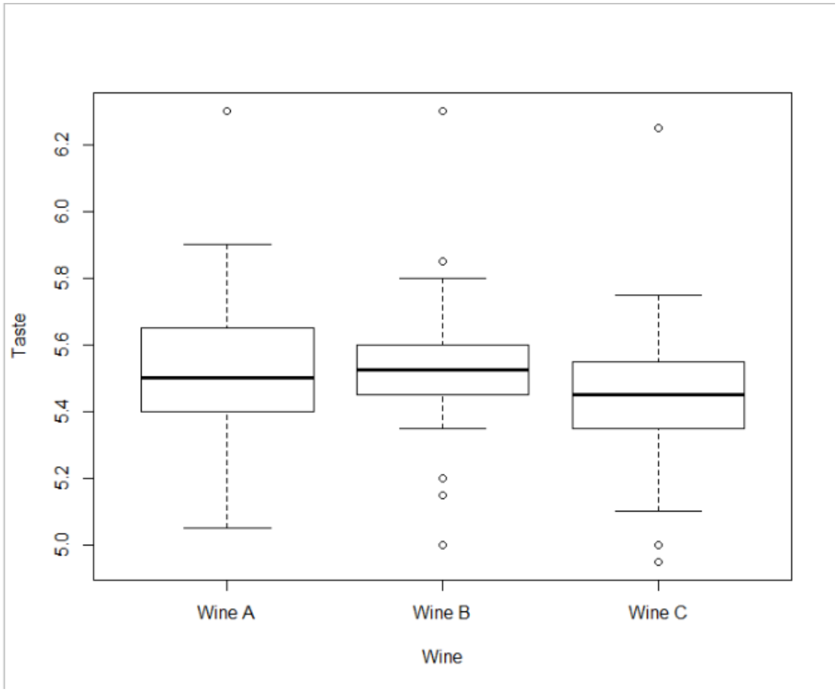
ida

```
'data.frame':    66 obs. of  3 va    bles:
 $ Taste : num  5.4 5.5 5.55 5.85 5.7 5.75 5.2 5.6 5.5 5.55 ...
 $ Wine  : Factor w/ 3 levels "Wine A","Wine B",..: 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 ...
 $ Taster: Factor w/ 22 levels "1","2","3","4",..: 1 1 1 2 2 2 3 3 3 4 ...
```

Teste de Friedman

- Diagrama de caixa

Entrada
`> boxplot(Taste~Wine, WineTasting)`



Teste de Friedman

- Diagrama de caixa

Entrada

```
> boxplo    te~Wine, W         ing)
```

É possível perceber que existem diferenças entre as medianas. Porém, para afirmar que elas diferem estatisticamente precisamos executar um teste estatístico.

Teste de Friedman

- Hipóteses
  - Hipótese nula: as medianas da variável *Taste* correspondentes a cada nível do fator *Wine* são iguais.
  - Hipótese alternativa: pelo menos uma das medianas é diferente das demais.

- Interpretação dos resultados do Teste de Friedman
  - Se o valor de p for inferior ao nível de significância de 0,05, podemos concluir que existem diferenças significativas entre os grupos.

Teste de Friedman

- Normalidade
  - O teste de Shapiro testa a hipótese NULA de que os dados dos grupos são normais.
  - Isso significa que se o valor de p <= 0.05, você rejeita a hipótese NULA de que o grupo é proveniente de uma distribuição Normal.

Entrada

```
> library(rstatix)
> library(dplyr)
> WineTasting %>% group_by(Wine) %>%
  shapiro_test(Taste)
```

Saída

```
  Wine    variable statistic      p
  <fct>   <chr>        <dbl>  <dbl>
1 Wine A  Taste        0.947 0.272
2 Wine B  Taste        0.908 0.0433
3 Wine C  Taste        0.926 0.101
```

Teste de Friedman

- Normalic
  - O te ... dos dos grupos são n
  - Isso si ... ejeita a hipótese NULA de que o g ... ção Normal.

Como pode ser visto a partir da saída, nem todos os valores de p são maiores que 0,05. Isso significa nem todos os grupos são provenientes de uma distribuição normal. **Portanto, precisamos realizar o teste de Friedman.**

Entrada

```
> library(rstatix)
> library(dplyr)
> WineTasting %>% group_by(Wine) %>%
  shapiro_test(Taste)
```

Saída

```
  Wine    variable statistic      p
  <fct>   <chr>        <dbl>  <dbl>
1 Wine A  Taste        0.947  0.272
2 Wine B  Taste        0.908  0.0433
3 Wine C  Taste        0.926  0.101
```

Teste de Friedman

- Para verificar se as medianas dos grupos são estatisticamente iguais, executaremos o teste de Friedman.

Entrada

```
> friedman.test(y=WineTasting$Taste, groups=WineTasting$Wine,
                blocks=WineTasting$Taster)
```

Saída

```
        Friedman rank sum test


data:  WineTasting$Taste, WineTasting$Wine and WineTasting$Taster
Friedman chi-squared = 11.143, df = 2, p-value = 0.003805
```

Teste de Friedman

- Para verificar se as medianas dos grupos são estatisticam… …remos o teste de Friedma…

```
> friedma… …s=WineTasting$Wine,
… )
```

Como o valor de p é menor que o nível de significância de 0,05, podemos concluir que existem diferenças significativas entre os grupos.

…aída

```
        Friedman rank sum test


data:  WineTasting$Taste, WineTasting$Wine and WineTasting$Taster
Friedman chi-squared = 11.143, df = 2, p-value = 0.003805
```

Teste de Friedman

- O valor de p indicou uma diferença significativa entre as notas dos professores, sugerindo que ao menos um par de professores difere entre si em seus valores médios. Nos resta saber qual(is) pares são diferentes.
- Para descobrir isso, precisamos conduzir testes post-hoc.
- Para o Teste de Friedman, podemos usar o `frdAllPairsNemenyiTest()` com correção de bonferroni para descobrir onde está a diferença.

Entrada

```
>library(PMCMRplus)
>frdAllPairsNemenyiTest(WineTasting$Taste,
                      WineTasting$Wine,
                      WineTasting$Taster,
                      p.adjust.method = "bonferroni")
```

Saída

```
          Pairwise comparisons using
Nemenyi-Wilcoxon-Wilcox all-pairs test
for a two-way balanced complete block
design
data: y, groups and blocks

       Wine A Wine B
Wine B 0.6374 -
Wine C 0.0044 0.0614

P value adjustment method: single-step
```

Teste de Friedman

- O valor de p indicou uma diferença … nificativa entre as notas dos professores, sugerindo qu… … menos … de professores difere entre si em seus … lores médios. … (is) par… … ão diferentes.
- Para des… … oc.
- Par… … usar o … de bonferroni para des…

Podemos concluir que todas as comparações não são significativas diferentes (p>0,05), exceto para a comparação entre Wine C e Wine A (p<=0,05).

```
>libr…
>frdAllPairsNemeny… …Tas… …aste,
…ineTasting$Wine,
WineTasting$Taster,
p.adjust.method = "bonferroni")
```

Saída

```
Pairwise comparisons using
…xon-Wilcox all-pairs test
… …lanced complete block
…sign

…a: y, groups and blocks

       Wine A Wine B
Wine B 0.6374 -
Wine C 0.0044 0.0614

P value adjustment method: single-step
```

Exercício

- Um teste de consumo de combustível envolvendo carros produzidos por três fabricantes foi realizado e os resultados, em quilômetros por litro de combustível, estão apresentados na tabela abaixo. Use o Teste de Friedman para responder as seguintes perguntas. Os fabricantes têm um efeito significativo no consumo de combustível ? Se sim, quais fabricantes tiveram um consumo significativamente diferente dos outros?

Modelo	Fabricante		
	G	F	C
Pequeno	9,0	11,3	10,6
Médio- 6 cil.	9,4	10,9	10,2
Médio- 8 cil.	8,1	8,6	9,1
Grande- 8 cil.	8,3	8,6	8,8
Esporte	8,2	9,2	9,5

Referências

- Jawlik, Andrew A. *Statistics from a to z: Confusing concepts clarified*. John Wiley & Sons, 2016.
- Quick, John M. *Statistical analysis with R*. Packt Publishing Ltd, 2010.
- Kabacoff, Robert. *R in Action*. Shelter Island, NY, USA: Manning publications, 2011.