UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE COMPUTAÇÃO

Métodos Numéricos
Professor: Thales Vieira
Curso: Engenharia de Computação

1a lista de exercícios **30 de novembro de 2023**

Instruções:

A lista deve ser respondida individualmente ou em dupla.
Resoluções idênticas de grupos distintos serão desconsideradas.
Todas as questões devem ser respondidas através de implementações computacionais, sem o uso de bibliotecas numéricas. O código e os resultados numéricos devem ser anexados a cada questão.
Data limite para entrega: 20/12/2023.

1. (Questão teórica) Considerando a representação em ponto flutuante com 64 bits, determine a representação decimal dos números abaixo.

a) 0 10000001010 1001001100000000000000001000000000001000000001000000
b) 1 10000001010 1011001100000000001000000000000010000000000000000000
c) 0 01101011111 0001001100000000000000100000000000000000000001000000
d) 1 01011111011 0101001100000000000000000000000001000000001000000001

2. Implemente algoritmos para calcular o erro absoluto e o erro relativo das aproximações de p por p^* nos casos abaixo:

a) $p = 1$ e $p^* = 0.9994$
b) $p = 124$ e $p^* = 7$
c) $p = e^{10}$ e $p^* = 22000$
d) $p = 8!$ e $p^* = 39900$

3. Suponha que p^* deva aproximar p com erro relativo máximo de 10^{-2}. Determine o maior intervalo no qual p^* pode estar para os valores de p abaixo:

a) $p = 150$
b) $p = 900$

c) $p = 1500$
d) $p = 90$

4. Implemente algoritmos para realizar os cálculos abaixo usando truncamento com 3 dígitos, truncamento com 4 dígitos, arredondamento com 3 dígitos e arrendondamento com 4 dígitos. Realize o cálculo exato e calcule os erros absoluto e relativo de cada aproximação para cada item abaixo. Obs.: considere como cálculo exato aquele realizado em Python com sua precisão padrão. Você pode usar a biblioteca *decimal* do Python para obter aproximações dos números[1].

a) $133 - 0,499$
b) x, tal que $\frac{1}{3}x^2 - \frac{123}{4}x + \frac{1}{6} = 0$
c) $\dfrac{\frac{13}{14} - \frac{6}{7}}{2e - 5,4}$

5. Devido ao problema da representação, é possível que uma simples adição do tipo $1.0 + \epsilon$ retorne o valor 1.0. Implemente um algoritmo que determina qual o menor inteiro positivo n tal que $1.0 + 2^{-n} = 1.0$ na sua configuração de computador/linguagem de programação.

6. Implemente o Método da Bisecção e o Método de Newton para resolver $f(x) = 0$, de modo que f seja um dos parâmetros de entrada. Para o método da bisseção, use a diferença entre as aproximações consecutivas como critério de parada nos dois métodos.

7. Implemente uma função que receba f, a, b e Δ e plote o gráfico de $y = f(x)$ restrito ao intervalo $[a, b]$, amostrando uniformemente o domínio entre a e b com passo Δ, e usando segmentas de reta.

8. Implemente uma função que receba f e uma tolerância (TOL), e retorne uma lista com a sequência p_n de aproximações da raiz.

9. Combinando os resultados das questões 6 e 7, implemente um algoritmo que plote o gráfico de $y = f(x)$ junto com a sequência de pontos $(p_n, f(p_n))$. O gráfico deve ser uma curva poligonal (i.e. segmentos de reta conectados). Os pontos da sequência devem ser coloridos de acordo com seu índice.

[1] https://docs.python.org/pt-br/3/library/decimal.html

9. Gere resultados das questões 5, 6, 7 e 8 para as seguintes equações. Gerar resultado significa resolver a equação (com cada um dos dois métodos) e plotar os gráficos da questão 8. Use uma tolerância adequada.

a) $x - 2^{-x} = 0, \quad [0, 1]$
b) $x + 1 - 2\,\mathrm{sen}(\pi x) = 0, \quad [0, 0.5]$
c) $2x\cos(2x) - (x + 1)^2 = 0, \quad [-3, -2]$
d) $\ln(x) - 2^x + x^2 = 0, \quad [3, 5]$

10. Determine o número mínimo de iterações necessário para resolver cada um dos itens da questão 9, com precisão absoluta 10^{-4}.