Regressão Linear no RStudio

Saulo Morellato

Introdução

Objetivo Geral

Estabelecer uma função que descreva a relação entre uma variável contínua Y (variável resposta) e uma ou mais variáveis de apoio $X_1, X_2, \dots, X_p$ (covariáveis) na forma

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_p) + \epsilon$$

sendo ϵ um erro aleatório.

Erro Aleatório

Possíveis explicações para a presença do erro aleatório no modelo são:

- Caráter vago da teoria;
- Falta de dados disponíveis;
- Caráter aleatório da natureza;
- Escolha equivocada para a forma funcional.

Regressão Linear

Objetivo

- Na Análise de Regressão Linear o objetivo é identificar uma equação linear que permita descrever o comportamento da variável resposta Y utilizando valores conhecidos das covariáveis $X_1, X_2, \dots, X_p$.
- Ou seja, considera-se que a função $f(\cdot)$ tenha uma forma linear.

Regressão Linear Simples

Temos apenas uma covariável no modelo. Um exemplo seria tentar modelar o quanto as despesas com propaganda inflenciam nas vendas de um determinado produto.

- Variável resposta: *vendas*
- Covariável: *gasto com propagandas*

Regressão Linear Múltipla

Temos apenas duas ou mais covariáveis no modelo. Um exemplo seria tentar modelar o quanto as características de um imóvel influenciam no preço de venda do mesmo.

- Variável resposta: *preço do imóvel*
- Covariáveis: *área, no de quartos, no de banheiros, idade,...*

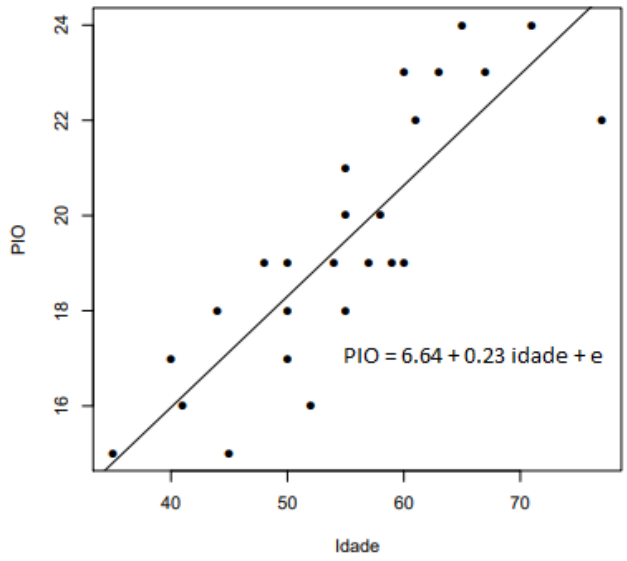
Descrição do Modelo

- A forma funcional é linear;
- Considera-se apenas uma covariável;
- Desse modo, temos
$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \epsilon$$
- β_0 e β_1 são valores desconhecidos (parâmetros) da reta que relaciona X e Y;
- β_0 é chamado de intercepto; e
- β_1 é o coeficiente angular.

- **Exemplo:** (Clínica Oftalmológica) Acredita-se que a *pressão intra-ocular* é explicada (depende) da *idade*. Relembrando:

Indivíduo	Idade	PIO	Indivíduo	Idade	PIO
1	35	15	14	55	20
2	40	17	15	57	19
3	41	16	16	58	20
4	44	18	17	59	19
5	45	15	18	60	23
6	48	19	19	60	19
7	50	19	20	61	22
8	50	18	21	63	23
9	50	17	22	65	24
10	52	16	23	67	23
11	54	19	24	71	24
12	55	18	25	77	22
13	55	21			

Gráfico do modelo



Aplicação em R

Carregando Pacotes

- Para exemplificar a estimação de um modelo de Regressão Linear em R vamos utilizar conjunto de dados `dados_imoveis.csv`.
- Para isso primeiramente vamos carregar os pacotes necessários.

```
library(tidyverse)  # para organizar os dados
library(gtsummary)  # para organizar resultados em tabela
library(mixlm)      # para selecao de variaveis (stepwise)
```

Carregando e Manipulando Dados

- Carregue o arquivo `dados_imoveis.csv` utilizando o comando `read.csv()`.

```
dados<- read.csv("dados_imoveis.csv", header=TRUE)
```

- Dê uma olhada superficial na estrutura dos dados usando o comando `glimpse()`.

```
glimpse(dados)
```

```
Rows: 20
Columns: 5
$ preco   <int> 110000, 210000, 135000, 240000, 130000, 180000, 170000, 125000~
$ area    <int> 140, 165, 145, 230, 120, 195, 200, 105, 115, 110, 210, 250, 80~
$ idade   <int> 8, 9, 25, 6, 13, 34, 2, 24, 26, 35, 10, 12, 40, 28, 12, 6, 26,~
$ quartos <int> 3, 4, 4, 5, 3, 5, 3, 3, 3, 4, 2, 5, 2, 4, 3, 5, 6, 6, 4, 2
$ piscina <chr> "nao", "sim", "nao", "sim", "nao", "nao", "sim", "nao", "sim",~
```

- Transforme a variável `piscina` em fator, em seguida Verifique as estatísticas descritivas utlizando o comando `summary()`.

```
dados$piscina<- as.factor(dados$piscina)
summary(dados)
```

```
     preco             area           idade          quartos    piscina
 Min.   : 75000   Min.   : 80.0   Min.   : 2.00   Min.   :2.0   nao: 7
 1st Qu.:133750   1st Qu.:123.8   1st Qu.: 8.75   1st Qu.:3.0   sim:13
 Median :175000   Median :180.0   Median :12.50   Median :4.0
 Mean   :175000   Mean   :178.8   Mean   :17.40   Mean   :3.8
 3rd Qu.:211250   3rd Qu.:213.8   3rd Qu.:26.00   3rd Qu.:5.0
 Max.   :300000   Max.   :305.0   Max.   :40.00   Max.   :6.0
```

Ajustando a Regressão Linear

- Para ajustar/estimar um modelo de Regressão Linear devemos utilizar o comando `lm()`, ao qual devemos fornecer as seguintes informações: fórmula e dados.
- Neste primero modelo consideremos que a variável `preco` dependa apenas de `area`.

```
modelo1<- lm(preco ~ area, data=dados)
```

Modelo 2

- Caso eu queira considerar um segundo modelo no qual `preco` dependa de todas as demais variável do conjunto de dados devemos utilizar os seguintes comandos:

```
modelo2<- lm(preco ~ area + idade + quartos + piscina, data=dados)
#modelo2<- lm(preco ~ . , data=dados)    # comando alternativo
```

Visualizando os Modelos

- A função `summary()` pode ser utilizada para visualizarmos um resumo do modelo estimado em forma de tabela.
- Deve-se observar que este comando apresenta os resultados de uma forma um pouco poluída, porém bem completa.
- Apliquemos este comando para o `modelo2`.

Visualização - `summary()`

```
summary(modelo2)
```

```
Call:
lm(formula = preco ~ area + idade + quartos + piscina, data = dados)

Residuals:
   Min     1Q Median     3Q    Max
-23897 -12990  -2961  10454  43914

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)   49867.3    19127.2   2.607  0.01982 *
area            268.7      141.6   1.898  0.07716 .
idade          -631.1      485.6  -1.300  0.21330
quartos       21647.1     5721.1   3.784  0.00180 **
piscina(sim) -19440.1     6394.2  -3.040  0.00827 **
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

s: 19060 on 15 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9114,
Adjusted R-squared: 0.8878
F-statistic: 38.59 on 4 and 15 DF,  p-value: 9.971e-08
```

Visualização - `tbl_regression()`

- Para uma visualização mais interpretável dos resultados, podemos utilizar o comando `tbl_regression()`

```
tbl_regression(modelo2)
```

Characteristic	**Beta**	**95% CI**	**p-value**
area	269	-33, 570	0.077
idade	-631	-1,666, 404	0.2
quartos	21,647	9,453, 33,841	0.002

Interpretação

- Se a covariável é numérica, o acréscimo de 1 unidade nesta covariável espera-se um acréscimo de β unidades na variável resposta.
- Se a covariável é categórica, o fato de pertencer a certa classe espera-se um acréscimo de β unidades na variável resposta.
- O aumento de 1 unidade em `area` implica, em média, num acréscimo de 268.7 unidades monerátias no `preco`.
- O aumento de 1 unidade em `idade` implica, em média, num decréscimo de 631.1 unidades monerátias no `preco`.
- O aumento de 1 unidade em `quarto` implica, em média, num acréscimo de 21647.1 unidades monerátias no `preco`.
- O fato do imóvel possuir piscina implica, em média, num acréscimo de 38880.2 unidades monerátias no `preco`.
- **OBS**: Este tipo de interpretação só é possível para modelos sem interações entre as covariáveis.

Modelos com Interação

- Em um modelo de regressão o Y pode depender linearmente de X_1, X_2 e do produto X_1X_2.
- Desse modo, temos o modelo

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_1 X_2 + \epsilon$$

- No R, para considerar um modelo com interação podemos utilizar os seguintes comandos:

```
modelo3<- lm(preco ~ area + idade + area:idade, data=dados)
```

- Caso eu queira considerar todas as interações possíveis das minha covariáveis devo utlizar o seguinte comando:

```
modelo4<- lm(preco ~ .^2, data=dados)
```

Seleção de Variáveis

- Dentre todas as variáveis do conjunto de dados, quais são as que interferem significativamente em `preco`?
- Para determinar tais variáveis utilizamos o comando `backward()`.
- O argumento que devemos utilizar nesta função seria o modelo ajustado com todas as variáveis e/ou todas as interações.
- As variáveis que não são estatísticamente significativas são removidas do modelo.

```
melhor_modelo<- backward(modelo4, alpha=0.1)
```

```
Backward elimination, alpha-to-remove: 0.1

Full model: preco ~ area + idade + quartos + piscina + area:idade + area:quartos +
    area:piscina + idade:quartos + idade:piscina + quartos:piscina

              Step        RSS    AIC  R2pred     Cp F value Pr(>F)
idade:piscina    1 1096178359 376.39 0.89874 10.972  1.9721 0.1938
```

```
tbl_regression(melhor_modelo)
```

Characteristic	Beta	95% CI	p-value
area	-1,467	-2,243, -691	0.002
idade	147	-2,253, 2,546	0.9
quartos	31,448	-6,649, 69,544	0.10
area * idade	36	8.9, 64	0.015
area * quartos	218	112, 324	<0.001
idade * quartos	-2,063	-3,509, -617	0.010

Predição

- Suponha que 2 imóveis estão para ser vendidos.
- Suponha ainda não haver preço de venda para estes 2 imóveis.
- Utilize a características destes, juntamente com o modelo estimado, para estimar seus preços.
- Carregue o arquivo `novos_imoveis.csv` utilizando o comando `read.csv()`.

```
novos<- read.csv("novos_imoveis.csv", header=TRUE)
```

- Faça a predição/estimação de preço para estes 2 imóveis utilizando o comando `predict()`.

```
preditos<- predict(modelo2, newdata=novos)
```

- Para uma melhor visualização vamos concatenar as informações dos novos imóveis com suas respectivas predições/estimações de preço.

```
cbind.data.frame(novos, preditos)
```

```
  area idade quartos piscina  preditos
1  100     5       2     nao  97432.01
2  200    31       4     sim 190063.05
```