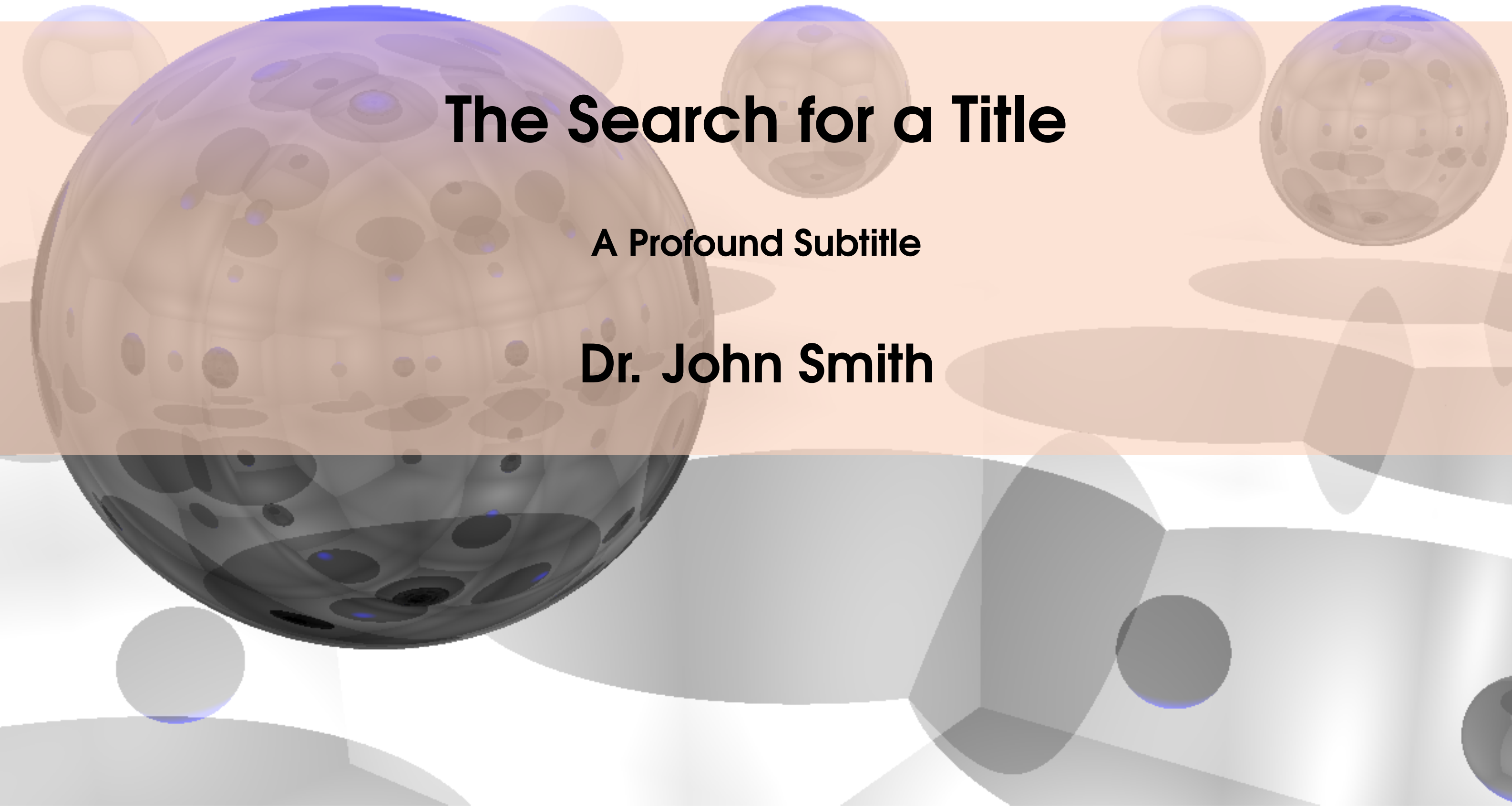
The Search for a Title

A Profound Subtitle

Dr. John Smith



PUBLISHED BY PUBLISHER

BOOK-WEBSITE.COM

First printing, March 2013

Contents

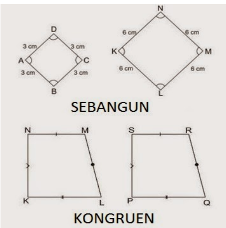
I Part One

Part One

1. Geometri Bidang Datar

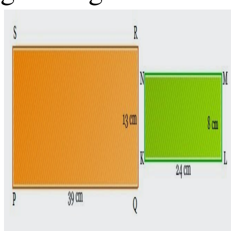
1.1 Kesebangunan antar bangun datar

Kesebangunan dan kekongruenan biasanya digunakan untuk membandingkan dua buah bangun datar (atau lebih) dengan bentuk yang sama. dua buah bangun datar dapat dikatakan sebangun apabila panjang setiap sisi pada kedua bangun datar tersebut memiliki nilai perbandingan yang sama. sedangkan kongruen memiliki konsep yang lebih mendetail, apabila dua buah (atau lebih) bangun datar memiliki bentuk, ukuran, serta besar sudut yang sama barulah mereka dapat disebut sebagai bangun datar yang kongruen.Perhatikan gambar berikut:



Kesebangunan Pada Persegi Panjang

Perhatikan gambar dua buah persegi panjang di bawah ini.keduanya merupakan bangun datar yang sebangun karena memiliki kesamaan sifat yang dapat dijelaskan sebagai berikut:



1.Perbandingan antara sisi terpanjang dengan sisi terpendek memiliki nilai yang sama.

Perbandingan sisi terpanjang PQ dengan sisi terpendek QR = 39 : 13 = 1 : 3 Perbandingan sisi terpanjang KL dengan sisi terpendek LM = 24 : 8 = 1 : 3 Perbandingan sisi terpanjang RS dengan sisi terpendek QP = 39 : 13 = 1 : 3 Perbandingan sisi terpanjang MN dengan sisi terpendek NK = 24 : 8 = 1 : 3

Dari perhitungan diatas dapat dilihat bahwa sisi terpanjang dan terpendek pada kedua persegi panjang diatas memiliki perbandingan yang sama yaitu 1 : 3.

2.Besar sudut pada kedua persegi panjang tersebut memiliki nilai yang sama besar.

Sudut P = Sudut K; Sudut Q = Sudut L; Sudut R = Sudut M; Sudut S = Sudut N

Karena kedua persegi panjang tersebut hanya memiliki bentuk dan sudut yang sama besar namun tidak memiliki ukuran yang sama, maka dua bangun datar tersebut tidak bisa disebut kongruen.

Contoh Soal Kesebangunan pada Persegi Panjang

Ada dua buah persegi panjang dengan ukuran yang berbeda ABCD dan KLMN. Persegi panjang ABCD memiliki panjang 16cm dan lebar 4cm. Bila persegi panjang ABCD sebangun dengan persegi panjang KLMN yang memiliki panjang 32cm, maka berapakah lebar dari persegi panjang KLMN?

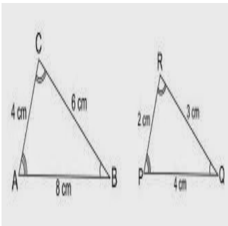
Karena kedua persegi panjang tersebut sebangun, maka berlaku rumus:

AB/KL = BC/LM 16/32 = 4/LM LM = 32x4/16 LM = 124/16 LM = 8 cm

Maka lebar dari persegi panjang KLMN adalah 8 cm.

Kesebangunan pada Segitiga Kesebangunan pada segitiga agak lebih sulit dicapai karena ada tiga buah sisi yang harus sama perbandingannya.

Contoh segitiga yang sebangun:



Segitiga tersebut dapat dikatakan sebangun karena perbandingan sisi-sisinya sama besar:

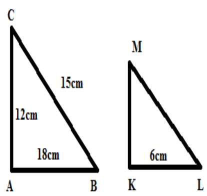
Sisi AC sesuai dengan sisi PR = AC/PR = 4/2 = 2/1 Sisi AB sesuai dengan sisi PQ = AB/PQ = 8/4 = 2/1 Sisi BC sesuai dengan sisi QR = BC/QR = 6/3 = 2/1

Maka AC/PR = AB/PQ = BC/QR = 2/1

Besar sudut yang bersesuaian memiliki besar yang sama:

Sudut A = sudut P; sudut B = sudut Q; sudut C = sudut R

Contoh Soal Kesebangunan pada Persegi Panjang



Diketahui segitiga ABC sebangun dengan segitiga KLM, maka berapakah panjang LM dan MK?

Jawab:

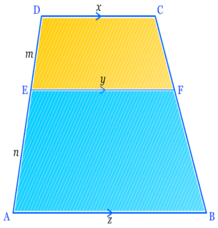
AB/KL = BC/LM 18/6 = 15/LM 3 = 15/LM LM = 15/3 LM = 5 cm

Dari hasil tersebut kita dapat mengetahui bahwa perbandingan sisi pada kedua segitiga tersebut adalah:

18 : 6 = 3 : 1 15 : 5 = 3 : 1 12 : MK = 3 : 1 MK = 12/3 MK = 4 cm

Contoh Kesebangunan pada Trapesium

Perhatikan gambar di bawah ini!



Buktikan bahwa,

Soal 6 Rumus

Jika DC = 20 cm, AB = 34 cm, DE = 9 cm dan AE = 15 cm, tentukan EF!

Pembahasan Untuk membuktikan rumus yang ditentukan, kita harus menggambar garis DH yang sejajar dengan garis BC, seperti berikut. Karena garis EG sejajar dengan garis AH, maka segitiga DEG sebangun dengan segitiga DAH. Akibatnya,

$$
\begin{aligned}
& \frac{DE}{DA} &&= \frac{EG}{AH} \\
\Leftrightarrow\ & \frac{m}{m+n} &&= \frac{y-x}{z-x} \\
\Leftrightarrow\ & m(z-x) &&= (m+n)(y-x) \\
\Leftrightarrow\ & mz-mx &&= my-mx+ny-nx \\
\Leftrightarrow\ & mz &&= (m+n)y-nx \\
\Leftrightarrow\ & (m+n)y &&= mz+nx \\
\Leftrightarrow\ & y &&= \frac{mz+nx}{m+n}
\end{aligned}
$$

Untuk DC = 20 cm, AB = 34 cm, DE = 9 cm dan AE = 15 cm, maka

$$EF = \frac{DE \cdot AB + AE \cdot DC}{DE + AE} = \frac{9 \cdot 34 + 15 \cdot 20}{9 + 15} = 25{,}25$$

Jadi, diperoleh panjang EF adalah 25,25 cm.

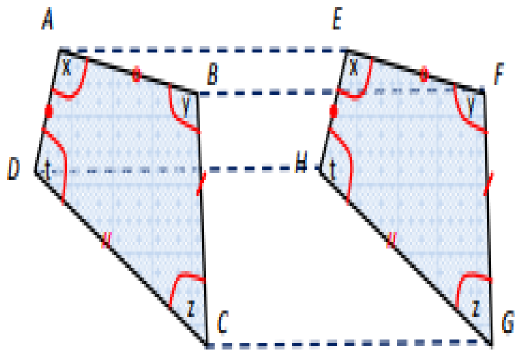
1.2 Kekongruenan Antar Bangun Datar

Definisi kekongruenan tidak lepas dari kesebangunan karena kekongruenan merupakan kasus khusus kesebangunan. Jadi definisinya sebagai berikut. Dua segibanyak (polygon) dikatakan kongruen jika ada korespondensi satu-satu antara titik-titik sudut kedua segi banyak tersebut sedemikian hingga berlaku:

1. sudut-sudut yang bersesuaian sama besar, dan
2. semua perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian adalah satu.

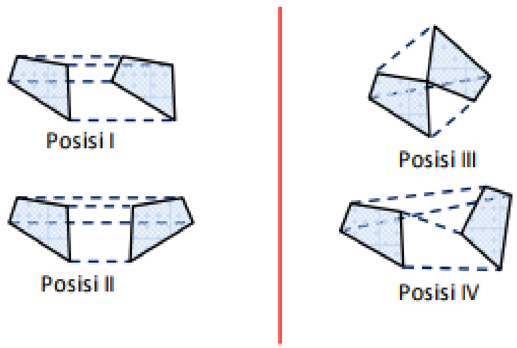
Syarat kedua ini dapat diringkas menjadi 2‘. sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang.

1.3 Contoh



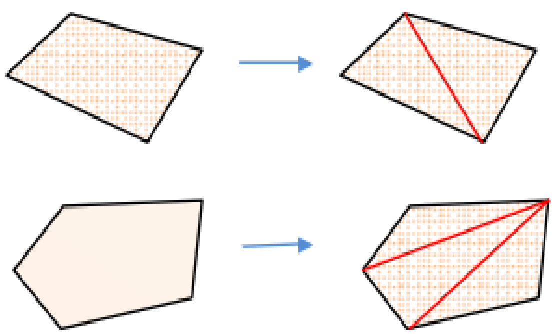
Pada gambar di atas telah dibuat korespondensi satu-satu antar titik-titik sudut pada kedua bangun sehingga sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang Berarti (sesuai definisi) dapat disimpulkan segiempat ABCD kongruen dengan segiempat EFGH atau ditulis segiempat ABCD $latex \cong$ EFGH.

Sekali lagi, perhatikan bahwa korespondensi yang menjadikan dua bangun datar kongruen tidak terpengaruh oleh posisi kedua bangun. Jadi sekali telah ditemukan korespondensi satu-satu antar kedua bangun maka posisi apapun tetap kongruen.



Perhatikan gambar di atas. Kedua bangun pada posisi I, II, III, mupun IV tetap kongruen walaupun posisi kedua bangun tersebut berubah-ubah. Jika dicermati lebih lanjut, keempat posisi itu mewakili proses translasi, refleksi, rotasi, dan kombinasi dari ketiganya. Secara bahasa sederhana, dua bangun dikatakan kongruen jika kedua bangun tersebut sama dalam hal bentuk dan ukurannya.

Selanjutnya perhatikan segiempat dan segilima berikut.



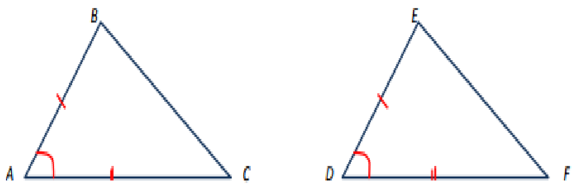
Berdasar gambar di atas, segiempat dapat disusun dari dua segitiga dan segilima dapat disusun dari tiga segitiga. Secara umum segi-n dapat disusun dari n – 2 segitiga. Hal tersebut merupakan gambaran bahwa setiap segibanyak dapat disusun dari segitiga-segitiga. Oleh karena itu sifat-sifat kesebangunan dan kekongruenan pada segitiga perlu untuk dibicarakan secara khusus.

1.4 Teorema

Secara sederhana sesuai dengan pengertian kekongruenan, dua segitiga dikatakan kongruen jika sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang. Ada satu postulat dan tiga teorema yang terkait dengan kekongruenan segitiga. Kita ingat bahwa postulat tidak dibuktikan sedangkan teorema perlu dibuktikan. Tetapi pada modul ini kita tidak membahas bukti teorema karena telah dibahas pada modul BERMUTU tahun sebelumnya.

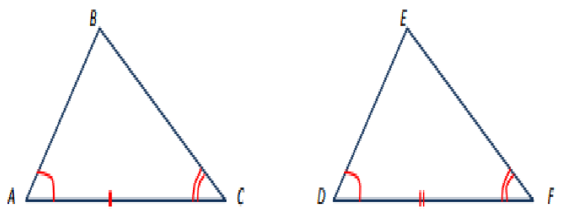
1.4.1 Postulat kekongruenan s.sd.s (sisi-sudut-sisi

Theorem 1.4.1 — Postulat kekongruenan s.sd.s (sisi-sudut-sisi). Diberikan dua segitiga $\triangle$ABC dan *vartriangle*DEF dimana m$\angle$A = m$\angle$D, AB = DF maka $\triangle$ABC $\cong$ $\triangle$DEF



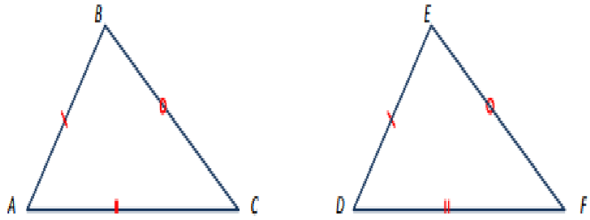
1.4.2 Teorema kekongruenan sd.s.sd (sudut-sisi-sudut)

Theorem 1.4.2 Diberikan dua segitiga $\triangle$ABC dan *vartriangle*DEF dimana m$\angle$A = m$\angle$D, AC = DF, m$\angle$A = m$\angle$D maka $\triangle$ABC $\cong$ $\triangle$DEF



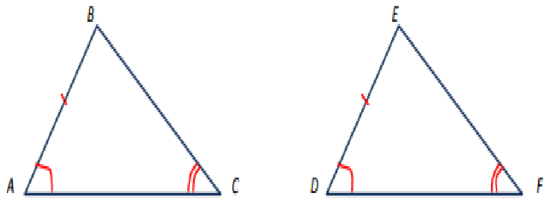
1.4.3 Teorema Teorema kekongruenan s.s.s (sisi-sisi-sisi)

Theorem 1.4.3 Diberikan dua segitiga $\triangle$ABC dan *vartriangle*DEF dimana, AB = DE, m$\angle$A = m$\angle$D,dan m$\angle$C = m$\angle$F , BC = EF maka $\triangle$ABC $\cong$ $\triangle$DEF



1.4.4 Teorema kekongruenan s.sd.sd (sisi-sudut-sudut)

Theorem 1.4.4 Diberikan dua segitiga $\triangle$ABC dan $vartriangle$DEF dimana, AB = DE, AC = DF,dan , BC = EF maka $\triangle ABC \cong \triangle DEF$



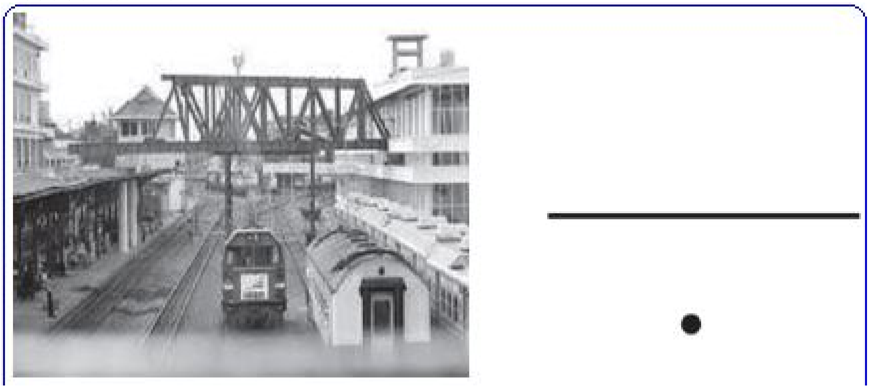
2. Geometri Ruang

2.1 Jarak antar Titik

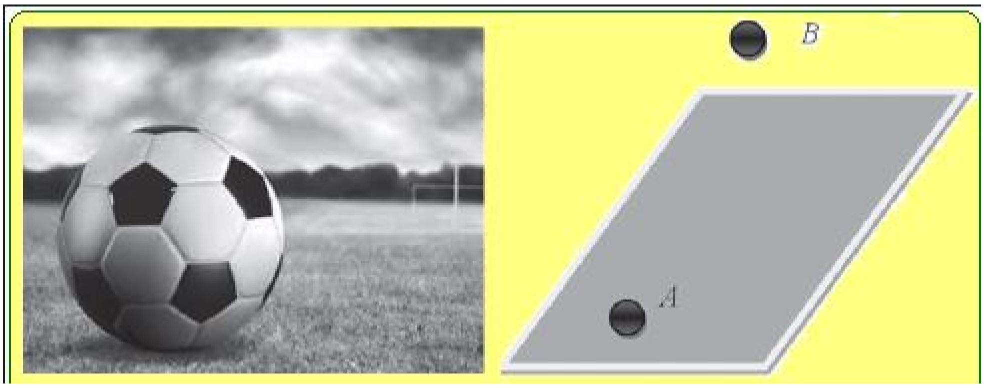
2.2 Jarak Titik Ke Garis

2.2.1 Menemukan Konsep Jarak, Titik dan Garis

1. Kedudukan Titik



Jika dimisalkan jembatan penyeberangan merupakan suatu garis dan lokomotif kereta adalah suatu titik. Kita dapat melihat bahwa lokomotif tidak terletak atau melalui jembatan penyeberangan. Artinya jika dihubungkan dengan garis dan titik maka dapat disebut bahwa contoh di atas merupakan suatu titik yang tidak terletak pada garis.



Gambar di atas merupakan contoh kedudukan titik terhadap bidang, dengan bola sebagai titik dan lapangan sebagai bidang. Sebuah titik dikatakan terletak pada sebuah bidang jika titik itu dapat dilalui bidang seperti terlihat pada titik A pada gambar dan sebuah titik dikatakan terletak di luar bidang jika titik itu tidak dapat dilalui bidang.

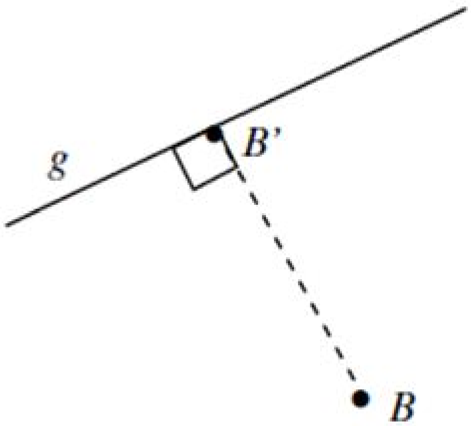
DEFINISI

(a) 1) Jika suatu titik dilalui garis, maka dikatakan titik terletak pada garis tersebut.
(b) 2) Jika suatu titik tidak dilalui garis, maka dikatakan titik tersebut berada di luar garis.
(c) 3) Jika suatu titik dilewati suatu bidang, maka dikatakan titik itu terletak pada bidang. Jika titik tidak dilewati suatu bidang, maka titik itu berada di luar bidang.

2. Jarak titik ke garis

Jarak merupakan salah satu permasalahan matematika yang sering dijumpai di sekitar kita. Jarak dapat diukur di antara dua objek, seperti rumah dengan kantor pos, rumah sakit dengan jalan raya, dan jalan raya dengan jalan raya lainnya. Pada pembahasan ini hanya akan dibahas mengenai jarak antara dua objek yang berupa titik dan garis lurus.

Jarak titik ke garis adalah jarak terdekat sebuah titik ke garis, jarak terdekat diperoleh dengan menarik garis yang tegak lurus dengan garis yang dimaksud. Jarak titik B dengan garis g adalah panjang garis BB’.



Perhatikan contoh permasalahan berikut:

Vihara Dharma Agung terletak pada koordinat (71, 76) dan Jalan Sungai Kelara berupa garis lurus dengan persamaan

$$5x - 8y - 280 = 0$$

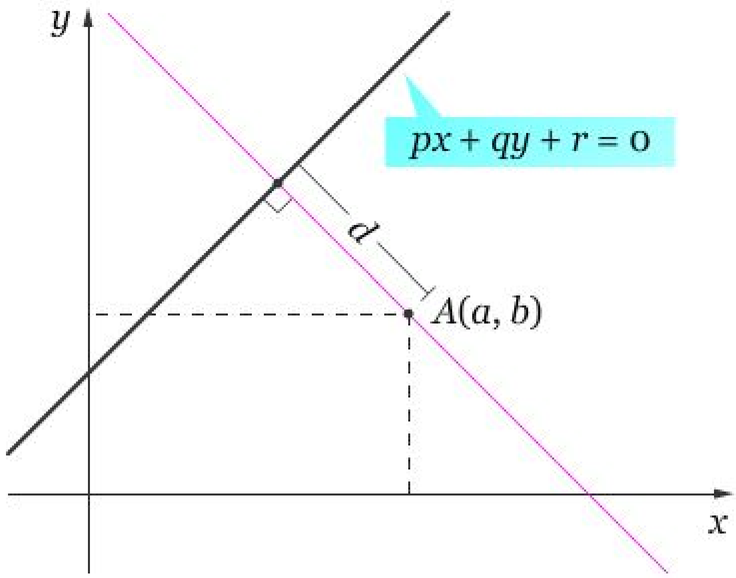
(satuan dalam meter). Bagaimana cara mengukur jarak antara vihara dengan jalan tersebut? Salah satunya adalah dengan menggunakan rumus jarak antara titik dengan garis lurus.

(a) Menemukan Rumus Jarak Titik dengan Garis

Misalkan akan ditentukan jarak antara titik A(a, b) dengan garis lurus yang memiliki persamaan

$$px + qy + r = 0.$$

Perhatikan gambar berikut.



Perlu diingat bahwa jarak dua objek adalah panjang lintasan terpendek yang menghubungkan kedua objek tersebut. Karena ruas garis yang tegak lurus dengan garis

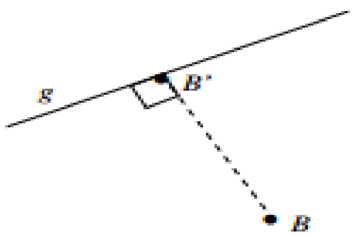
$$px + qy + r = 0$$

dan memiliki ujung di titik A dan ujung satunya di garis tersebut merupakan lintasan terpendek yang menghubungkan titik dan garis tersebut, maka panjang dari ruas garis tersebut, yaitu d, adalah jarak titik A terhadap garis

$$px + qy + r = 0$$

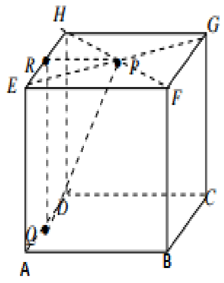
.

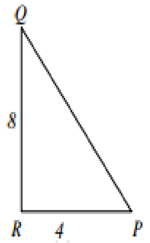
Jarak titik ke garis adalah jarak terdekat sebuah titik ke garis, jarak terdekat diperoleh dengan menarik garis yang tegak lurus dengan garis yang dimaksud. Jarak titik B dengan garis g adalah panjang garis BB'



Contoh : 1. Kubus ABCDEFGH memiliki panjang rusuk 8 cm, titik P merupakan perpotongan diagonal bidang atas, hitunglah jarak titik P dengan garis AD

Penyelesaian



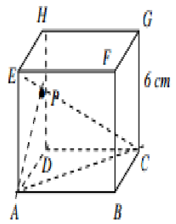


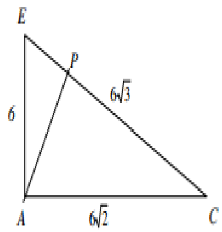
$$
\begin{aligned}
PQ &= \sqrt{PR^2 + PQ^2} \\
&= \sqrt{4^2 + 8^2} \\
&= \sqrt{16+64} \\
&= \sqrt{80} \\
&= 4\sqrt{5}
\end{aligned}
$$

Jadi jarak titik P Ke garis AD adalah $4\sqrt{5}\ cm$

2. Sebuah kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 6 cm. tentukan jarak titik A ke garis CE adalah. . .

<u>*Penyelesaian*</u>





Jarak titik A pada garis CE adalah garis AP

$$6^2 = (6\sqrt{2})^2 + (6\sqrt{3})^2 - 2(6\sqrt{2})(6\sqrt{3})\cos C$$

$$\cos C = \frac{72+108-36}{72\sqrt{6}}$$

$$\cos C = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

maka $\sin C = \frac{1}{3}\sqrt{3}$

$$\sin C = \frac{AP}{AC}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AP}{6\sqrt{2}}$$

$$AP = 2\sqrt{6}$$

Jadi jarak titik A ke garis CE adalah $2\sqrt{6}$

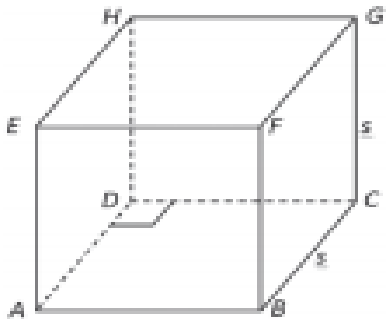
Contoh Soal

Diketahui kubus ABCD.EFGH. Tentukan projeksi titik A pada garis

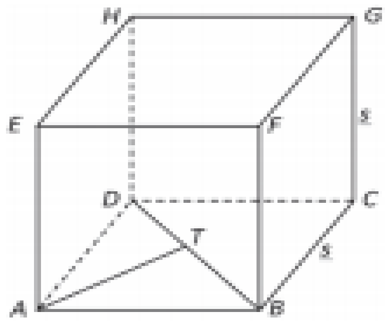
a. CD!

b. BD!

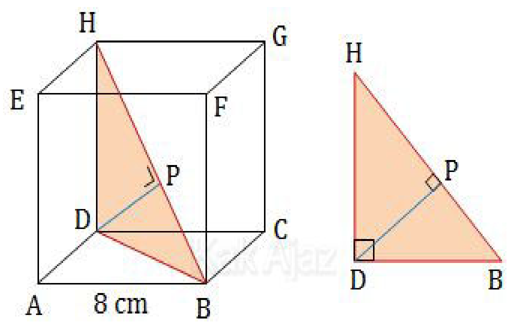
Jika dari titik A ditarik garis yang tegak lurus terhadap segmen garis CD maka diperoleh titik D sebagai hasil proyeksinya (AD CD).



b. Proyeksi titik A pada garis BD Jika dari titik A ditarik garis yang tegak lurus terhadap segmen garis BD maka diperoleh titik T sebagai hasil proyeksinya (AT BD).



Contoh Soal Kubus ABCD.EFGH memiliki rusuk 8 cm. Jarak titik D ke garis HB adalah ...



Pandanglah segitiga BDH yang terdapat dalam kubus. Segitiga BDH adalah segitiga siku-siku di D.

DH adalah salah satu rusuk kubus.

DH = 8 cm

BD adalah diagonal bidang atau diagonal sisi.

$$
\begin{aligned}
\mathrm{BD} &= a\sqrt{2} \\
&= 8\sqrt{2}\ \mathrm{cm}
\end{aligned}
$$

This is an example of a definition. A definition could be mathematical or it could define a concept.

Definition 2.2.1 — Definition name. Given a vector space E, a norm on E is an application, denoted $||\cdot||$, E in $\mathbb{R}^+ = [0,+\infty[$ such that:

$$||\mathbf{x}|| = 0 \Rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{0} \tag{2.1}$$

$$||\lambda\mathbf{x}|| = |\lambda| \cdot ||\mathbf{x}|| \tag{2.2}$$

$$||\mathbf{x}+\mathbf{y}|| \leq ||\mathbf{x}|| + ||\mathbf{y}|| \tag{2.3}$$

3. Kaidah Pencacahan

Pengertian Kaidah Pencacahan (Caunting Slots)

Kaidah pencacahan atau Caunting Slots adalah suatu kaidah yang digunakan untuk menentukan atau menghitung berapa banyak cara yang terjadi dari suatu peristiwa. Kaidah pencacahan terdiri atas :

3.1 Aturan Penjumlahan

1.Aturan penjumlahan

Jika ada A dan B yang merupakan himpunan saling lepas dengan banyak anggota himpunannya adalah x dan y, maka banyaknya cara mengambil satu anggota dari gabungan keduanya akan sama dengan x+y, dinotasikan:

$$A \cap B = 0 ; A \cup B = x + y$$

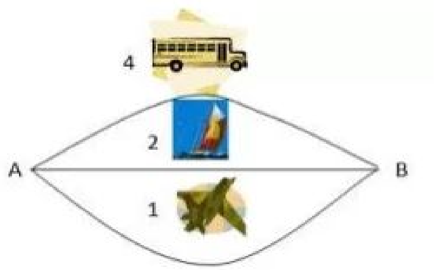
Gambar. Notasi aturan penjumlahan

Atau secara sederhana digunakan saat ada sejumlah kejadian yang tidak saling berhubungan (saling lepas). Dalam kondisi ini kejadian-kejadian tersebut dijumlahkan untuk mendapatkan total kejadian yang mungkin terjadi.

Contoh 1:

Dari kota A ke kota B ada beberapa jenis angkutan yang dapat digunakan. Ada 4 travel, 2 kapal laut, dan 1 pesawat terbang yang dapat dipilih. Ada berapa total cara berbeda untuk berangkat dari kota A menuju kota B?

Pembahasan:



Dalam soal di atas ketika kita memilih travel, kapal laut, maupun pesawat terbang tidak berpengaruh satu sama lain, ketiganya merupakan himpunan yang saling lepas. Sehingga ada 4+2+1 = 7 cara berbeda untuk berangkat dari kota A menuju kota B. []

Definisi 1 Jika suatu kejadian dapat dikerjakan dengan beberapa cara, tetapi cara-cara ini tidak dapat dikerjakan pada waktu yang sama. Jika kejadian tersebut dapat terjadi dengan n1n1 cara, atau kejadian tersebut terjadi dengan n2n2 cara, atau kejadian tersebut dapat terjadi dengan n3n3 cara, atau .... kejadian tersebut dapat terjadi dengan npnp cara, maka kejadian dengan ciri yang demikian dapat terjadi dengan (n1+n2+n3+...+np)(n1+n2+n3+...+np) cara.

Contoh 1

Dalam sebuah pantia, wakil dari sebuah jurusan dapat dipilih dari dosen, atau mahasiswa. Jika pada jurusan tersebut memiliki 37 dosen dan 83 mahasiswa, Berapa banyak cara memilih wakil dari jurusan tersebut?

Jawab:

Ada 37 cara untuk memilih wakil dari sebuah jurusan yang berasal dari kalangan dosen dan ada 83 cara memilih wakil dari sebuah jurusan yang berasal dari kalangan mahasiswa. Karena pada jurusan tersebut tidak ada dosen yang berstatus mahasiswa ataupun mahasiswa yang berstatus dosen, maka berdasarkan aturan penjumlahan, ada37+83=120 cara untuk memilih wakil dari sebuah jurusan.

Contoh 2

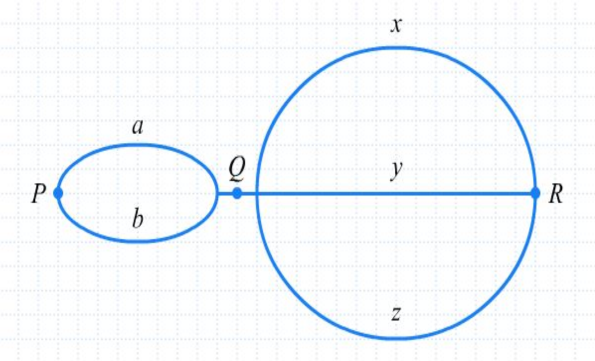
Seorang pelajar dapat memilih sebuah proyek komputer dari salah satu diantara tiga aftar yang tersedia. ketiga daftar tersebut terdiri atas 23, 15, dan 19 kemungkinan proyek. Proyek - proyek komputer yang ada pada ketiga daftar tersebut semuanya berbeda. Berapa banyakkemungkinan siswa tersebut memilih proyek komputer?

Jawab:

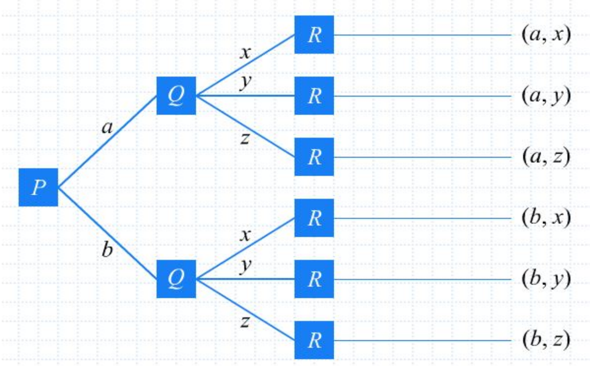
karena dari ketiga daftar tersebut semua proyek berbeda, dimana pada daftar pertama ada 23 proyek, daftar kedua ada 15 proyek , dan daftar ketiga ada 19 proyek Maka berdasarkan aturan penjumlahan ada 23+15+19 = 57 kemungkinan siswa tersebut memilih proyekkomputer. []

Contoh 3

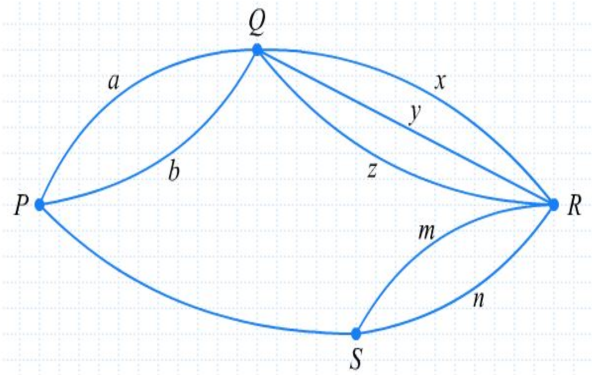
Misalkan Andi akan berangkat sekolah bersama dengan teman sekelasnya, Amir. Rumah Andi terletak pada titik P dan rumah Amir terletak pada titik Q (lihat gambar). Sehingga, dalam perjalanan ke sekolah Andi akan menuju rumah Amir terlebih dahulu, kemudian bersama-sama dengan Amir ia akan berangkat ke sekolah. Ada berapa cara yang dapat ditempuh Andi untuk berangkat ke sekolah apabila ia harus melalui rumah Amir terlebih dahulu?



Banyaknya cara perjalanan dari titik P ke titik Q dilanjutkan ke titik R dapat digambarkan dengan diagram pohon seperti pada gambar berikut.

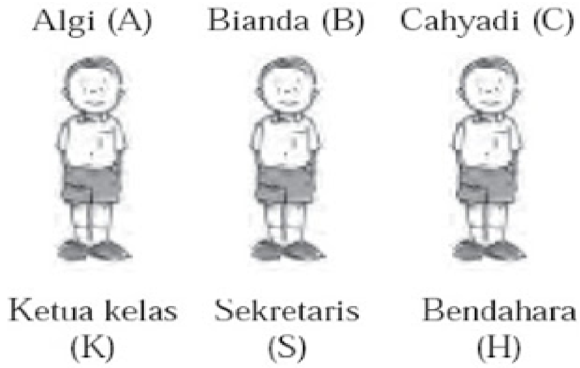


Dari diagram pohon tersebut terlihat rute perjalanan dari titik P ke titik R melalui titi Q ada 6 cara yang dapat ditulis dalam bentuk himpunan pasangan berurutan (a, x), (a, y), (a, z), (b, x), (b, y), (b, z). Rute perjalanan dari P ke R dapat ditempuh melalui Q atau S. Dari P ke R melalui Q ada (2 3) cara yaitu 6 cara, sedangkan dari P ke R melalui S ada (1 2) cara, sehingga rute perjalanan dari P ke R ada (6 + 2) cara yang berbeda. Kaidah ini merupakan aturan penjumlahan.



3.2 Aturan Perkalian

1.Aturan perkalian Misalkan, dari 3 orang siswa, yaitu Algi, Bianda, dan Cahyadi akan dipilih untuk menjadi ketua kelas, sekretaris, dan bendahara dengan aturan bahwa seseorang tidak boleh merangkap jabatan pengurus kelas. Banyak cara 3 orang dipilih menjadi pengurus kelas tersebut akan dipelajari melalui uraian berikut. Amati Gambar



Gambar Aturan perkalian pemilihan pengurus kelas. a. Untuk ketua kelas (K) Posisi ketua kelas dapat dipilih dari 3 orang, yaitu Algi (A), Bianda (B), atau Cahyadi (C).

Jadi, posisi ketua kelas dapat dipilih dengan 3 cara. b. Untuk sekertaris (S) Jika posisi ketua kelas sudah terisi oleh seseorang maka posisi sekretaris hanya dapat dipilih dari 2 orang yang belum terpilih menjadi pengurus kelas.

Jadi, posisi sekretaris dapat dipilih dengan 2 cara. c. Untuk bendahara (A)

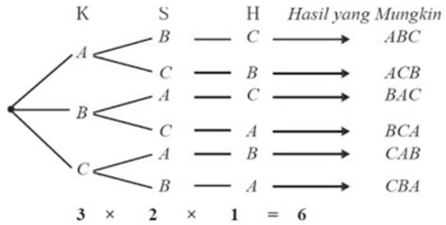
Jika posisi ketua kelas dan sekretaris sudah terisi maka posisi bendahara hanya ada satu pilihan, yaitu dijabat oleh orang yang belum terpilih menjadi pengurus kelas.

Jadi, posisi bendahara dapat dipilih dengan 1 cara.

Dengan demikian, banyak cara yang dilakukan untuk memilih 3 orang pengurus kelas dari 3 orang kandidat adalah :

3 x 2 x 1 = 6 cara.

Uraian tersebut akan lebih jelas apabila mengamati skema berikut.



Dari uraian tersebut, dapatkah Anda menyatakan aturan perkalian? Cobalah nyatakan aturan perkalian itu dengan kata-kata Anda sendiri.

Aturan Perkalian :

Misalkan,

• operasi 1 dapat dilaksanakan dalam n1 cara; • operasi 2 dapat dilaksanakan dalam n2 cara; • operasi k dapat dilaksanakan dalam nk cara.

Banyak cara k operasi dapat dilaksanakan secara berurutan adalah n = n1 x n2 x n3 ... x nk.

Contoh Soal 1 :

Berapa cara yang dapat diperoleh untuk memilih posisi seorang tekong, apit kiri, dan apit kanan dari 15 atlet sepak takraw pelatnas SEA GAMES jika tidak ada posisi yang rangkap? (Tekong adalah pemain sepak takraw yang melakukan sepak permulaan).

Jawaban :

• Untuk posisi tekong.

Posisi tekong dapat dipilih dengan 15 cara dari 15 atlet pelatnas yang tersedia.

• Untuk posisi apit kiri.

Dapat dipilih dengan 14 cara dari 14 atlet yang ada (1 atlet lagi tidak terpilih karena menjadi tekong).

• Untuk posisi apit kanan.

Cara untuk memilih apit kanan hanya dengan 13 cara dari 13 atlet yang ada (2 atlet tidak dapat dipilih karena telah menjadi tekong dan apit kiri).

Dengan demikian, banyak cara yang dilakukan untuk memilih posisi dalam regu sepak takraw adalah 15 x 14 x 13 = 2.730 cara. Ingatlah :

Apabila terdapat n buah tempat yang akan diduduki oleh n orang, terdapat :

n x (n - 1 (x)n -2) x ... x 1 cara orang menduduki tempat tersebut. 2. Faktorial

Anda telah mempelajari, banyak cara yang dilakukan untuk memilih 3 orang pengurus kelas dari 3 orang kandidat adalah 3 x 2 x 1 = 6 cara.

Selanjutnya, 3 x 2 x 1 dapat dinyatakan dengan 3! (dibaca 3 faktorial). Jadi,

3! = 3 x 2 x 1 = 6

Dengan penalaran yang sama,

4! = 4 x 3 x 2 x 1 = 4 x 3! = 4 x 6 = 24 5! = 5 x 4 x 3 x 2 x 1 = 5 x 4! = 5 x 24 = 120 6! = 6 x 5! = 6 x 120 = 720

Uraian tersebut memperjelas definisi berikut.

Definisi :

a. n! = n x (n – 1) x (n – 2) ... x 3 x 2 x 1, dengan n bilangan asli, untuk n >= 2. b. 1! = 1 c. 0! = 1

Contoh Soal 2 :

Hitunglah :

a. 7! b. 17! / 0!16! c. 12! / 2!8! d. 8! / 5!

Penyelesaian :

a. $7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5.040$

b. $\dfrac{17!}{0!6!} = \dfrac{17 \cdot 16!}{1 \cdot 16!} = 17$

c. $\dfrac{12!}{2!8!} = \dfrac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8!}{2!8!} = \dfrac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{1 \cdot 2} = 5.940$

d. $\dfrac{8!}{5!} = \dfrac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5!} = 8 \times 7 \times 6 = 336$

Contoh Soal 3 :

Nyatakan bentuk-bentuk berikut ke dalam faktorial:

a. $157 \times 156 \times 155$ b. $8!(9 \times 10)$ c. $n(n-1)(n-2)$

Penyelesaian :

a. $157 \times 156 \times 155 = \dfrac{157 \times 156 \times 155 \times ... \times 1}{154 \times 153 \times ... \times 1} = \dfrac{157!}{154!}$

b. $8!(9 \times 10) = (8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)(9 \times 10) = 10!$

c. $n(n-1)(n-2) = \dfrac{n(n-1)(n-2)(n-3)...1}{(n-3)(n-4)...1} = \dfrac{n!}{(n-3)!}$

Contoh Soal 4 :

3. Tentukan nilai n dari (n + 3) ! = 10 (n + 2) !

Pembahasan :

$(n+3)! = 10(n+2)!$	$\leftrightarrow (n+3)(n+2)! = 10(n+2)!$
	$\leftrightarrow n+3 = 10\ 0$
	$\leftrightarrow n = 7$

3.3 Notations

Notation 3.1. *Given an open subset G of $\mathbb{R}^n$, the set of functions φ are:*

1. *Bounded support G;*
2. *Infinitely differentiable;*

a vector space is denoted by $\mathscr{D}(G)$.

3.4 Remarks

This is an example of a remark.

R The concepts presented here are now in conventional employment in mathematics. Vector spaces are taken over the field $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, however, established properties are easily extended to $\mathbb{K} = \mathbb{C}$.

3.5 Corollaries

This is an example of a corollary.

Corollary 3.5.1 — Corollary name. The concepts presented here are now in conventional employment in mathematics. Vector spaces are taken over the field $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, however, established properties are easily extended to $\mathbb{K} = \mathbb{C}$.

3.6 Propositions

This is an example of propositions.

3.6.1 Several equations

Proposition 3.6.1 — Proposition name. It has the properties:

$$\big| ||\mathbf{x}|| - ||\mathbf{y}|| \big| \leq ||\mathbf{x} - \mathbf{y}|| \tag{3.1}$$

$$||\sum_{i=1}^{n} \mathbf{x}_i|| \leq \sum_{i=1}^{n} ||\mathbf{x}_i|| \quad \text{where } n \text{ is a finite integer} \tag{3.2}$$

3.6.2 Single Line

Proposition 3.6.2 Let $f, g \in L^2(G)$; if $\forall \varphi \in \mathscr{D}(G)$, $(f, \varphi)_0 = (g, \varphi)_0$ then $f = g$.

3.7 Examples

This is an example of examples.

3.7.1 Equation and Text

■ **Example 3.1** Let $G = \{x \in \mathbb{R}^2 : |x| < 3\}$ and denoted by: $x^0 = (1,1)$; consider the function:

$$f(x) = \begin{cases} e^{|x|} & \text{si } |x - x^0| \leq 1/2 \\ 0 & \text{si } |x - x^0| > 1/2 \end{cases} \tag{3.3}$$

The function f has bounded support, we can take $A = \{x \in \mathbb{R}^2 : |x - x^0| \leq 1/2 + \varepsilon\}$ for all $\varepsilon \in]0;5/2 - \sqrt{2}[$. ■

3.7.2 Paragraph of Text

■ **Example 3.2 — Example name.** Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

■

3.8 Exercises

This is an example of an exercise.

Exercise 3.1 This is a good place to ask a question to test learning progress or further cement ideas into students' minds. ■

3.9 Problems

Problem 3.1 What is the average airspeed velocity of an unladen swallow?

3.10 Vocabulary

Define a word to improve a students' vocabulary.
Vocabulary 3.1 — Word. Definition of word.

Part Two

4. Statistika

4.1 Ukuran Pemusatan Data

Ukuran pemusatan data disebut juga sembarang ukuran yang menunjukkan pusat sekumpulan data, yang telah diurutkan dari angka yang terkecil sampai terbesar atau sebaliknya dari angka yang terbesar sampai terkecil. Beberapa fungsi dari ukuran pemusatan data adalah untuk membandingkan dua data atau contoh, karena sangat sulit untuk membandingkan banyaknya anggota dari masing-masing anggota populasi atau banyaknya anggota data contoh. Nilai ukuran pemusatan ini dibuat sehingga dapat mewakili seluruh nilai pada data yang bersangkutan.

Ukuran pemusatan yang sering digunakan adalah mean, modus, dan median. Nilai tengah (mean) akan sangat dipengaruh nilai banyaknya data. Median yang sangat beragam sulit dalam penggunaan parameter populasi. Dan modus hanya digunakan untuk data ukuran yang besar.

Salah satu ukuran yang paling penting untuk menggambarkan suatu distribusi data adalah nilai pusat data pengamat. Setiap pengukuran aritmatika yang ditujukan untuk menggambarkan suatu nilai yang mewakili nilai pusat atau nilai sentral dari suatu gugus data (himpunan pengamatan) dikenal sebagai ukuran tendensi sentral. Biasanya Ukuran pemusatan data sering kali digunakan agar data yang diperoleh mudah untuk dipahami oleh siswa. Ukuran pemusatan data debagi menjadi mean yang digunakan untuk mengetahui nilai rata rata pada setiap himpunan angka, median digunakan untuk mengetahui suatu nilai tengah suatu himpunan angka, dan modus adalah data yang sering muncul.

4.2 Mean

Mean yaitu suatu nilai rata rata dan di dapatkan dari sekumpulan data adalah jumlah seluruh data dibagi banyaknya data. Dengan mengetahui mean suatu data, maka variasi data yang lain akan mudah diperkirakan.atau juga dapat disebut suatu metode yang sering digunakan untuk menggambarkan ukuran suatu data. Mean dapat dihitung dengan menjumlahkan seluruh nilai data pengukuran dan dibagi dengan banyaknya data yang digunakan. Definisi tersebut di nyatakan dengan persamaan sebagai berikut:

Theorem 4.2.1 — Mean. rumus mencari nilai rata-rata:

$$Sampel \tag{4.1}$$

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n}{n} = \sum_{i=0}^{n} \frac{x_i}{n} \tag{4.2}$$

$$Populasi \tag{4.3}$$

$$\bar{\mu} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n}{n} = \sum_{i=0}^{n} \frac{x_i}{n} \tag{4.4}$$

Keterangan
$\sum$ = lambang penjumlahan semua gugus data pengamatan
n = banyaknya sampel data
N = banyaknya data populasi
$\bar{x}$ = nilai rata-rata sampel
μ = nilai rata-rata populasi

4.2.1 Distribusi frekuensi

Rata-rata yang dihitung berdasarkan data yang sudah ditata dalam bentuk tabel distribusi frekuensi dan dapat ditentukan dengan menggunakan formula / rumus rumus yang sama dengan formula untuk menghitung nilai rata-rata dari data yang sudah dikelompokkan atau data yang terdistribusi, dengan rumus sebagai berikut:

Theorem 4.2.2 — Mean. rumus mencari nilai distribusi frekuensi:

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} \tag{4.5}$$

Keterangan
$\sum$ = lambang penjumlahan semua gugus data
f_i = frekuensi data ke-i
$\bar{x}$= nilai rata-rata sampel

4.3 Median

Median merupakan nilai tengah dari sekumpulan data yang telah diurutkan dari angka terkecil sampai ke angka terbesar. Median ditentukan berdasarkan jumlah data, dengan jumlah data yang ganjil maka mediannya memiliki nilai tengah dari data yang telah diurutkan, dan dengan jumlah data genap maka mediannya adalah mean / rataan dari dua bilangan yang ditengah data yang sudah diurutkan

Theorem 4.3.1 — Mean. rumus mencari nilai rata-rata:

$$untukngan jil \tag{4.6}$$

$$Me = x_{\frac{1}{2}(n+1)} \tag{4.7}$$

$$Untukngenap \tag{4.8}$$

$$Me = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2} \tag{4.9}$$

Keterangan
$x_{\frac{n}{2}}$ = data pada urutan ke-$\frac{n}{2}$ setelah diurutkan

4.4 Modus

Modus adalah data yang sering muncul atau data yang memiliki jumlah frekuensi paling banyak. Sebuah data dapat dikatakan tidak memiliki modus ketika seluruh data yang muncul memiliki frekuensi yang sama atau dapat disebut sebuah data memiliki modus lebih dari satu. Untuk data yang ditampilkan dalam bentuk tabel distribusi frekuensi berkelompok, dapat digunakan menentukan letak modus dengan cara melihat kelas interval yang mempunyai frekuensi paling besar.Bila data mempunyai satu modus dapat disebut unimodal dan data yang memiliki dua modus disebut bimodal, sedangkan jika data mempunyai modus yang lebih dari dua disebut multimodal. Modus dapat dilambangkan dengan Mo

Theorem 4.4.1 — Mean. rumus mencari nilai rata - rata:

$$untukngan jil \tag{4.10}$$

$$Mo = T_b + (\frac{s_1}{s_1 + s_2})i \tag{4.11}$$

Keterangan
Mo = Modus
T_b = Tepi bawah dari kelas modus
s_1 = Selisih frekuensi kelas modus dengan frekuensi kelas sebelum kelas modus
s_2 = Selisih frekuensi kelas modus dengan frekuensi kelas sesudah kelas modus
i = panjang kelas interval

5. Peluang kejadian majemuk

5.1 Kejadian Saliing bebas

Peluang Kejadian A dinotarsikan dengan P(A) adalah perbandingan banyaknya hasil kejadian A dinotasikan n(A) terhadap banyak semmua hasil yang mungkin dinotasikan dengan n(S) dalam satu percobaan. Kisaran nilai peluang kejadian A adalah 0 ≤ P(A) 0 ≤ 1. jika P(A) = 0 disebut kemustahilan dan P(A) = 1 disebut kepastian.

1. kejadian saling bebas(Stokastik)

Dua kejadian dikatakan saling bebas (independen) jika terjadinya kejadian yang satu tidak mempengaruhi kemungkinan terjadinya kejadian yang lain. Bila kejadian A tidak mempengaruhi terjadinya B dan sebaliknya, maka kejadian semacam ini disebut dua kejadian saling bebas Contoh Ketika melempar koin dua kali, hasil dari lemparan pertama tidak mempengaruhi hasil dari lemparan kedua. Ketika mengambil dua kartu dari satu set kartu permainan (52 kartu), kejadian 'mendapatkan raja (K)' pada kartu pertama dan kejadian 'mendapatkan kartu hitam' pada kartu kedua adalah tidak saling bebas. Peluang pada kartu kedua berubah setelah kartu yang pertama diambil. Kedua kejadian di atas akan menjadi saling bebas jika setelah mengambil kartu yang pertama, kartu tersebut dikembalikan ke set semula (sehingga set kartu itu lengkap kembali, 52 kartu). Jika dua keeping mata uang yang homogen dilantunkan bersama-sama, maka kejadian yang mungkin adalah : S = (G1,G2), (G1,A2), (A1,G2), (A1,A2) ® n(s) = 4

5.2 Penjelasan Kejadian Saling bebas

Jekadian pada percobaan ada dua yaitu; kejadian sedehana dan kejadian dan jekadian majemuk peluang kejadian saling lepas dan saling bebas.

Dengan menggunakan sifat-sifat gabungan dua berdasarkan teori gabungan banyak nya anggota himpunan $A \bigcup B$ yang disimbol kan.

$A \bigcap B$ = n(A) + n(B) ($A \bigcup B$) dengan ($A \bigcup B$) yang menyatakan irisan himpunan A dan B

Menentukan Peluang gabungan dua kejadian : P($A \bigcap B$).

n($A \bigcup B$)= n(A)+(B) -n($A \bigcap B$) [bagi dg n(S)].

$\frac{n}{n}\, A \bigcup B = \frac{n}{n}\,\frac{A}{S} + \frac{n}{n}\,\frac{B}{S}$ n$(A \bigcap B)$ $\frac{n}{S}$
P($A \bigcup B$) = P(A)+P(B)-P($A \bigcap B$)
Jadi rumus peluang gabunganya adalah; P($A \bigcup B$) = P(A)+P(B)-P($A \bigcap B$) Keterangan :
P($A \bigcup B$) = Peluang Gabungan kejadian A dan B
P(A) = Peluang kejadian A
P(B) = Peluang kejadian B
P$A \bigcap B$) Peluang irisan kejadian A dan B

5.3 Contoh Soal

1. Sebuah dadu isi enam di lempar sekali, berapakah peluang kejadian muncul nya angka genap atau angka prima ?

Penyelesaian :

a.) Ruang sample nya adalah S=1,2,3,4,5,6 dengan n(S)=6 misalnya A kejadian muncul mata dadu genap dan B kejadian mata dadu prima,

A=2,4,5 B=2,3,5 dan $A \bigcap B$ =2 $A \bigcap B$ sehingga n(A)=3,n(B)=3, n($A \bigcap B$) = 1

Ketika melempar koin dua kali, hasil dari lemparan pertama tidak mempengaruhi hasil dari lemparan kedua. Ketika mengambil dua kartu dari satu set kartu permainan (52 kartu), kejadian

'mendapatkan raja (K)' pada kartu pertama dan kejadian 'mendapatkan kartu hitam' pada kartu kedua adalah tidak saling bebas. Peluang pada kartu kedua berubah setelah kartu yang pertama diambil. Kedua kejadian di atas akan menjadi saling bebas jika setelah mengambil kartu yang pertama, kartu tersebut dikembalikan ke set semula (sehingga set kartu itu lengkap kembali, 52 kartu).

Untuk dua kejadian saling bebas, A dan B, peluang untuk keduanya terjadi, P(A dan B), adalah hasil perkalian antara peluang dari masing-masing kejadian.

P(A dan B) = P($A \bigcap B$) = P(A) X P(B) Misalnya, ketika melempar koin dua kali, peluang mendapat 'kepala' (K) pada lemparan pertama lalu mendapat 'ekor' (E) pada lemparan kedua adalah

P(K dan E) = P(X) X P(B)

P(K dan E) = 0.5 X 0.5 P(K dan E) = 0.25

Dalam sebuah kantong terdapat 15 alat tulis yang terdiri dari 7 Pensil dan 8 Bolpen. Jika kita disuruh mengambil 2 alat tulis dengan mata tertutup. Tentukan terambil kedua-duanya Pensil ? Jawab :

Jika A = Pensil Pengambilan Pertama :
Maka P(A) = n(A)/n(S) = 7/15
Jika B = Pensil Pengambilan Kedua :

Maka P(B) = n(B)/n(S) = 6/15
Jadi P(A n B) = P(A) x P(B)
= 4/10 x 3/9 = 12/90 = 2/15

Bibliography