

Modelos de Simulación Estocástica en Finanzas

Objetivo

- Presentar los principales **procesos estocásticos** utilizados en simulación de precios de activos.
- Clasificar los modelos según sus propiedades.
- Dar ejemplos de aplicación.

Clasificación General

1. Procesos Estocásticos Continuos

- Basados en ecuaciones diferenciales estocásticas (SDEs).
- Incluyen GBM, Ornstein-Uhlenbeck, CIR, Heston, etc.

2. Modelos Discretos y Empíricos

- Modelos ARIMA/GARCH, Bootstrap, Copulas, etc.

3. Basados en Reglas o Agentes

- Modelos basados en agentes (ABM), árboles binomiales.

4. Modelos Avanzados o con Saltos

- Jumps de Merton, procesos Lévy, movimientos fraccionarios.

Movimiento Browniano Geométrico (GBM)

Ecuación:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t$$

- Modela el precio de una acción en Black-Scholes.
- Siempre positivo.
- No permite reversión a la media.

✓ Simple

✗ No capta volatilidad variable ni shocks

Proceso de Ornstein-Uhlenbeck

Ecuación:

$$dX_t = \theta(\mu - X_t)dt + \sigma dW_t$$

- Reversión a la media.
- Usado en tasas de interés, commodities, pares de trading.

✓ Permite reversión

✗ Puede tomar valores negativos

Proceso CIR (Cox-Ingersoll-Ross)

Ecuación:

$$dX_t = \theta(\mu - X_t)dt + \sigma\sqrt{X_t}dW_t$$

- Similar al OU pero **siempre positivo**.
- Usado en tasas de interés.

✓ Reversión + Positividad

✗ Requiere parámetros válidos para estabilidad

Modelo de Heston

Modelo de volatilidad estocástica

$$\begin{aligned}dS_t &= \mu S_t dt + \sqrt{v_t} S_t dW_t^S \\ dv_t &= \kappa(\theta - v_t)dt + \sigma\sqrt{v_t}dW_t^v\end{aligned}$$

- La volatilidad también sigue un proceso CIR.
- Útil para modelar *smile de volatilidad* en opciones.

Modelos con Saltos (Merton)

Modelo con saltos de Poisson:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t + J_t dN_t$$

- (J_t): cambio porcentual durante un salto
- (N_t): proceso de Poisson

✓ Crisis / eventos

✗ Más difícil de calibrar

Modelos Econométricos

- **ARIMA / ARMA:** Autoregresivos, útiles en series estacionarias.
- **GARCH / EGARCH:** Capturan volatilidad condicional.

✓ Capturan patrones temporales

✗ No modelan trayectorias realistas de precios

Bootstrap

- **Histórico puro:** reordenamiento aleatorio de rendimientos.
- **Block Bootstrap:** bloques para mantener autocorrelación.
- **Circular Bootstrap:** preserva continuidad en bordes.

✓ No asume distribución

✗ No genera escenarios extremos nuevos

Copulas

- Modelan la **dependencia conjunta** entre activos.
- Separan la dependencia de la distribución marginal.

$$F(x, y) = C(F_X(x), F_Y(y))$$

✓ Útil en portafolios

✗ Calibración compleja

Simulación con Árboles

- Árboles binomiales o trinomiales discretizan posibles precios futuros.

Usos:

- Valuación de opciones
- Análisis de decisiones

✓ Intuitivos

✗ Crecen exponencialmente con el tiempo

Modelos Basados en Agentes (ABM)

- Cada "agente" sigue reglas (trader, arbitrajista, etc).
- Interacciones generan precios emergentes.

✓ Explora dinámicas realistas

✗ No siempre reproducibles ni calibrables

Modelos Avanzados

1. Procesos Lévy

- Generalizan el Browniano. Permiten colas pesadas, skew.

2. Movimiento Browniano Fraccionario

- Introduce memoria (autocorrelación) en los pasos.

✓ Capturan propiedades empíricas

✗ Incompatibles con algunos modelos (ej. Black-Scholes)

Comparación Rápida

Modelo	Reversión	Volatilidad	Salto	Positivo
GBM	✗	Constante	✗	✓
OU	✓	Constante	✗	✗
CIR	✓	$\sqrt{X_t}$	✗	✓
Heston	✗	Estocástica	✗	✓
Merton	✗	Constante	✓	✓

Conclusión

- No hay modelo perfecto. Cada uno **simula ciertos fenómenos**.
- La elección del modelo depende de:
 - El activo
 - El objetivo del análisis (opciones, portafolios, stress test)
 - La disponibilidad de datos

¿Preguntas?

Gracias por su atención



