

**Übungsblatt 1: Grundlagen in Machine Learning**  
BA-INF 153: Einführung in Deep Learning für Visual Computing

**Deadline: Theoretische Aufgaben** 29.04.2025 - 14:00 via Stud.IP

## Theoretische Aufgaben (*15 Punkte*)

### a) Entscheidungsgrenze eines künstlichen Neurons (*3 Punkte*)

Wir betrachten ein einzelnes künstliches Neuron  $z(x, y)$ , das zwei Inputs auf auf einen reellen Wert abbildet

$$z(x, y) := f(w_1x + w_2y + b)$$

wobei  $f$  die Threshold-Funktion

$$f(t) := \begin{cases} -1 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$

ist. Die Entscheidungsgrenze eines solchen künstlichen Neurons ist die Gerade

$$w_1x + w_2y + b = 0.$$

**Aufgabe:** Betrachten Sie nun ein künstliches Neuron mit den Gewichten  $w_1 = 1, w_2 = -2$  und  $b = 2$ . Stellen Sie grafisch dar, wie das künstliche Neuron die Punkte im Intervall  $[-4, 4]^2$  trennt und zeigen Sie an, in welchen Regionen  $z(x, y)$  größer oder kleiner als Null ist.

Wie nennt man die geometrische Figur, die die Punkte im Raum trennt, die von einem künstlichen Neuron unterschiedlich klassifiziert werden, wenn der Raum mehr als zwei Dimensionen hat? Verallgemeinern Sie die Funktionsdefinition von  $z$  für mehr als zwei Dimensionen. Geben Sie eine explizite Formel an in der Sie die Gewichte  $w_1, \dots, w_n$ , die Eingabewerte  $x_1, \dots, x_n$  und den Biaswert  $b$  verwenden.

### b) Entscheidungsgrenze eines Neuronalen Netzwerk (*6 Punkte*)

Neuronale Netze lassen sich geometrisch als eine Partitionierung ihrer Definitionsmenge interpretieren. Betrachten wir nun das Trapez in Abbildung 1, das eine Entscheidungsgrenze darstellt, wobei der innere Bereich zur Klasse A und der äußere Bereich zur Klasse B gehört.

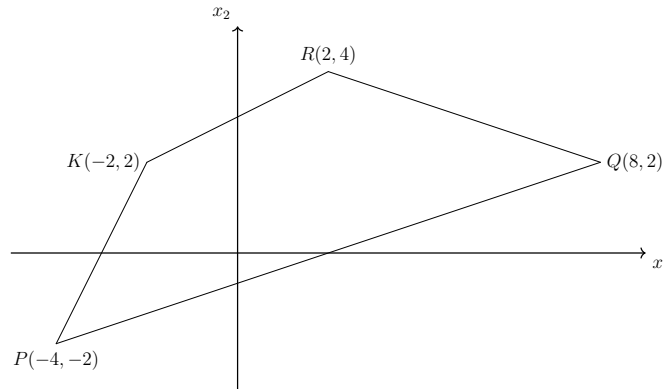


Figure 1: Die Region im Trapez gehört zur Klasse A und die andere Region zur Klasse B.

Wir wollen ein zweischichtiges Netz entwerfen, das aus einer Eingabeschicht, einer verborgenen Schicht und einer Ausgabeschicht entsteht, und entscheidet ob ein Punkt  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  innerhalb oder außerhalb des Trapez liegt. Unser Netzwerk verwendet die ReLU-Funktion  $\text{ReLU}(t) = \max(0, t)$  als Aktivierungsfunktion für die verborgene Schicht und die Identitätsfunktion als die Aktivierungsfunktion in der Ausgabeschicht.

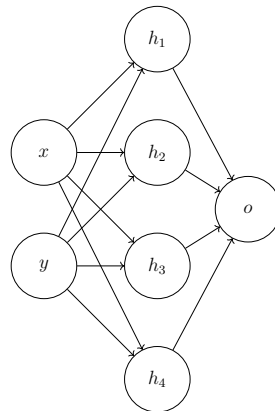


Figure 2: Architektur des Netzwerks dass verwendet werden kann um Punkte, die zu einem Trapez gehören, zu klassifizieren.

**Aufgabe:** Verwenden Sie die Punkte  $P, Q, R, K$  in Figur 1 um die Gewichte des Netzwerks in Figur 2 so zu wählen, dass das Netzwerk einen negativen Wert zurückgibt wenn ein Punkt  $(x, y)$  außerhalb des Trapez liegt und einen nicht-negativen falls der Punkt zum Trapez gehört. Verwenden Sie **keine** Gradientenabstieg zum Berechnen der Werte und nehmen Sie an, dass  $h_1, h_2, h_3$  und  $h_4$  separate Bias-Werte haben können.

c) Deep Learning als Instanz eines allgemeinen Lernalgorithmus (6 Punkte)

In der letzten Vorlesung haben wir die abstrakte Definition eines Lernalgorithmus nach T. M. Mitchell kennen gelernt:

Man sagt, ein **Computer Programm** lernt von **Erfahrung E** bezüglich einer **Klasse von Aufgaben T** und **Performanz-Maß P**, wenn sich die Performanz auf den Aufgaben in T, gemessen durch P, mit der Erfahrung E verbessert.

Im Fall von Deep Learning schließt das "Computer Programm" natürlich unser Neuronales Netzwerk mit ein. Darüber hinaus ist das auch die Trainingsroutine für unser Neuronales Netzwerk als Teil des "Computer Programm" zu verstehen. Die Bedeutung der **Klasse von Aufgaben T**, dem **Performanz-Maß P** und der **Erfahrung E** ist dagegen abhängig von der Problemstellung die wir mit Hilfe von Deep Learning lösen sollen.

**Aufgabe:** Erläutern Sie was die **Klasse von Aufgaben T**, das **Performanz-Maß P** und die **Erfahrung E** in den beiden folgenden zwei Anwendungsbeispielen, die in der Vorlesung besprochen wurden, bedeuten:

- **Klassifikation von MNIST Bildern**
- **Regression von Surface Reflectance Parametern.**

Seien Sie bei der Beschreibung der Erfahrung E möglichst präzise. Beschränken Sie ihre Wahl des Performance-Maß P auf differenzierbare Zielfunktionen, die in der Vorlesung "Learning Algorithms und Wahrscheinlichkeitstheorie" vorgestellt wurden und geben Sie die Formel der Zielfunktion an.