

Supraleitung

Jonas Leggewie

27. März 2025

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Stromleitung auf atomarer Ebene	3
3	BCS-Theorie	4
3.1	Cooper-Paar	4
3.2	Grenzen der Supraleitung	5
4	Meißner-Ochsenfeld-Effekt	5
5	Anwendungen der Supraleitung	6

1 Einleitung

Supraleitung beschreibt das Phänomen, bei dem elektrischer Strom, bei sehr niedrigen Temperaturen ohne Widerstand fließt, wodurch eine verlustfreie Energieübertragung möglich wird. Was die Übertragungsverluste auf langen Stromtrassen deutlich reduzieren würde und eine effizientere Energieversorgung ermöglichen könnte. Außerdem haben Supraleiter noch andere spannende Eigenschaften, welche noch nicht vollständig verstanden wurden.

2 Stromleitung auf atomarer Ebene

Strom fließt in einen Leiter, z. B. ein Kupferdraht, indem sich Elektronen durch das Leitermaterial bewegen. Elektrische Leiter bestehen aus positiv geladenen Ionenrümpfen¹, die in einem Kristallgitter angeordnet sind. Um die Ionenrümpfe befinden sich die Elektronen, welche wie in einem Gas frei um die Ionenrümpfe herum fliegen.

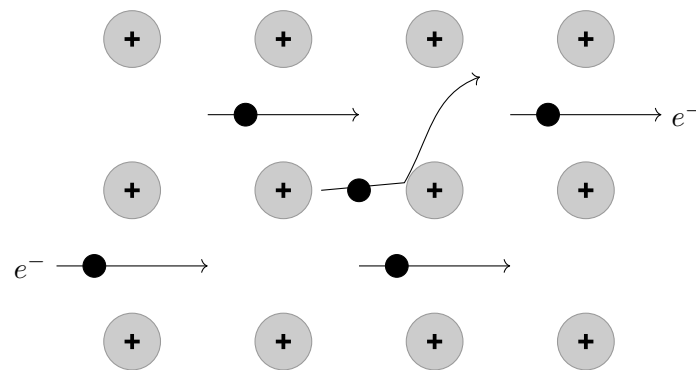


Abbildung 1: Elektronengas in einem Leiter

Legt man eine Spannung an bewegen sich die Elektronen von minus Pol zum plus Pol wobei sie mit den Ionenrümpfen zusammenstoßen, wie in Abbildung 1 dargestellt. Durch diese Stöße werden die Elektronen gestreut was den Stromfluss behindert und so zu einem Widerstand führt. Die Gitter Schwingungen hängen von der Temperatur ab, desto höher die Temperatur, desto stärker die Schwingungen und desto mehr Stöße gibt es, was zu einem höheren Widerstand führt. Umgekehrt ist das natürlich auch der Fall.

Bei bestimmten Metallen, wie z.B. Quecksilber oder Blei, kann man aber beobachten, dass der Widerstand ab einer bestimmten Temperatur plötzlich ganz verschwindet. Dieses Phänomen kann durch die BCS-Theorie erklärt werden.

¹Ionenrümpfe sind die Atome des Kristallgitters, die eines oder mehrere ihrer außen Elektronen abgegeben haben und deswegen positiv geladen sind

3 BCS-Theorie

Die BCS-Theorie basiert auf der Annahme, dass Elektronen sich zu sogenannten Cooper-Paaren verbinden. Durch die starke Abkühlung des Superleiters sind die Gitterschwingungen im Metallgitter durch die Temperatur vernachlässigbar klein. Wenn jetzt ein Elektron durch das Metallgitter fliegt, zieht es die positiv geladenen Ionenrümpfe an, wodurch um dem Bereich um des Elektrons eine lokale Polarisation des Gitters entsteht. Diese Gitterpolarisation kann ein weiteres Elektron anziehen².

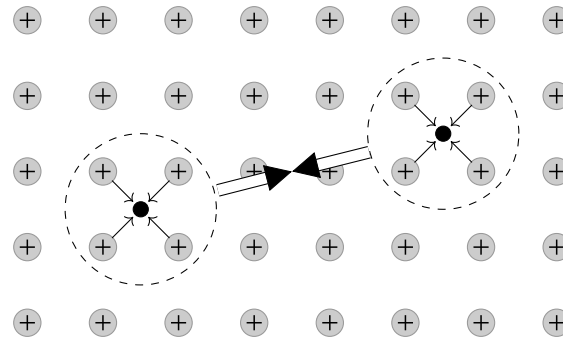


Abbildung 2: Cooper-Paar Bildung

Wenn der Spin \vec{s}^3 und der Impuls \vec{P} der beiden Elektronen entgegengesetzt sind, und der Abstand zwischen den Elektronen klein genug ist, kann die Coulombabstoßung⁴ übertroffen werden. So ein Elektronenpaar nennt man Cooper-Paar.

3.1 Cooper-Paar

Woher kommt aber nun die Superleitung?

Da Cooper-Paare aus zwei Elektronen bestehen und deren Spin antiparallel ist, ist der Gesamtspin des Cooper-Paares $S = 0$. Somit gehört das Cooper-Paar zu den *Bosonen* und nicht mehr zu den *Fermionen*, wozu die Elektronen ursprünglich gehörten. Bosonen unterliegen nicht dem *Pauli-Prinzip*, welches besagt, dass zwei Fermionen nicht den gleichen Quantenzustand haben können. Die Cooper-Paare können sich also im gleichen Quantenzustand aufhalten, wodurch sie nicht mehr mit dem Metallgitter wechselwirken. Dazu kommt, dass die Cooper-Paare bei ihrer Kopplung einen Teil ihrer kinetischen Energie in Bindungsenergie umwandeln, wodurch sie gemeinsam in ein tieferes Energieniveau fallen. Da Bosonen, anders als Fermionen, alle das gleiche Energieniveau besetzen können, fallen alle Cooper-Paare in das niedrigste Energieniveau. So entsteht ein *Bose-Einstein-Kondensat*, also ein Zustand, in dem alle die Cooper-Paare sich wie ein Boson verhalten. Diese Gruppe von Cooper-Paaren ist negativ geladen, da sie aus Elektronen besteht, und

²Diese Anziehung kann zwischen Elektronen stattfinden, die im Kristallgitter von bis zu 100 Atomen entfernt sind.

³Bei Elektronen ist der Spin entweder $+1/2$ oder $-1/2$ (UP oder DOWN)

⁴Die Coulombabstoßung ist die Abstoßung zweier Teilchen mit gleicher Ladung, hier die Elektronen.

kann somit Strom leiten. So kann keine Energie durch Stoßprozesse verloren gehen, da die Bosonen schon im niedrigsten Energieniveau sind, wodurch es keinen Widerstand gibt und der Stromfluss verlustfrei ist.

Wichtig zu wissen ist das die BCS-Theorie nur auf metallische Supraleiter bis zu einer Sprungtemperatur von ca. 40 Kelvin anwendbar ist. Da die thermische Energie der Gitterschwingungen oberhalb 40 Kelvin die Bildung von Cooper-Paaren verhindern würde. Es wurden jedoch auch sogenannte Hochtemperatursupraleiter entdeckt, die bei Temperaturen bis zu 138 Kelvin supraleitend sind. Diese Supraleiter sind jedoch noch nicht vollständig verstanden und können nicht mit der BCS-Theorie erklärt werden. Hochtemperatursupraleiter werden auch Supraleiter der 2. Art genannt und haben andere Eigenschaften als die Supraleiter der 1. Art, die mit der BCS-Theorie erklärt werden können. Meistens handelt es sich bei Supraleitern der 2. Art um Keramiken.

3.2 Grenzen der Supraleitung

Die Supraleitung wird durch drei kritische Parameter begrenzt:

- **Kritische Temperatur (T_c):** Oberhalb dieser Temperatur geht der supraleitende Zustand verloren. Dies liegt daran, dass die thermische Energie der Elektronen die Bildung von Cooper-Paaren verhindert, die für die Supraleitung verantwortlich sind.
- **Kritische Feldstärke (H_c):** Bei Überschreiten dieser magnetischen Feldstärke wird die Supraleitung zerstört. Ein zu starkes Magnetfeld kann die Cooper-Paare aufbrechen und die supraleitende Phase in einen normalen Zustand überführen.
- **Kritische Stromdichte (J_c):** Wird die maximale Stromdichte überschritten, bricht der supraleitende Zustand zusammen. Dies geschieht, weil die durch den Strom erzeugte Lorentzkraft die Cooper-Paare destabilisiert und die Supraleitung unterbricht.

4 Meißner-Ochsenfeld-Effekt

Ein weiteres Phänomen der Supraleitung ist der Meißner-Ochsenfeld-Effekt. FRITZ WALTER MEIßNER und ROBERT OCHSENFELD entdeckten 1933, dass Magnetfelder aus dem Inneren eines Supraleiters verdrängt werden. Dieser Effekt tritt auf, wenn ein Supraleiter unter seine kritische Temperatur abgekühlt wird. Somit sind Supraleiter nicht nur ideale Leiter, sondern auch perfekte Diamagneten.

Nimmt man ein Superleitendes Material mit einer Temperatur höher als die kritische Temperatur T_c und setzt es einem Magnetfeld aus, so dringt das Magnetfeld nahezu ungehindert durch das Material (wie links in Abbildung 3 zusehen ist). Wenn man den Supraleiter jetzt unter die kritische Temperatur abkühlt, wird das Magnetfeld aus dem Inneren des Supraleiters verdrängt (Abbildung 3 rechts). Doch eigentlich müsste doch das Magnetfeld weiterhin ungehindert das Material durchdringen können, da der Widerstand

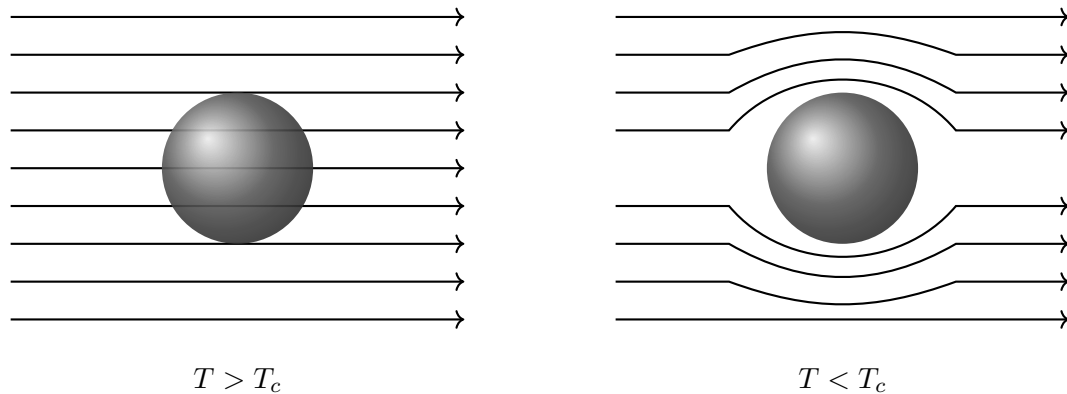


Abbildung 3: Meißner-Ochsenfeld-Effekt

gleich null ist, kann keine Spannung abfallen oder induziert werden, wodurch sich das Magnetfeld eigentlich nicht verändern dürfte.

Die Erklärung für dieses Phänomen ist die Londonsche Eindringtiefe. FRITZ und HANS LONDON versuchten 1935 die charakteristischen Eigenschaften der Supraleitung durch ihre London-Gleichungen zu beschreiben. Daraus folgte dann das ein äußeres Magnetfeld doch in eine dünne Oberflächenschicht des Supraleiters eindringt (Eindringtiefe λ_L). Die Eindringtiefe λ_L beschreibt die charakteristische Abklingtiefe des Magnetfeldes. Durch folgende Gleichung lässt sich zeigen das, dass eindringende Magnetfeld exponentiell abnimmt.

$$\vec{B}(x) = \vec{B}_0 e^{-\frac{x}{\lambda_L}} \quad (1)$$

Dabei ist \vec{B} das Magnetfeld im Supraleiter, \vec{B}_0 das Magnetfeld außerhalb des Supraleiters, d die Tiefe in den Supraleiter und λ_L die Londonsche Eindringtiefe.

Das Magnetfeld, welches in diese dünne Schicht eindringt, führt zu einem supraleitendem Stromfluss, welcher ein Magnetfeld erzeugt, was gerade so stark ist um das äußere Magnetfeld aufzuheben, was die Begründung für den Meißner-Ochsenfeld-Effekt ist.

5 Anwendungen der Supraleitung

Die wohl theoretisch simpelste Anwendung eines Supraleiters wäre, ihn als Ersatz für klassische Stromleitungen zu verwenden. So konnte man zum Beispiel die Längste Deutsche Stromtrasse(SüdLink), mit einer Länge von $700km$, durch Supraleitung ersetzen.

Um den die Verlustleistung P_V auf z. B. der SüdLink Stromtrasse zu berechnen kann man folgende Formel verwenden:

$$P_V = R \cdot I^2 \quad (2)$$

wobei R der Widerstand der Leitung in Ohm und I der Strom in Ampere ist. Die SüdLink Stromtrasse wurde als Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung(HGÜ) konzipiert, was

die Verlustleistung deutlich reduziert, da hier der Strom mit hoher Spannung und niedriger Stromstärke übertragen wird und die Verlustleistung quadratisch mit der Stromstärke steigt.

Um die Formel anwenden zu können brauchen wir noch den Widerstand der Leitung. Der Widerstand einer Leitung lässt sich mit der Formel:

$$R = \rho \cdot \frac{L}{A} \quad (3)$$

berechnen, wobei ρ der spezifische Widerstand des Materials in Ohm Meter, L die Länge der Leitung in Meter und A die Querschnittsfläche der Leitung in Quadratmeter ist. Für Kupfer beträgt der spezifische Widerstand $\rho = 1.68 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$. Der Querschnitt der SüdLink Stromtrasse beträgt $A = 2100mm^2 = 0,0021m^2$. Daraus folgt:

$$R = 1.68 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m \cdot \frac{700000m}{0.0021m^2} = 5.6\Omega \quad (4)$$

Nun brauchen wir nur noch den Strom I um die Verlustleistung zu berechnen. Eine typische Spannung für eine HGÜ Trasse ist $U = 525kV = 525000V$. SüdLink hat eine Übertragungsleistung von $P = 4GW = 4000000000W$. So ergibt sich der Strom mit folgender Formel:

$$I = \frac{P}{U} = \frac{4 \cdot 10^9 W}{525000V} \approx 7619.05A \quad (5)$$

Jetzt können wir die Werte in die Formel für die Verlustleistung einsetzen:

$$P_V = 5.6\Omega \cdot (7619.05A)^2 \approx 3.25 \cdot 10^8 W = 325MW \quad (6)$$

Also beträgt der Leistungsverlust $P_V = 325MW$. Diese Berechnung ist aber nur eine grobe Schätzung, da die Stromtrasse natürlich nicht aus einem kontinuierlichen 700 km langen Kupferdraht besteht. Es gibt deshalb noch die Faustregel, dass die Leistung auf 100 km um 0,5% sinkt. Also bei 700 km wären das 3,5%. 3,5% von 4GW sind 140MW was der Leistungsverlust auf der SüdLink Stromtrasse nach der Faustregel wäre. Aber 140MW sind immer noch eine Menge Energie die verloren geht. Mit 140MW könnte man zum Beispiel den durchschnittlichen Strombedarf von 70.000 bis 140.000 Haushalten decken, was ungefähr der Größe einer Stadt wie Bonn. Wenn die Stromtrasse aus Supraleitern bestehen würde, wäre der Leistungsverlust gleich null, da Supraleiter keinen Widerstand haben. Allerdings sind 3,5% Leistungsverlust auch nicht sehr viel. Außerdem müssen Supraleiter auch ständig gekühlt werden, weshalb sie wirtschaftlich nicht unbedingt besser sind. Allerdings finden Supraleiter schon heute Anwendung im kleineren Maßstab. In Städten können diese gut Platz sparen, da ein Supraleiter eine viel geringere Spannung als ein normaler Leiter benötigt. So kann ein Umspannwerk für 110kV, welches der Fläche einer Turnhalle entspricht auf ein Umspannwerk für 10kV, welches nur die Fläche einer Doppelgarage benötigt, ersetzt werden.

Auch in der medizinischen Magnetresonanztomografie (MRT) kommen Supraleiter in einem bedeutenden Anwendungsbereich zum Einsatz. Supraleiter kommen hier zum Einsatz, um die für die Bildgebung erforderlichen extrem starken Magnetfelder zu erzeugen.

Da Supraleiter keinen elektrischen Widerstand besitzen, sind diese Magnetfelder stabil und effizient. Supraleiter werden auch in der Teilchenphysik eingesetzt, etwa in Teilchenbeschleunigern wie dem Large Hadron Collider (LHC). Supraleitende Magnete kommen dort zum Einsatz, um die Teilchenstrahlen auf ihrer Bahn zu halten und zu bündeln. Supraleitende Quantencomputer stellen ein zusätzliches Anwendungsfeld dar. Mit supraleitenden Schaltkreisen können Qubits realisiert werden, die für Quantenberechnungen essenziell sind.

Zudem finden Supraleiter in der Energietechnik Anwendung, wie etwa in supraleitenden Stromspeichern (SMES), die elektrische Energie verlustfrei speichern. In der Zukunft könnte diese Technologie eine bedeutende Funktion bei der Stabilisierung von Stromnetzen übernehmen. Es existieren auch Anwendungen in der Magnetbahntechnologie, wie bei Magnetschwebebahnen (Maglev). Supraleiter machen hier die Bildung intensiver Magnetfelder möglich, die das Schwebebetriebs- und Reibungslosigkeitsprinzip der Züge gewährleisten.

Literatur

- [1] Michael Kathke, *Supraleitung eine Einführung*, URL: <https://itp.uni-frankfurt.de/~hees/faq-pdf/supraleitung.pdf>, Zugriff am: 27. März 2025
- [2] Wikipedia, *Supraleitung*, URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Supraleitung>, Zugriff am: 27. März 2025
- [3] *Supraleitung*, URL: https://www.nonmet.mat.ethz.ch/education/courses/ceramic2/Kap8_2009.pdf, Zugriff am: 27. März 2025
- [4] Wikipedia, *London-Gleichungen*, URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/London-Gleichungen>, Zugriff am: 27. März 2025
- [5] Stadtwerke München, *Das können Hochspannungs-Supraleiter*, URL: <https://www.swm.de/unternehmen/magazin/innovation/supraleiter>, Zugriff am: 27. März 2025
- [6] Dr. Wiebke Salzman, *Energieniveaus, Bänder und Energielücken*, URL: <https://wissenstexte.de/physik/niveau.html>, Zugriff am: 27. März 2025
- [7] Physki, *Supraleitung*, URL: <https://www2.physki.de/PhysKi/index.php/Supraleitung>, Zugriff am: 27. März 2025
- [8] andere vertrauenswürdige Quellen wie YouTube und Google :)