

Практическая работа №6

«СДНФ, СКНФ»

1. Цель работы:

- Изучить методы построения логических функций в совершенной дизъюнктивной нормальной форме (СДНФ) и совершенной конъюнктивной нормальной форме (СКНФ).
 - Научиться восстанавливать таблицы истинности для логических функций от четырёх переменных на основе 16-теричных значений.
 - Освоить запись и анализ логических функций в форме СДНФ и СКНФ.
 - Применить полученные знания для построения комбинационных схем с использованием СДНФ и СКНФ в цифровых системах.

2. Теоретический блок:

СДНФ — это способ представления логической функции, при котором она записывается как дизъюнкция (логическое "ИЛИ") конъюнкций (логическое "И") всех переменных. Каждая конъюнкция соответствует строке таблицы истинности, где функция принимает значение 1. Переменные, равные 0, инвертируются (через "НЕ"), а переменные, равные 1, записываются без изменений.

СДНФ позволяет представлять любую логическую функцию в максимально развернутом и упорядоченном виде. Она используется для точного описания работы логической схемы, так как каждая строка таблицы истинности, где функция равна 1, представляется соответствующим логическим выражением. Это важно при разработке цифровых схем, чтобы реализовать конкретное поведение функции на всех возможных комбинациях входных переменных.

СДНФ полезна в ситуациях, когда необходимо точно определить, при каких комбинациях входных сигналов схема должна выдавать логическую 1. Например, при проектировании цифровых устройств, таких как дешифраторы, мультиплексоры или автоматические системы управления, СДНФ помогает формализовать работу устройства.

СКНФ — это представление логической функции в виде конъюнкции (логическое "И") нескольких дизъюнкций (логическое "ИЛИ"). Каждая дизъюнкция соответствует строке таблицы истинности, где функция

принимает значение 0. Переменные, равные 1, инвертируются (через "НЕ"), а переменные, равные 0, записываются без изменений.

СКНФ используется для обратного случая — когда нужно описать, при каких комбинациях переменных функция принимает значение 0. Это позволяет минимизировать и упорядочить работу схем, особенно когда необходимо определить, при каких условиях схема будет выдавать логическую 0.

СКНФ активно используется при минимизации логических схем и упрощении вычислений. Она часто применяется в случае, когда важно знать, при каких условиях схема "отключена" (выдает 0), например, в логических схемах защиты, где требуется определить условия сбоя.

3. Практический блок

Предположим, что в соответствии с вариантом функция, заданная в 16-теричной форме имеет следующий вид:

$$F(a, b, c, d) = 9B7D_{16}$$

Преобразуем её в двоичную запись:

$$9B7D_{16} = 1001\ 1011\ 0111\ 1101_2$$

Получаем столбец значений логической функции, который необходим для восстановления полной таблицы истинности (сравните двоичную запись со столбцом “F(a,b,c,d)”).

Таблица 1 – таблица истинности заданной функции

a	b	c	d	F(a,b,c,d)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1

1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Запишем формулу СДНФ. Для этого рассмотрим строки таблицы истинности, на которых функция принимает значение 1.

Функция равна 1 на строках с номерами:

- ($a = 0, b = 0, c = 0, d = 0$),
- ($a = 0, b = 0, c = 1, d = 1$),
- ($a = 0, b = 1, c = 0, d = 0$),
- ($a = 0, b = 1, c = 1, d = 0$),
- ($a = 0, b = 1, c = 1, d = 1$),
- ($a = 1, b = 0, c = 0, d = 1$),
- ($a = 1, b = 0, c = 1, d = 0$),
- ($a = 1, b = 0, c = 1, d = 1$),
- ($a = 1, b = 1, c = 0, d = 0$),
- ($a = 1, b = 1, c = 0, d = 1$),
- ($a = 1, b = 1, c = 1, d = 1$).

Теперь запишем конъюнкции для каждой строки, где функция равна 1:

- $\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge \bar{c} \wedge \bar{d}$
- $\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge c \wedge d$
- $\bar{a} \wedge b \wedge \bar{c} \wedge \bar{d}$
- $\bar{a} \wedge b \wedge c \wedge \bar{d}$
- $\bar{a} \wedge b \wedge c \wedge d$
- $a \wedge \bar{b} \wedge \bar{c} \wedge d$
- $a \wedge \bar{b} \wedge c \wedge \bar{d}$
- $a \wedge \bar{b} \wedge c \wedge d$
- $a \wedge b \wedge \bar{c} \wedge \bar{d}$
- $a \wedge b \wedge \bar{c} \wedge d$
- $a \wedge b \wedge c \wedge \bar{d}$

Объединяя все конъюнкции через дизъюнкцию, получаем формулу СДНФ:

$$\begin{aligned}
F_{\text{СДНФ}} = & (\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge \bar{c} \wedge \bar{d}) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge c \wedge d) \vee (\bar{a} \wedge b \wedge \bar{c} \wedge \bar{d}) \\
& \vee (\bar{a} \wedge b \wedge c \wedge \bar{d}) \vee (\bar{a} \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge \bar{b} \wedge \bar{c} \wedge d) \\
& \vee (a \wedge \bar{b} \wedge c \wedge \bar{d}) \vee (a \wedge \bar{b} \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge \bar{c} \wedge \bar{d}) \\
& \vee (a \wedge b \wedge \bar{c} \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d)
\end{aligned}$$

Запишем формулу СКНФ. Для этого рассмотрим строки таблицы истинности, на которых функция принимает значение 0.

Функция равна 0 на строках с номерами:

- (a = 0, b = 0, c = 0, d = 1)
- (a = 0, b = 0, c = 1, d = 0)
- (a = 0, b = 1, c = 0, d = 1)
- (a = 1, b = 0, c = 0, d = 0)
- (a = 1, b = 1, c = 1, d = 0)

Теперь запишем дизъюнкции для каждой строки, где функция равна 0:

- $a \vee b \vee c \vee \bar{d}$
- $a \vee b \vee \bar{c} \vee d$
- $a \vee \bar{b} \vee c \vee \bar{d}$
- $\bar{a} \vee b \vee c \vee \bar{d}$
- $\bar{a} \vee \bar{b} \vee \bar{c} \vee d$

Объединяя все дизъюнкции через конъюнкцию, получаем формулу СКНФ:

$$\begin{aligned}
F_{\text{СКНФ}} = & (a \vee b \vee c \vee \bar{d}) \wedge (a \vee b \vee \bar{c} \vee d) \wedge (a \vee \bar{b} \vee c \vee \bar{d}) \wedge (\bar{a} \vee b \vee c \\
& \vee \bar{d}) \wedge (\bar{a} \vee \bar{b} \vee \bar{c} \vee d)
\end{aligned}$$

4. Задание для отчета по лабораторной работе

- Восстановите таблицу истинности для заданной по варианту логической функции на основе 16-теричного представления.
- Постройте формулы СДНФ и СКНФ для заданной логической функции на основании таблицы истинности.
- Реализуйте таблицу истинности и построение логической схемы. Для этого введите таблицу истинности вашей логической функции в Excel, используя функции AND (И), OR (ИЛИ) и NOT (НЕ), постройте логическую схему для реализации вашей функции в форме СДНФ. Постройте логическую схему для реализации вашей функции в форме СКНФ. Проверьте корректность работы схемы, заполнив результаты и сравнив их с исходными данными таблицы истинности.
- Оформите отчет

5. Варианты для самостоятельной работы

1. $F(a, b, c, d) = A3B7_{16}$
2. $F(a, b, c, d) = 9C5E_{16}$
3. $F(a, b, c, d) = B24F_{16}$
4. $F(a, b, c, d) = 7D9A_{16}$
5. $F(a, b, c, d) = 8FA2_{16}$
6. $F(a, b, c, d) = 4C3B_{16}$
7. $F(a, b, c, d) = D5A1_{16}$
8. $F(a, b, c, d) = 6E4C_{16}$
9. $F(a, b, c, d) = 9B78_{16}$
10. $F(a, b, c, d) = F2C9_{16}$
11. $F(a, b, c, d) = E9D7_{16}$
12. $F(a, b, c, d) = 3AB4_{16}$
13. $F(a, b, c, d) = 1FBC_{16}$
14. $F(a, b, c, d) = 8D57_{16}$
15. $F(a, b, c, d) = C4E3_{16}$
16. $F(a, b, c, d) = 5A9F_{16}$
17. $F(a, b, c, d) = 7E5B_{16}$
18. $F(a, b, c, d) = D8B4_{16}$
19. $F(a, b, c, d) = F49C_{16}$
20. $F(a, b, c, d) = 2D3A_{16}$
21. $F(a, b, c, d) = 3FC7_{16}$
22. $F(a, b, c, d) = 6B2D_{16}$
23. $F(a, b, c, d) = A79F_{16}$
24. $F(a, b, c, d) = 9E83_{16}$
25. $F(a, b, c, d) = 4C9A_{16}$
26. $F(a, b, c, d) = 2A7B_{16}$
27. $F(a, b, c, d) = D1F2_{16}$

$$28. F(a, b, c, d) = 5E8C_{16}$$

$$29. F(a, b, c, d) = 6C9D_{16}$$

$$30. F(a, b, c, d) = B7F4_{16}$$

6. Вопросы для самостоятельного контроля

- 1) В чем заключается разница между СДНФ и СКНФ?
- 2) Почему важно строить логические функции в нормальных формах?
- 3) В каких случаях предпочтительнее использовать СКНФ, а в каких СДНФ?
- 4) Как функции AND, OR и NOT реализуются в Excel?
- 5) Почему важно проверять таблицу истинности перед построением логических схем?

7. Список литературы для самостоятельного изучения

1. Хенnessи, Дж. Л., Паттерсон, Д. А. Компьютерная архитектура: количественный подход. — 5-е изд. — М.: Вильямс, 2016. — 944 с.
2. Таненбаум, Э. Архитектура компьютера. Структурный подход. — 5-е изд. — СПб.: Питер, 2013. — 832 с.
3. Архитектура вычислительных систем [Электронный ресурс]: учебное пособие – Эл. изд. - Электрон. текстовые дан. (1 файл pdf: 77 с.). - Грейбо С.В., Новосёлова Т.Е., Пронькин Н.Н., Семёнычева И.Ф. 2019