

## Task3

October 13, 2018

```
In [29]: import numpy as np
import pandas as pd
```

Считаем данные из файла "Weibull.csv"

```
In [30]: weibull = pd.read_csv('Weibull.csv', header=None, names=["data"])
```

Посмотрим на первые несколько из них

```
In [31]: weibull.head(10)
```

```
Out[31]:    data
0  0.86
1  0.02
2  3.06
3  0.09
4  0.08
5  1.12
6  0.69
7  0.06
8  0.91
9  2.39
```

Выведем также общую статистику по данным

```
In [32]: weibull.describe()
```

```
Out[32]:    data
count  3652.000000
mean    1.074285
std     1.291072
min     0.000000
25%     0.220000
50%     0.630000
75%     1.450000
max     14.300000
```

Посчитаем оценку максимального правдоподобия. Для этого напомним функцию плотности распределения Вейбулла  $p_\gamma$ , которая равна  $\gamma x^{\gamma-1} e^{-x^\gamma}$ . В нее также будем передавать параметр  $\gamma$ .

```
In [33]: def p(x, gamma):
          return gamma * (x ** (gamma - 1)) * np.exp(-x ** gamma)
```

```
In [34]: sample = np.array(weibull.values)
```

Как можно заметить, в нашей выборке существуют нулевые значения, поэтому увеличим их на величину 0.001, чтобы функция правдоподобия не обращалась всегда в ноль. Так, как точность наших измерений равна  $10^{-2}$ , то при увеличении значения на  $10^{-3}$  мы не получим значения, которое уже было в нашей выборке.

```
In [35]: sample = np.array([data if data > 0 else data + 0.001 for data in sample])
```

Оценим параметр формы методом максимального правдоподобия, то есть найдем:

$$\hat{\gamma}(X_1, \dots, X_n) = \underset{\gamma}{\operatorname{argmax}} f_{\gamma}(X_1, \dots, X_n) = \underset{\gamma}{\operatorname{argmax}} \prod_{i=1}^n p_{\gamma}(X_i)$$

Для начала возьмем первые 4 года. Будем искать  $\hat{\gamma}$  по логарифмической сетке  $\log_{10}\gamma \in [-2, 2]$  с шагом  $10^{-3}$ .

```
In [36]: gammas = np.logspace(-2, 2, 4 * 1000 + 1)
          max_estimator = gammas[0]
          max_likelihood_function = np.sum(p(sample[:4 * 365], gammas[0]))
          for gamma in gammas[1:]:
              current_likelihood_function = np.sum(p(sample[:4 * 365], gamma))
              if current_likelihood_function > max_likelihood_function:
                  max_likelihood_function = current_likelihood_function
                  max_estimator = gamma
          print("Оценка максимального правдоподобия - ", max_estimator)
```

Оценка максимального правдоподобия - 0.26853444456585074

И возьмем всю выборку

```
In [37]: gammas = np.logspace(-2, 2, 4 * 1000 + 1)
          max_estimator = gammas[0]
          max_likelihood_function = np.sum(p(sample, gammas[0]))
          for gamma in gammas[1:]:
              current_likelihood_function = np.sum(p(sample, gamma))
              if current_likelihood_function > max_likelihood_function:
                  max_likelihood_function = current_likelihood_function
                  max_estimator = gamma
          print("Оценка максимального правдоподобия - ", max_estimator)
```

Оценка максимального правдоподобия - 0.27415741719278824

Вывод: Как видно из результатов, оценка максимального правдоподобия параметра  $\gamma$  почти не отличается для половины и всей выборки. Таким образом мы смогли оценить параметр формы в распределении Вейбулла методом максимального правдоподобия.