Ricezione con CDMA

- N: numero di utenti
- $\mathcal{E}_s$: Energia del segnale trasmesso s
- s_1: segnale aspettato
- c_n: chirping code dell'utente n-esimo
- L_c: lunghezza del chirping code

$$s_1 = \mathcal{E}_s \pm \sum_{k=1}^{L_c} \left(\sum_{n=2}^{N} c_{1k} \cdot c_{nk} \right) = \mathcal{E}_s \pm \sum_{k=1}^{L_c} X_k$$

- $\{X_k\}_{k=1,\dots,L_c}$: variabili aleatorie indipendenti

---

1 Calcolo di $\mathrm{E}[X_k]$ e $\mathrm{VAR}[X_k]$

$$\Big(c_{nk} \in [-1,1] \Big) \implies \Big(\mathrm{E}[c_{nk}] = 0 \Big)$$

$$\mathrm{E}[X_k] = \mathrm{E}\left[\sum_{n=2}^{N} c_{1k} \cdot c_{nk} \right] = c_{1k} \cdot \mathrm{E}\left[\sum_{n=2}^{N} c_{nk} \right] = c_{1k} \cdot \sum_{n=2}^{N} \mathrm{E}[c_{nk}] = 0$$

$$\mathrm{VAR}[X_k] = \mathrm{E}[X_k^2] - \mathrm{E}^2[X_k] = \mathrm{E}[X_k^2] = \mathrm{E}\left[\left(\sum_{n=2}^{N} c_{1k} \cdot c_{nk} \right)^2 \right] = \mathrm{E}\left[c_{1k}^2 \cdot \sum_{n=2}^{N} c_{nk}^2 \right] = \mathrm{E}\left[\sum_{n=2}^{N} 1 \right] = N - 1$$

---

2 Calcolo di $\mathrm{E}[n]$ e $\mathrm{VAR}[n]$

$$\mathrm{E}[n] = \mathrm{E}\left[\sum_{k=1}^{L_c} X_k \right] = \sum_{k=1}^{L_c} \mathrm{E}\left[X_k\right] = \sum_{k=1}^{L_c} 0 = 0$$

$$\Big(\{X_k\}_{k=1,\dots,L_c} \text{indipendenti} \Big) \implies \Big(\mathrm{VAR}[X_1 + X_2 + \dots + X_{Lc}] = \mathrm{VAR}[X_1] + \mathrm{VAR}[X_2] + \dots + \mathrm{VAR}[X_{Lc}] \Big)$$

$$\implies \mathrm{VAR}[n] = \mathrm{VAR}\left[\sum_{k=1}^{L_c} X_k \right] = \sum_{k=1}^{L_c} \mathrm{VAR}\left[X_k\right] = \sum_{k=1}^{L_c} (N-1) = L_c \cdot (N-1)$$

Applicando il *Teorema Centrale del Limite*,
essendo $\{X_k\}_{k=1,\dots,L_c}$ indipendenti con $\mathrm{E}[X_k] = 0$ e $\mathrm{VAR}[X_k] = (N-1)$ la loro somma genera una variabile aleatoria n con distribuzione Gaussiana e questa è il rumore che si aggiunge in ricezione.

$$\sum_{k=1}^{L_c} X_k = n, \quad \boxed{n \sim \mathcal{N}\Big(0,\, L_c(N-1)\Big)} \implies \left(s_1 = \mathcal{E}_s \pm \sum_{k=1}^{L_c} X_k = \mathcal{E}_s \pm n \right)$$

Andrea Savastano