

---

# Ricezione con CDMA

- $N$ : numero di utenti
- $\mathcal{E}_s$ : Energia del segnale trasmesso  $s$
- $s_1$ : segnale vettoriale aspettato
- $c_n$ : chirping code dell'utente  $n$ -esimo
- $L_c$ : lunghezza del chirping code

$$s_1 = \mathcal{E}_s \pm \sum_{k=1}^{L_c} \left( \sum_{n=2}^N c_{1k} \cdot c_{nk} \right) = \mathcal{E}_s \pm \sum_{k=1}^{L_c} X_k$$

- $\{X_k\}_{k=1, \dots, L_c}$ : variabili aleatorie indipendenti
- 

## 1 Calcolo di $E[X_k]$ e $\text{VAR}[X_k]$

$$\left( c_{nk} \in [-1, 1] \right) \implies \left( E[c_{nk}] = 0 \right)$$

$$E[X_k] = E \left[ \sum_{n=2}^N c_{1k} \cdot c_{nk} \right] = c_{1k} \cdot E \left[ \sum_{n=2}^N c_{nk} \right] = c_{1k} \cdot \sum_{n=2}^N E[c_{nk}] = 0$$

$$\text{VAR}[X_k] = E[X_k^2] - E^2[X_k] = E[X_k^2] = E \left[ \left( \sum_{n=2}^N c_{1k} \cdot c_{nk} \right)^2 \right] = E \left[ c_{1k}^2 \cdot \sum_{n=2}^N c_{nk}^2 \right] = E \left[ \sum_{n=2}^N 1 \right] = N - 1$$

---

## 2 Calcolo di $E[n]$ e $\text{VAR}[n]$

$$E[n] = E \left[ \sum_{k=1}^{L_c} X_k \right] = \sum_{k=1}^{L_c} E[X_k] = \sum_{k=1}^{L_c} 0 = 0$$

$$\begin{aligned} \left( \{X_k\}_{k=1, \dots, L_c} \text{ indipendenti} \right) &\implies \left( \text{VAR}[X_1 + X_2 + \dots + X_{L_c}] = \text{VAR}[X_1] + \text{VAR}[X_2] + \dots + \text{VAR}[X_{L_c}] \right) \\ &\implies \text{VAR}[n] = \text{VAR} \left[ \sum_{k=1}^{L_c} X_k \right] = \sum_{k=1}^{L_c} \text{VAR}[X_k] = \sum_{k=1}^{L_c} (N - 1) = L_c \cdot (N - 1) \end{aligned}$$

Applicando il *Teorema Centrale del Limite*,

essendo  $\{X_k\}_{k=1, \dots, L_c}$  indipendenti con  $E[X_k] = 0$  e  $\text{VAR}[X_k] = (N - 1)$  la loro somma genera una variabile aleatoria  $n$  con distribuzione Gaussiana e questa è il rumore che si aggiunge in ricezione.

$$\sum_{k=1}^{L_c} X_k = n, \quad \boxed{n \sim \mathcal{N}(0, L_c(N - 1))} \implies \left( s_1 = \mathcal{E}_s \pm \sum_{k=1}^{L_c} X_k = \mathcal{E}_s \pm n \right)$$