

Prestazioni CDMA

Andrea Savastano

Francesco Musto

Mario Zito

December 26, 2024

Contents

1	Calcolo teorico media e varianza	2
1.1	Calcolo di $E[X_k]$ e $\text{VAR}[X_k]$	2
1.2	Calcolo di $E[n]$ e $\text{VAR}[n]$	2
2	Grafici	3
2.1	Distribuzione somma di X_k	3
2.2	Prestazioni CDMA al variare di SNR_{dB}	4
2.3	Prestazioni CDMA al variare di N	5

1 Calcolo teorico media e varianza

- N : numero di utenti
- \mathcal{E}_s : Energia del segnale trasmesso s
- s_1 : segnale aspettato
- c_n : chirping code dell'utente n -esimo
- L_c : lunghezza del chirping code

$$s_1 = \mathcal{E}_s \pm \sum_{k=1}^{L_c} \left(\sum_{n=2}^N c_{1k} \cdot c_{nk} \right) = \mathcal{E}_s \pm \sum_{k=1}^{L_c} X_k$$

- $\{X_k\}_{k=1, \dots, L_c}$: variabili aleatorie indipendenti

1.1 Calcolo di $E[X_k]$ e $\text{VAR}[X_k]$

$$\left(c_{nk} \in [-1, 1] \right) \implies \left(E[c_{nk}] = 0 \right)$$

$$E[X_k] = E \left[\sum_{n=2}^N c_{1k} \cdot c_{nk} \right] = c_{1k} \cdot E \left[\sum_{n=2}^N c_{nk} \right] = c_{1k} \cdot \sum_{n=2}^N E[c_{nk}] = 0$$

$$\text{VAR}[X_k] = E[X_k^2] - E^2[X_k] = E[X_k^2] = E \left[\left(\sum_{n=2}^N c_{1k} \cdot c_{nk} \right)^2 \right] = E \left[c_{1k}^2 \cdot \sum_{n=2}^N c_{nk}^2 \right] = E \left[\sum_{n=2}^N 1 \right] = N - 1$$

1.2 Calcolo di $E[n]$ e $\text{VAR}[n]$

$$E[n] = E \left[\sum_{k=1}^{L_c} X_k \right] = \sum_{k=1}^{L_c} E[X_k] = \sum_{k=1}^{L_c} 0 = 0$$

$$\left(\{X_k\}_{k=1, \dots, L_c} \text{ indipendenti} \right) \implies \left(\text{VAR}[X_1 + X_2 + \dots + X_{L_c}] = \text{VAR}[X_1] + \text{VAR}[X_2] + \dots + \text{VAR}[X_{L_c}] \right)$$

$$\implies \text{VAR}[n] = \text{VAR} \left[\sum_{k=1}^{L_c} X_k \right] = \sum_{k=1}^{L_c} \text{VAR}[X_k] = \sum_{k=1}^{L_c} (N - 1) = L_c \cdot (N - 1)$$

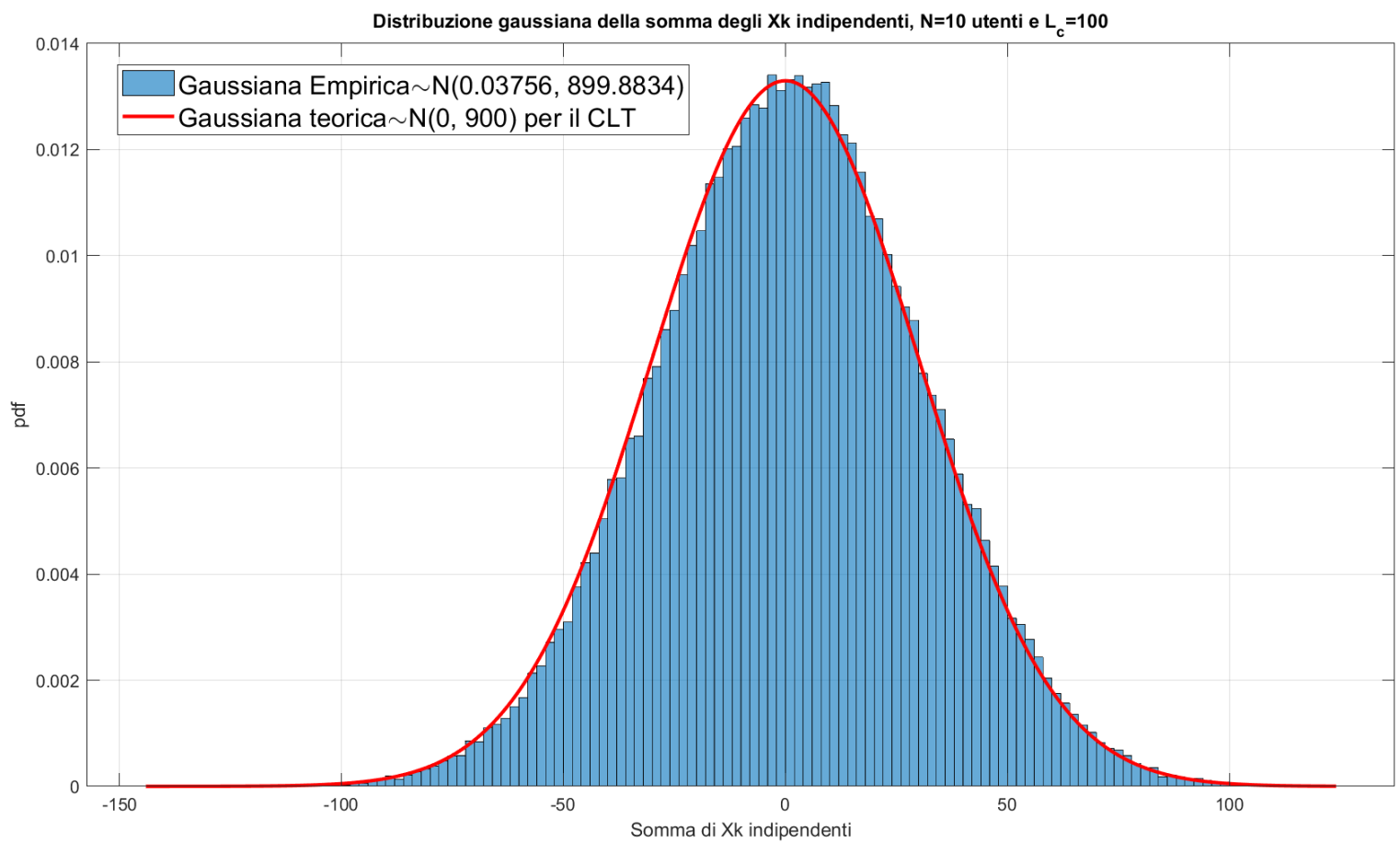
Applicando il *Teorema Centrale del Limite*,

essendo $\{X_k\}_{k=1, \dots, L_c}$ indipendenti con $E[X_k] = 0$ e $\text{VAR}[X_k] = (N - 1)$ la loro somma genera una variabile aleatoria n con distribuzione Gaussiana e questa è il rumore che si aggiunge in ricezione.

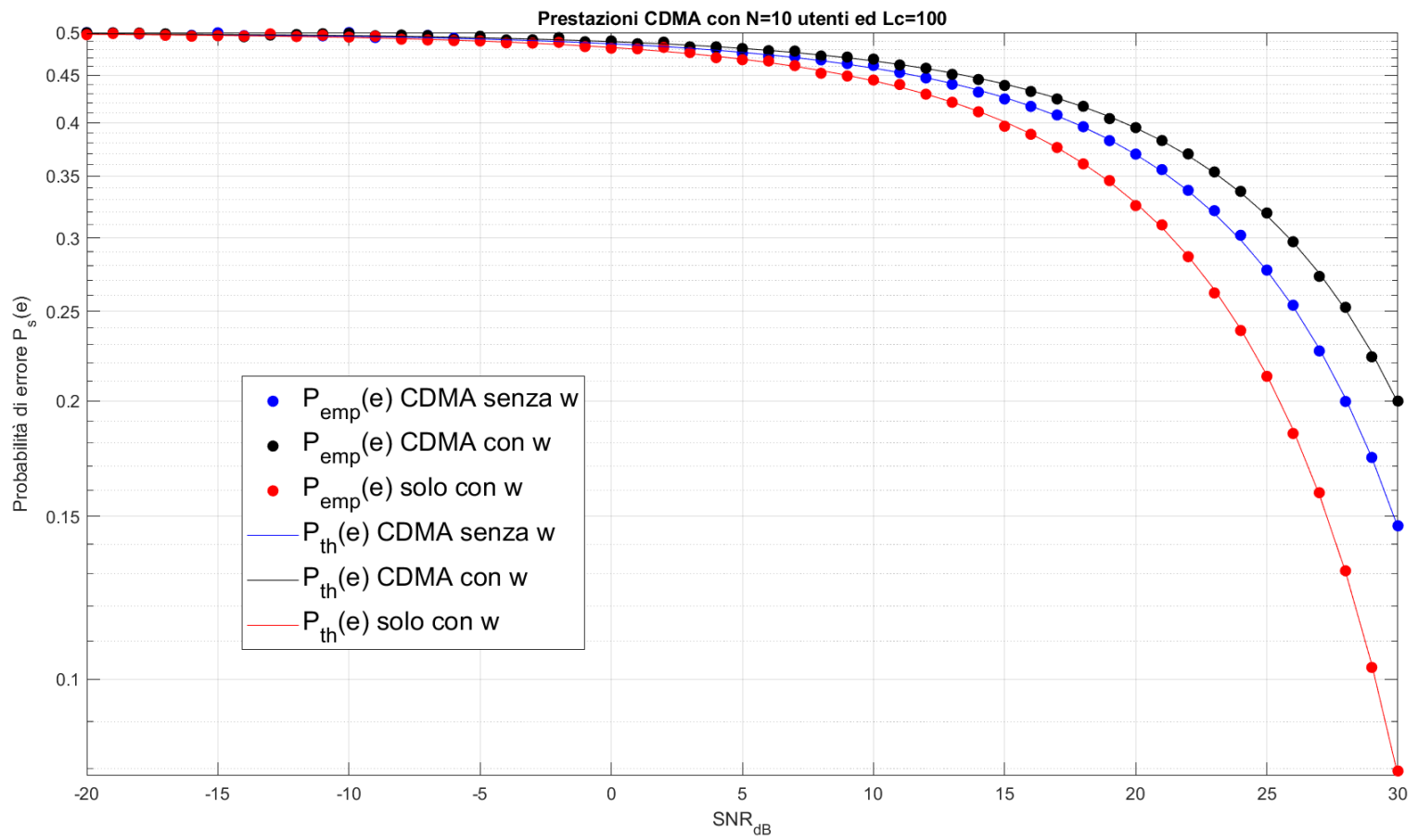
$$\sum_{k=1}^{L_c} X_k = n, \quad \boxed{n \sim \mathcal{N}(0, L_c(N - 1))} \implies \left(s_1 = \mathcal{E}_s \pm \sum_{k=1}^{L_c} X_k = \mathcal{E}_s \pm n \right)$$

2 Grafici

2.1 Distribuzione somma di X_k



2.2 Prestazioni CDMA al variare di SNR_{dB}



2.3 Prestazioni CDMA al variare di N

