29 ČÁSTICOVÉ VLASTNOSTI ELEKTROMAGNETICKÝCH VLN

Fotony - Experimenty, které prokázaly existenci fotonu :

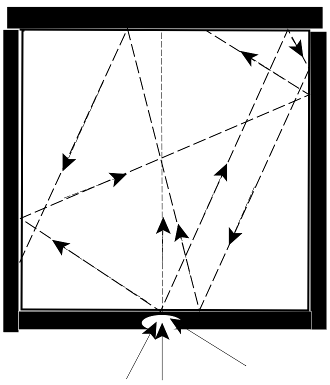
Fotoelektrický jev,

Comptonův jev,

Záření absolutně černého tělesa.

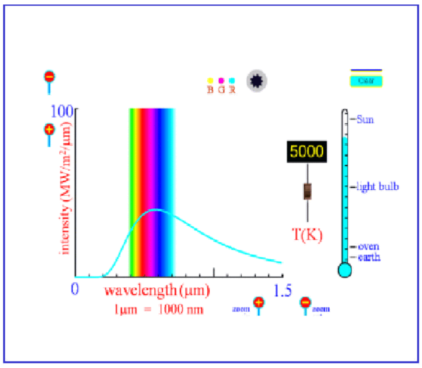
29.2 Záření absolutně černého tělesa

EXPERIMENT č. 3 : ZÁŘENÍ ABSOLUTNĚ ČERNÉHO TĚLESA



Obr. 29.6 Model absolutně černého tělesa

Co je to - tepelné záření těles ?



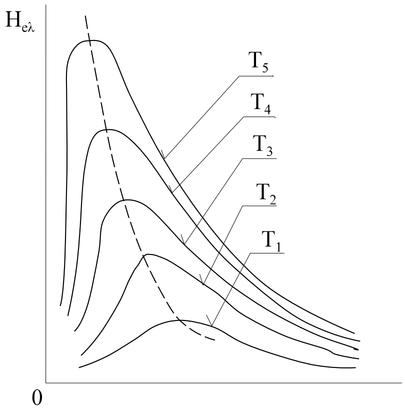
Absolutně černé těleso je takové těleso, které absorbuje všechno záření, které na ně dopadá. Velmi dobrým přiblížením takového tělesa je dutina tělesa, resp. její vstupní plocha (obr. 29.6). Záření vstupující otvorem do dutiny se mnohonásobně odráží a odevzdává tak celou svou energii tělesu.

Max Planck

1858 - 1947

The Munich physics advised Planck against going into physics, saying, "in this field, almost everything is already discovered, and all that remains is to fill a few holes."

Nobel price 1918



Obr. 29.1 Spektrální rozložení vyzařování černého tělesa pro různé teploty, T1<T2<T3<T4<T5

K popisu interakce elektromagnetického vlnění s látkovým prostředím (emisi a absorpci) se zavádí tzv. radiometrické (energetické) veličiny a jednotky. **Základními radiometrickými veličinami jsou: zářivý tok, spektrální hustota zářivého toku, zářivost, intenzita vyzařování a ozáření.**

Pár nových veličin:

1. Zářivý tok Φ je definován jako poměr energie záření dW prošlého plochou dS za jednotku času. kde $d\boldsymbol{S}$ je element plochy.

$$\Phi_e = \frac{dW}{dt}. \qquad (1)$$

Jednotka zářivého toku je $[\Phi_e]$= J/s=W.

2. Pro vyzařující tělesa zavádíme - Intenzitu vyzařování H_e (stejným postupem se zavádí veličina, odpovídající dopadajícímu záření na povrch tělesa - **Ozáření** E , jen s tím rozdílem, že se jedná ne o energii vyzářenou, ale dopadající na povrch tělesa) je podíl vyzářeného zářivého toku $d\Phi_e$ a příslušné plochy dS

$$H_e = E = \frac{d\Phi_e}{dS} = \frac{dW}{dSdt}. \qquad (2)$$

Jednotka intenzity vyzařování i ozáření je $[H_e]$ =$[E]$ J/s m ^{2} =$W\,m^{-2}$.

Při dopadu zářivé energie na povrch těles se část dopadající intenzity E aborbuje povrchem E, část se odrazí, takže platí

$$E = E_{abs} + E_{odr} \qquad (3)$$

$$\alpha = \frac{E_{abs}}{E}, \qquad (4)$$

3. Pohltivost α je definován jako poměr intenzity abosrbované a dopadající

takže pro absolutně černé těleso platí $\alpha = 1$ a pro “ šedé” těleso, které část dopadající intenzity odráží $\alpha < 1$.

$$r = \frac{E_{odr}}{E}, \qquad (5)$$

Odrazivost r je definována jako poměr intenzity održené a dopadající

$$r + \alpha = 1. \qquad (6)$$

přičemž platí evidentní vztah

4. Spektrální hustota intenzity vyzařování $H_{e\lambda}$ je definována podílem

$$H_{e\lambda} = \frac{d\Phi_e}{dS d\lambda} = \frac{dW}{dS dt d\lambda} \qquad (7)$$

Jednotka spektrální hustoty intenzity vyzařování je $[H_{e\lambda}] = W/m^3$.

29.5

Planckův vyzařovací zákon: spektrální hustota intenzity vyzařování $H_{e\lambda}$ absolutně černého tělesa je určena vztahem

$$\boxed{H_{e\lambda} = \frac{d\Phi_e}{dS\, d\lambda} = \frac{8\pi\, hc^2}{\lambda^5\left(e^{\frac{hc}{k\lambda T}} - 1\right)}, \qquad (29.13)}$$

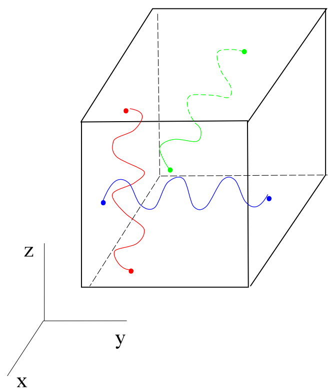
kde $d\Phi_e$ je část zářivého toku v oboru vlnových délek $(\lambda; \lambda + d\lambda)$. Jednotka spektrální hustoty intenzity vyzařování je $[H_{e\lambda}] = W\, m^{-3}$.

Předpoklady M.Plancka při odvození

1. Atomy - dipolové zářiče,

2.Každý oscilotár je schopen vydávat (přijímat) jen energie **h *ν* -kvanta,**

3. Statistika rozložení energií Maxwell - Boltzmannova - chyba!



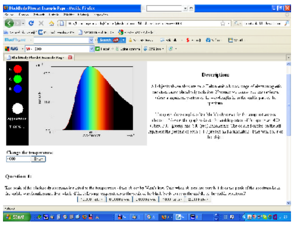
29.6

Wienův zákon posuvu: maximum spektrální hustoty intenzity vyzařovaného tělesa připadá na vlnovou délku λ_{max}, která splňuje podmínku

$$\boxed{\lambda_{max} T = b, \qquad (29.14)}$$

kde b = 2,89.10^{-3} m K a T je teplota tělesa.

Zkus barvy těles



Subjektivní barva těles při různých teplotách

°C	barva
480	slabě červený žár
580	tmavě červená
730	světle červená - oranžová
930	světle oranžová
1100	žluto oranžová
1300	žluto bílá
> 1400	bílá

29.7

Stefanův - Boltzmannův zákon: Celková intenzita vyzařování H_e absolutně černého tělesa je přímo úměrná čtvrté mocnině jeho teploty

$$\boxed{H_e = \sigma T^4, \qquad (29.15)}$$

kde σ je Stefanova - Boltzmannova konstanta (σ = 5,67.10^{-8} Wm^{-2} K^{-4}).

Pro "šedé" těleso pak platí

$$\boxed{H = \alpha \sigma T^4,}$$

kde α je pohltivost tělesa (viz (4)).

Odvození Planckova zákona

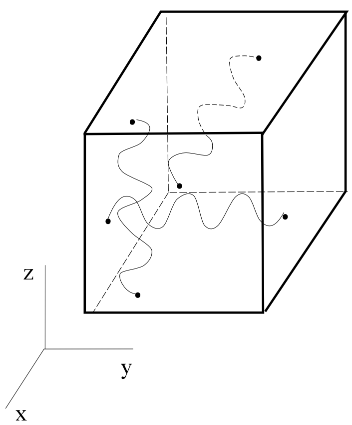
Po akceptování fotonové představy elektromagnetického záření je nejjednodušší představa, podle které je elektromagnetické pole v dutině černého tělesa fotonovým plynem v rovnovážném stavu. Vzhledem k tomu, že foton je bozón (částice, které nemají spin - článek 33.1) je nutno využít ke stanovení rozložení fotonů podle energií Boseho-Einsteinovu rozdělovací funkci (9.17). Na rozdíl od systému částic, jejichž počet je konstantní, se počet fotonů ani při konstantní celkové energii nezachovává (např. se absorbuje jeden foton a emitují dva). Tento fakt můžeme respektovat jen volbou α=0, proto Boseho-Einsteinova rozdělovací funkce pro fotonový plyn má tvar (*W*=*hν*)

$$f(\nu) = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \qquad (29.16)$$

Počet fotonů, které najdeme v rovnovážném stavu s kmitočtem z intervalu *ν* a *ν*+*dν* je proto určen vztahem

$$dN = dN_o f(\nu) = dN_o \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \qquad (29.17)$$

kde dN_o je počet všech možných stavů v intervalu kmitočtů <*ν*, *ν*+*dν*>. Vzniká otázka, kolik je takových možností. Abychom našli odpověď na tuto otázku, představme si (bez újmy na obecnosti), že černé těleso má tvar krychle o stranách L (obr. 29.7).



Obr. 29.7 K odvození hustoty energie černého tělesa

Dále si připomeňme poznatek, že emise fotonu atomem trvá asi $10^{-8}s$, což při rychlosti fotonu c=3.10^8 ms^{-1} znamená, že foton se "rozprostírá" v celé dutině. Ukazuje se proto rozumný předpoklad, že v této dutině se mohou vyskytovat jen takové fotony, pro které se do dutiny "směstná" právě celočíselný násobek jejich vlnové délky, jinými slovy v dutině jsou jen ty fotony, které vytvářejí v dutině stojaté vlny. Tuto podmínku můžeme vyjádřit rovnicí

$$N\lambda = N\frac{c}{\nu} = N\frac{hc}{h\nu} = N\frac{h}{p} = L, \qquad (29.18)$$

$$kde \quad N = 1, 2, 3 \dots \ ,$$

$$p = \frac{h}{L}N, \qquad (29.19)$$

nebo

kde jsme využili vztahu pro hybnost fotonu (29.2). V trojrozměrné krychlové dutině je tedy možno psát tři obdobné rovnice pro každou z os

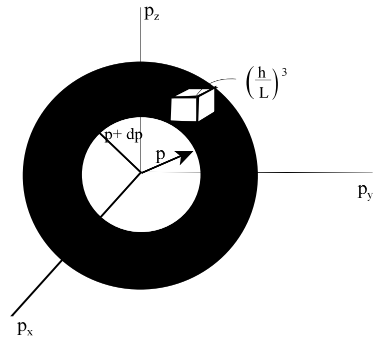
$$p_x = \frac{h}{L}n_x, \quad p_y = \frac{h}{L}n_y, \quad p_z = \frac{h}{L}n_z. \qquad (29.20)$$

$$n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = \left(\frac{L}{h}\right)^2 p^2, \qquad (29.21)$$

Vzhledem k rovnici $p^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2$ můžeme tyto tři rovnice sjednotit do jediné rovnice tvaru

která říká, že stavů charakterizovaných hybností p je tolik, kolik kombinací druhých mocnin tří celých čísel dává hodnotu $(Lp/h)^2$. Je zajímavé si všimnout, že každý nový stav se odlišuje od tohoto stavu tím, že alespoň jedna složka vektoru p se liší od původní hodnoty o přírůstek (h/L). Z toho je tedy zřejmé, že v "hybnostním" (častěji se používá - impulsovém) prostoru připadá na jeden stav "objem" $(h/L)^3$. Pak je v intervalu hybností fotonů mezi p a $p + dp$ tolik možných stavů, kolikrát se tento "objem" $(h/L)^3$ nachází v "objemu" (obr.29.8)

$$dV_p = 4\pi p^2 dp,$$



Obr. 29.8 K výpočtu dovolených stavů v intervalu hybností p, p+dp

což můžeme psát

$$dN_o = 2\frac{4\pi p^2 dp}{\left(\frac{h}{L}\right)^3} = \frac{8\pi}{h^3}\left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 \frac{h}{c} L^3 d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} L^3 d\nu, \tag{29.22}$$

kde jsme uvážili (vynásobením 2), že obecně polarizovaná stojatá vlna je ekvivalentní dvěma lineárně polarizovaným vlnám. Dosazením tohoto výrazu určujícího počet fotonů v intervalu kmitočtů ν a $\nu+d\nu$ v objemu ($V=L^3$) získáme vztah pro koncentraci fotonů v intervalu kmitočtů ν a $\nu+d\nu$

$$dn = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\,\frac{1}{e^{h\nu/kT}-1}\,d\nu.$$

Každý z těchto fotonů má energii $W=h\nu$, proto hustota energie připadající na diskutovaný interval kmitočtů je

$$dn\ h\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\,\frac{h\nu}{e^{h\nu/kT}-1}\,d\nu. \tag{29.23}$$

Je logické předpokládat, že vyzařování energie černým tělesem bude splňovat obdobný zákon. Uvážíme-li vztah mezi hustotou energie a intenzitou (24.51) a dále zavedeme-li místo kmitočtu vlnovou délku podle vztahu $\nu c/\lambda$ nebo i $|d\nu|=(\nu^2/c)$ $d\lambda$, získáme Planckův vyzařovací zákon (29.13) (až na konstantu 1/4).

Odvození Wienova zákona posuvu (29.14) vyžaduje provést derivaci zákona (29.13) $dH_{e\lambda}/d\lambda$ a tuto položit rovnu nule. Dostaneme tak rovnici

$$xe^x = 5(e^x - 1), \qquad (29.24)$$

kde jsme zavedli novou proměnnou x=$hc/k\lambda T$. Tato transcendentní rovnice má řešení x=$hc/k\lambda_{max} T$=4,965, takže platí

$$\lambda_{max} T = \frac{hc}{4{,}965\,k} = 2{,}89.10^{-3}\,mK,$$

což je Wienův zákon posuvu (29.14). Tento zákon stanoví, že při vyšší teplotě se maximum vyzařované energie posouvá ke kratším vlnovým délkám.

Výpočet celkové intenzity vyzařování H_e vyžaduje provést integraci Planckova zákona pro celý obor vlnových délek (29.13) $H_e = \int_\infty^o H_{e\lambda}\, d\lambda$, nebo lépe pomocí kmitočtu

$$H_e = \int_0^\infty H_{e\nu}\, d\nu \int_0^\infty \frac{8\pi h \nu^3}{c^2\left(e^{h\nu/kT} - 1\right)} d\nu = \frac{8\pi h}{c^3}\left(\frac{kT}{h}\right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{8\pi^5 k^4}{15 c^3 h^3} T^4 = \sigma T^4, \qquad (29.25)$$

kde jsme využili $\int_o^\infty x^3/\, e^x\text{-}1)\, dx = \pi^4/15$. Vztah (29.25) je již Stefanův - Boltzmannův zákon (29.15).

Poznámka:

Závislosti na obr. 29.1 popisující záření černého tělesa byly vysvětlovány již před Planckem na základě zákonů klasické fyziky. Jedním z těchto pokusů byl tzv. Rayleighův - Jeansův zákon ve tvaru

$$H_{e\lambda} = \frac{8\pi c k T}{\lambda^4} \qquad (29.26)$$

který dobře popisoval pouze oblast velkých vlnových délek. Tento zákon okamžitě vyplývá z Planckova zákona (29.13) za předpokladu $hc << k\lambda T$, protože platí

$$\frac{hc}{e^{k\lambda T}} - 1 \doteq 1 + \frac{hc}{k\lambda T} - 1 = \frac{hc}{k\lambda T},$$

což dosazeno do vztahu (29.13) dává konečný vztah (29.26). Potíž spočívala v tom, že tento zákon dával při výpočtu celkové vyzařované intenzity $H_e = -\int_\infty^0 H_{e\lambda} d\lambda$ nekonečnou hodnotu, protože integrovaná funkce pro horní mez diverguje. Tento výsledek vešel do historie pod názvem "ultrafialová katastrofa" a představoval v planckovském období neřešitelný problém.

Je zajímavé si všimnout, v čem byla hlavní chyba postupu odvozování vyzařovacího zákona před Planckem. Výpočty dovolených stavů oscilátorů dN_o byly prováděny podobně, jako v tomto odstavci. Pouze při výpočtu jejich energie se jejich počet vynásobil střední hodnotou energie jednoho oscilátoru, která zjistila následovně: v článku 23.1 při rozboru harmonického oscilátoru jsme ukázali, že celková energie harmonického oscilátoru se skládá z jeho kinetické a potenciální energie. Jelikož střední energie volných částic (majících jen kinetickou energii) je podle (14.3) $3/2kT$, musí být i střední potenciální energie harmonického oscilátoru být rovna $3/2kT$, střední kinetická energie rovněž $3/2kT$, takže celková střední energie oscilátoru je $3kT$. Dále, jeden obecně v prostoru kmitající oscilátor je ekvivalentní třem oscilátorům kmitajícím ve třech na sobě kolmých směrech, proto se jako střední energie jednoho oscilátoru vzala hodnota $W_s=3kT/3=kT$. Ze vztahu (29.23) však jasně vyplývá, že postulát o diskrétní struktuře energie elektromagnetického pole vede k tomu, že za střední hodnotu energie jednoho oscilátoru je nutno vzít výraz

$$W_s = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}, \qquad (29.27)$$

který pro nízké hodnoty kmitočtů ν (velké hodnoty vlnových délek) $h\nu \ll kT$ redukuje na klasický vztah $W_s=kT$, což lehce dokážeme již shora uvedeným postupem. Pro velké (ultrafialové) kmitočty není vztah $W_s=kT$ přípustný, proto jeho využití v celém intervalu kmitočtů zákonitě vedlo k "ultrafialové katastrofě".