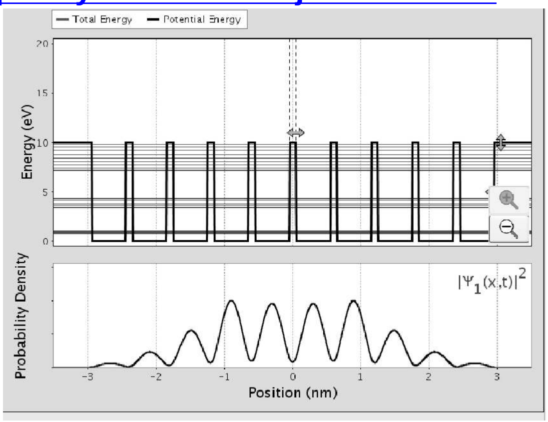
41- 2 ELEKTRICKÉ VLASTNOSTI PEVNÝCH LÁTEK

Co je to pásové energetické schéma pevných látek? A jak vzniká?



Pásová teorie pevných látek

Rozdělení pevných látek, koncentrace volných nosičů náboje

Elektrická vodivost pevných látek - elektrony a díry

Hallův jev a magnetorezistence

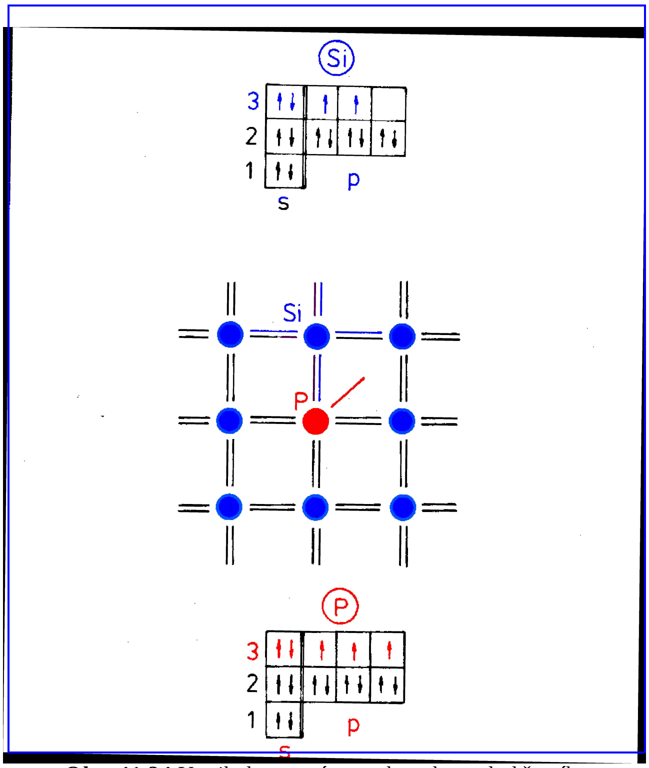
41.8 Polovodiče

Nosiči náboje v polovodičích jsou elektrony, které přeskočily z valenčního pásu do vodivostního pásu a dále stejný počet děr ve valenčním pásu (pojem díry vysvětlíme v dalším, zatím považujme díru za volné místo ve valenčním pásu). **Takové polovodiče se nazývají vlastní nebo intrinsické polovodiče** a v praxi se vyskytují jen velmi zřídka. Důležité je, že rozličnými technologickými úpravami můžeme v nich dosáhnout převahy nosičů jednoho znaménka.

Polovodič, ve kterém převažuje elektronová vodivost nad děrovou, nazýváme elektronový polovodič nebo polovodič typu *N* (negativní). V opačném případě mluvíme o děrovém polovodiči nebo o polovodiči typu P (pozitivní).

Vznik elektronového nebo děrového polovodiče si vysvětlíme na příkladě klasického polovodiče - křemíku. Podobná situace je i v současnosti nejvíce používaném polovodiči - germanium.

Předpokládejme, že původní ideální kovalentně vázané mřížky křemíku jsme umístili atom prvku z V. sloupce, **na příklad fosfor (obr. 21.24).** Čtyři valenční elektrony fosforu proto vytvářejí valenční vazby, zatímco pátý valenční elektron je v mřížce nadbytečný a lehce se uvolňuje do vodivostního pásu, kde vytváří elektronovou vodivost **(obr. 21.26)**.

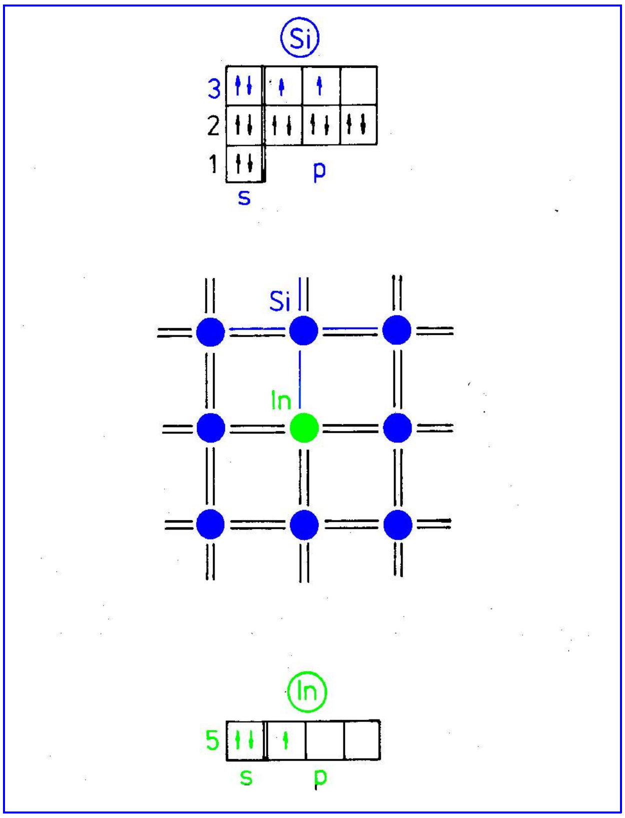


Obr. 41.24 Vznik donorové poruchy v krystalu křemíku

Přesnější zdůvodnění funkce atomu **donoru** v polovodiči

Protože atom fosforu se nachází vdielektrickém prostředí křemíku (relativní permitivita křemíku je ε_r=11,7). Proto přitažlivá síla klesne proti stavu v izolovaném atomu ε_r - krát a práce potřebná na úplné odtržení od jádra se zmenší ε_r^2- krát, tj. v křemíku asi 250-krát (i s ohledem i na to, že efektiví hmotnost elektronu je jen asi 0,3 m_e) . Jestliže na jeho odtržení v izolovaném atomu byly potřebné energie 10,42 *eV*, v křemíku stačí k tomu energie jen asi 0,045 *eV* pod dnem vodivostního pásu (obr. 41.26). Nazývá se **donorová hladina** a prvek, který ji vytváří, **donor** (z latinského slova do=dávám), protože již při poměrně nízkých teplotách přeskakují elektrony z těchto hladin do vodivostního pásu a vytvářejí elektronovou vodivost polovodiče. Prázdná místa, která po těchto elektronech zůstávají, nemají povahu děr, protože kladné náboje na atomech fosforu nejsou pohyblivé.

Jestliže je atom křemíku nahrazen atomem prvků z III. sloupce Mendělejevovy periodické soustavy prvků, např. atomem **india In se třemi valenčními elektrony,** zůstává jedna vazba nenasycená (obr. 41.25)**.** Stačí přibližně stejná energie jako uvolnění elektronu z donorové hladiny, aby se některý valenční elektron od jiného atomu křemíku odtrhl a zaplnil prázdné místo ve vazbách v okolí atomu india.

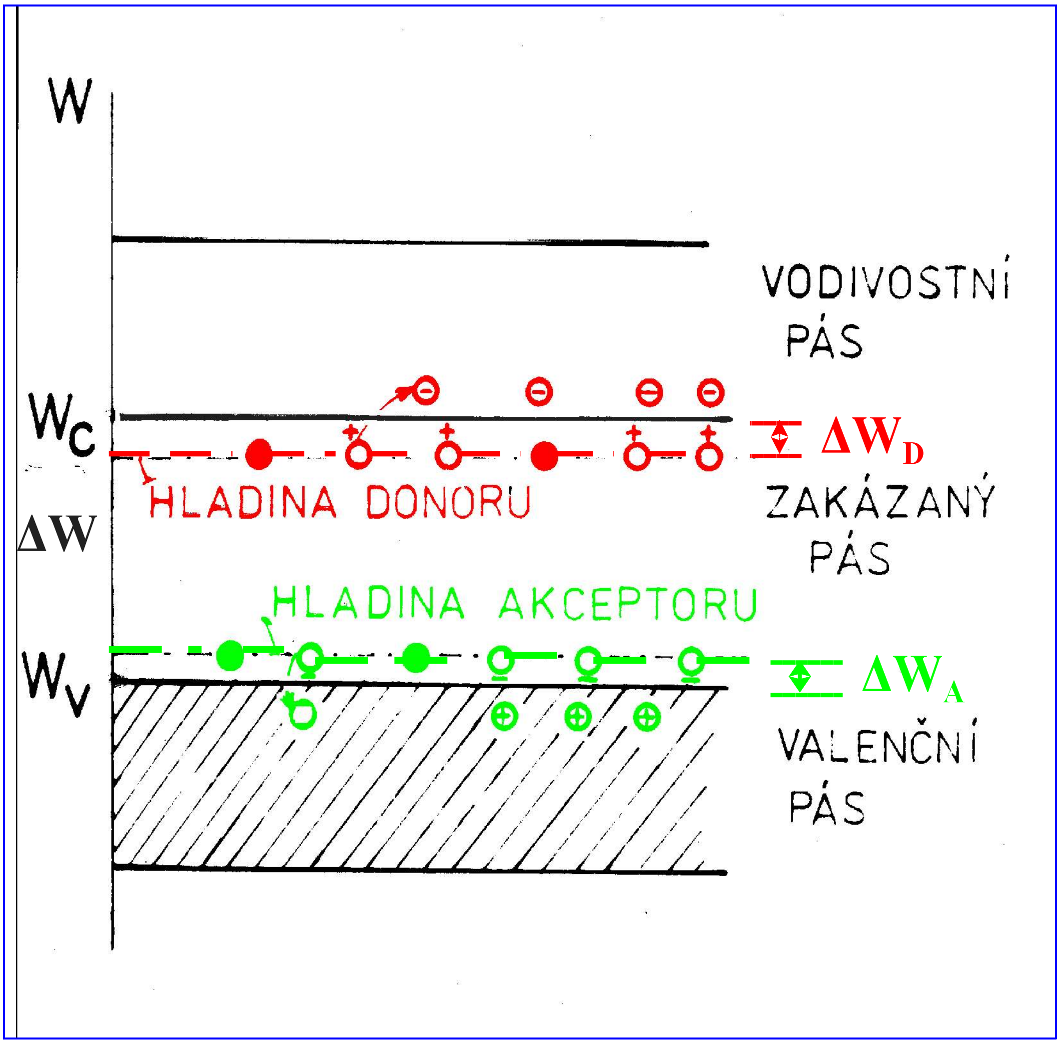


Obr. 41.25 Vznik akceptorové poruchy v krystalu křemíku

Přesnější zdůvodnění funkce atomu **akceptoru** v polovodiči

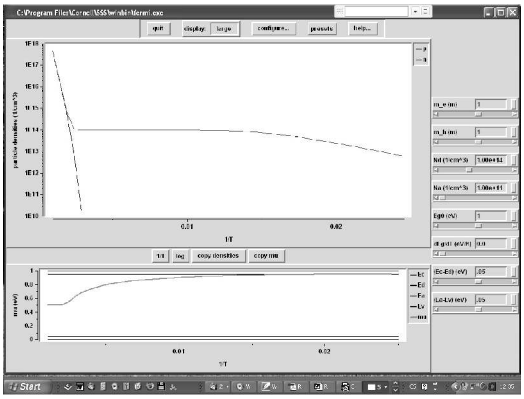
Energetická hladina india je o malou energii větší než energie odpovídající hornímu okraji valenčního pásu. **Nazývá se akceptorová hladina** (obr. 41.26) a prvek, který ji vytváří **akceptor** (z latinského accipio = přijímám), protože na sebe váže valenční elektrony křemíku, čímž uvolňuje díry. Elektron, který způsobil vznik volné díry je vázán na atom příměsi a nezúčastňuje se proto vedení elektrického proudu. Tímto mechanizmem vzniká v polovodiči nadbytek děr.

Zcela obdobná situace je u dalšího nejběžnějšího polovodiče - germania. V naprosto čistém (vlastním) germaniu je při pokojových teplotách asi 3.10^{13} volných elektronů a děr v každém cm^3. Stačí proto, aby obsahoval příměs s koncentrací větší než asi 3.10^{13} cm^{-3}, tj, jen asi 10^{-7} více, aby příměsová vodivost převládala nad vlastní. Z toho je vidět, jak velká čistota by byla potřebná k tomu, aby se získal vlastní polovodič.



Obr. 41.26 Pásové schéma nevlastního polovodiče

Vypočítejte kalkulátorem Cornell University teplotní závislost koncentrace elektronů a děr pro křemík (s donorovými přísadami fosforu o koncentraci 10^{12} cm^{-3}) v teplotním intervalu T(200-400 K).



Poznámka k spuštění z vašich počítačů: nutno stáhnout balík Cornell v adresáři:

http://zamestnanci.fai.utb.cz/~schauer/Cornell

a tam spustit

/SSS/winbin/fermi.exe

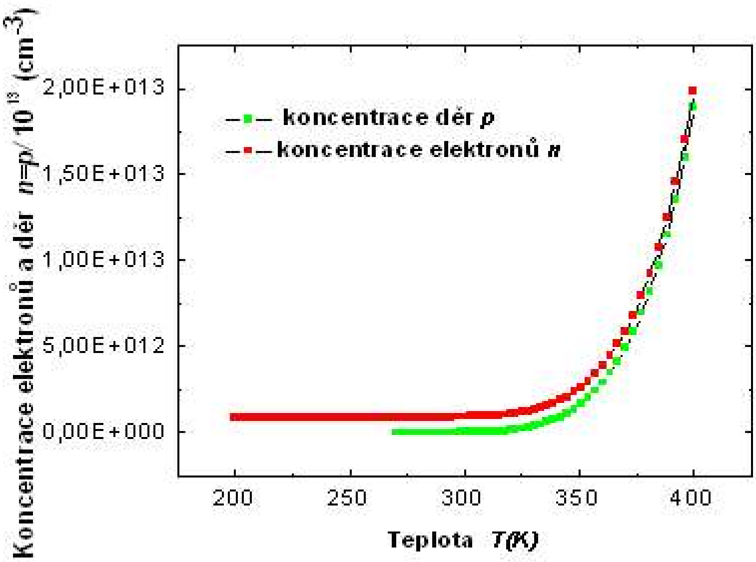
Fermi.exe

Příklad: teplotní závislosti koncentrace elektronů v **nevlastním** (dopovaném, legovaném) **polovodiči**

Si šířka zakázaného pásu energií $\Delta W = 1{,}1$ eV, A = 1,6.10^{27} cm^{-3}, koncentrace donorů N_D = 1.10^{12} cm^{-3}

Koncentrace elektronů a děr jako funkce teploty , $n, p = f(T)$

$$n = A.e^{-\frac{\Delta W}{2kT}} + (AN_D)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{\Delta W_D}{2kT}},$$

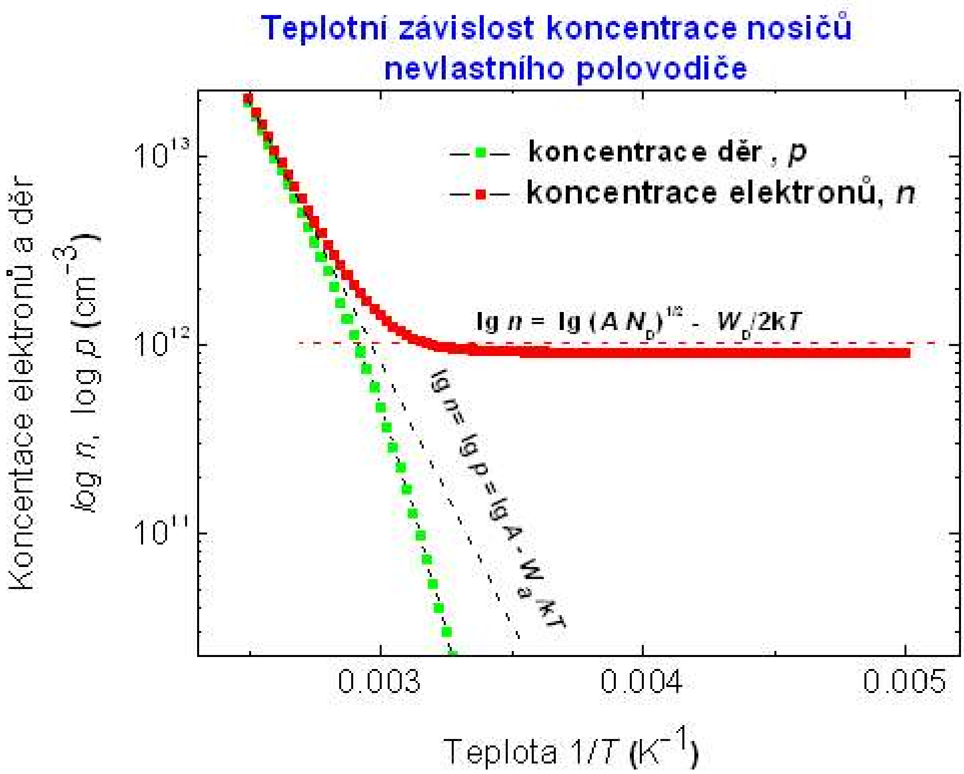


a odpovídající Arrheniova závislost $\log n$, $\log p$ = F (1/T): pro oblast vysokých teplot převažuje prvý člen, takže platí

$$\boxed{\ln n = \ln p = \ln A - \frac{\Delta W}{2kT},}$$

pro oblast nízkých teplot převažuje druhý člen, takže platí

$$\boxed{\ln n = \frac{1}{2}\ln(AN_D) - \frac{W_D}{2kT},}$$



41.5 Elektrická vodivost pevných látek

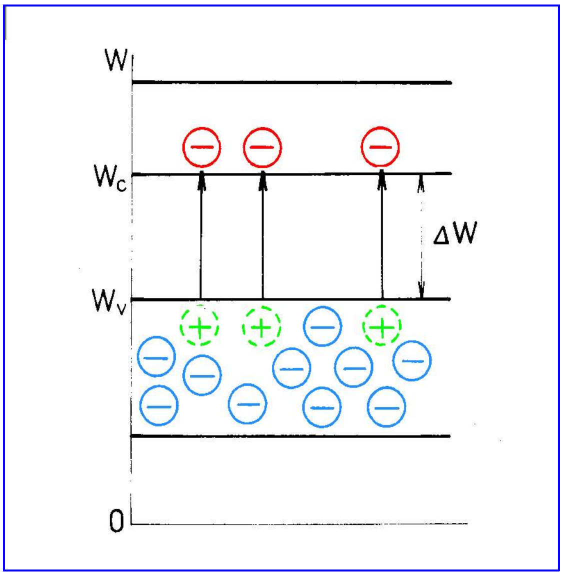
Podle našich dosavadních vědomostí vyžaduje elektrická vodivost látek přítomnost volných nosičů náboje, což jsou v polovodičích elektrony a díry. Jejich koncentrace (množství) jsme probrali v předešlé kapitole. Jak se elektrony a díry v polovodiči pohybují, mají -li vytvářet elektrický proud?

.

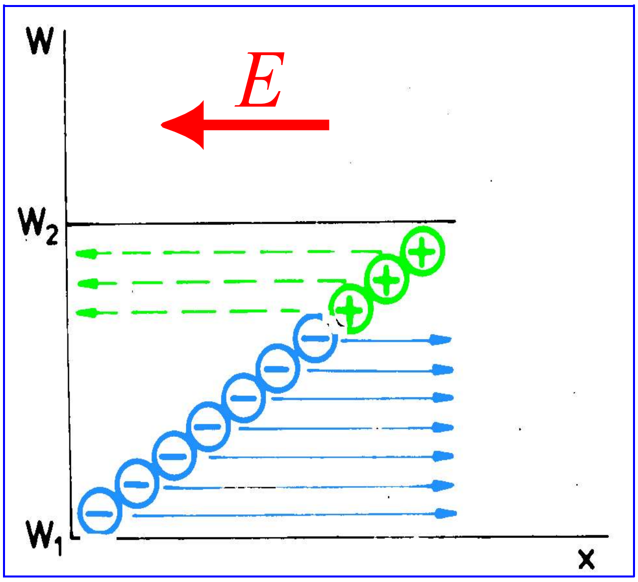
41.17

Elektrony přispívají k elektrické vodivosti látky jen tehdy, jestliže příslušný energetický pás **je jen částečně zaplněn**. Jestliže jsou obsazeny elektrony jen stavy v blízkosti dna pásu (u polovodičů vodivostního), chovají se tyto elektrony jako volné částice ve vakuu pouze s pozměněnou tzv. **efektivní hmotností m^***

Příspěvek téměř zaplněného pásu k elektrické vodivosti se výhodně vypočítá **zavedením tzv. děr (Obr. 41.16).** Jsou to kladně nabité fiktivní částice, jejichž koncentrace je dána koncentrací neobsazených stavů ve valenčním pásu a které se pohybují jako volné částice rovněž s určitou efektivní hmotností **m^***



Obr. 41.16 Ze zcela zaplněného valenčního pásu (modré elektrony) se dodáním energie uvolní malá část elektronů a přeskočí do vodivostního pásu - a vytvoří tam volné záporné elektrony (červená barva). Na uvolněných místech vznikají kladné volné díry (zelená barva)



Obr. 41.17 Pohyb elektronů a děr v téměř zaplněném pásu vlivem elektrického pole (intenzita ***E***)

41.18

Pohyblivost elektronů (děr) je vyjádřena vztahem

$$b = \frac{e\tau}{m^*} = \frac{e\ell}{m^* v}, \qquad (41.51)$$

kde τ je tzv. relaxační konstanta, ℓ je střední volná dráha a v je střední tepelná rychlost elektronů v látce.

41.19

Elektrická vodivost pevných látek je určena vztahem

$$\boxed{\sigma = e b_n n + e b_p p, \qquad (41.52)}$$

kde $\boldsymbol{n}$ a $\boldsymbol{p}$ jsou koncentrace volných elektronů a děr a $\boldsymbol{b_n}$, $\boldsymbol{b_p}$ jsou jejich pohyblivosti.

Výklad vodivosti pevných látek No 2- POHYBLIVOST - důležité pokračování !

Volnými nosiči odpovědnými za přenos elektrického náboje v pevných látkách jsou elektrony a díry. Jejich příspěvek k hustotě elektrického proudu najdeme touto úvahou. Pro jednoduchost si všimněme jen elektronů. Na každý z nich působí ve vnějším elektrickém poli síla F_1=-eE, kde E je intenzita

$$m_i^* \frac{dv_i}{dt} = \frac{dp_i}{dt} = -eE. \qquad (41.60)$$

elektrického pole, takže podle Newtonova zákona můžeme napsat rovnici
Jestliže předpokládáme, že všechny nosiče mají stejnou efektivní hmotnost a stejný náboj, dostaneme sečtením rovnic typu (41.60) napsaných pro každý z n elektronů přítomných v objemové jednotce krystalu vztah

$$\frac{d}{dt} \sum_i \boldsymbol{p}_i = \frac{d\boldsymbol{P}}{dt} = -en\boldsymbol{E}. \qquad (41.61)$$

Výslednou hybnost $p=\Sigma_i p_i$ můžeme vyjádřit jako součet počátečních hybností a přírůstků získaných během působení vnějšího pole

$$\boldsymbol{P} = (\boldsymbol{P}_{10} + \Delta \boldsymbol{p}_1) + (\boldsymbol{P}_{20} + \Delta \boldsymbol{p}_2) + \ldots = \boldsymbol{P}_o + \Delta \boldsymbol{P} = \Delta \boldsymbol{P},$$

protože celková hybnost náboje před začátkem působení elektrického pole se rovná nule. Rovnici

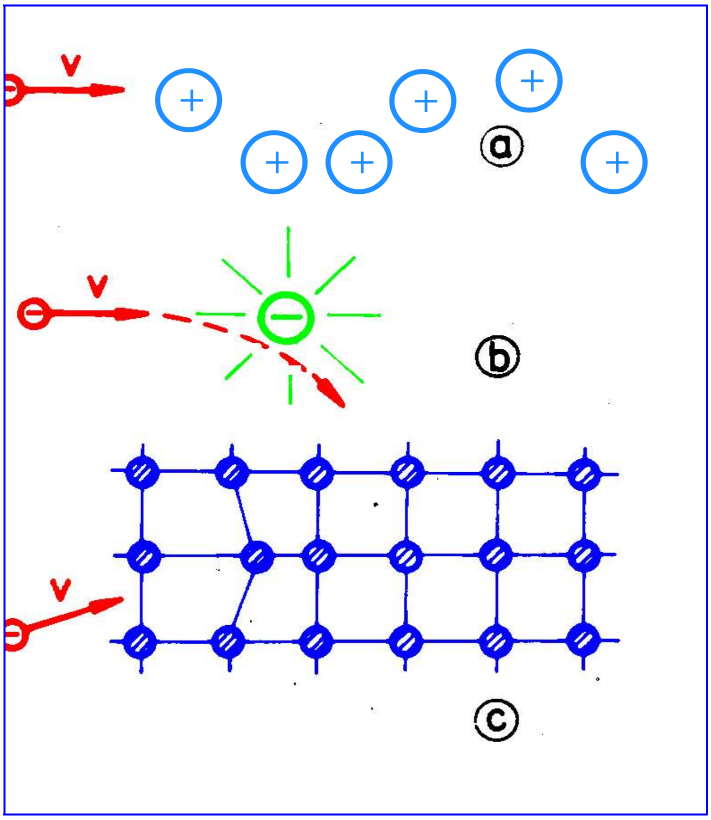
$$\left(\frac{d\Delta \boldsymbol{P}}{dt} \right)_{\boldsymbol{E}} = -en\boldsymbol{E}. \qquad (41.62)$$

(41.61) tedy můžeme napsat i ve tvaru, ve kterém již nevystupují rovnovážné složky hybnosti

Jestliže by na změnu celkové hybnosti kromě elektrického pole již nic jiného nepůsobilo, dostali bychom integrací rovnice (41.62) vztah

$$\boxed{\Delta \boldsymbol{P} = -en\boldsymbol{E}t, \qquad \mathbf{(41.63)}}$$

z kterého by vyplývalo, že **hybnost, a proto i proudová hustota trvale roste úměrně času**. Taková situace by vznikla v dokonalém bezporuchovém krystalu. V reálných krystalech však každý nosič náboje naráží na rozličné překážky (obr. 41.18): kmitající atomy mřížky (a), ionty (b) a defekty krystalu (c).



Obr. 41.18 Rozptyl nosičů náboje v krystalu a-na tepelných kmitech mřížky, b-na iontech, c-na defektech krystalu

Při srážkách s těmito překážkami ztrácí urychlený nosič náboje nabytou energii a v prvém přiblížení se vrací do stavu tepelné rovnováhy. Můžeme rovněž předpokládat, že rychlost, s jakou se hybnost ΔP nabytá v elektrickém poli mění v důsledku srážek (index S) směrem ke své rovnovážné hodnotě (tj. k nule), je jí úměrná, což můžeme vyjádřit rovnicí

$$\left[\frac{d(\Delta \boldsymbol{P})}{dt}\right] = -K\Delta \boldsymbol{P}. \qquad (41.64)$$

Smysl konstanty K najdeme integrací této rovnice. Za předpokladu, že v čase t=0 byla hybnost rovna P_o, můžeme řešení napsat ve tvaru

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P_o}\, e^{-Kt} = \boldsymbol{P_o}\, e^{-\frac{t}{\tau}}, \qquad (41.65)$$

přičemž jsme označili $\tau = 1/K$. Nová konstanta τ, která má rozměr času a značí čas, za který původní hodnota celkové hybnosti klesne e-kráte, se nazývá **relaxační konstanta**. V krystalech má hodnotu od **10^{-10} *s*** do **10^{-15} *s***. Ustálený stav se vytvoří tehdy, jestliže platí

$$\left(\frac{d\Delta \boldsymbol{P}}{dt}\right)_{\boldsymbol{E}} + \left(\frac{d\Delta \boldsymbol{P}}{dt}\right)_{S} = -en\boldsymbol{E} - \frac{\Delta \boldsymbol{P}}{\tau} = 0 .$$

Z této rovnice vyplývá, že střední hodnota celkové hybnosti elektronů ve vnějším elektrickém poli je ΔP_S = e n τ E a střední hodnota rychlosti (tzv. přenosové rychlosti) každého elektronu je

$$\boldsymbol{v_s} = -\frac{\Delta \boldsymbol{P_s}}{nm^*} = -\frac{e\tau}{m^*}\boldsymbol{E} . \qquad \textbf{(41.66)}$$

Pro díry bychom dostali analogický výsledek, jen s kladným znaménkem.

Veličina $b = e\,\tau\,/m^*$ má význam **pohyblivosti** nosičů náboje. Je terdy skutečně určena prvým vztahem (41.51). Obvyklé je však i vyjádření pomocí jiné charakteristické konstanty - střední volné dráhy nosičů náboje ƛ, kterou definujeme vztahem ƛ=$v\tau$, kde v je střední rychlost a τ relaxační konstanta. Tak vznikne druhé z vyjádření (41.51). Její hodnoty pro elektrony b_n a díry b_p pro různé látky orientačně poskytuje tabulka. Pomocí pohyblivosti a za předpokladu, že v krystalu se vyskytují volné elektrony s koncentrací n a volné díry s koncentrací p, můžeme hustotu elektrického proudu (např. podle vztahu (41.21)) vyjádřit ve tvaru

$$\boldsymbol{i} = (eb_n n + eb_p p)\boldsymbol{E} = (\sigma_n + \sigma_p)\boldsymbol{E}, \qquad (41.67)$$

takže elektrická vodivost krystalu je skutečně vyjádřena vztahem (41.52).

TABULKA
Pohyblivosti elektronů a děr v některých pevných látkách

látka	b_n $(cm^2/V\,s)$	b_p $(cm^2/V\,s)$
InSb	70 000	1 250
InAs	30 000	200
GaAs	8 000	400
Ge	3 900	1 900
GaSb	4 000	850

látka	b_n $(cm^2/V\,s)$	b_p $(cm^2/V\,s)$
Si	1 200	500
kovy	400	
Se		15
amorfní polovodiče	$10^{-1} \div 10^{-5}$	

Polovodičové rovnice - nádstavba pro pokročilé

Je známo, že polovodiče velmi podstatně ovlivnily techniku druhé poloviny našeho století. Stalo se tak zejména díky dvěma vlastnostem, kterými se odlišují od kovů: koncentrací nosičů náboje v nich můžeme měnit v širokém intervalu celou řadu vnějších činitelů (příměsemi, teplotou, tlakem, elektromagnetickým zářením, elektrickým polem atd.) a uvedenými vlivy v nich můžeme lehce vytvořit nehomogenní rozložení koncentrace nosičů náboje, což způsobuje difúzi. Uvedené skutečnosti sice komplikují teorii fyzikálních jevů v polovodičích, ale bez nich by polovodiče nebyly tím, čím jsou. S některými obecnějšími jevy v polovodičích jsme se již seznámili v předcházejících článcích, některé další probereme v tomto článku (věty 41.28 až 41.31).

41.28

Hustotu elektronového a děrového proudu v polovodičích můžeme vyjádřit vztahy,

$$\boldsymbol{i}_{\boldsymbol{n}} = \sigma_n \boldsymbol{E} + eD_D \ \boldsymbol{grad} \ n \qquad (41.86a)$$

$$\boldsymbol{i}_{\boldsymbol{p}} = \sigma_p \boldsymbol{E} - eD_D \ \boldsymbol{grad} \ p \qquad (41.86b)$$

kde σ_n a σ_p jsou příslušné elektrické vodivosti, D_n a D_p jsou koeficienty difúze elektronů a děr.

Koeficienty difúze D_n a D_p můžeme vyjádřit pomocí pohyblivostí b_n a b_p na základě tzv. Einsteinových vztahů

$$eD_n = b_n kT, \qquad (41.87a)$$

$$eD_p = b_p kT, \qquad (41.87b)$$

41.30

V obecném případě nerovnovážném stavu (t.j. jak při generaci, tak rekombinaci) v nestacionárním stavu platí pro elektrony, a podobně i pro díry, rovnice

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{e} div\ i_n + g_n - \frac{n - n_o}{\tau_n}. \qquad (41.98\text{ a})$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{e} div\ i_p + g_p - \frac{p - p_o}{\tau_p}. \qquad (41.98\text{ b})$$

kde n_o a p_o jsou rovnovážné koncentrace elektronů a děr, n a p jsou jejich nerovnovážné hodnoty a veličiny τ_n a τ_p, se nazývají doby života elektronů a děr.
Tyto rovnice je nutno v obecném případě řešit současně, abychom získali potřebné závislosti $n(t)$ a $p(t)$

V nerovnovážných podmínkách ve stacionárním stavu platí rovnice

$$div\ \boldsymbol{i_n} = \frac{e}{\tau_n}(n - n_o), \qquad (41.88\text{a})$$

$$div\ \boldsymbol{i_p} = \frac{e}{\tau_p}(p - p_o), \qquad (41.88\text{b})$$

Disksuse a odvození polovodičových rovnic

Jestliže je na polovodič připojen zdroj elektromotorického napětí, vytvoří se v něm **elektrické pole intenzity *E*** a protéká elektrický proud vyjádřený vztahem (41.67).

$$\boxed{\boldsymbol{i}=(eb_n n+eb_p p)\boldsymbol{E}=(\sigma_n+\sigma_p)\boldsymbol{E}, \qquad (41.67)}$$

Jestliže však je polovodič navíc i nehomogenní, projevuje se v něm difúze elektronů a děr a s ní související tzv. difúzní proud. Jeho hustoty pro elektrony a díry dostaneme jednoduše tak, že vztahy (14.44) vynásobíme v prvém případě nábojem -e a ve druhém případě +e, čímž získáme vyjádření

$$i_{dn}=eD_n\ grad\ n,$$
$$i_{dp}=-eD_p\ grad\ p.$$

Celkový elektronový (a podobně i děrový) proud obsahuje obecně tzv. driftovou složku $\boldsymbol{i}_o=\sigma\boldsymbol{E}$ a difúzní složku, což je vyjádřeno vztahy (41.86a) a (41.86b).

$$\boldsymbol{i}_n=\sigma_n\boldsymbol{E}+eD_D\ grad\ n \qquad (41.86a)$$

$$\boldsymbol{i}_p=\sigma_p\boldsymbol{E}-eD_D\ grad\ p \qquad (41.86b)$$

Tyto rovnice můžeme zjednodušit vyloučením neznámých koeficientů difúze pomocí pohyblivostí. Odvodíme jen vztah mezi D_n a b_n a to pro jednorozměrný případ za předpokladu, že můžeme používat klasickou Maxwellovu-Boltzmannovu statistiku. V rovnováze, jestliže polovodičem neprotéká elektrický proud, musí být splněna rovnice

$$eb_n nE+eD_n\frac{dn}{dx}=0,$$

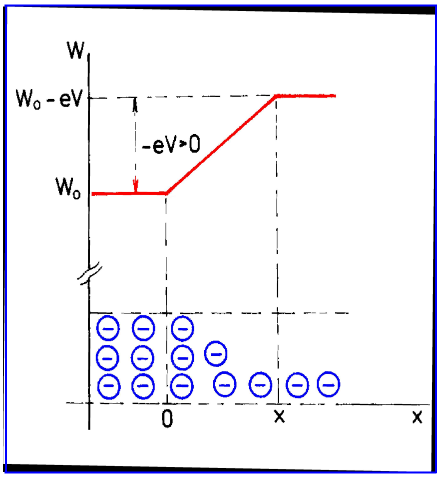
tj. rovnice

$$\frac{1}{n}\,\frac{dn}{dx}=-\frac{b_n}{D_n}E, \qquad (41.90)$$

Podle rozdělovací funkce platné pro klasickou statistiku je koncentrace částic s energií W úměrná funkci exp (-W/kT). Pak poměr koncentrací elektronů je jejich energie W_o - eV a elektronů v místě 0 s energií W_o je (obr. 41.28)

$$\frac{n}{n_o}=\frac{e^{\frac{-W_o+eV}{kT}}}{e^{\frac{-W_o}{kT}}}=e^{\frac{eV}{kT}}, \qquad (41.91)$$

kde V je potenciál bodu x vzhledem k bodu 0.



Obr. 41.27 K odvození Einsteinových vztahů pro difúzní koeficienty

Jelikož platí $dV/dx = -E$, kde E je intenzita elektrického pole, je správná i rovnice

$$\frac{1}{n}\frac{dn}{dx}=\frac{e}{kT}\frac{dV}{dx}=-\frac{e}{kT}E.$$

Porovnáním pravých stran této rovnice a rovnice (41.90) dostaneme ihned hledaný tvar Einsteinovy rovnice (41.87a). Analogicky by se odvodil i vztah (41.87b).

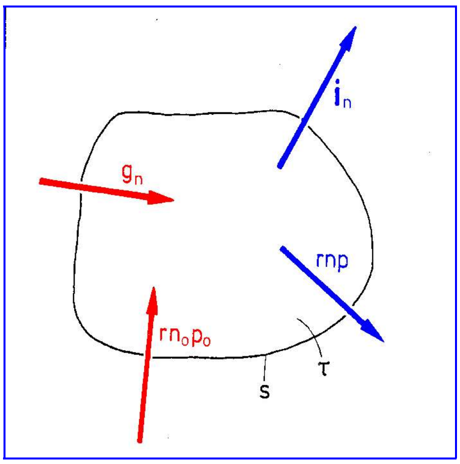
Difúzní proudy způsobují, že koncentrace elektronů a děr jsou obecně odlišné od jejich rovnovážných hodnot vyplývajících z rovnovážných rozdělovacích funkcí. Rovnice (41.86a, b) pak představují vlastně jen dvě rovnice pro pět neznámých: i_n, i_p, n, p, a E. Třetí rovnice představuje Maxwellova rovnice vyjadřující vazbu mezi intenzitou elektrického pole E, které vznikne při poruše neutrality v polovodiči, a déle dvě rovnice získané modifikací rovnice kontinuity (20.9) pro obecnější případ se kterým se setkáváme v polovodičích. Odvodíme jen rovnici, týkající se elektronů, rovnice pro díry by se odvodila podobným způsobem.

Uvažujme o určitém objemu polovodiče **(obr. 41.28)** ve kterém se koncentrace elektrického náboje spojeného s elektrony může měnit obecně z více příčin:

1. Část náboje elektronů **odejde z uvažovaného objemu prostřednictvím elektrického proudu** hustoty i_n.
Můžeme ji vyjádřit ve tvaru

$$Q_1=-\oint_S \boldsymbol{i_n}\, d\boldsymbol{S}, \qquad (41.92)$$

kde $d\boldsymbol{S}$ je element plochy S, která obepíná uvažovaný objem τ polovodiče.



Obr. 41.28 K odvození rovnice kontinuity pro polovodič

2. Část náboje může v uvedeném objemu vzniknout vnější generací, např. světlem, tlakem apod. Jestliže za jednotku času přibude v objemové jednotce g_n elektronů, můžeme tuto změnu vyjádřit vztahem

$$Q_2 = -e\int_\tau g_n d\tau, \qquad (41.93)$$

kde τ je element objemu.

3. Část elektronů přibývá v uvažovaném objemu **vnitřní generací**, tj. následkem tepelných přeskoků z valenčního pásu. V rovnováze je přírůstek těchto elektronů vykompenzován úbytkem způsobeným jejich zachycením ve vazbách, tj. vlastně střetnutím s děrami. S tímto procesem jsme se již setkali ve článku o vedení elektřiny v plynech. Nazýváme ji rekombinace. Počet elektronů, rekombinujících za jednotku času v jednotce objemu je zřejmě úměrný koncentraci elektronů i děr, tj. jejich součinu. Jestliže označíme konstantu úměrnosti r a nazveme ji součinitel rekombinace, můžeme uvažovaný přírůstek náboje elektronů tepelnou generací vyjádřit ve tvaru

$$Q_3 = -e\int_\tau r n_o p_o d\tau, \qquad (41.94)$$

kde n_o a p_o jsou rovnovážné koncentrace elektronů a děr.

4. Určitá část elektronů zanikne jejich **rekombinací s děrami**. S ohledem na situaci v předcházejícím případě můžeme úbytek náboje elektronů vyjádřit vztahem

$$Q_4 = -(-e)\int_\tau rnp\, d\tau = e\int_\tau rnp\, d\tau. \qquad (41.95)$$

Algebraický součet všech příspěvků, tj. Q = $Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$ se rovná celkovému přírůstku elektrického náboje elektronů v uvažovaném objemu, tj. výrazu $\delta/\delta t[\int n\,(-e)\,d\,\tau]$, takže platí rovnice

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_\tau en\, d\tau = \oint_S \boldsymbol{i}_n d\boldsymbol{S} + e\int_\tau g_n d\tau - e\int_\tau r(np - n_o p_o)\, d\tau. \qquad (41.96)$$

V praxi se nejčastěji jedná jen o malé odchylky od rovnováhy,, přičemž se zachovává elektrická

$$np - n_o p_o = (n_o + \Delta p)(p_o + \Delta p) - n_o p_o = (n_o + p_o)\Delta n + \Delta n^2 \doteq (n_o + p_o)\Delta n. \qquad (41.97)$$

neutralita, proto jakmile použijeme vyjádření $n = n_o + \Delta n$ a $p = p_o + \Delta n$, můžeme výraz v posledním integrálu upravit na tvar

Jestliže použijeme Gaussovu-Ostrogradského větu na druhý integrál a zavedeme označení pro dobu života elektronů $\tau_n = [(n_o + p_o)r]^{-1}$, dostaneme z rovnice (41.96) jednodušší rovnici

$$\boxed{\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{e} div\ i_n + g_n - \frac{n - n_o}{\tau_n}. \qquad (41.98)}$$

Podobnou rovnici bychom odvodili i pro díry.

Jestliže se jedná o ustálený stav ($\delta n/\delta t$=0) bez vnější generace elektronů (g_n=0), vylývá z této rovnice bezprostředně i rovnice (41.88a) a rovnice (41.88b), které využijeme v kapitole o principech moderních elektronických prvků. Uvedeme jen, že doby života elektronů a děr v polovodičích jsou dosti velké, řádově (10^{-6}-10^{0}) s, což do určité míry omezuje použití polovodičů při vyšších frekvencích.

41.7 Hallův jev a magnetorezistence

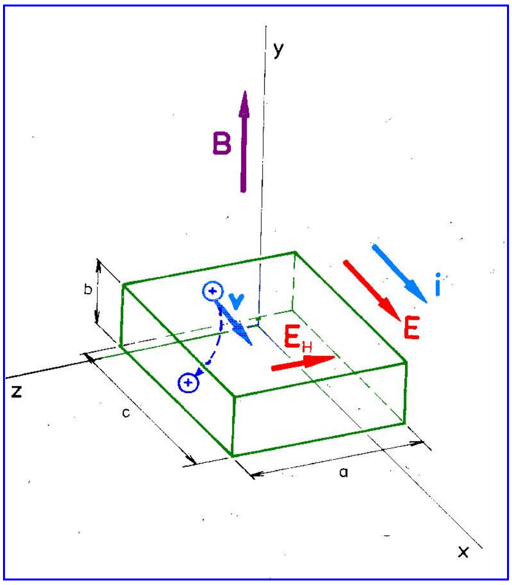
Jestliže působí na vodič, resp. polovodič kromě elektrického pole i magnetické pole, vznikají při protékání elektrického proudu dva důležité jevy: Hallův jev (věta 41.20 a změna odporu v magnetickém poli, neboli tzv. magnetorezistance (věta 41.23). Oba jevy jsou významné zejména v měřící technice, protože umožňují získat informace o základních materiálových konstantách látek (věty 41.21 a 41.22). Kromě toho se v poslední době významně uplatňují i v praxi.

41.20

Hallovo elektromotorické napětí ε_H ve vzorku tvaru hranolu v uspořádání znázorněném na obr. 41.19 je vyjádřeno vztahem

$$\varepsilon_H = R\frac{IB}{b}, \qquad (41.68)$$

kde I je elektrický proud, B je indukce magnetického pole a R je tzv. Hallova konstanta.



Obr. 41.19 Ke vzniku Hallova jevu v pevné látce

41.21

Hallova konstanta R ve vodiči s elektronovým, resp. děrovým typem vodivosti je vyjádřena vztahem

$$R = \pm\frac{1}{en(p)}, \qquad (41.69)$$

kde $n\ (p)$ je koncentrace volných elektronů (děr) .

41.22

Pohyblivost nosičů náboje ve vodiči s jedním typem vodivosti (např. elektronovým) můžeme vyjádřit součinem Hallovy konstanty a měrné elektrické vodivosti

$$b = |R|\sigma . \qquad (41.70)$$

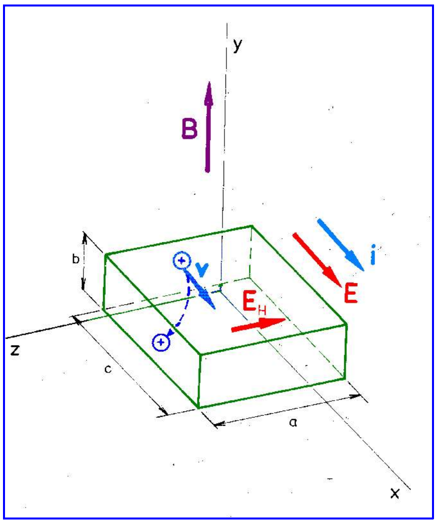
Diskuse a odvození Hallova jevu

Hallovým jevem, který byl objeven již v r. 1879 v kovech, nazýváme vznik elektromotorického napětí ve vodiči (polovodiči), jestliže jím protéká elektrický proud a jestliže se nachází ve vnějším magnetickém poli. Tento jev vzniká jako důsledek působení magnetického pole na nosiče náboje.

Představme si vzorek vodiče podle obr. 41.19. Osa x je orientovaná rovnoběžně se stranou c vzorku a se směrem proudu vzorkem. Osa y je orientována ve směru magnetického pole B_y a osa z je orientována ve směru strany a.

Uvažujme pro jednoduchost, že ve vodiči se vyskytují jen volné díry. Na díru pohybující se rychlostí $\boldsymbol{v}$ působí elektrické a magnetické pole Lorentzovou silou

$$\boldsymbol{F} = e[\boldsymbol{E} + (\boldsymbol{v} x \boldsymbol{B})] . \qquad (41.72)$$



Obr. 41.19

Její složka do osy z je vyjádřena vztahem

$$F_z = e v_x B_y$$

vychyluje pohybující se díry z původního směru k okraji vzorku. Kladný elektrický náboj se hromadí na stěně vzorku do té doby, než vznikající příčné elektrické pole (tzv. Hallovo pole), nevykompenzuje silový účinek magnetického pole. Intenzitu tohoto Hallova pole najdeme nejjednodušeji na základě poznatku, že v ustáleném stavu je Lorentzova síla vykompenzovaná opačnou silou

$$F_z^{/} = -e v_x B_y , \qquad (41.73)$$

kterou na díry působí Hallovo (elektrické) pole. Jeho intenzita je podle definice

$$E_z = E_H = \frac{F_z^{/}}{e} = -v_x B_y .$$

Složka hustoty proudu má hodnotu $i_x = e\,p\,v_x$, je proto $v_x = i_x / e\,p$ a proto rovněž po dosazení

$$E_z = E_H = -\frac{i_x B_y}{ep} = -R\,i_x B_y , \qquad (41.74)$$

kde R=1/ep. Tento vztah platí pro díry, stejný vztah s kladným znaménkem bychom dostali pro elektrony.

Konstanta R se nazývá Hallova konstanta a můžeme je skutečně vyjádřit vztahem (41.69), který jsme měli odvodit. Z Hallovy konstanty lehce stanovíme koncentraci volných nosičů náboje a z jejího znaménka i jejich typ (elektrony nebo díry). Vynásobením Hallovy konstanty měrnou elektrickou vodivostí lehce získáme i vztah (41.70), který slouží k nejjednoduššímu způsobu určení pohyblivosti nosičů náboje. Samotná Hallova konstanta R se nejčastěji stanovuje z Hallova elektromotorického napětí měřeného v příčném směru vzorku, které je určeno integrálem tj vztahem (41.68).

Analogické vztahy dostaneme i pro vodiče obsahující jen záporné nosiče náboje. Znaménko Hallova napětí slouží jako bezprostřední informace o druhu nosičů náboje přítomných v látce. Kladné znaménko nosičů náboje dostaneme tehdy, jestliže směr elektrického proudu přes vzorek, směr Hallova napětí a směr vektoru magnetické indukce tvoří pravotočivý systém.

Jestliže se však v látce vyskytují současně kladné i záporné volné nosiče náboje, koncentrací p a n, je situace složitější a měřením Hallovy konstanty a elektrické vodivosti nemůžeme získat hodnoty čtyř parametrů: koncentrací a pohyblivostí obou nosičů náboje. Složitějším ale podobným postupem můžeme pro Hallovu konstantu odvodit v takovém případě vztah

$$R = \frac{b_p^2 p - b_n^2 n}{e(b_n n + b_p p)^2} . \qquad (41.76)$$

Z tohoto vztahu vyplývá, že příspěvky od kladných a záporných nosičů náboje se vzájemně částečně a při splnění rovnosti $b_n^2 n = b_p^2 p$ úplně kompenzují.

41.23

Relativní změny měrné elektrické vodivosti v magnetickém poli je úměrná druhé mocnině součinu pohyblivosti a magnetické indukce

$$\boxed{\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = K(bB)^2, \qquad (41.71)}$$

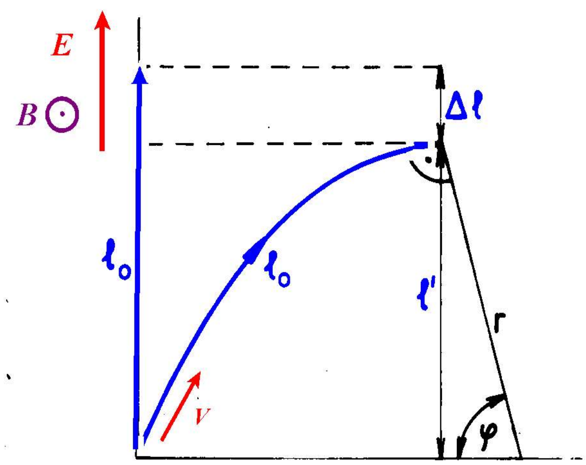
kde K je konstanta.

Diskuse a odvození jevu magnetorezistence

Ve vnějším magnetickém poli dochází ke změně elektrické vodivosti vodiče. Tento jev se nazývá magnetorezistence. Její příčinu ilustruje obr. 41.20. Dráha nosičů náboje je v důsledku působení Lorentzovy síly zakřivená (její délka zůstane stejná ℓ_o) , takže z celkové střední volné dráhy ℓ_o se ve směru toku uplatní jen určitá efektivní část ℓ'. Na základě obr. 41.20 můžeme psát pro efektivní zkrácení dráhy

$$\Delta\ell = -\ell' + \ell_o; \qquad (41.77)$$

$$\ell' = r \sin\varphi \doteq \sin\left(\frac{\ell_o}{r}\right). \qquad (41.78)$$



Obr. 41.20 K magnetorezistanci v pevné látce

Poloměr zakřivení r můžeme vyjádřit z II.Newtonova zákona ve tvaru $e\ v\ B = m^{*}\ v^{2} / r$. Jestliže kromě toho použijeme vztah pro pohyblivost b = e τ /m^{*} a uvážíme, že střední volná dráha nosičů je určena součinem střední kvadratické rychlosti a relaxační konstanty $\ell_o = v\ \tau$, lehce odvodíme vztah

$$\varphi = \frac{\ell_o}{r} = \frac{v\tau}{r} = \frac{erb\tau}{m^{*} r} = bB. \tag{41.79}$$

Relativní změna elektrické vodivosti se rovná relativní změně pohyblivosti, protože koncentrace nosičů náboje se nemění. Podle vztahu (41.51) je pohyblivost $b = e\ \ell\ /\ v\ m^{*}$ (a tím i vodivost σ) však přímo úměrná střední volné dráze, proto můžeme napsat rovnici

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma_o} = \frac{\Delta b}{b_o} = \frac{\Delta\ell}{\ell_o}.$$

Jestliže ještě dále uvážíme, že úhel $\varphi = \ell_o/r = bB$ je velmi malý a že proto můžeme požít Taylorův rozvoj pro funkci sin φ a zanedbat vyšší členy kromě prvých dvou sin $\varphi = \varphi - \varphi^{3}/\sigma$ dostaneme z poslední rovnice za pomocí vztahů (41.77) a (41.79) výsledek

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma_o} = -\frac{1}{6}\left(\frac{\ell_o}{r}\right)^2 = -\frac{1}{6}(bB)^2,$$

čímž jsme dokázali vztah (41.71). Při přesnějším výpočtu má sice konstanta K, která v tomto jednoduchém případě má hodnotu 1/6, složitější vyjádření, ale přímá úměrnost faktoru $(bB)^2$ zůstává.

Pro praktické využití Hallova jevu a magnetorezistance se proto hodí látky s velkou pohyblivostí. Vztahy (41.68) a (41.71) můžeme využít i na měření magnetické indukce. Příslušné prvky se nazývají Hallovy a megnetoodporové sondy.