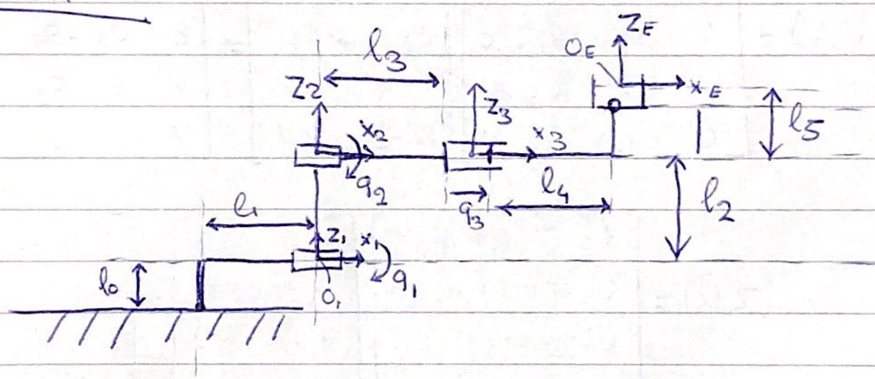
Ρομποτική Ι

$1^{η}$ Σειρά Αναλυτικών Ασκήσεων.

Ονοματεπώνυμο: Σιγναίος Σάββας
ΑΜ: 031 16080

Άσκηση 1.1



Για τον Προσδιορισμό του ευθέος γεωμετρικού μοντέλου του παραπάνω 2R-1P ρομποτικού μηχανισμού, εφαρμόζουμε την μέθοδο των διαδοχικών μετασχηματισμών συντεταγμένων

Το ομογενές μητρώο μετασχηματισμού από το αρχικό στο τελικό πλαίσιο υπολογίζεται ως εξής :

$$A_E^0 = A_1^0 A_2^1 A_3^2 A_E^3$$

Υπολογίζουμε τα επιμέρους μητρώα:

$$A_1^0 = Tran(z, l_0) \cdot Tran(x, l_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2^1 = Rot(x,q_1)\cdot Tran(z,l_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_1 & -s_1 & 0 \\ 0 & s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_1 & -s_1 & -l_2 s_1 \\ 0 & s_1 & c_1 & l_2 c_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3^2 = Rot(x,q_2)\, Tran(x,l_3) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & -s_2 & 0 \\ 0 & s_2 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_3 \\ 0 & c_2 & -s_2 & 0 \\ 0 & s_2 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_E^3 = Tran(x,q_3+l_4)\cdot Tran(z,l_5) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_3+l_4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_3+l_4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Το τελικό μητρώο μετασχηματισμού είναι:

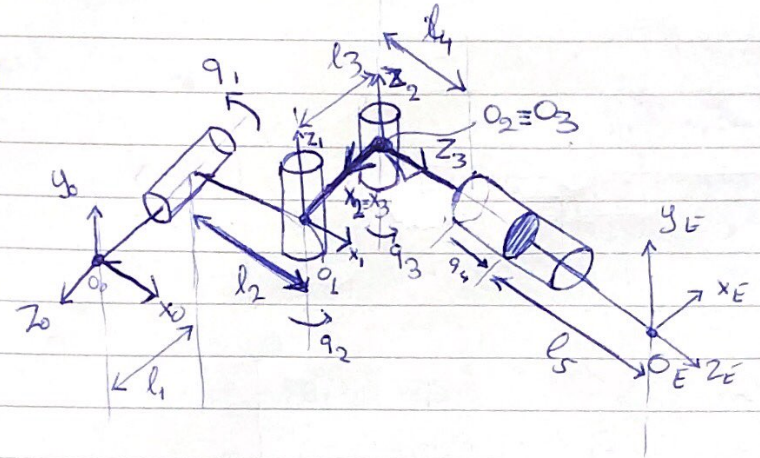
$$A_E^0 = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{A_1^0} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_1 & -s_1 & -l_2 s_1 \\ 0 & s_1 & c_1 & l_2 c_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{A_2^1} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_3 \\ 0 & c_2 & -s_2 & 0 \\ 0 & s_2 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{A_3^2} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_3+l_4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{A_E^3} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & c_1 & -s_1 & -l_2 s_1 \\ 0 & s_1 & c_1 & l_0 + l_2 c_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_3+l_4+l_3 \\ 0 & c_2 & -s_2 & -s_2 l_5 \\ 0 & s_2 & c_2 & c_2 l_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_3 + l_1 + l_3 + l_4 \\ 0 & c_1c_2 - s_1s_2 & -c_1s_2 - s_1c_2 & -c_1s_2l_5 - s_1c_2l_5 - l_2s_1 \\ 0 & s_1c_2 + c_1s_2 & -s_1s_2 + c_1c_2 & -s_1s_2l_5 + c_1c_2l_5 + l_0 + l_2c_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_3+l_1+l_3+l_4 \\ 0 & c_{12} & -s_{12} & -s_1l_2 - s_{12}l_5 \\ 0 & s_{12} & c_{12} & l_0 + l_2c_1 + l_5c_{12} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ασκηση 1.2

a)



Ακολουθώντας τα βήματα της μεθόδου DH, ο πίνακας των Παραμέτρων $d_i, \vartheta_i, \alpha_i, a_i$ είναι ο εξής

i	d_i	ϑ_i	α_i	a_i
1	$-l_1$	q_1	l_2	$-\pi/2$
2	0	$q_2-\pi/2$	l_3	0
3	0	q_3	0	$-\pi/2$
E	$q_4+l_4+l_5$	$+\pi$	0	0

β) Με βάση των Παραπάνω πίνακα συνθέτουμε τα μητρώα A_1^0, A_2^1 το γινόμενο των οποίων ισούται με το μητρώο μετασχηματισμού συντεταγμένων από την βάση στο σύστημα συντεταγμένων του 2ου συνδέσμου

Παρακάτω χρησιμοποιούνται τα εξής:

- $\cos(x-\pi/2) = \sin x$ και
- $\sin(x-\pi/2) = -\cos x$

$$A_1^0 = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & -s_1 & l_2 c_1 \\ s_1 & 0 & c_1 & l_2 s_1 \\ 0 & -1 & 0 & -l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2^1 = \begin{bmatrix} s_2 & c_2 & 0 & l_3 s_2 \\ -c_2 & s_2 & 0 & -l_3 c_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Τελικά,

$$A_2^0 = A_1^0 A_2^1 = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & -s_1 & l_2c_1 \\ s_1 & 0 & c_1 & l_2s_1 \\ 0 & -1 & 0 & -l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_2 & c_2 & 0 & l_3s_2 \\ -c_2 & s_2 & 0 & -l_3c_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_2^0 = \begin{bmatrix} c_1s_2 & c_1c_2 & -s_1 & l_2c_1 + l_3c_1s_2 \\ s_1s_2 & s_1c_2 & c_1 & l_2s_1 + l_3s_1s_2 \\ c_2 & -s_2 & 0 & -l_1 + l_3c_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$