

Ρομποτική II	Ονοματεπώνυμο	Αριθμός Μητρώου
Εξαμηνιαία 1 <sup>η</sup>	Αθανασία Μπαλακέρα	03116196
8 <sup>ο</sup> Εξάμηνο (2019-2020)	Σάββας Σιφναίος	03116080

## Εισαγωγή

Σκοπός της εργασίας μας είναι η υλοποίηση του ελέγχου ενός ρομποτικού βραχίονα 7 βαθμών ελευθερίας. Πιο συγκεκριμένα, θα ασχοληθούμε με τον κινηματικό έλεγχο του ρομποτικού χειριστή Cobot xArm 7 με πλεονάζοντες βαθμούς ελευθερίας. Ως κύρια υποεργασία ορίζουμε την ταλάντωση του βραχίονα πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα P<sub>A</sub> και P<sub>B</sub>, το οποίο είναι συμμετρικό ως προς τον x-άξονα, βρίσκεται στην ευθεία {x=0,6043 | z=0,1508} και έχει μήκος 40cm. Ως δευτερεύουσα υποεργασία, ο βραχίονας καλείται να αποφεύγει την συστοιχία των δύο κυλινδρικών εμποδίων, των οποίων η θέση θεωρείται συνεχώς γνωστή. Τα κέντρα των εμποδίων, αυτών, έχουν απόσταση 40cm, ενώ η κίνησή τους διαδραματίζεται στο επίπεδο x=0,3.

## Θεωρητική Ανάλυση

Το πρώτο βήμα της θεωρητικής μας ανάλυσης είναι ο υπολογισμός της μήτρας ομογενούς μετασχηματισμού  $A_7^0$ , μέσω της οποίας μπορούμε να υπολογίζουμε την θέση του end effector συναρτήσει των γωνιακών μετατοπίσεων των αρθρώσεων. Ο υπολογισμός της προαναφερθείσας μήτρας γίνεται αναδρομικά, μέσω κατάλληλου πολλαπλασιασμού των επιμέρους πινάκων ομογενών μετασχηματισμών, που δίνονται στην εκφώνηση. Στην συνέχεια, έχοντας πλέον υπολογίσει την μήτρα  $A_7^0$ , μπορούμε υπολογίζοντας όλες τις μερικές παραγώγους των  $p_x, p_y, p_z$  ως προς  $q_1, q_2, \dots, q_7$  να βρούμε την Ιακωβιανή μήτρα  $J_1$ .

Επόμενο βήμα είναι η διάσπαση της συνολικής εργασίας σε δύο επιμέρους υποεργασίες. Με αυτόν τον τρόπο θα λάβουμε υπόψη μας τα εμπόδια που βρίσκονται στο workspace του βραχίονα, έτσι ώστε να αποφευχθεί ο κίνδυνος της πρόσκρουσης κάποιου joint σε αυτά. Η πρώτη υποεργασία είναι εκείνη που οδηγεί τον end-effector στην επιθυμητή τροχιά, ενώ η δεύτερη εξασφαλίζει την αποφυγή των εμποδίων.

Σύμφωνα, λοιπόν, με την θεωρία έστω  $p_1=f_1(q)$  η συνάρτηση που περιγράφει το γεωμετρικό μοντέλο για την πρώτη υποεργασία και  $\dot{p}_1=J_1(q)\cdot\dot{q}$ . Εάν  $p_{1d}$  και  $\dot{p}_{1d}$  η θέση και η ταχύτητα που περιγράφει την πρώτη ρομποτική υποεργασία, τότε η ζητούμενη εξίσωση κινηματικού ελέγχου δίνεται από την σχέση:

$$\dot{q}_d = J_1^+ \dot{p}_{1d} + K_2(I_n - J_1^+ J_1) \dot{q}_r$$

Στην παραπάνω σχέση, οι δύο όροι που προκύπτουν αφορούν την μαθηματική περιγραφή της πρώτης και δεύτερης υποεργασίας αντίστοιχα.

Όπως έχουμε αναφέρει και προηγουμένως, μέσω της πρώτης υποεργασίας επιτυγχάνεται ο έλεγχος της ταλαντωτικής συμπεριφοράς του τελικού εργαλείου δράσης της οποίας η

περίοδος επιλέχθηκε να είναι ίση με  $T = 5 \text{ second}$ , ενώ το θετικό και αρνητικό όριο αυτής τέθηκε στην τιμή  $+20\text{cm}$  και  $-20\text{cm}$  αντίστοιχα. Για τον ακριβή καθορισμό της επιθυμητής τροχιάς του end effector του ρομποτικού μας βραχίονα, έγινε χρήση ενός πολυωνύμου παρεμβολής πέμπτου βαθμού. Η παραπάνω επιλογή του βαθμού του συγκεκριμένου πολυωνύμου έγινε προκειμένου να εξασφαλιστεί τόσο η συνέχεια της θέσης του τελικού εργαλείου δράσης, όσο και η συνέχεια της ταχύτητας και της επιτάχυνσης.

Στο σημείο αυτό, αξίζει να σημειωθεί πως το παραπάνω πολυώνυμο δεν υπολογίζει την συνολική τροχιά του τελικού στοιχείου δράσης, αλλά μόνο την κίνησή του στην διάρκεια μισής περιόδου, δηλαδή την κίνηση από το  $p_A$  στο  $p_B$ . Για τον λόγο αυτό, για την υλοποίηση ολόκληρης της ταλάντωσης χρησιμοποιούμε ένα δεύτερο πολυώνυμο πέμπτου βαθμού για τον υπολογισμό της τροχιάς κατά την κίνηση από το  $p_B$  προς το  $p_A$ .

Έχοντας, λοιπόν, υπολογίσει το πολυώνυμο εκείνο που περιγράφει γεωμετρικό μοντέλο της πρώτης υποεργασίας, μπορούμε παραγωγίζοντάς το να βρούμε, θεωρητικά, το ζητούμενο διάνυσμα  $\dot{p}_{1d}$  και τελικά να υπολογίσουμε τον όρο εκείνο που ελέγχει την ταλάντωση. Ωστόσο, εκτελώντας τα παραπάνω βήματα κατά την υλοποίηση του αλγορίθμου μας, παρατηρήθηκε πως το τελικό εργαλείο δράσης ενώ παρακολουθούσε με επιτυχία την προβλεπόμενη από το πολυώνυμο τροχιά στον  $y$  άξονα, αδυνατούσε να διατηρήσει την θέση του στους άξονες  $x$  και  $z$ . Επομένως, προκειμένου να εξαλειφθεί, ή ακριβέστερα να τεθεί εντός του επιτρεπτού ορίου του  $0.5 \text{ mm}$ , το σφάλμα θέσης του end effector στους άξονες  $x$  και  $z$  εισάγουμε στην υλοποίησή μας έναν  $p$ -ελεγκτή. Ο ελεγκτής αυτός κάθε φορά που οι συνιστώσες  $x$  και  $z$  του της θέσης του τελικού στοιχείου δράσης αποκλίνουν από τις αντίστοιχες επιθυμητές θέσεις περισσότερο από ένα δέκατο του χιλιοστού, εξασφαλίζει την ανάπτυξη κατάλληλης ταχύτητας που επαναφέρει το end effector εντός των προκαθορισμένων ορίων.

Συνεπώς, με βάση τις παρατηρήσεις αυτές, η παραπάνω εξίσωση κινηματικού ελέγχου τροποποιείται ώστε να λαμβάνει υπόψη της και τον  $p$  ελεγκτή:

$$\dot{q} = \underbrace{J_1^+(q) \cdot (\dot{p}_{1d} + K_1 \cdot (p_{1d} - f_1(q)))}_{\dot{q}^{(1)}} + \underbrace{K_2 \cdot [\mathbb{I} - J_1^+(q) \cdot J_1(q)] \cdot \dot{q}_r^{(2)}}_{\dot{q}^{(2)}}$$

όπου:

- $\dot{q}^{(1)}$  και  $\dot{q}^{(2)}$  οι γενικευμένες ταχύτητες των αρθρώσεων που αντιστοιχούν στις δύο υποεργασίες αντίστοιχα
- $K_1$  κέρδος ενίσχυσης του  $p$  ελεγκτή, το οποίο εκφράζει το πόσο γρήγορα επανέρχεται στην επιθυμητή τροχιά ο βραχίονας (επιλέχθηκε πειραματικά να έχει την τιμή 0.5)
- $K_2$  κέρδος ενίσχυσης, το οποίο πρακτικά εκφράζει το πόσο «έντονη» θέλουμε να είναι η συνεισφορά της δεύτερης υποεργασίας στην κίνηση (επιλέχθηκε πειραματικά να έχει την τιμή 5)
- $\dot{q}_r^{(2)}$  η ταχύτητα αναφοράς για την επίτευξη της δεύτερης υποεργασίας
- $J_1^+$  η ψευδοαντίστροφη μήτρα της πρώτης υποεργασίας

Αναφορικά με την δεύτερη υποεργασία, επιλέγουμε να την περιγράψουμε μέσω μίας συνάρτησης κριτηρίου την οποία θα προσπαθήσουμε τελικά και να βελτιστοποιήσουμε. Ως κριτήριο, λοιπόν, της δεύτερης υποεργασίας επιλέγουμε την ευκλείδεια απόσταση μεταξύ κάποιου σημείου του ρομποτικού βραχίονα και της περιφέρειας του κυλινδρικού αυτού εμποδίου που απέχει την ελάχιστη απόσταση από το σημείο αυτό στο βραχίονα. Παρακάτω παρατίθεται και η μαθηματική περιγραφή του κριτηρίου αυτού :

$$c(q) = \min_{p,o} \|p(q) - o\|$$

όπου:

- $p(q)$  το σημείο πάνω στο ρομπότ
- $o$  το σημείο πάνω στο εμπόδιο

Όπως φαίνεται από την περιγραφή του παραπάνω κριτηρίου, το σημείο  $p$  δεν είναι σταθερό στο χρόνο, αλλά μεταβάλλεται σύμφωνα με την θέση των εμποδίων και τις γωνίες που σχηματίζουν οι αρθρώσεις του βραχίονα. Για τον λόγο αυτό, εκτός των απαραίτητων για την κινηματική ανάλυση πλαισίων, τοποθετούμε κάποια επιπρόσθετα πλαίσια στα σημεία εκείνα τα οποία παρατηρήσαμε πειραματικά πως κινδυνεύει ο βραχίονας να συγκρουστεί με τα εμπόδια καθώς αυτά κινούνται. Τα πλαίσια αυτά μπορούν να προσδιοριστούν μέσω των παρακάτω μητρών ομογενών μετασχηματισμών :

$$A_{4A}^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -0.073 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_{4B}^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.1070 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_{4C}^0 = \begin{bmatrix} \cos(-\pi/4) & -\sin(-\pi/4) & 0 & \cos(-\pi/4) * \frac{0.131}{2} \\ \sin(-\pi/4) & \cos(-\pi/4) & 0 & \sin(-\pi/4) * \frac{0.131}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_{4D}^0 = \begin{bmatrix} \cos(-\pi/4) & -\sin(-\pi/4) & 0 & \cos(-\pi/4) * 0.131 \\ \sin(-\pi/4) & \cos(-\pi/4) & 0 & \sin(-\pi/4) * 0.131 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_{4E}^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -0.1070 - 0.0420 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_{4F}^0 = \begin{bmatrix} \cos(-\pi/4) & -\sin(-\pi/4) & 0 & \cos(-\pi/4) * 0.131 \\ \sin(-\pi/4) & \cos(-\pi/4) & 0 & \sin(-\pi/4) * 0.131 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{0.069}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Στην συνέχεια , έχοντας προσδιορίσει μέσω των επιπρόσθετων πλαισίων τα σημεία εκείνα τα οποία είναι πιθανό να συγκρουστούν με κάποιο από τα δύο εμπόδια , υπολογίζουμε σε κάθε χρονική στιγμή την ευκλείδεια απόσταση των πλαισίων αυτών από την περιφέρεια

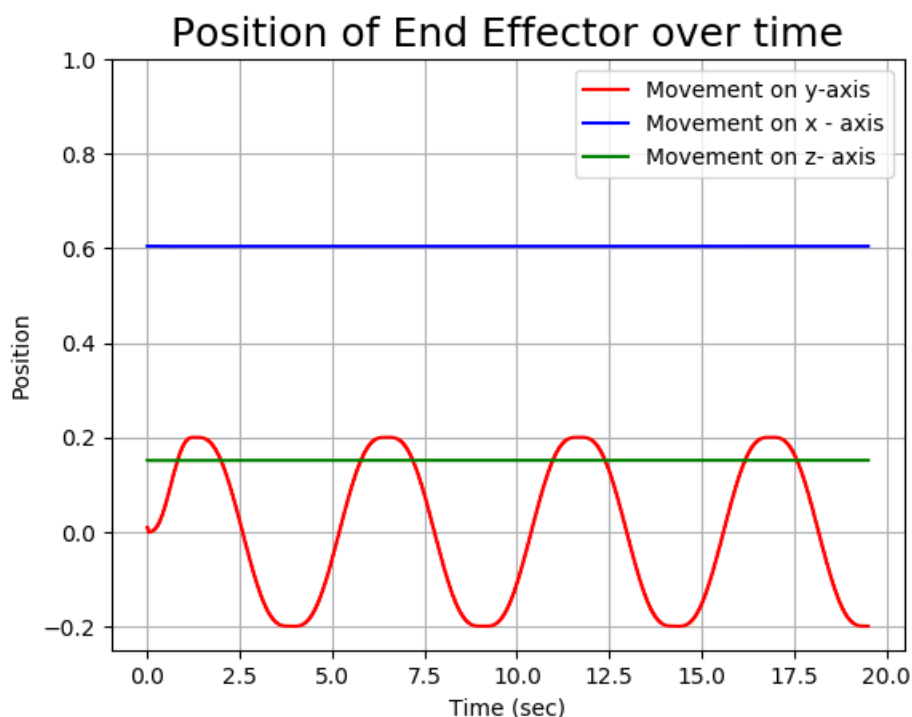
των δύο κινούμενων κυλινδρικών εμποδίων και επιλέγουμε το συνδυασμό εκείνο (σημείου βραχίονα- σημείου εμποδίου) με την ελάχιστη απόσταση. Τέλος, πραγματοποιούμε την μερική παραγωγή του παραπάνω κριτηρίου ως προς τις μεταβλητές  $q_1, q_2, \dots, q_7$  για το δεδομένου συνδυασμό σημείων, με το αποτέλεσμα της πράξης αυτής να είναι το διάνυσμα  $\dot{q}_r$  της δεύτερης υποεργασίας του ρομποτικού βραχίονα.

Στο σημείο αυτό, κρίνεται σκόπιμο να επισημανθεί πως ο υπολογισμός τόσο των μητρών ομογενών μετασχηματισμών και της Ιακωβιανής μήτρας, όσο και η μερική παραγωγή του παραπάνω κριτηρίου έγινε με κώδικα Python (ο οποίος υπάρχει μέσα στον φάκελο με τα υπόλοιπα παραδοτέα) στον οποίο χρησιμοποιήθηκε η βιβλιοθήκη sympy, η οποία παρέχει την δυνατότητα εκτέλεσης συμβολικών πράξεων τόσο στο πεδίο της γραμμικής άλγεβρας όσο και στο πεδίο του διαφορικού λογισμού.

### Προσομοίωση

Σε αυτό το κομμάτι θα παραθέσουμε ορισμένες παρατηρήσεις που διαπιστώσαμε κατά την εκτέλεση της προσομοίωσης, καθώς επίσης και θα σχολιάσουμε τα διαγράμματα που προέκυψαν. Τονίζεται στο σημείο αυτό πως όλα τα διαγράμματα περιγράφουν τα αναφερόμενα μεγέθη για 3 περιόδους της κίνησης του end effector του ρομποτικού βραχίονα. Επιπλέον, για τα διαγράμματα αυτά οι μετρήσεις έγιναν με κινούμενα εμπόδια.

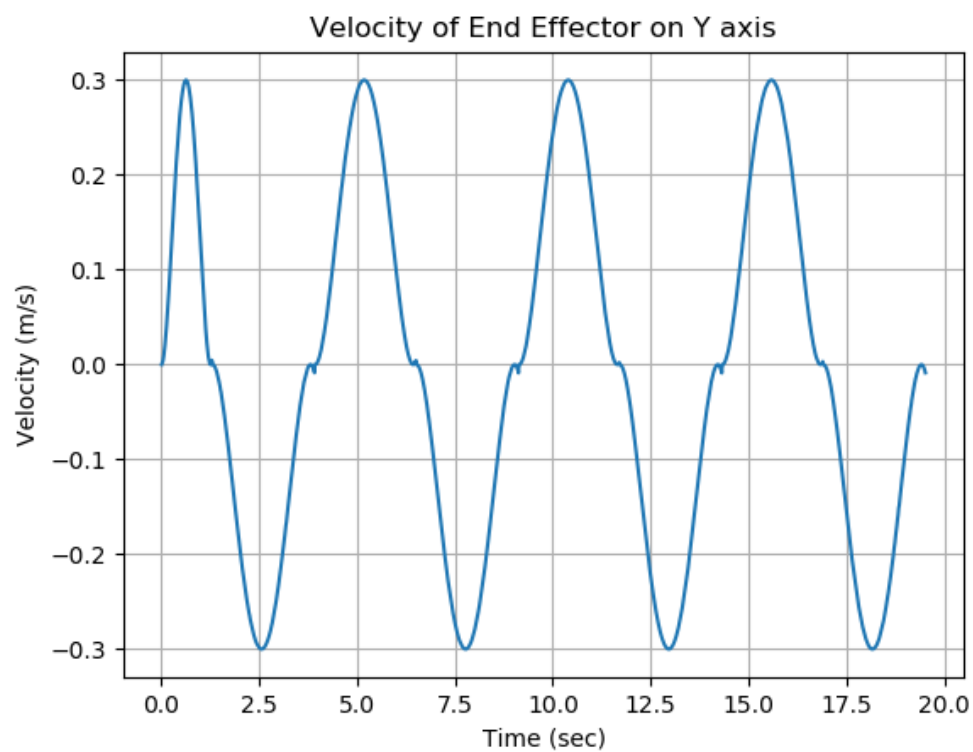
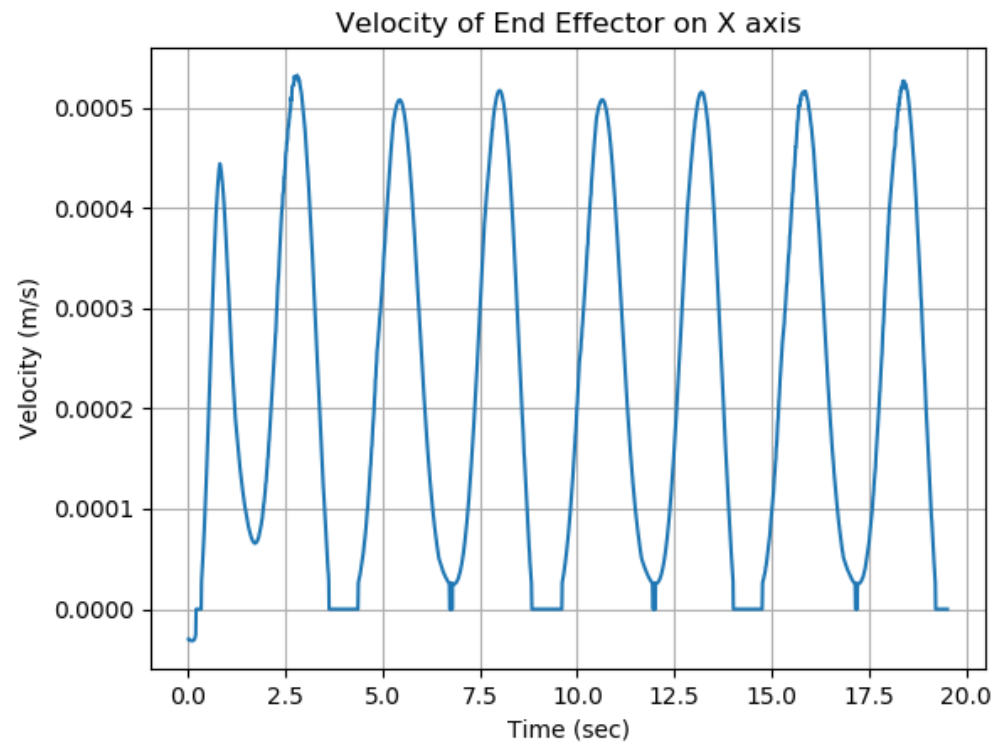
Καταρχάς, όσον αφορά την θέση του end effector στους τρεις άξονες έχουμε την ακόλουθη γραφική παράσταση:



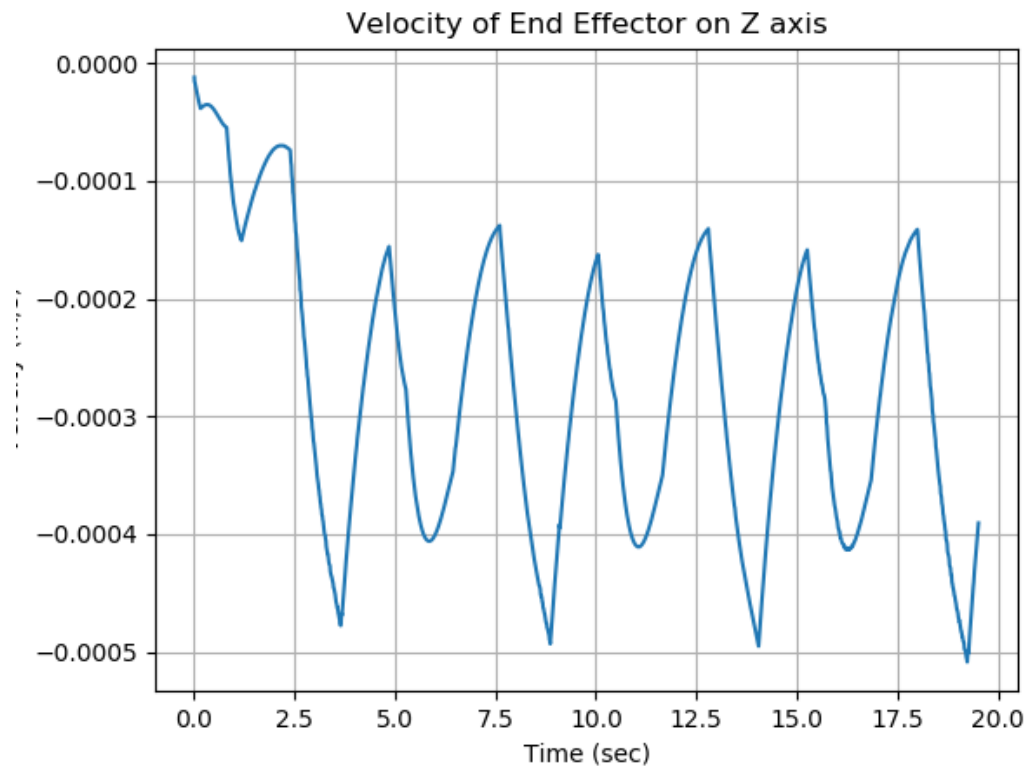
Όπως ήταν αναμενόμενο, παρατηρούμε ότι δεν έχουμε κίνηση ως προς τους άξονες x και z, αφού το ευθύγραμμο τμήμα της επιθυμητής τροχιάς είναι πάνω στην ευθεία  $\{x=0,6043 | z=0,1508\}$ . Από την άλλη, παρατηρούμε να εκτελεί ο end effector ταλάντωση ως

προς τον γ-άξονα, το οποίο είναι λογικό διότι πηγαίνει από το  $P_A(\gamma=0,2)$  στο  $P_B(\gamma=-0,2)$  και αντίστροφα με περίοδο 5sec.

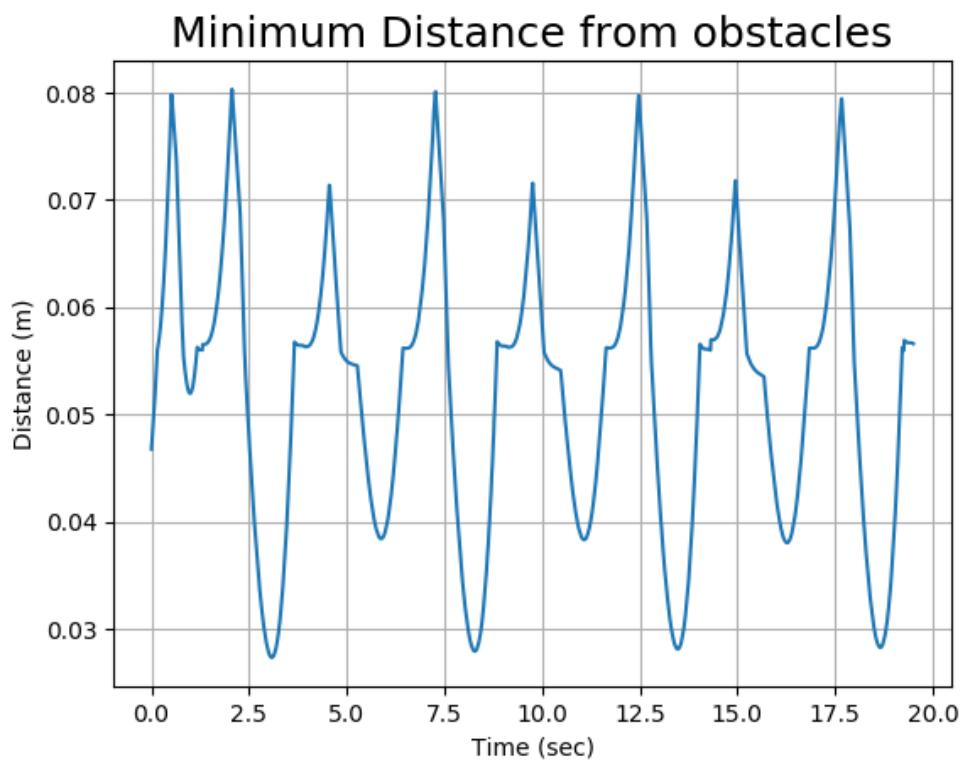
Επίσης, η ταχύτητα του end effector στους τρεις άξονες φαίνεται στα επόμενα διαγράμματα:



Μέσω της παραπάνω γραφικής παράστασης , μπορούμε εύκολα να επιβεβαιώσουμε πως πράγματι το τελικό στοιχείο δράσης ξεκινάει την ταλαντωτική του κίνηση έχοντας μηδενική ταχύτητα. Επιπλέον, από το διάγραμμα αυτό φαίνεται πως επιτυγχάνεται και συνέχεια ως προς την ταχύτητα του τελικού στοιχείου δράσης. Τα σημεία, που εμφανίζουν μικρά spikes είναι τα σημεία εκείνα στα οποία γίνεται η αλλαγή του πολυώνυμου περιγραφής τροχιάς.

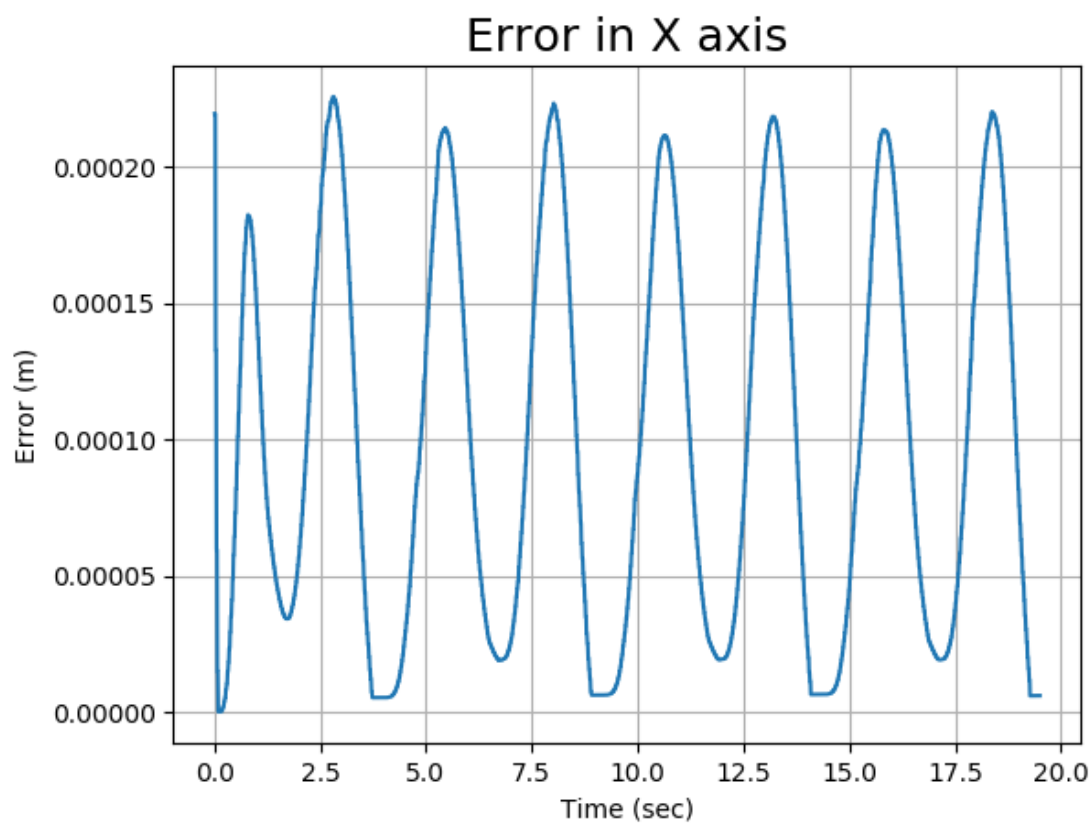


Στην συνέχεια, ακολουθεί η ελάχιστη απόσταση του βραχίονα από τα εμπόδια:

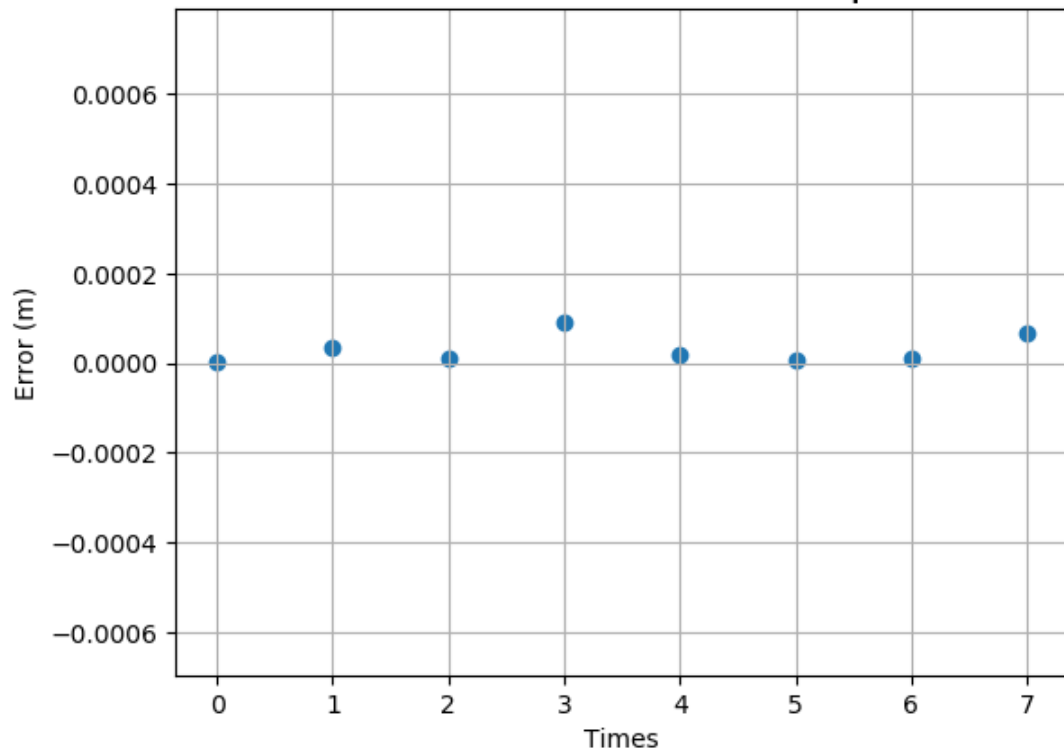


Εδώ, παρατηρούμε ότι η ελάχιστη απόσταση από τα εμπόδια δεν μηδενίζεται στο χρόνο, γεγονός που αποδεικνύει πως η διεργασία αποφυγής των εμποδίων έχει επιτευχθεί.

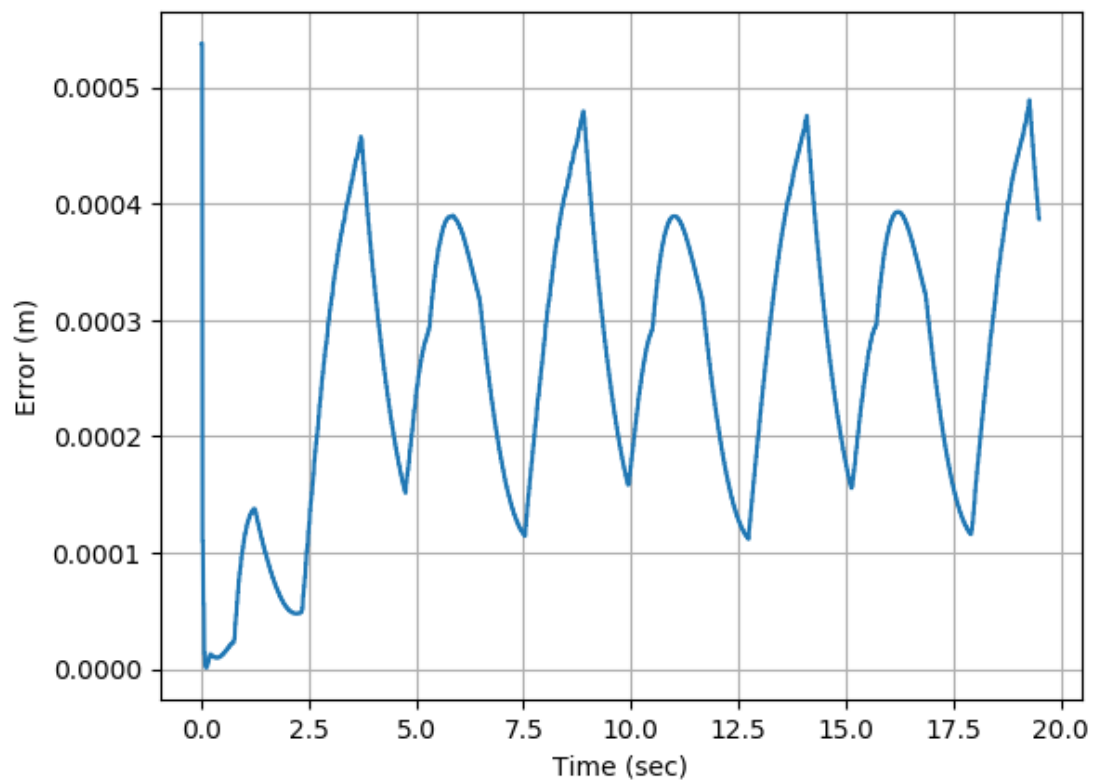
Έπειτα, παραθέτονται οι γραφικές των σφαλμάτων της θέσης του end effector για τους τρεις άξονες:



### Error in Y axis at maximum displacement



### Error in Z axis



Είναι εύκολο κανείς να παρατηρήσει ότι τα σφάλματα σε όλους τους άξονες είναι εντός των επιθυμητών ορίων, δηλαδή είναι μικρότερα του 0,0005. Όσον αφορά τον γ-άξονα, επειδή κατά την κίνηση ούτως ή άλλως θα περάσει από τις ενδιάμεσες τιμές ο end effector,



παραθέτουμε μόνο τα σφάλματα στις ακραίες θέσεις επισημαίνοντας πως ακόμα και εκεί είμαστε εντός των επιθυμητών ορίων.

Επίσης, όπως προαναφέρθηκε και στην θεωρητική ανάλυση, οι τιμές των κερδών ενίσχυσης επιλέγονται πειραματικά. Έτσι, σε αυτό το σημείο αξίζει να αναφέρουμε πως κάναμε ορισμένες δοκιμές με διαφορετικούς συνδυασμούς τιμών και παρατηρήσαμε τα εξής:

- Όταν μηδενίζεται το  $K_1$ , τότε ο end effector ναι μεν αποφεύγει τα εμπόδια, αλλά δεν παραμένει στην επιθυμητή τροχιά που του έχουμε ορίσει, αποκλίνουν δηλαδή οι  $x$  και  $z$  συνιστώσες της θέσης του από τις προκαθορισμένες θέσεις.
- Όταν μηδενίζεται το  $K_2$ , τότε ενώ ο end effector παραμένει πάνω στην τροχιά του, δεν αποφεύγει τα εμπόδια και προκύπτουν συγκρούσεις, καθώς ο δεύτερος όρος της κινηματικής εξίσωσης είναι μηδέν και συνεπώς δεν εκτελείται η δεύτερη υποεργασία.
- Όταν τα κέρδη παίρνουν αρκετά μεγάλες τιμές, τότε ο βραχίονας κατά την κίνησή του τρίζει, γεγονός που δεν το θέλουμε στην διεργασία μας. Το τρίζιμο αυτό, οφείλεται στην ταυτόχρονη απαίτηση για υπερβολικά μεγάλη ακρίβεια και στις δύο υποεργασίες.
- Τέλος, όταν η παράμετρος  $d_{safe}$  λαμβάνει τιμές της τάξης του εκατοστού, τότε παρατηρείται και πάλι αστάθεια του βραχίονα, η οποία αυτή την φορά οφείλεται στην ύπαρξη πολλαπλών κριτηρίων για την εκτέλεση της δεύτερης υποεργασίας τα οποία ο αλγόριθμός μας επιχειρεί να βελτιστοποιήσει.

Τέλος, προκειμένου να ολοκληρωθεί το κομμάτι της προσομοίωσης ακολουθούν κάποια στιγμιότυπα της κίνησης του ρομποτικού βραχίονα, καθώς και της αποφυγής των εμποδίων:

