

Formulario di Fisica Medica

Facoltà di Medicina

Università degli studi di Milano

Davide Savoldelli

March 14, 2020

Contents

1	Meccanica	2
1.1	Cinematica	2
1.1.1	Moto rettilineo uniforme	2
1.1.2	Moto rettilineo uniformemente accelerato	2
1.1.3	Moto armonico	3
1.1.4	Moto circolare	3
1.1.5	Moto del proiettile	4
1.2	Dinamica	4
1.2.1	Leggi di Newton	4
1.2.2	Forze	4
1.2.3	Energia	6
1.2.4	Impulso e quantità di moto	7
2	Termodinamica	8
2.1	Temperatura	8
2.2	Gas	8
2.3	Calore	9
2.3.1	Capacità termica e calore specifico	9
2.4	Primo Principio della Termodinamica	10
2.5	Trasformazioni	10
2.5.1	Isocora	10

2.5.2	Isobara	10
2.5.3	Isoterma	10
2.5.4	Adiabatica	11
2.6	Macchina di Carnot	11
2.6.1	Rendimento della macchina di Carnot	12
2.7	Entropia e Secondo Principio	13
3	Fluidi	13
3.1	Fluidostatica	13
3.2	Fluidodinamica	13
3.2.1	Fluidi Ideali	13
3.2.2	Fluidi Reali	13
3.3	Tensione superficiale	14
4	Elettromagnetismo	14
5	Onde	14
5.1	Mood	14

1 Meccanica

1.1 Cinematica

1.1.1 Moto rettilineo uniforme

Velocità media:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Velocità istantanea:

$$\vec{v}_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Legge oraria:

$$\vec{x}(x) = x_0 + vt$$

1.1.2 Moto rettilineo uniformemente accelerato

Accelerazione media:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Accelerazione istantanea:

$$\vec{a}_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

Legge oraria:

$$\vec{x}(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Velocità:

$$\begin{aligned}\vec{v}(t) &= v_0 + at \\ v^2(x) &= v_0^2 + 2ax\end{aligned}$$

1.1.3 Moto armonico

Accelerazione legata alla posizione del punto:

$$\vec{a}(t) = \frac{d^2}{dt^2} x(t) = -\omega^2 x(t)$$

è un'equazione differenziale che si può risolvere con una funzione del tipo:

Posizione:

$$\vec{x}(t) = x_0 \cos(\omega t + \phi)$$

Velocità:

$$\vec{v}(t) = -\omega x_0 \sin(\omega t + \phi)$$

Accelerazione:

$$\vec{a}(t) = -\omega^2 x_0 \cos(\omega t + \phi)$$

Periodo:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Frequenza:

$$\nu = T^{-1} = \frac{\omega}{2\pi}$$

1.1.4 Moto circolare

Vettore raggio:

$$\vec{r}(t) = Rx(t)\hat{i} + Ry(t)\hat{j} = R\cos(\theta(t))\hat{i} + R\sin(\theta(t))\hat{j}$$

Posizione:

$$\vec{x}(t) = \theta(t)R$$

Velocità (tangenziale):

$$\vec{v}(t) = \omega(t)R$$

Accelerazione tangenziale:

$$\vec{a}_t(t) = \alpha(t)R$$

Accelerazione centripeta:

$$\vec{a}_c(t) = \frac{v^2(t)}{R} = \omega^2(t)R$$

Accelerazione:

$$\vec{a}(t) = a_t(t)\hat{r} + a_c(t)\hat{n}$$

1.1.5 Moto del proiettile

Equazioni del moto:

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + vt \\ y(t) = y_0 + v_{ot} - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

1.2 Dinamica

1.2.1 Leggi di Newton

- Principio d'inerzia: Un corpo non soggetto a forze permane nel suo stato di quiete o moto rettilineo uniforme. Condizione di equilibrio:

$$\vec{R}_{tot} = 0$$

- Seconda legge di Newton:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

- Principio azione-reazione:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

1.2.2 Forze

Forza Peso

$$\vec{F}_p = -m\vec{g}$$

Forza Normale Rappresenta la forza che un vincolo oppone a un corpo (secondo la terza legge della dinamica) Essa è perpendicolare alla superficie del vincolo.

Tensione Rappresenta la forza che una corda tesa subisce e, se non ci sono deformazioni, *trasmette costante per tutta la sua lunghezza*

Forza di attrito

- Attrito statico e dinamico:

$$\vec{F}_{att} = -\mu_{s/d}|\vec{N}|$$

- Attrito aerodinamico:

$$|\vec{D}| = \frac{1}{2}C\rho A v^2$$

Forza centripeta

$$\vec{F}_c = m \frac{v^2}{R}$$

Gravitazione

- Forza Gravitazionale:

$$\vec{F}_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

- Velocità di fuga

$$\vec{v} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Forza elastica (di Hooke)

$$\vec{F}_h = -k\Delta\vec{x}$$

1.2.3 Energia

Lavoro

$$L = \int_l \vec{F} \cdot d\vec{x}$$

Lavoro con F costante

$$L = \int_l \vec{F} \cdot d\vec{x} = \vec{F} \int_l d\vec{x} = \vec{F}(x_2 - x_1)$$

Esempio con F non costante (lavoro della forza elastica)

$$L = \int_l -kx \cdot d\vec{x} = -\frac{1}{2}k\Delta x^2$$

Energia potenziale

$$U = m\vec{g}h$$

Energia cinetica

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Teorema dell'energia cinetica

$$L_{TOT} = \Delta K$$

Conservazione dell'energia meccanica

$$\Delta E_m = \Delta U + \Delta K = 0 \text{ (campi di forze conservative)}$$

$$\Delta E_m = \Delta U + \Delta K = L_{Fnc} \text{ (campi di forze non conservative)}$$

Potenza media

$$P_m = \frac{L}{\Delta t}$$

Potenza istantanea

$$P_i = \frac{dL}{dt} = \vec{F}d\vec{v}$$

1.2.4 Impulso e quantità di moto

Quantità di moto

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Teorema dell'impulso

$$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{m d\vec{v}}{dt}$$
$$\vec{F} dt = m d\vec{v} = d\vec{p} = \vec{I}$$

Lavoro con F costante

$$L = \int_l \vec{F} \cdot d\vec{x} = \vec{F} \int_l d\vec{x} = \vec{F}(x_2 - x_1)$$

Esempio con F non costante (lavoro della forza elastica)

$$L = \int_l -kx \cdot d\vec{x} = -\frac{1}{2}k\Delta x^2$$

Energia potenziale

$$U = m\vec{g}h$$

2 Termodinamica

2.1 Temperatura

Dilatazione termica

$$V = V_0 + (1 + \alpha T)$$

2.2 Gas

Equazione di stato dei gas perfetti Termini macroscopici

$$pV = nRT$$

Teoria cinetica dei gas Termini microscopici

$$pV = \frac{2}{3}nN_a\bar{K}$$

da cui

$$\bar{K} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_a} T$$

Miscela di gas Legge di Dalton

$$P_{tot} = \sum_i^{n_{gas}} P_i \quad \text{con } P_i \text{ pressione parziale del gas } i\text{-esimo nella miscela}$$

Legge di Henry

$$c_i = \alpha \cdot p_i \quad \text{con } \alpha \text{ coefficiente di solubilità}$$

2.3 Calore

Flusso di calore

$$\Phi = \frac{Q}{A\Delta t}$$

Conduzione

$$\Phi = K_{cond} \frac{(T_a - T_b)}{L}$$

Convezione

$$\Phi = K_{conv}(T_b - T_a)$$

Irraggiamento Potenza totale emessa (in Watt)

$$H = e\sigma AT^4$$

Flusso emesso

$$\Phi = \frac{H}{A} = e\sigma T^4$$

2.3.1 Capacità termica e calore specifico

Capacità termica

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

Calore specifico

$$c = \frac{C}{m} = \frac{\Delta Q}{m\Delta T}$$

Calore specifico molare

$$c = \frac{C}{n} = \frac{\Delta Q}{n\Delta T}$$

Gas Perfetti Legge di Mayer:

$$c_v = c_p - R$$

Gas monoatomici:

$$c_v = \frac{3}{2}R$$

$$c_p = \frac{5}{2}R$$

Gas biatomici:

$$c_v = \frac{5}{2}R$$
$$c_p = \frac{7}{2}R$$

2.4 Primo Principio della Termodinamica

$$\Delta U_{sistema} = -\Delta U_{ambiente}$$

$$\Delta U = Q_{entrante} - L_{uscente}$$

2.5 Trasformazioni

2.5.1 Isocora

$$dU = nc_v dT$$

$$L = 0 \quad dV \text{ è nullo}$$

$$Q = dU = nc_v dT$$

2.5.2 Isobara

$$dU = nc_v dT$$

$$L = PdV$$

$$Q = nc_p dT$$

2.5.3 Isoterma

$$dU = 0 \quad dT \text{ è nullo}$$

$$L = nRT_0 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$Q = L = nRT_0 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Funzione Essendo la temperatura costante

$$pV = nRT_0 \Rightarrow pV = \text{cost}$$

il grafico nel piano di Clapeyron è un'iperbole.

2.5.4 Adiabatica

$$\begin{aligned}dU &= nc_v dT \\L &= -dU = -nc_v dT \\Q &= 0\end{aligned}$$

Funzione

$$\begin{aligned}pV^\gamma &= cost \\ \gamma &= \frac{c_p}{c_v}\end{aligned}$$

Dipendendo da gamma, il grafico è più inclinato dell'iperbole dell'isoterma.

2.6 Macchina di Carnot

Serie di Trasformazioni, in totale è una trasformazione ciclica, quindi $dU = 0$, $Q = L$ Poichè vi sono due isoterme, le temperature che variano non sono 4 (corrispondenti ai 4 stati) ma 2.

- Espansione isoterma A-B

$$\text{Stato: } T_a = T_b = T_1, V_a < V_b, p_a > p_b$$

$$\begin{aligned}dU &= 0 \quad dT \text{ è nullo} \\ L &= nRT_1 \ln \frac{V_b}{V_a} \\ Q_1 &= L = nRT_1 \ln \frac{V_b}{V_a}\end{aligned}$$

- Espansione adiabatica B-C

$$\text{Stato: } T_b > T_c = T_2, V_b < V_c, p_b > p_c$$

$$\begin{aligned}dU &= nc_v(T_c - T_b) \\ L &= -dU = -nc_v d(T_c - T_b) \\ Q &= 0\end{aligned}$$

- Compressione isoterma C-D

$$\text{Stato: } T_c = T_d = T_2, V_c > V_d, p_c < p_d$$

$$dU = 0 \quad dT \text{ è nullo}$$

$$L = nRT_2 \ln \frac{V_d}{V_c}$$

$$Q_2 = L = nRT_2 \ln \frac{V_d}{V_c}$$

- Compressione adiabatica D-A

$$\text{Stato: } T_d < T_a = T_1, V_d > V_a, p_d < p_a$$

$$dU = nc_v(T_a - T_d)$$

$$L = -dU = -nc_v(T_a - T_d)$$

$$Q = 0$$

2.6.1 Rendimento della macchina di Carnot

Rendimento:

$$\eta = \frac{L_{tot}}{Q_{assorbito}}$$

$$L_{tot} = nR(T_1 - T_2) \ln \frac{V_b}{V_a} = Q_{tot}$$

$$L_{tot} = Q_{tot} = Q_1 + Q_2 < Q_1 \quad \text{essendo } Q_2 \text{ negativo}$$

$$\eta = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} \quad \text{Valida per tutte le trasformazioni cicliche}$$

Con il ciclo di Carnot, in particolare:

$$\eta = 1 + \frac{T_2}{T_1} \quad \text{Sostituisco a } Q_1 \text{ e } Q_2 \text{ quelli trovati per la macchina di Carnot}$$

2.7 Entropia e Secondo Principio

L'entropia è una funzione di stato, perciò

$$\Delta S = S_f - S_i$$

$$\Delta S = \int_i^f \frac{\delta Q}{T} \quad \text{trasformazione reversibile}$$

$$\Delta S > \int_i^f \frac{\delta Q}{T} \quad \text{trasformazione irreversibile}$$

Esempio: Considero l'espansione libera di un gas in un sistema isolato, esso è un processo irreversibile, per valutarlo devo connettere gli stati iniziale e finale con una trasformazione reversibile, per esempio un'isoterma reversibile. Calcolo l'entropia:

$$\begin{aligned} \Delta S_{sistema} &= \int_i^f \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T} \int_i^f \delta Q = \frac{1}{T} \int_i^f \delta L = \frac{1}{T} \int_i^f p dV \\ &= \frac{1}{T} \int_i^f \frac{nRT dV}{V} = \frac{1}{T} nRT \ln \frac{V_f}{V_i} = nR \ln \frac{V_f}{V_i} > 0 \end{aligned}$$

Calcolo ciò che succede per l'universo (sistema + ambiente):

$$\Delta S_{sistema} > 0$$

$$\Delta S_{universo} = \Delta S_{sistema} + \Delta S_{ambiente}$$

Ma il sistema è isolato, quindi non ha variazione di entropia, perciò:

$$\Delta S_{universo} = \Delta S_{sistema} > 0$$

3 Fluidi

3.1 Fluidostatica

3.2 Fluidodinamica

3.2.1 Fluidi Ideali

3.2.2 Fluidi Reali

3.2.2.1 Fluidi Newtoniani

3.2.2.2 Fluidi non Newtoniani

3.3 Tensione superficiale

4 Elettromagnetismo

5 Onde

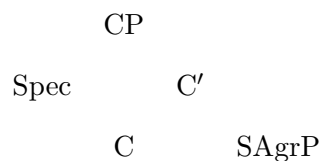
Don't forget to include examples of topicalization. They look like this:

- (1) Topicalization from sentential subject:
a John_i [a kltukl [el l-oltoir er ngii_i a Mary]]
R-clear COMP IR.3S-love P him
John, (it's) clear that Mary loves (him).

How to handle topicalization

I'll just assume a tree structure like (2).

- (2) Structure of A' Projections:



5.1 Mood

Mood changes when there is a topic, as well as when there is WH-movement.

Irrealis is the mood when there is a non-subject topic or WH-phrase in Comp.

Realis is the mood when there is a subject topic or WH-phrase.