Formulario di Fisica Medica

Facoltà di Medicina
Università degli studi di Milano

Davide Savoldelli

March 14, 2020

Contents

1 Meccanica

1.1 Cinematica

1.1.1 Moto rettilineo uniforme

Velocità media:

$$\vec{v_m} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Velocità istantanea:

$$\vec{v_i} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Legge oraria:

$$\vec{x}(x) = x_0 + vt$$

1.1.2 Moto rettilineo uniformemente accelerato

Accelerazione media:

$$\vec{a_m} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Accelerazione istantanea:

$$\vec{a_i} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

Legge oraria:

$$\vec{x}(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Velocità:

$$\vec{v}(t) = v_0 + at$$

$$v^2(x) = v_0^2 + 2ax$$

1.1.3 Moto armonico

Accelerazione legata alla posizione del punto:

$$\vec{a}(t) = \frac{d^2}{dt^2} x(t) = -\omega^2 x(t)$$

è un'equazione differenziale che si può risolvere con una funzione del tipo:
Posizione:

$$\vec{x}(t) = x_0 cos(\omega t + \phi)$$

Velocità:

$$\vec{v}(t) = -\omega x_0 sin(\omega t + \phi)$$

Accelerazione:

$$\vec{a}(t) = -\omega^2 x_0 cos(\omega t + \phi)$$

Periodo:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Frequenza:

$$\nu = T^{-1} = \frac{\omega}{2\pi}$$

1.1.4 Moto circolare

Vettore raggio:

$$\vec{r}(t) = Rx(t)\hat{\imath} + Ry(t)\hat{\jmath} = Rcos(\theta(t))\hat{\imath} + Rsin(\theta(t)))\hat{\jmath}$$

Posizione:

$$\vec{x}(t) = \theta(t)R$$

Velocità (tangenziale):

$$\vec{v}(t) = \omega(t)R$$

Accelerazione tangenziale:

$$\vec{a_t}(t) = \alpha(t)R$$

Accelerazione centripeta:

$$\vec{a_c}(t) = \frac{v^2(t)}{R} = \omega^2(t)R$$

Accelerazione:

$$\vec{a}(t) = a_t(t)\hat{\tau} + a_c(t)\hat{n}$$

1.1.5 Moto del proiettile

Equazioni del moto:

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + vt \\ y(t) = y_0 + v_o t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

1.2 Dinamica

1.2.1 Leggi di Newton

- Principio d'inerzia: Un corpo non soggetto a forze permane nel suo stato di quiete o moto rettilineo uniforme. Condizione di equilibrio:

$$\vec{R_{tot}} = 0$$

- Seconda legge di Newton:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

- Principio azione-reazione:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

1.2.2 Forze

Forza Peso

$$\vec{F_p} = -m\vec{g}$$

Forza Normale Rappresenta la forza che un vincolo oppone a un corpo (secondo la terza legge della dinamica) Essa è perpendicolare alla superficie del vincolo.

Tensione Rappresenta la forza che una corda tesa subisce e, se non ci sono deformazioni, *trasmette costante per tutta la sua lunghezza*

Forza di attrito

- Attrito statico e dinamico:

$$\vec{F}_{att} = -\mu_{s/d}|\vec{N}|$$

- Attrito aerodinamico:

$$|\vec{D}| = \frac{1}{2}C\rho A\vec{v^2}$$

Forza centripeta

$$\vec{F}_c = m\frac{\vec{v^2}}{R}$$

Gravitazione

- Forza Gravitazionale:

$$\vec{F}_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

- Velocità di fuga

$$\vec{v} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Forza elastica (di Hooke)

$$\vec{F}_h = -k\Delta\vec{x}$$

1.2.3 Energia

Lavoro

$$L = \int_l \vec{F} \cdot d\vec{x}$$

Lavoro con F costante

$$L = \int_l \vec{F} \cdot d\vec{x} = \vec{F} \int_l d\vec{x} = \vec{F}(x_2 - x_1)$$

Esempio con F non costante (lavoro della forza elastica)

$$L = \int_l -kx \cdot d\vec{x} = -\frac{1}{2}k\Delta x^2$$

Energia potenziale

$$U = m\vec{g}h$$

Energia cinetica

$$K = \frac{1}{2}m\vec{v^2}$$

Teorema dell'energia cinetica

$$L_{TOT} = \Delta K$$

Conservazione dell'energia meccanica

$$\Delta E_m = \Delta U + \Delta K = 0 \text{ (campi di forze conservative)}$$

$$\Delta E_m = \Delta U + \Delta K = L_{Fnc} \text{ (campi di forze non conservative)}$$

Potenza media

$$P_m = \frac{L}{\Delta t}$$

Potenza istantanea

$$P_i = \frac{dL}{dt} = \vec{F}d\vec{v}$$

1.2.4 Impulso e quantità di moto

Quantità di moto

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Teorema dell'impulso

$$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{md\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{F}dt = md\vec{v} = d\vec{p} = \vec{I}$$

Lavoro con F costante

$$L = \int_l \vec{F} \cdot d\vec{x} = \vec{F} \int_l d\vec{x} = \vec{F}(x_2 - x_1)$$

Esempio con F non costante (lavoro della forza elastica)

$$L = \int_l -kx \cdot d\vec{x} = -\frac{1}{2}k\Delta x^2$$

Energia potenziale

$$U = m\vec{g}h$$

2 Termodinamica

2.1 Temperatura

Dilatazione termica

$$V = V_0 + (1 + \alpha T)$$

2.2 Gas

Equazione di stato dei gas perfetti Termini macroscopici

$$pV = nRT$$

Teoria cinetica dei gas Termini microscopici

$$pV = \frac{2}{3} n N_a \bar{K}$$

da cui

$$\bar{K} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_a} T$$

Miscele di gas Legge di Dalton

$$P_{tot} = \sum_{i}^{n_{gas}} P_i \quad \text{con Pi pressione parziale del gas i-esimo nella miscela}$$

Legge di Henry

$$c_i = \alpha \cdot p_i \quad \text{con alpha coefficiente di solubilità}$$

2.3 Calore

Flusso di calore

$$\Phi = \frac{Q}{A\Delta t}$$

Conduzione

$$\Phi = K_{cond}\frac{(T_a - T_b)}{L}$$

Convezione

$$\Phi = K_{conv}(T_b - T_a)$$

Irraggiamento Potenza totale emessa (in Watt)

$$H = e\sigma AT^4$$

Flusso emesso

$$\Phi = \frac{H}{A} = e\sigma T^4$$

2.3.1 Capacità termica e calore specifico

Capacità termica

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

Calore specifico

$$c = \frac{C}{m} = \frac{\Delta Q}{m\Delta T}$$

Calore specifico molare

$$c = \frac{C}{n} = \frac{\Delta Q}{n\Delta T}$$

Gas Perfetti Legge di Mayer:

$$c_v = c_p - R$$

Gas monoatomici:

$$c_v = \frac{3}{2}R$$

$$c_p = \frac{5}{2}R$$

Gas biatomici:

$$c_v = \frac{5}{2}R$$

$$c_p = \frac{7}{2}R$$

2.4 Primo Principio della Termodinamica

$$\Delta U_{sistema} = -\Delta U_{ambiente}$$

$$\Delta U = Q_{entrante} - L_{uscente}$$

2.5 Trasformazioni

2.5.1 Isocora

$$dU = nc_v dT$$

$$L = 0 \quad \text{dV è nullo}$$

$$Q = dU = nc_v dT$$

2.5.2 Isobara

$$dU = nc_v dT$$

$$L = PdV$$

$$Q = nc_p dT$$

2.5.3 Isoterma

$$dU = 0 \quad \text{dT è nullo}$$

$$L = nRT_0 ln\frac{V_2}{V_1}$$

$$Q = L = nRT_0 ln\frac{V_2}{V_1}$$

Funzione Essendo la temperatura costante

$$pV = nRT_0 => pV = cost$$

il grafico nel piano di Clapeyron è un'iperbole.

2.5.4 Adiabatica

$$dU = nc_v dT$$

$$L = -dU = -nc_v dT$$

$$Q = 0$$

Funzione

$$pV^\gamma = cost$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

Dipendendo da gamma, il grafico è più inclinato dell'iperbole dell'isoterma.

2.6 Macchina di Carnot

Serie di Trasformazioni, in totale è una trasfomazione ciclica, quindi dU = 0, Q = L Poichè vi sono due isoterme, le temperature che variano non sono 4 (corrispondenti ai 4 stati) ma 2.

- Espansione isoterma A-B

$$\text{Stato: } T_a = T_b = T_1, V_a < V_b, p_a > p_b$$

$$dU = 0 \ \text{ dT è nullo}$$

$$L = nRT_0 ln \frac{V_b}{V_a}$$

$$Q_1 = L = nRT_0 ln \frac{V_b}{V_a}$$

- Espansione adiabatica B-C

$$\text{Stato: } T_b > T_c = T_2, V_b < V_c, p_b > p_c$$

$$dU = nc_v(T_c - T_b)$$

$$L = -dU = -nc_v d(T_c - T_b)$$

$$Q = 0$$

- Compressione isoterma C-D

$$\text{Stato: } T_c = T_d = T_2, V_c > V_d, p_c < p_d$$

$$dU = 0 \quad \text{dT è nullo}$$
$$L = nRT_0 ln\frac{V_d}{V_c}$$
$$Q_2 = L = nRT_0 ln\frac{V_d}{V_c}$$

- Compressione adiabatica D-A

$$\text{Stato: } T_d < T_a = T_1, V_d > V_a, p_d < p_a$$

$$dU = nc_v(T_a - T_d)$$
$$L = -dU = -nc_v(T_a - T_d)$$
$$Q = 0$$

2.6.1 Rendimento della macchina di Carnot

Rendimento:

$$\eta = \frac{L_{tot}}{Q_{assorbito}}$$
$$L_{tot} = nR(T_1 - T_2)ln\frac{V_b}{V_a} = Q_{tot}$$
$$L_{tot} = Q_{tot} = Q_1 + Q_2 < Q_1 \quad \text{essendo Q2 negativo}$$
$$\eta = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} \quad \text{Valida per tutte le trasfomazioni cicliche}$$

Con il ciclo di Carnot, in particolare:

$$\eta = 1 + \frac{T_2}{T_1} \quad \text{Sostituisco a Q1 e Q2 quelli trovati per la macchina di Carnot}$$

2.7 Entropia e Secondo Principio

L'entropia è una funzione di stato, perciò

$$\Delta S = S_f - S_i$$

$$\Delta S = \int_i^f \frac{\delta Q}{T} \quad \text{trasformazione reversibile}$$

$$\Delta S > \int_i^f \frac{\delta Q}{T} \quad \text{trasformazione irreversibile}$$

Esempio: Considero l'espansione libera di un gas in un sistema isolato, esso è un processo irreversibile, per valutarlo devo connettere gli stati inziale e finale con una trasformazione reversibile, per esempio un'isoterma reversibile. Calcolo l'entropia:

$$\Delta S_{sistema} = \int_i^f \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T}\int_i^f \delta Q = \frac{1}{T}\int_i^f \delta L = \frac{1}{T}\int_i^f pdV$$

$$= \frac{1}{T}\int_i^f \frac{nRTdV}{V} = \frac{1}{T} nRTln\frac{V_f}{V_i} = nRln\frac{V_f}{V_i} > 0$$

Calcolo ciò che succede per l'universo (sistema + ambiente):

$$\Delta S_{sistema} > 0$$

$$\Delta S_{universo} = \Delta S_{sistema} + \Delta S_{ambiente}$$

Ma il sistema è isolato, quindi non ha variazione di entropia, perciò:

$$\Delta S_{universo} = \Delta S_{sistema} > 0$$

3 Fluidi

3.1 Fluidostatica

3.2 Fluidodinamica

3.2.1 Fluidi Ideali

3.2.2 Fluidi Reali

3.2.2.1 Fluidi Newtoniani

3.2.2.2 Fluidi non Newtoniani

3.3 Tensione superficiale

4 Elettromagnetismo

5 Onde

Don't forget to include examples of topicalization. They look like this:

(1) Topicalization from sentential subject:

a John$_i$	[a	kltukl	[el	**l-**oltoir	er	ngii$_i$	a Mary]]
		R-clear	COMP	**IR**.3S-love	P	him	

John, (it's) clear that Mary loves (him).

How to handle topicalization

I'll just assume a tree structure like (2).

(2) Structure of A′ Projections:

CP

Spec C′

C SAgrP

5.1 Mood

Mood changes when there is a topic, as well as when there is WH-movement. *Irrealis* is the mood when there is a non-subject topic or WH-phrase in Comp. *Realis* is the mood when there is a subject topic or WH-phrase.