Dans tout le devoir, le plan est reporté à un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ orthonormé direct.

Exercice 1: (3 points)

Montrer que $(E) : x^2 - 3x + y^2 + 2y - \frac{3}{4} = 0$ est l'équation d'un cercle dont on déterminera son centre et son rayon.

Exercice 2: (8 points)

On considère les points $A(1;-2)$ et $B(0;2)$ et la droite $\mathcal{D}_1$ d'équation $x + y + 2 = 0$.

1. Déterminer l'équation de la médiatrice du segment $[AB]$.
2. Représenter sur une figure les droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$.
3. Calculer les coordonnées du point J intersection de $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$.
4. Déterminer l'équation du cercle $\mathcal{C}$ de centre B passant par le point A.
5. Déterminer par le calcul si le point J appartient au cercle $\mathcal{C}$.

Exercice 3: (5 points) Soient E et F deux points tels que $EF = 6$ m. Soit K le milieu du segment $[EF]$. Soient $\mathcal{G}$ l'ensemble des points M tels que : $\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{MF} = 7$ et $\mathcal{H}$ l'ensemble des points M tels que : $\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{MF} = -10$.

1. Démontrer que $\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{MF} = MK^2 - KE^2$
2. En déduire que M appartient à $\mathcal{G}$ si et seulement si $MK^2 = 16$.
3. Déterminer alors l'ensemble $\mathcal{G}$.
4. Déterminer $\mathcal{H}$.

Exercice 4: (4 points)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $sin(x) = sin(\frac{5\pi}{4})$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $sin(y) = \pi$.
3. Montrer que $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$.
4. En déduire la valeur de $cos(\frac{\pi}{12})$ en utilisant la formule d'addition.

Exercice 5: (Bonus)

1. Démontrer que la fonction racine carrée est strictement croissante.
2. Démonstrer le théorème qui fournit l'équation d'un cercle.
3. Démontrer le théorème de la médiane.