Dans tout le devoir, le plan est reporté à un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ orthonormé direct.

Exercice 1: (4 points)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $cos(y) = \pi$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $sin(x) = sin(\frac{8\pi}{7})$.
3. Montrer que $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$.
4. En déduire la valeur de $sin(\frac{\pi}{12})$ en utilisant la formule d'addition.

Exercice 2: (5 points) Soient A et B deux points tels que $AB = 8$ m. Soit I le milieu du segment $[AB]$. Soient $\mathcal{G}$ l'ensemble des points M tels que : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 9$ et $\mathcal{H}$ l'ensemble des points M tels que : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = -17$.

1. Démontrer que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = MI^2 - IA^2$
2. En déduire que M appartient à $\mathcal{G}$ si et seulement si $MI^2 = 25$.
3. Déterminer alors l'ensemble $\mathcal{G}$.
4. Déterminer $\mathcal{H}$.

Exercice 3: (3 points)

Montrer que $(E) : x^2 - 2x + y^2 + 5y - \frac{7}{4} = 0$ est l'équation d'un cercle dont on déterminera son centre et son rayon.

Exercice 4: (8 points)

On considère les points $E(3;0)$ et $F(2;4)$ et la droite $\mathcal{D}_1$ d'équation $x + y - 2 = 0$.

1. Déterminer l'équation de la médiatrice du segment $[EF]$.
2. Représenter sur une figure les droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$.
3. Calculer les coordonnées du point L intersection de $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$.
4. Déterminer l'équation du cercle $\mathcal{C}$ de centre F passant par le point E.
5. Déterminer par le calcul si le point L appartient au cercle $\mathcal{C}$.

Exercice 5: (Bonus)

1. Démontrer que la fonction racine carrée est strictement croissante.
2. Démonstrer le théorème qui fournit l'équation d'un cercle.
3. Démontrer le théorème de la médiane.